

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA



**CONTROL MAGNÉTICO DE ACTITUD PARA SATÉLITES
BAJO EL ESTÁNDAR CUBESAT: DISEÑO,
IMPLEMENTACIÓN Y VALIDACIÓN**

TESIS

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO MECATRÓNICO**

MIYAGUSUKU RÍOS, RENATO

PROMOCIÓN 2010-II

LIMA - PERÚ

2013

Dedicatoria

Me gustaría dedicar esta tesis a mi familia.

En particular a mis padres, Antonio Miyagusuku y Carmela Ríos, por su constante e incondicional apoyo a lo largo de todas las etapas de mi vida, por sus consejos oportunos y por ser siempre un ejemplo de vida para mí y todos quienes los conocemos.

Agradecimientos

Deseo agradecer en primer lugar a mi asesora de tesis, la Dra Elizabeth Villota, por su esfuerzo y dedicación desinteresada. Sus conocimientos, motivación y largas discusiones acerca del proyecto han sido esenciales en la elaboración de la presente tesis y aún más importante en mi formación como investigador, por lo cual le estaré siempre agradecido.

A los miembros del proyecto Chasqui I, con quienes he compartido labores de investigación durante los últimos años. Especialmente a mis colegas Klebes Arias, Miguel Chicchon y John Rojas, con quienes bajo la tutela de la Dra Elizabeth Villota, hemos desarrollado el sistemas de determinación y control de actitud del Chasqui I. Muchas gracias por los intercambios de ideas y animadas charlas que hemos sostenido durante el desarrollo de nuestras labores.

A mis profesores y compañeros de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería. Muchas gracias por ayudarme en mi formación profesional. Especialmente a los profesores y alumnos integrantes del Grupo de Investigación en Sistemas de Control e Inteligencia Artificial, donde comencé a involucrarme con la investigación, lo que puedo asegurar, cambió mi vida.

Finalmente, expresar mi agradecimiento al Centro de Tecnologías de Información y Comunicaciones y al Instituto Nacional de Investigación y Capacitación en Telecomunicaciones, por permitirme ser parte del proyecto Chasqui I, y por la confianza depositada en mí y mi trabajo en más de una ocasión.

Mis más sinceros agradecimientos a todos,
Renato Miyagusuku Ríos

TABLA DE CONTENIDOS

PRÓLOGO	1
CAPÍTULO 1.	
Introducción	2
1.1. Chasqui I y el estándar CubeSat	2
1.2. Situación problemática	7
1.3. Definición del problema	8
1.4. Objetivos	9
1.5. Justificación	10
1.6. Limitaciones y viabilidad	12
1.6.1. Limitaciones	12
1.6.2. Viabilidad	13
1.7. Estructura de la tesis	15
CAPÍTULO 2.	
Marco teórico	21
2.1. Antecedentes	21
2.2. Fundamento teórico	26
2.2.1. Dinámica de cuerpos rígidos	26
2.2.1.1. Definiciones	27
2.2.1.2. Ecuación dinámica para un conjunto de partículas	29
2.2.2. Representación de la orientación	31
2.2.2.1. Ángulos de Euler	32
2.2.2.2. Cuaterniones	32
2.2.3. Magnetismo	35
2.2.3.1. Definiciones	36
2.2.3.2. Fuerza de Lorentz	37
2.2.3.3. Materiales magnéticos	39
2.2.4. Control de sistemas no lineales	49
2.2.4.1. Definiciones	50
2.2.4.2. Estabilidad	51
2.2.4.3. Controlabilidad	54
2.3. Formulación del prototipo	56

CAPÍTULO 3.	
Modelo del movimiento del satélite	59
3.1. Sistemas de referencia	59
3.1.1. Sistema de referencia inercial centrado en la Tierra	60
3.1.2. Sistema de referencia fijo en la órbita	61
3.1.3. Sistema de referencia fijo en el cuerpo	61
3.2. Modelo de la actitud del satélite	62
3.2.1. Dinámica	62
3.2.2. Cinemática	63
3.3. Modelo de órbitas	64
3.3.1. TLE	65
3.3.2. Simulaciones	66
3.4. Modelo del campo magnético terrestre	67
3.4.1. Simulaciones	69
3.5. Modelo de actuadores	70
3.6. Controlabilidad del sistema no lineal	70
3.7. Modelo de los torques de perturbación	75
3.7.1. Gradiente de gravedad	75
3.7.2. Arrastre aerodinámico	77
3.7.3. Presión solar	79
3.7.4. Comparación de los torques de perturbación	80
CAPÍTULO 4.	
Sistema de control magnético pasivo	82
4.1. Actuación magnética pasiva	83
4.1.1. Materiales de histéresis	84
4.1.1.1. Modelos matemáticos de histéresis	84
4.1.1.2. Selección del material de histéresis	95
4.1.2. Imanes permanentes	96
4.1.2.1. Modelo matemático de imanes permanentes	96
4.1.2.2. Selección de imanes permanentes	98
4.2. Estabilización empleando materiales de histéresis	99
4.2.1. Cálculo del volumen deseado de material de histéresis	100
4.2.2. Cálculo de la forma del material de histéresis	102
4.3. Orientación empleando imanes permanentes	104
4.4. Disposición geométrica de los materiales magnéticos	105
4.5. Análisis magneto estático del control pasivo	107
4.6. Análisis de sensibilidad	111
CAPÍTULO 5.	
Sistema de control activo	118
5.1. Actuación magnética activa	119
5.1.1. Magneto torques	120
5.2. Estabilización activa	121
5.2.1. Control Bdot	122

