

2025 学年秋季七年级（下）晚辅数学试卷（压轴训练 2）

类型一：折叠问题

1. 如图 1，在一张正方形纸片（正方形的两组对边分别平行）的两边上分别有  $A, B$  两点，连接  $AB$ ，点  $P$  是正方形纸片上一点，过点  $P$  翻折纸片，使点  $B$  落在直线  $AB$  上的点  $B'$  处，折痕  $MN$  交  $AB$  于点  $Q$ 。

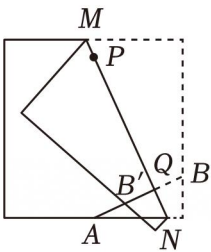


图1

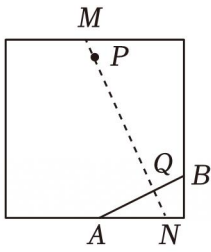


图2

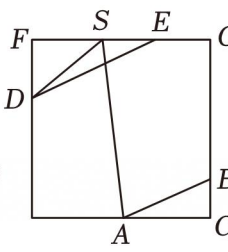
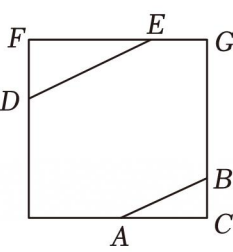


图3



备用图

- (1) ①判断折痕  $MN$  与  $AB$  的位置关系，并说明理由；
- ②通过不断地尝试，除了上面的折法，过点  $P$  再也折不出其它折痕与  $AB$  有①中的位置关系，其中的数学道理是 \_\_\_\_\_；
- (2) 在图 1 的基础上，展平纸片，得到图 2，在图 2 中过点  $P$  折出并画出与  $AB$  平行的折痕  $DE$ （折痕左端点记为点  $D$ ，右端点记为点  $E$ ），请简要阐述折叠方法并说明理由；
- (3) 将图 2 的纸片展平得到图 3，点  $S$  是线段  $FG$  上一动点（不与点  $E$  重合），若  $\angle DEF = 26^\circ$ ， $\angle EDS = \alpha$ ， $\angle CAS = \beta$ ，请直接写出  $\angle DSA$  的度数。（用  $\alpha, \beta$  的代数式表示）

类型二：二元一次方程组压轴题

2. 阅读下列材料：

小明同学在学习二元一次方程组时遇到了这样一个问题：

解方程组 
$$\begin{cases} \frac{2x+3y}{4} + \frac{2x-3y}{3} = 7 \\ \frac{2x+3y}{3} + \frac{2x-3y}{2} = 8 \end{cases}$$
 . 小明发现，如果用代入消元法或加减消元法求解，运算量比较大，容易出错。如果把方程组中的  $(2x+3y)$  看成一个整体，把  $(2x-3y)$  看成一个整体，通过换元，可以解决问题。以下是他的解题过程：

令  $m = 2x+3y$ ， $n = 2x-3y$ 。原方程组化为 
$$\begin{cases} \frac{m}{4} + \frac{n}{3} = 7 \\ \frac{m}{3} + \frac{n}{2} = 8 \end{cases}$$
，解得 
$$\begin{cases} m = 60 \\ n = -24 \end{cases}$$
，

把  $\begin{cases} m = 60 \\ n = -24 \end{cases}$  代入  $m = 2x+3y$ ， $n = 2x-3y$ ，得 
$$\begin{cases} 2x+3y = 60 \\ 2x-3y = -24 \end{cases}$$
，解得 
$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 14 \end{cases}$$
，

$\therefore$  原方程组的解为 
$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 14 \end{cases}$$
。

- (1) 学以致用：运用上述方法解方程组： 
$$\begin{cases} 2(x+1) + 3(y-2) = 1 \\ (x+1) - 2(y-2) = 4 \end{cases}$$
- (2) 拓展提升 1：已知关于  $x, y$  的方程组 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$
 的解为 
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$
，请直接写出关于  $m, n$

