

2025学年秋季七年级(下)晚辅数学试卷(压轴训练2)

类型一：折叠问题

1. 如图1，在一张正方形纸片(正方形的两组对边分别平行)的两边上分别有A，B两点，连接AB，点P是正方形纸片上一点，过点P翻折纸片，使点B落在直线AB上的点B'处，折痕MN交AB于点Q.

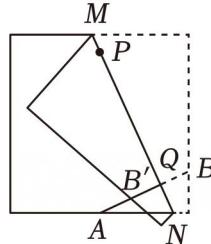


图1

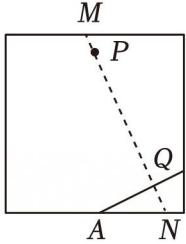


图2

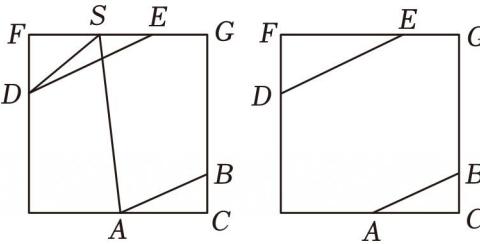


图3

备用图

- (1) ①判断折痕MN与AB的位置关系，并说明理由；
- ②通过不断地尝试，除了上面的折法，过点P再也折不出其它折痕与AB有①中的位置关系，其中的数学道理是 _____；
- (2) 在图1的基础上，展平纸片，得到图2，在图2中过点P折出并画出与AB平行的折痕DE（折痕左端点记为点D，右端点记为点E），请简要阐述折叠方法并说明理由；
- (3) 将图2的纸片展平得到图3，点S是线段FG上一动点（不与点E重合），若 $\angle DEF = 26^\circ$ ， $\angle EDS = \alpha$ ， $\angle CAS = \beta$ ，请直接写出 $\angle DSA$ 的度数。（用 α 、 β 的代数式表示）

类型二：二元一次方程组压轴题

2. 阅读下列材料：

小明同学在学习二元一次方程组时遇到了这样一个问题：

$$\text{解方程组} \begin{cases} \frac{2x+3y}{4} + \frac{2x-3y}{3} = 7 \\ \frac{2x+3y}{3} + \frac{2x-3y}{2} = 8 \end{cases}.$$

小明发现，如果用代入消元法或加减消元法求解，运算量比较大，容易出错。如果把方程组中的 $(2x+3y)$ 看成一个整体，把 $(2x-3y)$ 看成一个整体，通过换元，可以解决问题。以下是他的解题过程：

$$\text{令 } m = 2x+3y, n = 2x-3y. \text{ 原方程组化为} \begin{cases} \frac{m}{4} + \frac{n}{3} = 7 \\ \frac{m}{3} + \frac{n}{2} = 8 \end{cases}, \text{ 解得} \begin{cases} m = 60 \\ n = -24 \end{cases},$$

$$\text{把} \begin{cases} m = 60 \\ n = -24 \end{cases} \text{代入} m = 2x+3y, n = 2x-3y, \text{ 得} \begin{cases} 2x+3y = 60 \\ 2x-3y = -24 \end{cases}, \text{ 解得} \begin{cases} x = 9 \\ y = 14 \end{cases},$$

$$\therefore \text{原方程组的解为} \begin{cases} x = 9 \\ y = 14 \end{cases}.$$

$$(1) \text{ 学以致用：运用上述方法解方程组: } \begin{cases} 2(x+1) + 3(y-2) = 1 \\ (x+1) - 2(y-2) = 4 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 拓展提升 1：已知关于 } x, y \text{ 的方程组} \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 的解为} \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}, \text{ 请直接写出关于 } m, n \text{ 的}$$