5.2.2.	Control Omega+B	129
5.2.3.	Control Omega+sgnB	133
5.3.	Orientación activa	138
5.3.1.	Control por superficie deslizante	140
5.3.1.1.	Condición de deslizamiento discreta	142
5.3.1.2.	Condición de deslizamiento continua	146
5.3.2.	Simulaciones	149
5.4.	Análisis de sensibilidad	156
5.4.1.	Control Bdot	157
5.4.2.	Control Omega+B	159
5.4.3.	Control Omega+sgnB	161
5.4.4.	Control de orientación en modo deslizante	163

CAPÍTULO 6.

Sistema de control híbrido	165	
6.1.	Actuación magnética híbrida	167
6.2.	Efecto de momentos magnéticos pasivos sobre la actuación activa	167
6.3.	Control híbrido con cancelamiento activo de momentos pasivos	169
6.3.1.	Estimación de momentos pasivos	170
6.3.2.	Estabilización activa híbrida	173
6.3.3.	Orientación activa	179
6.4.	Análisis de sensibilidad	180

CAPÍTULO 7.

Implementación del control	182	
7.1.	Control pasivo: Instalación	182
7.1.1.	Láminas de histéresis	182
7.1.2.	Imanes permanentes	184
7.2.	Control activo/híbrido	185
7.2.1.	Instalación de magneto torques	185
7.2.2.	Implementación de algoritmos de control en hardware	191
7.2.2.1.	Algoritmos de estabilización	191
7.2.2.2.	Algoritmo de control de orientación: control en modo deslizante	194
7.2.2.3.	Tipos de datos para implementación	195

CAPÍTULO 8.

Validación del control	199	
8.1.	Control pasivo	199
8.2.	Control activo/híbrido vía simulación con retroalimentación por hardware	202
8.2.1.	HIL sin restricciones temporales	203
8.2.1.1.	Formulación	203
8.2.1.2.	Pruebas del protocolo de comunicaciones	206
8.2.2.	HIL en tiempo real	207

8.2.2.1.	Formulación	208
8.2.2.2.	Máquina de estados	210
8.2.2.3.	Interrupciones de hardware	213
8.2.2.4.	Análisis de tiempo real	215
8.2.2.5.	Implementación y conecciones	215
8.2.3.	Resultados	219
CONCLUSIONES		223
8.3.	Discusión de resultados	223
8.4.	Conclusiones	228
8.5.	Recomendaciones para trabajos futuros	229
BIBLIOGRAFÍA		231
APÉNDICE A.		
Simulador del Sistema de Determinación y Control de Actitud		237
A.1.	Ambiente del satélite	238
A.2.	Modelos del satélite	239
A.2.1.	Bus de datos	240
A.2.2.	Dinámica y cinemática	241
A.2.3.	Torques de perturbación	242
A.2.4.	Control pasivo	245
A.2.5.	Control activo/híbrido	245
APÉNDICE B.		
Simulaciones empleando determinación y control de actitud		248
APÉNDICE C.		
Sensores y actuadores del Sistema de Determinación y Control de Actitud		251
C.1.	Magnetómetro MicroMag3	251
C.2.	Girómetro ADIS16265	252
C.3.	Celdas solares SuperCell	253
C.4.	Magneto torques	254
C.4.1.	Magneto torques de 30 espiras	254
C.4.2.	Magneto torque de 300 espiras	254

