Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo II — Exame de Recorrência

17 de Junho de 2005

Duração: **2 horas**

Classificação: ________

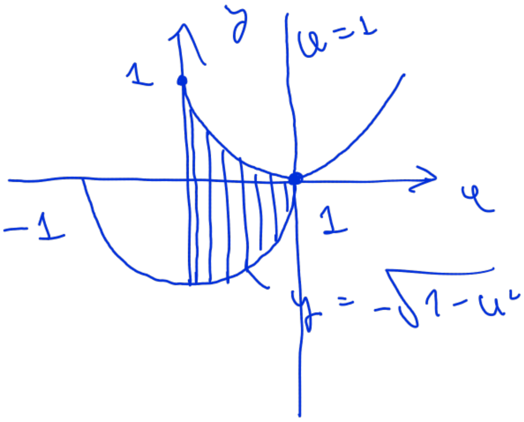
20 Pontos

1. Considere a região do plano
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq (x-1)^2\}.$$

   (a) Represente geometricamente a região D.

   (b) Indique um integral cujo valor é a área da região D (não calcule o integral).

(a) $y = -\sqrt{1-x^2} \Rightarrow y^2 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^2+y^2=1$



$y = (x-1)^2$ (vertice $(1,0)$)

$x=0 \Rightarrow y=1$

$x=1 \Rightarrow y=0$

(b) $\displaystyle\int_0^1 (x-1)^2 - \left(-\sqrt{1-x^2}\right) dx$

40
Pontos

3. Considere a função f definida por $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$, $x \in]0, +\infty[$.

(a) Estude a natureza do integral $\int_1^{+\infty} f(x)\, dx$.

$$\lim_{t \to +\infty} \int_1^t \frac{1}{x+3}\, dx = \lim_{t \to +\infty} \Big[\ln(x+3)\Big]_1^t =$$

$$\lim_{t \to +\infty} \big(\ln(t+3) - \ln 4\big) = +\infty.$$ Diverge.

40 Pontos

7. (a) Considere uma equação diferencial linear $y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$, com $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$. Determine os coeficientes a_1 e a_2 sabendo que as raízes da sua equação característica são $r = -1$ e $r = -3$.

(b) Considere a equação diferencial linear **completa**

$$y'' + a_1 y' + a_2 y = x, \text{ em que } a_1, a_2 \text{ foram obtidos na alínea (a).}$$

Nota: Se não respondeu à alínea (a), faça $a_1 = 6$ e $a_2 = 8$.

i. Encontre a solução geral da equação homogénea associada à equação.

ii. Determine uma solução particular, y_p, da equação diferencial linear completa, sabendo que é da forma $y_p(x) = A_0 x + A_1$.

iii. Determine a solução geral da equação diferencial linear completa.

(a) $P(r) = R^2 + a_1 R + a_2$

$P(r) = (R+1)(r+3) = r^2 + 4R + 3$

$\Rightarrow a_1 = 4$ e $a_2 = 3$

(b) i. $y_H = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$, $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

ii. $y_p' = A_0$, $y_p'' = 0$

$y_p'' + 4y_p' + 3y_p = x \Leftrightarrow 0 + 4A_0 + 3(A_0 x + A_1) = x$

$\Leftrightarrow 3A_0 x + 4A_0 + 3A_1 = x \Leftrightarrow \begin{cases} 3A_0 = 1 \\ A_1 = -\frac{4}{3} A_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_0 = \frac{1}{3} \\ A_1 = -\frac{4}{9} \end{cases}$

$y_p = \frac{1}{3} x - \frac{4}{9}$

iii. $y = y_H + y_p = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x} + \frac{1}{3} x - \frac{4}{9}$

Cálculo III - Teste 2

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Novembro de 2005

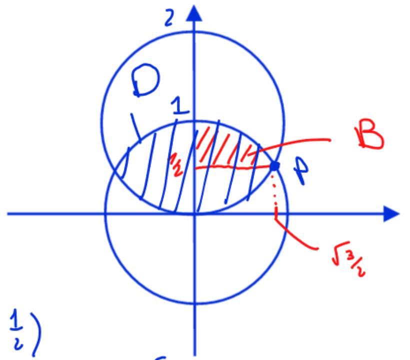
2. Calcule a área da região plana $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2+y^2 \leq 1, \ x^2+(y-1)^2 \leq 1\}$.
(Sugestão: tenha em conta a simetria da região).