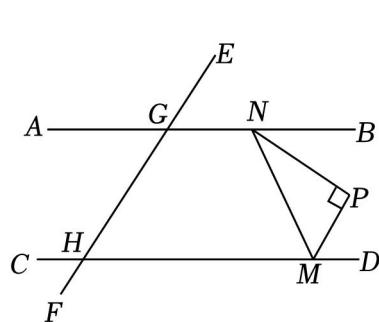
$$\text{的方程组} \begin{cases} a_1(m+2) - 3b_1n = c_1 \\ a_2(m+2) - 3b_2n = c_2 \end{cases} \text{ 的解是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) \text{ 拓展提升 2：关于 } x, y \text{ 的二元一次方程组} \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \text{ 的解为} \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}, \text{ 则关于 } x, y \text{ 的}$$

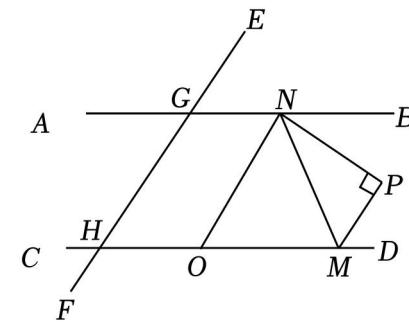
$$\text{方程组} \begin{cases} 2a_1x + 3b_1y = 5c_1 \\ 2a_2x + 3b_2y = 5c_2 \end{cases} \text{ 的解是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

类型三：几何压轴题

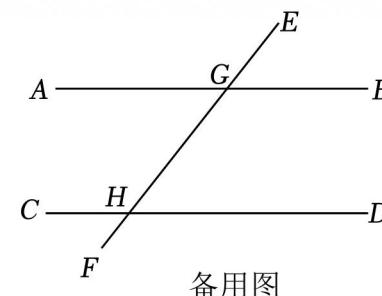
3. 如图，直线 $AB // CD$ ，直线 EF 与 AB ， CD 分别交于点 G ， H ， $\angle EHD = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)。将一个含 30° 角的直角三角板 PMN 按如图①放置，使点 N ， M 分别在直线 AB ， CD 上，且在直线 EF 的右侧， $\angle P = 90^\circ$ ， $\angle PNM = 30^\circ$ 。



图①



图②



备用图

(1) 填空： $\angle PNB + \angle PMD$ ____ $\angle P$ (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”);

(2) 若 $\angle MNG$ 的平分线 NO 交直线 CD 于点 O ，如图②。

①当 NO ， PM 都与 EF 平行，求 α 的度数；

②若将三角板 PMN 沿直线 AB 向左移动，保持 $PM // EF$ ，点 N ， M 分别在直线 AB 和直线 CD 上移动，请直接写出 $\angle MON$ 的度数（用含 α 的式子表示）。

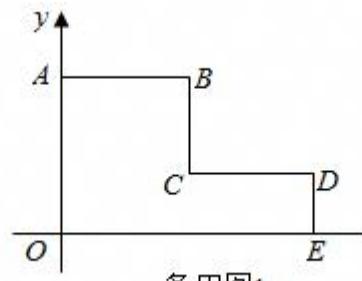
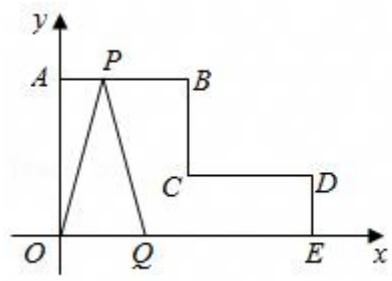
类型四：平面直角坐标系压轴题

4. 如图，在平面直角坐标系中， $AB // CD // x$ 轴， $BC // DE // y$ 轴，且 $AB = CD = 5cm$ ， $OA = 7cm$ ， $DE = 4cm$ ，动点 P 从点 A 出发，沿 ABC 路线向点 C 运动；动点 Q 从点 O 出发，沿 OED 路线向点 D 运动， P ， Q 两点同时出发，其中一点到达终点时，运动停止，连接 PO ， PQ ，其中 PQ 不垂直于 x 轴。