LISTA DE FIGURAS

1.1. Estándar CubeSat (Figura tomada de [1])	7
2.1. Espira cuadrada bajo la acción de un campo magnético B	39
2.2. Modelo de histéresis	42
3.1. Sistema de referencia inercial centrado en la Tierra	60
3.2. Sistema de referencia fijo en la órbita	61
3.3. Sistema de referencia fijo en el cuerpo	62
3.4. Simulación de la actitud del satélite sin actuación o perturbaciones . .	64
3.5. Órbita de la estación espacial internacional empleando el modelo orbital SGP4	67
3.6. Órbita del satélite CANX2 empleando el modelo orbital SGP4	68
3.7. Campo magnético terrestre a una altura de 600 km empleando el modelo de campos magnéticos IGRF	69
3.8. Variación de la densidad del aire con la altura	78
3.9. Comparación de los torques de perturbación	81
4.1. Histerión	85
4.2. Modelo Switch	86
4.3. Interpretación Geométrica del Modelo de Preisach	87
4.4. Triángulo de Preisach	88
4.5. Propiedad de borrado	91
4.6. Propiedad de la congruencia: (izq) entrada u_a , (der) entrada u_b . . .	92
4.7. Implementación numérica del modelo Preisach, empleando 55 y 5050 histeriones	93
4.8. Modelo Preisach: salidas	94
4.9. Modelo Preisach: curvas BH	95
4.10. Errores y tiempos de simulación	96
4.11. Comparación de salidas	97
4.12. Control de actitud con imanes permanentes	97
4.13. Tiempo de estabilización y momento magnético generado por el control de estabilización pasivo	101
4.14. Comparación de las velocidades y aceleraciones angulares totales para distintos volúmenes del material de histéresis.	103
4.15. Esquema de la posición del imán permanente y las barras de histéresis respecto al satélite y su orientación con el campo magnético	104

4.16. Alineación del eje del imán del satélite con el campo magnético de la Tierra	106
4.17. Posición de los imanes permanentes y materiales de histéresis	107
4.18. Valor del campo magnético generado por un imán respecto a su eje	108
4.19. Valor del campo magnético generado por el material de histéresis respecto a su plano perpendicular	109
4.20. Análisis magneto estático tridimensional	110
4.21. Estabilización puramente pasiva empleando volúmenes de histéresis de 31 mm ³	111
4.22. Orientación puramente pasiva empleando volumen del imán permanente de 250 mm ³	112
4.23. Ejemplo de gráficos para representar la sensibilidad de los algoritmos	114
4.24. Análisis de sensibilidad del control pasivo, salida: velocidad angular final	115
4.25. Análisis de sensibilidad del control pasivo, salida: ángulo de orientación	116
4.26. Análisis de sensibilidad del control pasivo, salida: tiempo de estabilización	117
 5.1. Modelo de la implementación electrónica de los magneto torques	120
5.2. Optimización de frente de Pareto para el caso del algoritmo Bdot	125
5.3. Desempeño del algoritmo Bdot optimizado	126
5.4. Desempeño del algoritmo Bdot discretizado para diversos tiempos de muestreo	127
5.5. Desempeño del algoritmo Bdot ante una saturación de la actuación	128
5.6. Desempeño del algoritmo Bdot ante perturbaciones	129
5.7. Optimización de frente de Pareto para el caso del algoritmo Omega+B	130
5.8. Desempeño del algoritmo Omega+B optimizado	131
5.9. Desempeño del algoritmo Omega+B para diversos tiempos de muestreo	131
5.10. Desempeño del algoritmo Omega+B ante una saturación de la actuación	132
5.11. Desempeño del algoritmo Omega+B ante perturbaciones	133
5.12. Análisis de (5.2.12)	134
5.13. Probabilidades del vector unitario del campo magnético de la Tierra (B)	135
5.14. Optimización de frente de Pareto para el caso del algoritmo Omega+sgnB	136
5.15. Desempeño del algoritmo Omega+sgnB optimizado	136
5.16. Desempeño del algoritmo Omega+sgnB para diversos tiempos de muestreo	137
5.17. Desempeño del algoritmo Omega+sgnB ante una saturación de la actuación	138
5.18. Desempeño del algoritmo Omega+sgnB ante perturbaciones	139
5.19. Control en modo deslizante discreto con actuación independiente en los tres ejes: cuaterniones	144
5.20. Análisis de (5.3.25)	147
5.21. Optimización genética para el caso del controlador en modo deslizante continuo	150

5.22. Control en modo deslizante continuo optimizado: Velocidades angulares y momento magnético	151
5.23. Control en modo deslizante continuo optimizado: cuaterniones	151
5.24. Control en modo deslizante continuo para diversos tiempos de muestreo: cuaterniones	152
5.25. Controlador en modo deslizante continuo con/sin saturación: cuaterniones	153
5.26. Control en modo deslizante continuo con/sin límite inferior: cuaterniones	154
5.27. Control en modo deslizante continuo con/sin límite inferior: Momentos magnéticos	155
5.28. Control en modo deslizante continuo con/sin perturbaciones: cuaterniones	155
5.29. Análisis de sensibilidad del algoritmo Bdot, salida: velocidad angular final	158
5.30. Análisis de sensibilidad del algoritmo Bdot, salida: tiempo de estabilización	159
5.31. Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+B, salida: velocidad angular final	160
5.32. Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+B, salida: tiempo de estabilización	161
5.33. Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+sgnB, salida: velocidad angular final	162
5.34. Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+sgnB, salida: tiempo de estabilización	163
5.35. Análisis de sensibilidad del control en modo deslizante continuo: error de orientación	164
6.1. Comparación de los torques posibles una vez orientado el satélite mediante control pasivo	166
6.2. Estabilización puramente pasiva empleando volúmenes de histéresis de 15.5 mm ³	168
6.3. Orientación pasiva híbrida empleando volumen del imán permanente de 125 mm ³	168
6.4. Desempeño de los algoritmos de estabilización puramente activos y equivalentes híbridos	169
6.5. Estimación de momentos magnéticos	172
6.6. Proceso completo de estabilización híbrido	173
6.7. Comparación entre la estabilización híbrida considerando una condición de desactivación de 60° frente a una de 15.8°	174
6.8. Velocidades máximas y finales tras la desactivación del cancelamiento activo	175
6.9. Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo . . .	176
6.10. Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo . . .	177
6.11. Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo . . .	178
6.12. Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo . . .	179