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x^2+(y-1)^2=1 \end{cases}$$

EQ2-EQ1: $(y-1)^2-y^2=0$

$\cancel{y^2}-2y+1-\cancel{y^2}=0 \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}$

$x=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. $\quad P=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$



Área de B $= \displaystyle\int_0^{\sqrt{3}/2} \sqrt{1-x^2}-\frac{1}{2}\,dx = \int_0^{\sqrt{3}/2}\sqrt{1-x^2}\,dx - \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \displaystyle\int_0^{\sqrt{3}/2}\sqrt{1-x^2}\,dx - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}/2}\sqrt{1-x^2}\,dx = \int_0^{\pi/3}\sqrt{1-\sin^2 t}\cdot\cos t\,dt = \int_0^{\pi/3}\cos^2 t\,dt =$

$\left(\begin{array}{l} x=\sin t \\ dx=\cos t\,dt \\ \sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right)$

$= \displaystyle\int_0^{\pi/3}\frac{1+\cos(2t)}{2}\,dt =$

$= \left[\frac{t}{2}+\frac{\sin(2t)}{4}\right]_0^{\pi/3} = \frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{8}$

Área de B $= \frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{8}-\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$

Área de D $= 4\times(\text{área de B}) =$

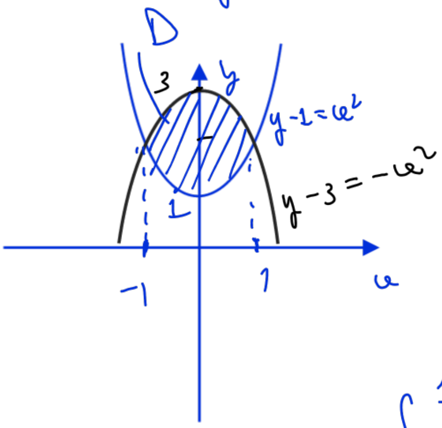
$= 4\times\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right) = \frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Alternativa com um integral:

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\sqrt{3}/2} \underbrace{\sqrt{1-x^2}}_{\text{"linha de cima"}} - \underbrace{\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)}_{\text{"linha de baixo"}}\,dx$$

2. Calcule a área da região plana D limitada pelas curvas de equação $y = x^2 + 1$ e $y = 3 - x^2$.

$y = x^2 + 1 \Leftrightarrow y - 1 = x^2$ $\qquad$ $y = 3 - x^2 \Leftrightarrow y - 3 = -x^2$



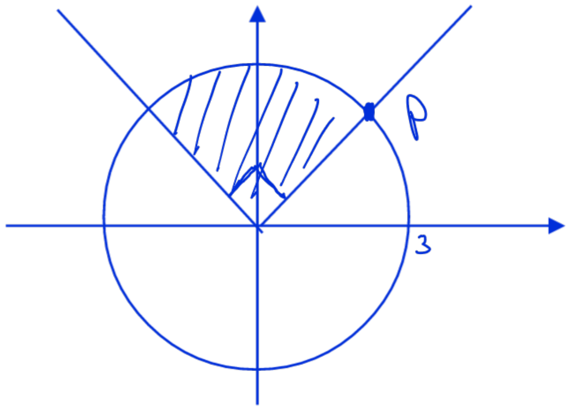
$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = 3 - x^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 1 = 3 - x^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

$$\text{Área de } D = \int_{-1}^{1} 3 - x^2 - (x^2 + 1)\, dx =$$

$$= \int_{-1}^{1} 2 - 2x^2\, dx = \left[2x - \frac{2x^3}{3} \right] = 2 - \frac{2}{3} + 2 - \frac{2}{3}$$

$$= 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

2. Calcule a área da região plana $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y,\ x^2 + y^2 \leq 9\}$.



$$\text{Área} = \frac{1}{4} \times \big(\underbrace{\pi \times 3^2}_{\text{área do círculo}}\big) = \frac{9}{4}\pi$$

ou

$$2 \times \int_0^{3\sqrt{2}/2} \sqrt{9 - x^2} - x \, dx$$

$$P: \quad x^2 + x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo II - Semestre Extraordinário — Primeiro Mini-Teste