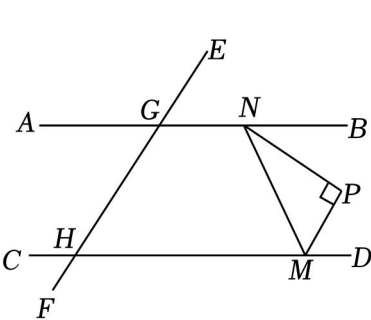
的方程组 
$$\begin{cases} a_1(m+2) - 3b_1n = c_1 \\ a_2(m+2) - 3b_2n = c_2 \end{cases}$$
 的解是 \_\_\_\_\_。

- (3) 拓展提升 2：关于  $x, y$  的二元一次方程组 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$
 的解为 
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$$
，则关于  $x, y$  的

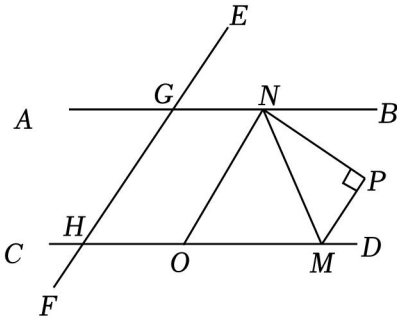
方程组 
$$\begin{cases} 2a_1x + 3b_1y = 5c_1 \\ 2a_2x + 3b_2y = 5c_2 \end{cases}$$
 的解是 \_\_\_\_\_。

类型三：几何压轴题

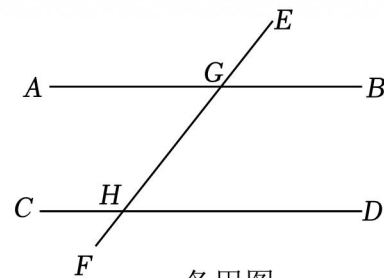
3. 如图，直线  $AB \parallel CD$ ，直线  $EF$  与  $AB$ ， $CD$  分别交于点  $G$ ， $H$ ， $\angle EHD = \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 。将一个含  $30^\circ$  角的直角三角板  $PMN$  按如图①放置，使点  $N$ ， $M$  分别在直线  $AB$ ， $CD$  上，且在直线  $EF$  的右侧， $\angle P = 90^\circ$ ， $\angle PNM = 30^\circ$ 。



图①



图②



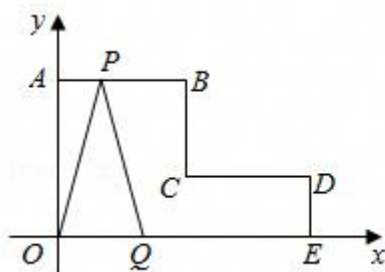
备用图

- (1) 填空： $\angle PNB + \angle PMD$  \_\_\_\_  $\angle P$  (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)；
- (2) 若  $\angle MNG$  的平分线  $NO$  交直线  $CD$  于点  $O$ ，如图②。
- ①当  $NO$ ， $PM$  都与  $EF$  平行，求  $\alpha$  的度数；
- ②若将三角板  $PMN$  沿直线  $AB$  向左移动，保持  $PM \parallel EF$ ，点  $N$ ， $M$  分别在直线  $AB$  和直线  $CD$  上移动，请直接写出  $\angle MON$  的度数 (用含  $\alpha$  的式子表示)。

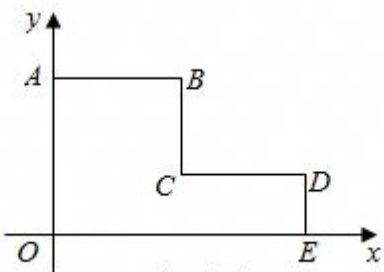
类型四：平面直角坐标系压轴题

4. 如图，在平面直角坐标系中， $AB \parallel CD \parallel x$  轴， $BC \parallel DE \parallel y$  轴，且  $AB = CD = 5\text{cm}$ ， $OA = 7\text{cm}$ ， $DE = 4\text{cm}$ ，动点  $P$  从点  $A$  出发，沿  $ABC$  路线向点  $C$  运动；动点  $Q$  从点  $O$  出发，沿  $OED$  路线向点  $D$  运动， $P$ ， $Q$  两点同时出发，其中一点到达终点时，运动停止，连接  $PO$ ， $PQ$ ，其中  $PQ$  不垂直于  $x$  轴。