6.13. Análisis de sensibilidad del control híbrido de estabilización Bdot: velocidad rotacional final	181
7.1. Lámina de histéresis CO-NETIC AA de 0.002”	183
7.2. Instalación de una lámina de histéresis en la cara del Chasqui I	184
7.3. Cara $x^c +$ mostrando imanes permanentes dentro de los agujeros no pasantes taladrados en la estructura	185
7.4. Bobinas empleadas en el Chasqui I	187
7.5. Detalle de la sujeción mecánica de una bobina a una cara del satélite	187
7.6. Verificación de la dirección del momento magnético generado por una bobina	188
7.7. Instalación de las 4 bobinas en sus correspondientes caras del satélite	189
7.8. Ensamblaje final del prototipo de laboratorio	190
7.9. Comparación entre la implementación numérica de la derivada de B empleando Taylor de 1er orden y un filtro pasabajos de 1er orden	192
8.1. Esquema del experimento para la obtención de curvas BH (Esquema tomado de [2])	200
8.2. Caracterización de los materiales magnéticos de Alnico 5 (izq) y Co-Netic AA (der)	201
8.3. Esquema de la simulación con retroalimentación por hardware sin restricciones temporales	204
8.4. Esquema de la simulación con retroalimentación por hardware en tiempo real	209
8.5. Máquina de estados de la tarjeta de interfaz	210
8.6. Filtro pasivo RC de dos etapas	213
8.7. Implementación de la tarjeta de interfaz	218
8.8. Simulación con retroalimentación por hardware: Bdot	220
8.9. Simulación con retroalimentación por hardware: Omega+sgnB	220
8.10. Simulación con retroalimentación por hardware: orientación en modo deslizante	221
8.11. Resultados de la simulación en tiempo real con retroalimentación por hardware	222
A.1. Simulador de los modelos del ambiente del satélite	238
A.2. Modelo SGP4	239
A.3. Modelo IGRF	239
A.4. Simulador de los modelos del satélite	240
A.5. Bus de datos	240
A.6. Modelos del entorno	241
A.7. Dinámica y cinemática	242
A.8. Dinámica de cuerpos rígidos	242
A.9. Cinemática de cuaterniones	243
A.10. Transformación de cuaterniones a DCM	243
A.11. Torques de perturbación	244
A.12. Torque por gradiente de gravedad	244

A.13. Torque por arrastre aerodinámico	244
A.14. Torque por presión solar	245
A.15. Modelo del vector solar	245
A.16. Sistema de control pasivo	246
A.17. Modelo de imanes permanentes	246
A.18. Modelo de láminas de histéresis	247
A.19. Sistema de control activo	247
A.20. Modelo de actuadores activos	247
B.1. Comparación entre las velocidades rotacionales reales (der) y estimadas (izq)	249
B.2. Comparación entre los cuaterniones reales (der) y estimados (izq)	249
B.3. Comparación entre los cuaterniones reales (der) y estimados (izq) para el caso de estabilización entorno al punto [-1 0 0 0]	250

LISTA DE CUADROS

1.1. Características principales del satélite Chasqui I	3
1.2. Clasificación de satélites según su masa	6
2.1. Tipos de materiales magnéticos	41
2.2. Valores típicos de factores de demagnetización	46
2.3. Principales características de imanes permanentes comerciales	48
2.4. Principales características de materiales de histéresis.	48
3.1. Formato de los elementos de un TLE	65
3.2. Descripción de los elementos de un TLE	66
4.1. Campo magnético total sensado por el magnetómetro debido al control pasivo	109
4.2. Rango de valores de los parámetros para el análisis de sensibilidad del control pasivo	113
5.1. Rango de valores de los parámetros para el análisis de sensibilidad del control activo	156
6.1. Comparación entre el control activo puro e híbrido de estabilización .	169
7.1. Alocación de memoria dinámica	196
7.2. Precisión de la implementación numérica de los algoritmos	197
7.3. Tiempos de ejecución de los algoritmos	198
8.1. Errores en la comunicación a distintas velocidades	208
8.2. Características de los sensores del Chasqui I	211
8.3. Tiempos medidos de la tarjeta de interfaz	215
8.4. Cuadro de conexiones entre el sistema RTHIL y la tarjeta SDCA . .	219