18 de Novembro de 2009

Duração: **1 hora e 30 minutos**

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

30 Pontos

2. Estude a convergência do integral impróprio $\int_{\cancel{1}\ 2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

(Só 1ª espécie em Cálculo I C)

100 Pontos

3. Considere a seguinte EDO:

$$y''' + 2y'' + 2y' = 3e^{-x}.$$

(a) Verifique se a função $y = e^{-x}$ $(x \in \mathbb{R})$ é solução da equação dada.

(b) Determine a sua solução geral.

40 Pontos

4. Determine a solução geral da equação diferencial

$$(x^2+1)y' - \frac{1}{\operatorname{arctg} y} = 0.$$

2. $$\int_2^{+\infty} (x-1)^{-1/2}\,dx = \lim_{t\to+\infty} \left[\frac{(x-1)^{1/2}}{1/2}\right]_2^t =$$

$$= \lim_{t\to+\infty} \left(2(t-1)^{1/2} - 2\times 1^{1/2}\right) = +\infty$$

Diverge.

3. a) $y = e^{-x}$, $y' = -e^{-x}$, $y'' = e^{-x}$, $y''' = -e^{-x}$

$$y''' + 2y'' + 2y' = -e^{-x} + 2e^{-x} - 2e^{-x} = -e^{-x} \neq 3e^{-x}$$

não é solução.

b) $P(r) = r^3 + 2r^2 + 2r = r(r^2+2r+2) = r\left((r+1)^2+1\right)$

$P(r) = 0 \Leftrightarrow r = 0 \vee r = -1+i \vee r = -1-i$

$y_H = c_1 e^{0x} + c_2 e^{-x}\cos x + c_2 e^{-x}\sin x$

$= c_1 + c_2 e^{-x}\cos x + c_2 e^{-x}\sin x$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

$y_p = Ae^{-x}, \; y_p' = -Ae^{-x}, \; y_p'' = Ae^{-x}, \; y_p''' = -Ae^{-x}$

$y_p''' + 2y_p'' + 2y_p' = 3e^{-x} \Leftrightarrow -Ae^{-x} \cancel{+2Ae^{-x}} \cancel{-2Ae^{-x}} = 3e^{-x} \Rightarrow$

$-A = 3 \Leftrightarrow A = -3$

$y_p = -3e^{-x}$

Solução geral: $y = y_H + y_p = c_1 + c_2 e^{-x}\cos x + c_3 e^{-x}\sin x - 3e^{-x}$

4.

$$(x^2+1)y' - \frac{1}{\operatorname{arctg} y} = 0.$$

$(x^2+1)\,dy = \dfrac{1}{\operatorname{arctg} y}\,dx$

$\operatorname{arctg} y \, dy = \dfrac{1}{1+x^2}\,dx$

$y \operatorname{arctg} y - \frac{1}{2}\ln(1+y^2) = \operatorname{arctg} x + c, \; c \in \mathbb{R}$

$\Big(\int \operatorname{arctg} y \, dy = \int \underbrace{1}_{u'} \times \underbrace{\operatorname{arctg} y}_{v} \, dy =$

$= y \operatorname{arctg} y - \int y \cdot \frac{1}{1+y^2}\,dy =$

$= y \operatorname{arctg} y - \frac{1}{2}\ln(1+y^2) + c, \; c \in \mathbb{R} \Big)$

2. (5 valores) Diga, justificando, se os seguintes integrais impróprios convergem ou divergem e, no caso de convergência, se são simplesmente ou absolutamente convergentes:

(a) $\cancel{\int_0^{+\infty} \frac{1}{x}\,dx}$; (b) $\int_1^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+2}\,dx$; (c) $\cancel{\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\,dx}$; (d) $\int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\,dx$.

