

ANÁLISE MATEMÁTICA I - Engenharia Informática 2019/2020

1. Curvas de referência, transformações gráficas, domínios, função inversa e resolução de equações

---

1. Represente graficamente as seguintes curvas:

- |   |                      |                                  |
|---|----------------------|----------------------------------|
| a) $y = x - 1$ ;                              | b) $y = 2x - 1$ ;    | c) $y = 2x + 2$ ;                |
| d) $y = x^2 - 1$ ;                            | e) $y = (x - 1)^2$ ; | f) $x = y^2$ ;                   |
| g) $x = y^2 + 1$ ;                            | h) $x^2 + y^2 = 1$ ; | i) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ ; |
| j) $y = \sin(x)$ ;                            | k) $y = \cos(x)$ ;   | l) $y = \cos(x) - 1$ ;           |
| m) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ ; | n) $y = 2\cos(x)$ ;  | o) $y = -\cos(x)$ ;              |
| p) $y = e^x$ ;                                | q) $y = e^x - 1$ ;   | r) $y = e^{x-1}$ .               |

2. Determine o domínio das seguintes funções:

- |                               |                                      |   |
|-------------------------------|--------------------------------------|---|
| a) $f(x) = x - 1$ ;           | b) $f(x) = e^x$ ;                    | c) $f(x) = \sin(x)$ ;                           |
| d) $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ ; | e) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ ; | f) $f(x) = \frac{1}{x - 2} + \frac{1}{x - 3}$ ; |
| g) $f(x) = \sqrt{x - 1}$ ;    | h) $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ ;        | i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ .                    |

3. Determine a função inversa de cada uma das seguintes funções, numa restrição conveniente.

- |                       |                            |                                    |
|-----------------------|----------------------------|------------------------------------|
| a) $f(x) = x - 1$ ;   | b) $f(x) = \sqrt{x}$ ;     | c) $f(x) = x^2$ ;                  |
| d) $f(x) = \sin(x)$ ; | e) $f(x) = \cos(2x) + 1$ ; | f) $f(x) = \arcsin(x - 1) + \pi$ ; |
| g) $f(x) = e^x$ ;     | h) $f(x) = e^{2x} - 1$ ;   | i) $f(x) = \ln(-x) + 1$ .          |

4. Determine os domínios das seguintes funções:

- |                          |                                |                                    |
|--------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| a) $f(x) = \ln(x + 1)$ ; | b) $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$ ; | c) $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$ .    |
| d) $f(x) = \sin(2x)$ ;   | e) $f(x) = \arcsin(2x)$ ;      | f) $f(x) = \operatorname{tg}(x)$ . |

5. Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

- |  |   |  |
|--|---|--|
| a) $\sqrt{3^2 + 4^2}$ ;                | b) $\sqrt{e^6}$ ;   | c) $\sqrt[3]{8^2}$ ;                                   |
| d) $\log(100)$ ;                       | e) $\ln(e^4)$ ;   | f) $e^{2\ln(4)}$ ;                                     |
| g) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ;  | h) $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ ;                    | i) $\sin\left(\frac{13\pi}{3}\right)$ ;                |
| j) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ ; | k) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ ;        | l) $\operatorname{cotg}\left(\frac{10\pi}{3}\right)$ ; |
| m) $\arcsin(-1)$ ;                     | n) $\arccos(-1)$ ;  | o) $\cos(\arcsin(0))$ ;                                |
| p) $\arccos(\sin(\pi))$ ;              | q) $\arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)$ ; | r) $\arccos(e^0)$ ;                                    |

6. Simplifique a seguinte expressão:

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x - \pi) + \operatorname{tg}\left(x + \frac{3\pi}{2}\right).$$

7. Considere a função  $f(x) = 3\sin(2x)$ .

- (a) Determine o domínio e o contradomínio de  $f(x)$ .
- (b) Faça um esboço do gráfico da função  $f(x)$  e confirme a resposta da alínea (a).
- (c) Determine o valor de  $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .
- (d) Resolva a equação  $f(x) = -3$ .
- (e) Interprete graficamente a alínea (d) e confirme a solução recorrendo o Geogebra.
- (f) Defina uma restrição de injectividade de  $f$  e caracterize a função inversa, nessa restrição.

8. Considere a função  $f(x) = 2 + \sec(3x)$ .

- (a) Determine o domínio e o contradomínio de  $f(x)$ .
- (b) Resolva a equação  $f(x) = 4$ .
- (c) Defina uma restrição de injectividade de  $f$  e caracterize a função inversa, nessa restrição.

9. Considere a função  $f(x) = -\frac{\pi}{3} + \arccos(3x - 1)$ .

- (a) Determine o domínio e o contradomínio de  $f(x)$ .
- (b) Determine os zeros da função  $f(x)$ .
- (c) Calcule  $f\left(\frac{1}{6}\right)$ .
- (d) Caracterize a função inversa de  $f(x)$ , indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

10. Considere a função  $f(x) = 3 + 2\ln(x - 1)$ .

- (a) Determine o domínio e o contradomínio de  $f(x)$ .
- (b) Calcule  $f(2)$ .
- (c) Caracterize a função inversa de  $f(x)$ , indicando domínio, contradomínio e expressão analítica.

11. Resolva, caso seja possível, as seguintes equações:

- |                                     |                                 |                                |
|-------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| a) $x^2 - 2x + 1 = 0$ ;             | b) $x^3 - 2x^2 + x = 0$ ;       | c) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ . |
| d) $e^x - 1 = 0$ ;                  | e) $e^{2x} - e^x = 0$ ;         | f) $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ ;   |
| g) $-3 + \log(x) = 0$ ;             | h) $\ln(x + 1) = 0$ ;           | i) $\ln(x^2) - 4 = 0$ ;        |
| j) $\sin(3x - \pi) = \frac{1}{2}$ ; | k) $\sin(3x - \pi) = \sin(x)$ ; | l) $1 - 2\cos(2x) = 2$ ;       |
| m) $\arcsin(3x) = \frac{\pi}{4}$ ;  | n) $\arcsin(3x) = \pi$ ;        | o) $\arccos(3x) = \pi$ .       |

12. Verifique que as seguintes equações têm uma única solução e aproxime-a, com uma casa decimal correcta.

- |                    |                       |                            |
|--------------------|-----------------------|----------------------------|
| a) $x + e^x = 0$ ; | b) $x + \ln(x) = 0$ ; | c) $\sin(x) - x + 2 = 0$ . |
|--------------------|-----------------------|----------------------------|