Prólogo

En satélites del tipo CubeSat, de una unidad, el sistema de determinación y control de actitud presenta restricciones en cuanto a su masa, la cual debe estar en el rango de 150-200 g, y su potencia máxima promedio debe ser menor a 1 W. Bajo tales restricciones, el diseño del sistema de determinación y control es todo un desafío. Muchas instituciones sin experiencia previa en diseño de estos tipos de sistemas, empiezan diseñando sistemas de control pasivo, debido a su gran confiabilidad; y solo después que los sistemas de determinación, comunicaciones y potencia han sido probados, pasan a probar un sistema de control activo. Cabe destacar que, en la Universidad Nacional de Ingeniería, dentro del desarrollo de su proyecto nano-satélite de investigación Chasqui I, se ha concebido un diseño de un sistema de control magnético de actitud híbrido de tal forma que el control activo pueda ser probado con confianza en una primera misión. La presente tesis destaca todo el proceso de diseño, implementación y validación del control magnético de actitud del satélite Chasqui I, haciendo énfasis en técnicas puramente pasivas, puramente activas, hasta llegar a la concepción híbrida.

CAPÍTULO 1

Introducción

La actitud de un satélite es su orientación en el espacio, la misma que está estrechamente ligada a su velocidad rotacional. Existen diversas métodos que permiten controlar la actitud de un satélite en el espacio (magnético, gravitacional, etc.) Cuando se considera un satélite diseñado bajo el estándar CubeSat, se debe tener especial cuidado puesto que la masa y la potencia son limitadas. Esta tesis se centra en presentar diversos aspectos del control magnético de actitud para satélites bajo el estándar CubeSat - como se diseña, como se implementa y como se valida.

Este trabajo es motivado y fundado por el proyecto Chasqui I, de la Universidad Nacional de Ingeniería; el cual tiene como objetivo el íntegro desarrollo del satélite Chasqui I, primer satélite íntegramente desarrollado en Perú; y es un esfuerzo colaborativo entre dos instituciones de la Universidad Nacional de Ingeniería, el Centro de Tecnologías de Información y Comunicaciones - CTIC, y el Instituto de Investigación y Capacitación en Telecomunicaciones - INICTEL.

1.1. Chasqui I y el estándar CubeSat

El Chasqui I es un satélite de pequeñas dimensiones y 1 kg de masa, cuya carga útil son dos cámaras, dispuestas en la misma cara y cuya finalidad es la toma de fotos en el espectro visible y en el infra rojo cercano (NIR). Está planeado para ser lanzado desde la estación espacial internacional en una órbita solar-síncrona a una altura entre

los 350-400 km y una inclinación de 51.6°. Las características principales del satélite Chasqui I están resumidas en el Cuadro 1.1.

Dimensiones	10 cm × 10 cm × 10 cm
Masa	<1 kg
Tiempo de vida útil	2-3 meses
Carga útil	Camara VGA y NIR
Material de la estructura	Aluminio 6061-T6
Comunicaciones	UHF descarga/VHF carga
Frecuencia de descarga de datos	1200 bps

Cuadro 1.1: Características principales del satélite Chasqui I

Para el desarrollo de este proyecto, se consideró la división de labores en cuanto al estudio y diseño de los sistemas más importantes. Estos sistemas son: sistema de control central y manejo de la información, sistema de adquisición de imágenes, sistema de potencia y control térmico, sistema de comunicaciones, sistema de determinación y control de actitud, estructura mecánica, estación terrena y módulo de integración y pruebas, cuyas principales tareas son descritas a continuación:

- Sistema de control central y manejo de la información - CCMI

El CCMI implementa la tarjeta principal del Chasqui I, la cual se encarga de tomar las decisiones principales relativas a la operación del satélite, dándole órdenes para orientación, toma de fotos, envío de datos a las estaciones terrestres, así como interpretar y validar los comandos enviados desde tierra. Adicionalmente sirve como regulador de las actividades de las demás tarjetas, teniendo la posibilidad de incluso cortarles el suministro de energía en caso de emergencia, con excepción de la tarjeta de potencia. También se encarga de regular y distribuir el tráfico de datos entre los diversos sistemas.

- Sistema de adquisición de imágenes - SIMA

Físicamente se encuentra albergado dentro de la misma tarjeta electrónica que el CCMI. Es el sistema encargado de tomar de fotos, sea con la cámara VGA o la

NIR, comprimir estas empleando el formato JPG y enviarlas a CCMI para su almacenamiento en una memoria SD.