3ª espécie

2ª espécie

(b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\left|\frac{x^2+1}{x^4+2}\right|}{\frac{1}{x^2}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^4+x^2}{x^4+2} = 1 \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx$ converge $(\alpha = 2 > 1)$. Assim, o integral é absolutamente convergente. (critério do limite)

(d) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{x^{1/2}}$ e

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{1/2}}\,dx$ diverge $(\alpha = 1/2 \leq 1)$. Assim, o integral é divergente.

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO II - Agrup. 1 **13/06/2018**

Teste 2 - avaliação discreta Duração: 1h30 + 15 min de tolerância

---

Os resultados usados devem ser enunciados com precisão e rigor. A qualidade e cuidado na redação da resposta são elementos importantes para a avaliação. Dúvidas na interpretação das questões devem ser explicitadas na prova.

5,0 val. **1.** Determine a solução da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$1 + y^2 - xy' = 0$$

que satisfaz a condição inicial $y(1) = 1$.

6,0 val. **2.** Determine a solução da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$(1 - x^2)y' - xy = xy^2$$

que satisfaz a condição inicial $y(0) = 0,5$.

6,0 val. **3.** Determine a solução geral da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$y'' + 4y = x^2 + 5\cos x.$$

3,0 val. **4.** Sabendo a fórmula $\mathcal{L}\{\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau\}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}(s)\mathcal{L}\{g(t)\}(s)$ determine uma solução $y(t)$ da equação

$$y(t) + \int_0^t \sin(t-\tau)y(\tau)d\tau = 1.$$

1.

$$x\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$$

$$\frac{1}{1+y^2}dy = \frac{1}{x}dx$$

$$\arctan y = \ln|x| + C$$

$$y(1) = 1 \Leftrightarrow \underbrace{\arctan 1}_{=\pi/4} = \underbrace{\ln|1|}_{=0} + C$$

Solução: $y = \tan\left(\ln|x| + \pi/4\right)$

2.

$$(1 - x^2)y' - xy = xy^2$$

$$y' - \frac{x}{1-x^2}y = \frac{x}{1-x^2}y^2$$ → Bernoulli com $\alpha = 2$

Multiplicando por y^{-2}: $$y^{-2}y' - \frac{x}{1-x^2}y^{-1} = \frac{x}{1-x^2}$$

Mudança de variável: $z = y^{1-\alpha} = y^{-1}$ $z' = -y^{-2}y'$

$$-z' - \frac{u}{1-u^2} z = \frac{1}{1-u^2} \iff z' + \frac{u}{1-u^2} z = -\frac{u}{1-u^2} \to \text{Linear}$$

Fator integrante: $\mu(u) = e^{\int \frac{u}{1-u^2} du} = e^{-\frac{1}{2}\ln(1-u^2)} = (1-u^2)^{-1/2} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$

($1-u^2 > 0$ para u perto de 0; queremos uma solução que satisfaz $y(0)=0,5$)

$$(1-u^2)^{-1/2}\left(z' + \frac{u}{1-u^2} z\right) = -(1-u^2)^{-1/2} \cdot \frac{u}{1-u^2}$$

$$\left((1-u^2)^{-1/2} \cdot z\right)' = \frac{-u}{(1-u^2)^{3/2}}$$

$$\left(-(1-u^2)^{-1/2}\right)' = \frac{1}{2}(1-u^2)^{-3/2} \times (-2u) = -u(1-u^2)^{-3/2}$$

$$(1-u^2)^{-1/2} z = -(1-u^2)^{-1/2} + c$$

Multiplicando por $(1-u^2)^{1/2}$ vem

$$z = -1 + c(1-u^2)^{1/2}$$

Voltando a $y = 1/z$

$$y = \frac{1}{c\sqrt{1-u^2} - 1}$$

$y(0) = \frac{1}{2} \iff$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{c-1} \iff$$