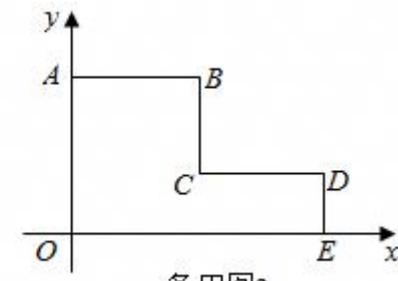
(1) 直接写出 B ， D 两点的坐标；

(2) 点 P ， Q 开始运动后， $\angle AOP$ ， $\angle OPQ$ ， $\angle PQE$ 三者之间存在何种数量关系，请说明理由；

(3) 若动点 P ， Q 分别以每秒 $1cm$ 和每秒 $2cm$ 的速度运动，则运动时间为多少秒时，三角形 OPQ 的面积为 $25cm^2$ 。



备用图1



备用图2

类型五：新颖类压轴题

5. 【材料阅读】亲爱的同学，请耐心阅读、仔细体会，你将豁然开朗！

二元一次方程 $x - y = 1$ 有无数个解，如 $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$, ... 在平面直角坐标系

中，将这些解分别看成点 $(-1, -2)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$, $(2, 1)$..., 可以发现这些点在同一条直线 l 上（如图 1 所示），且该直线 l 上任意点的坐标都是方程 $x - y = 1$ 的解。事实上，以任意二元一次方程的解为坐标的点都在同一条直线上，我们把这条直线叫做该方程的图象。

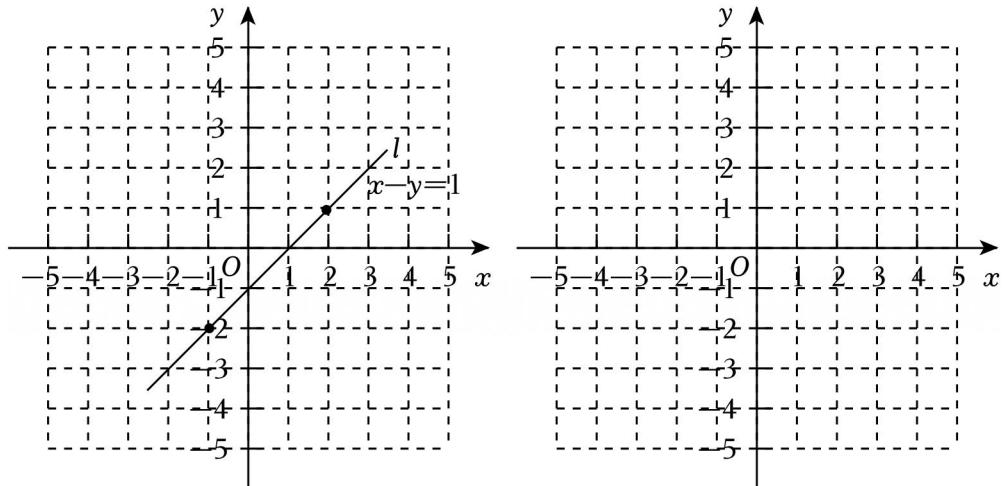


图1

图2

【理解运用】

(1) 下列各点中，在方程 $2x + y = 4$ 的图象上的有 ____ (填序号)

① $(0, 4)$, ② $(2, 0)$, ③ $(3, 2)$, ④ $(\frac{5}{2}, -1)$.

(2) 在图 2 所示的平面直角坐标系中，分别画出方程 $2x + y = 4$ 的图象直线 l_1 和方程 $x - y = -1$ 的

图象直线 l_2 ，直线 l_1 与 l_2 相交于点 M ，求点 M 的坐标。

【问题延伸】

(3) 若点 $P(m, a)$ 和点 $Q(m, b)$ 分别在(2)中直线 l_1 和直线 l_2 上，且线段 $PQ \leq 6$ ，求 m 的取值范围。