- Sistema de potencia y control térmico - PCT

El sistema de potencia puede considerarse como uno de los sistemas críticos del satélite, pues se encarga del almacenamiento y distribución de la energía proveniente de las celdas solares. El sistema ha sido diseñado para proveer hasta 2W de potencia máxima al satélite, pero en promedio sólo puede convertir 1W de energía solar en energía eléctrica, por lo que el consumo nominal del sistema no debe exceder este valor. El sistema es capaz de proveer tres voltajes de referencia distintos (3.3. 3.6 y 5 V). Es el único sistema que nunca debe apagarse. El sistema de control térmico está encargado del control de la temperatura dentro del satélite, la cual debe oscilar como máximo entre los -20 y 78°C. Para esto el sistema emplea aislamientos especiales alrededor de toda la superficie del satélite.

- Sistema de comunicaciones - SICOM

El SICOM está encargado del desarrollo de la tarjeta electrónica dentro del satélite encargada de realizar las comunicaciones con las estaciones terrenas ubicadas en distintas longitudes de la Tierra, pero con latitudes cercanas a la del Perú. Emplea la banda UHF para la descarga de datos y la VHF para recepción de comandos.

- Sistema de determinación y control de actitud - SDCA

El objetivo principal del SDCA es desarrollar las tarjetas electrónicas y actuadores necesarios para controlar tanto la velocidad rotacional como la orientación del satélite. La presente tesis versa principalmente sobre este módulo por lo que mayores especificaciones de funcionamiento y restricciones de diseño se detallarán en los siguientes capítulos.

- Estructura mecánica - EMEC

Es el módulo encargado del diseño y manufactura de la estructura mecánica encargada de almacenar y proteger a los sistemas anteriormente descritos. Su desarrollo se inscribe bajo las normas y requerimientos del estándar; empleando planchas de aluminio 6061-T6 de 1 a 1.2 mm de espesor para toda la estructura y 4 barras del mismo material que actúan como refuerzo para la estructura, soporte de las tarjetas electrónicas y baterías.

- Estación terrena - ESTER

Este módulo es el encargado de la implementación de una estación terrena ubicada dentro del Centro de Tecnologías de Información y Comunicaciones para el envío de comandos, recepción de datos y monitoreo del satélite.

- Módulo de integración y pruebas - MIP

Este módulo es el encargado de realizar la integración de todos las tarjetas electrónicas, baterías, sensores y actuadores necesarios para el funcionamiento del Chasqui I; así como la realización de las pruebas físicas detalladas en el estándar - prueba de vibraciones mecánicas y pruebas térmicas en condiciones de vacío.

El satélite Chasqui I, así como cualquier otro satélite artificial, puede ser clasificado según diversos criterios; siendo los más empleados función, tipo de órbitas, costo de desarrollo, tamaño, masa, etc. Entre estas, resulta útil la clasificación por masa debido a su relación directa con los costos de lanzamiento. Formalmente no existe una norma general que sea universalmente empleada para clasificarlos por su masa; sin embargo, bajo la clasificación más ampliamente aceptada tanto por proyectos académicos, comerciales y militares, el satélite Chasqui I es un Pico-satélite y se encuentra en el rango de los denominados pequeños satélites. Esta clasificación es mostrada en el Cuadro 1.2.

Más aún, dentro de esta clasificación, son considerados como “pequeños satélites” aquellos con pesos menores o iguales a los Mini-satélites (500 kg o menos). Como

Denominación	Masa [kg]
Satélites grandes	<1000
Satélites medianos	<500 - 1000]
Mini-satélites	<100 - 500]
Micro-satélites	<10 - 100]
Nano-satélites	<1 - 10]
Pico-satélites	<0.1 - 1]
Femto-satélites	[0 - 0.1]

Cuadro 1.2: Clasificación de satélites según su masa

se mencionó anteriormente, no existe una clasificación universal, y por tanto otras nomenclaturas para este rango de satélites también son usadas, tales como LightSats, SPINSats o TACSats.

La falta de normas internacionales y estándares ocasiona varios problemas, siendo uno de los más comunes el acondicionamiento del acoplamiento de pequeños satélites a los lanzadores comerciales. En respuesta a este problema surgió el estándar CubeSat, el cual fue desarrollado en 1999 por la California Polytechnic State University, San Luis Obispo (Cal Poly) y Stanford University [1]. Es importante mencionar que el proyecto Chasqui I se desarrolló bajo este estándar y cumple con todos los requisitos especificados por este.

El estándar CubeSat (mostrado en Fig. 1.1) es una serie de normas, sugerencias y lineamientos para pruebas físicas necesarias en el desarrollo de satélites pequeños. El estándar describe satélites con un volumen exacto de 1 litro (1000 cm^3) y un peso menor a 1.33 kg, por lo que podrían clasificarse como Pico-satélites (si su masa es menor a 1 kg) o Nano-satélites (si su masa es mayor a 1 kg). Un cubo de estas dimensiones, cubierto por celdas solares es capaz de otorgar una potencia media entre 1 y 2 Watts, por lo que requieren sistemas muy livianos y energéticamente eficientes.