$$c - 1 = 2 \iff c = 3$$

Solução: $y(u) = \frac{1}{3\sqrt{1-u^2} - 1}$

(Verificação: $y' = -\frac{\frac{3}{2}(1-u^2)^{-1/2} \times (-2u)}{(3\sqrt{1-u^2}-1)^2} = \frac{3(1-u^2)^{-1/2} \cdot u}{(3(1-u^2)^{1/2}-1)^2}$

$$y' - \frac{u}{1-u^2} y - \frac{u}{1-u^2} y^2 = \frac{3(1-u^2)^{-1/2} \cdot u}{(3(1-u^2)^{1/2}-1)^2} - \frac{u}{1-u^2} \cdot \frac{1}{3(1-u^2)^{1/2}-1} - \frac{u}{1-u^2} \cdot \frac{1}{(3(1-u^2)^{1/2}-1)^2}$$

$$= \frac{\left(3\left(1-x^2\right)^{-1/2} x\right)\left(1-x^2\right) - x\left(3\left(1-x^2\right)^{1/2}-1\right) - x}{\left(1-x^2\right)\left(3\left(1-x^2\right)^{1/2}-1\right)} =$$

$$= \frac{3\cancel{\left(1-x^2\right)^{1/2} x} - \cancel{3x\left(1-x^2\right)^{1/2}} + \cancel{x} - \cancel{x}}{\left(1-x^2\right)\left(3\left(1-x^2\right)^{1/2}-1\right)} = 0 \quad ✓$$

$$\left(y(0) = \frac{1}{3\times\sqrt{1}-1} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2} \quad ✓ \right)$$

6,0 val. **3.** Determine a solução geral da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$y'' + 4y = x^2 + 5\cos x.$$

$y'' + 4y = 0$. $P(r) = r^2 + 4$. $P(r) = 0 \Leftrightarrow r = \pm 2i$

$y_H = c_1 \cos(2x) + c_2 \sin(2x)$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

(1) Solução particular de $y'' + 4y = x^2$

$y = Ax^2 + Bx + C$, $y' = 2Ax + B$, $y'' = 2A$

$2A + 4\left(Ax^2 + Bx + C\right) = x^2 \Leftrightarrow 4Ax^2 + 4Bx + 2A + C = x^2$

$$\begin{cases} 4A = 1 \\ 4B = 0 \\ 2A + 4C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1/4 \\ B = 0 \\ C = -\frac{1}{8} \end{cases} \qquad y_{P_1} = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}$$

(verificação: $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8}$, $y' = \frac{x}{2}$, $y'' = \frac{1}{2}$

$y'' + 4y = \frac{1}{2} + 4\left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2} + x^2 - \frac{1}{2} = x^2$ ✓)

(2) Solução particular de $y'' + 4y = 5\cos x$

$5\cos x = 5e^{0x}\cos(1\times x)$ ($0 + i\times 1$ não é raiz de $P(r)$)

$y = x^0 e^{0x}\left(A\cos x + B\sin x\right) = A\cos x + B\sin x$

$y' = -A\sin x + B\cos x$

$y'' = -A\cos x - B\sin x$

$y'' + 4y = 5\cos x \Leftrightarrow \underline{-A\cos x} - B\sin x + \underline{4A\cos x} + 4B\sin x = \underline{5\cos x}$

$$\begin{cases} 3A = 5 \\ 3B = 0 \end{cases} \qquad y_{p_2} = \frac{5}{3}\cos u$$

(verificação: $y = \frac{5}{3}\cos u$, $y' = -\frac{5}{3}\sin u$, $y'' = -\frac{5}{3}\cos u$

$y'' + 4y = -\frac{5}{3}\cos u + 4 \times \frac{5}{3}\cos u = 5\cos u$ ✓)