- (1) 直接写出  $B$ ， $D$  两点的坐标；
- (2) 点  $P$ ， $Q$  开始运动后， $\angle AOP$ ， $\angle OPQ$ ， $\angle PQE$  三者之间存在何种数量关系，请说明理由；
- (3) 若动点  $P$ ， $Q$  分别以每秒  $1\text{cm}$  和每秒  $2\text{cm}$  的速度运动，则运动时间为多少秒时，三角形  $OPQ$  的面积为  $25\text{cm}^2$ 。



备用图1



备用图2

类型五：新颖类压轴题

5. 【材料阅读】亲爱的同学，请耐心阅读、仔细体会，你将豁然开朗！

二元一次方程  $x - y = 1$  有无数个解，如  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ ，... 在平面直角坐标系中，将这些解分别看成点  $(-1, -2)$ ， $(0, -1)$ ， $(1, 0)$ ， $(2, 1)$ ...，可以发现这些点在同一条直线  $l$  上（如图 1 所示），且该直线  $l$  上任意点的坐标都是方程  $x - y = 1$  的解. 事实上，以任意二元一次方程的解为坐标的点都在同一条直线上，我们把这条直线叫做该方程的图象.

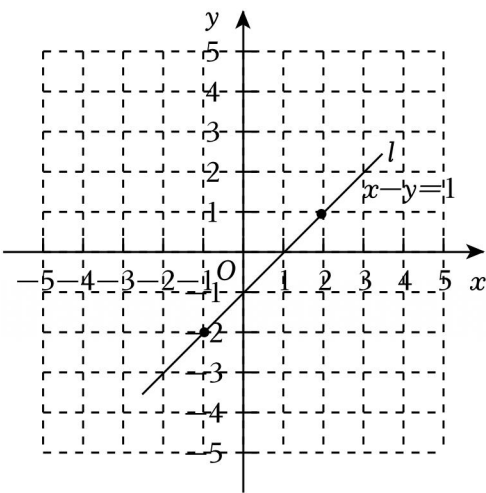


图1

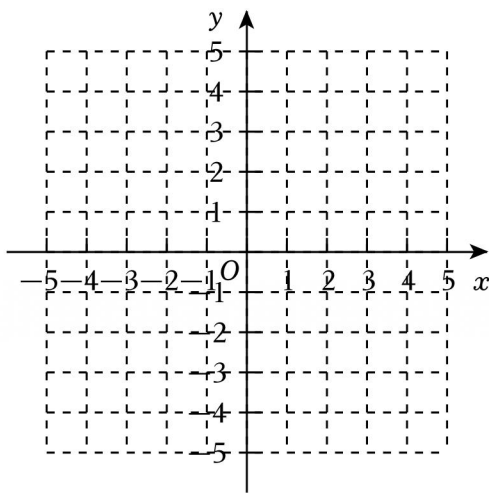


图2

【理解运用】

(1) 下列各点中，在方程  $2x + y = 4$  的图象上的有 \_\_\_\_（填序号）

- ①  $(0, 4)$ ，②  $(2, 0)$ ，③  $(3, 2)$ ，④  $(\frac{5}{2}, -1)$ .

(2) 在图 2 所示的平面直角坐标系中，分别画出方程  $2x + y = 4$  的图象直线  $l_1$  和方程  $x - y = -1$  的图象直线  $l_2$ ，直线  $l_1$  与  $l_2$  相交于点  $M$ ，求点  $M$  的坐标.

【问题延伸】

(3) 若点  $P(m, a)$  和点  $Q(m, b)$  分别在 (2) 中直线  $l_1$  和直线  $l_2$  上，且线段  $PQ \leq 6$ ，求  $m$  的取值范围.