Este estándar es usado por la gran mayoría de proyectos desarrollados por universidades alrededor del mundo, y es considerado como una forma efectiva de otorgar a los estudiantes de antegrado y posgrado, experiencia en el desarrollo de tecnologías espaciales; sin la necesidad de designar los fondos requeridos en un programa espacial,

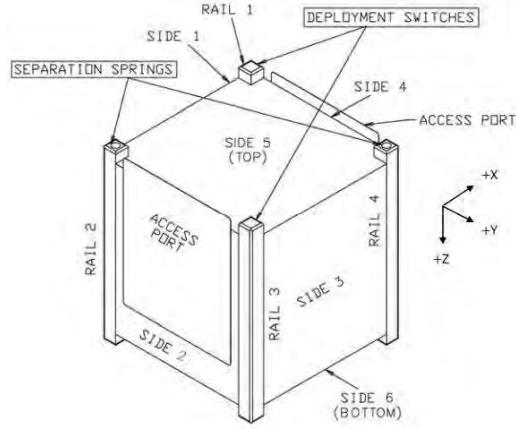


Figura 1.1: Estándar CubeSat (Figura tomada de [1])

debido a esto, estos proyectos cuentan con gran popularidad, y en la actualidad más de 60 instituciones participan de proyectos bajo este estándar. Un listado extensivo de estos satélites puede encontrarse en la página del AMSAT [3] y algunos investigadores ya han realizado análisis extensivos de estos proyectos [4].

Parte importante del estándar es el diseño y normalización de un desplegador genérico de CubeSats. Este desplegador fue desarrollado por Cal Poly y llamado Poly-PicoSatellite Orbital Deployer (P-POD) [1]. Se calcula que el 90% de los CubeSat lanzados hasta la fecha han empleado este mecanismo y que casi el 100% de los lanzados desde el 2006 han utilizado este mecanismo o uno derivado de éste. El P-POD puede lanzar hasta 3 CubeSats desde cualquier transbordador, simplificando notablemente la integración entre estos; su tamaño pequeño y modular le permite acoplarse fácilmente en los espacios no utilizados por la carga principal de los transbordadores, lo que facilita su envío como carga secundaria, ampliamente reduciendo el costo de lanzamiento.

1.2. Situación problemática

El satélite Chasqui I emplea una antena dipolar para poder comunicarse con las estaciones terrenas ubicadas en el CTIC-UNI o INICTEL-UNI. Esta antena posee un

patrón de radiación direccional, por lo que es necesario su correcto alineamiento con la superficie terrestre para un óptimo enlace de comunicaciones; más aún, cuando un satélite es recién lanzado de un desplegador este posee una velocidad rotacional elevada, lo que dificulta y en muchos casos imposibilita un adecuado enlace de comunicaciones. Para poder cumplir con este requerimiento surge la necesidad de implementar un sistema de determinación y control de actitud que garantice la reducción de las velocidades rotacionales iniciales y la alineación de la antena del satélite con la superficie terrestre cuando se encuentre orbitando cerca de las estaciones anteriormente mencionadas.

Adicionalmente, el satélite Chasqui I tiene como objetivo secundario la toma de fotos satelitales empleando las cámaras VGA y NIR ubicadas en una de las caras del satélite. Esto implica reducir al mínimo cualquier error en los ángulos de orientación así como garantizar una velocidad rotacional en el orden de los mrad/s. Esto exige que el sistema de determinación y control de actitud a implementarse permita un control fino de actitud cuando se deseé tomar fotografías.

Es importante no olvidar que este sistema, al igual que todo el satélite, debe cumplir con las limitaciones de masa, volumen y energía propias del estándar CubeSat. En el caso específico de los sistemas de determinación y control de actitud, la mayoría de proyectos, incluido el Chasqui I, asigna 150 g de masa y un volumen menor a 150 cm³ para las tarjetas electrónicas, sensores y actuadores del sistema de determinación y control; así como una potencia pico de 2 Watts y una promedio menor a 1 Watt para su funcionamiento.

1.3. Definición del problema

Dadas las restricciones en la implementación de estos sistemas muchos proyectos optan por el uso de sistemas de control pasivos, los cuales son más seguros y tienen un gasto nulo de energía. Sin embargo debido a requerimientos particulares de cada

misión, otros son forzados a emplear sistemas activos, mucho más complejos pero a la vez más precisos y maniobrables. Dentro de estos diferentes métodos de actuación que pueden ser empleados para el control de actitud de satélites bajo el estándar CubeSat se destaca el uso de actuación magnética pasiva o activa.

El control magnético pasivo posee grandes ventajas frente a otros métodos de control debido a que puede constituir sistemas altamente confiables, con un consumo nulo de energía y que fácilmente cumplen con las restricciones de masa y volumen del estándar CubeSat. Adicionalmente la implementación de dichos sistemas es bastante sencilla pues sólo consiste en la instalación de los materiales magnéticos dentro de la estructura del satélite. Lamentablemente su uso restringe notablemente la maniobrabilidad del satélite y su precisión es relativamente baja.