A solução geral da equação dada é

$$y = y_H + y_{p_1} + y_{p_2} = C_1\cos(2u) + C_2\sin(2u) + \frac{1}{4}u^2 - \frac{1}{8} + \frac{5}{3}\cos u, \quad C_1, C_2 \in \mathbb{R}.$$

3,0 val. **4.** Sabendo a fórmula $\mathcal{L}\{\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau\}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}(s)\mathcal{L}\{g(t)\}(s)$ determine uma solução $y(t)$ da equação

$$y(t) + \int_0^t \sin(t-\tau)y(\tau)d\tau = 1.$$

$\mathcal{L}\{y(t) + \int_0^t \sin(t-\tau)y(\tau)d\tau\}(s) = \mathcal{L}\{1\}(s)$ $\qquad (\mathcal{L}\{y(t)\}(s) = Y(s))$

$Y(s) + \mathcal{L}\{\sin(t)\}(s) \cdot \mathcal{L}\{y(t)\}(s) = \frac{1}{s}$

$Y(s) + \frac{1}{1+s^2} \cdot Y(s) = \frac{1}{s}$

$\left(1 + \frac{1}{1+s^2}\right)Y(s) = \frac{1}{s}$

$\frac{1+s^2+1}{1+s^2}Y(s) = \frac{1}{s}$

$Y(s) = \frac{s^2+1}{s(s^2+2)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+2}$

$A(s^2+2) + (Bs+C)s = s^2+1$

$(A+B)s^2 + Cs + 2A = s^2+1$

$$\begin{cases} A+B=1 \\ C=0 \\ 2A=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 1/2 \\ C = 0 \\ A = 1/2 \end{cases}$$

$Y(s) = \frac{\frac{1}{2}}{s} + \frac{\frac{1}{2}s}{s^2+2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s} + \frac{1}{2}\cdot\frac{s}{s^2+(\sqrt{2})^2}$; $\quad y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\{\frac{1}{s}\} + \frac{1}{2}\mathcal{L}^{-1}\{\frac{s}{s^2+(\sqrt{2})^2}\}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\sqrt{2}t)$

WolframAlpha WolframAlpha

1/2+(1/2)*cos(sqrt(2)*t)+(integral sin(t-y)*(1/2+(1/2)*cos(sqrt(2)y)) for y=0 to t)

Input

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\sqrt{2}\,t) + \int_0^t \sin(t-y)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\sqrt{2}\,y)\right)dy$$

Result

1

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo II (Agrupamento 1) — Exame Final

8 de Julho de 2015

Duração: **2h30m**

Classificação: ______ **Valores**

[30 pt.] 1. Determine, usando a transformada de Laplace, a solução do problema de Cauchy $\begin{cases} 12\,y + 4\,y' = 5\,e^{-3\,t} \\ y(0) = 5 \end{cases}$

[20 pt.] 2. Considere a equação diferencial $y' = -\dfrac{x}{y}$. Determine o seu integral geral e esboce a solução que satisfaz a condição inicial $y(0) = 1$.

[20 pt.] 3. Resolva a equação diferencial $y' = -\dfrac{2\,xy}{x^2 - 5} - 7\,x + 6$ utilizando o método do fator integrante.

[30 pt.] 4. Determine, justificando, a EDO linear de coeficientes constantes cuja solução geral é dada por

$$y = c_1 \mathrm{e}^x \cos(2x) + c_2 \mathrm{e}^x \sin(2x) + \frac{\mathrm{e}^{-2x}}{6}.$$

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo II - Semestre Extraordinário — Exame de Recurso
25 de Janeiro de 2010
Duração: **2 horas e 30 minutos**

Questão	1	2	3	4	5 (a)	5 (b)	6	7	8 (a)	8 (b)	9 (a)	9 (b)
Cotação	20	30	20	15	20	20	10	15	10	15	15	10

2. Determine a solução geral da equação $y''' + y'' + y' = x - 3$.

3. Determine a solução do problema de Cauchy $\begin{cases} y'' - y = e^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$.

4. Determine a solução geral da equação $y' = \left(\dfrac{2y+13}{x-1}\right)^3$.