Por otro lado, el control magnético activo permite un control preciso con actuadores livianos, de bajo costo y relativa simplicidad de fabricación. Estos sistemas requieren adicionalmente el diseño de sistemas de determinación, así como la implementación de los algoritmos diseñados en sistemas embebidos. Esto hace sistemas más complejos y por tanto más susceptibles a fallas.

El uso de manera conjunta de ambas técnicas de control magnético ofrece una alternativa tentadora, pues su correcta implementación permitiría aprovechar las ventajas de cada una y cubrir sus falencias entre sí. Un sistema de este tipo permitiría obtener un sistema altamente confiable, preciso y maniobrable. Por lo que se desea, mediante la correcta aplicación de técnicas analíticas, numéricas y experimentales, desarrollar y comparar el desempeño de los tres sistemas de control mencionados.

1.4. Objetivos

A continuación se destacan el objetivo principal y los secundarios de la presente tesis.

Objetivo principal

- Diseñar, implementar y validar diversos sistema de control magnéticos de actitud para satélites bajo el estándar CubeSat.

Objetivos secundarios

- Formular modelos matemáticos de la cinemática, dinámica del satélite y de su ambiente (órbita, campos magnéticos, posición del sol, perturbaciones) e implementarlos en un simulador.
- Diseñar, implementar y validar un sistema de control magnético netamente pasivo, empleando imanes permanentes y láminas de histéresis.
- Diseñar, implementar y validar un sistema de control magnético netamente activo, empleando magneto torques.
- Diseñar, implementar y validar un sistema de control magnético híbrido - pasivo/activo.
- Diseñar e implementar un sistema de validación con retroalimentación por hardware para los sistemas activo e híbrido.

1.5. Justificación

Es importante resaltar que las técnicas empleadas para el desarrollo de sistemas de control de actitud de satélites bajo el estandar CubeSat no se limitan sólo a este tipo de sistemas, sino virtualmente a cualquier vehículo aéreo. Por tanto el uso de estas técnicas y el desarrollo de estos sistemas implica la obtención de valiosa experiencia en el campo de la ingeniería aeronáutica y aeroespacial en general, ambas ramas de vital importancia en temas de seguridad nacional,

Específicamente el desarrollo de los sistemas planteados ofrece dos aplicaciones destacadas: la orientación precisa de cámaras para la toma de imágenes satelitales y el

ahorro de energía en el proceso de comunicaciones mediante la orientación pasiva de la actitud.

La orientación precisa de cámaras es fundamental para la obtención de adecuadas fotografías satelitales, pues al encontrarse los satélites a centenas de kilómetros - o incluso distancias mayores - de su objetivo, cualquier imprecisión en los ángulos de orientación se traduce en fotos desplazadas.

Cuando las cámaras son enfocadas hacia la superficie terrestre, las fotos pueden ser empleadas para la vigilancia y monitoreo del territorio nacional, así como la realización de estudios topográficos y forestales. Los estudios topográficos, pueden ser realizados empleando cámaras híper espectrales en lugar de cámaras convencionales, con lo que se podría determinar yacimientos minerales para su estudio y extracción, topología de la zona, etc. Usando cámaras en el espectro infra rojo cercano es posible determinar no sólo las zonas con vegetación o falta de esta (deforestación) sino los cultivos particulares en cada zona, lo cual puede ser usado en la lucha contra los cultivos ilegales. Adicionalmente al procesamiento de fotos tomadas a la superficie terrestre, es posible modificar los algoritmos para tomar fotos de cuerpos celestes, estas fotos pueden ser usadas para el estudio de los astros, su movimiento, etc.

Referente a las aplicaciones relacionadas con las telecomunicaciones, el adecuado direccionamiento de las antenas para comunicaciones en los satélites puede potencialmente reducir la potencia requerida para la transmisión de datos a Tierra. Adicionalmente, pueden modificarse los algoritmos para permitir comunicaciones no sólo con Tierra sino con otros satélites, sirviendo como repetidoras y mejorando servicio de telefonía satelital.

Existen además una amplia gama de aplicaciones relacionadas con las cargas útiles que puedan tener los satélites, siendo una buena parte de estos equipos que desean probarse en el espacio. Algunos proyectos han empleado sistemas de control similares para la recolección de datos de eficiencias en celdas solares, nuevos sensores, tarjetas de comunicaciones, etc.

1.6. Limitaciones y viabilidad

1.6.1. Limitaciones

Dada la problemática planteada y los requerimientos particulares del Chasqui I (reducción de la velocidades rotacionales, orientación parcial para comunicaciones y minimización del ángulo de error entre el sistema de referencia solidario al cuerpo y cualquier otro sistema de referencia), el sistema de determinación y control de actitud que debe diseñarse debe contar al menos con:

- Sensores de referencia.
- Actuadores
 - Activos: Magneto torques, ruedas de reacción, propulsores, entre otros.
 - Pasivos: Imanes permanentes, láminas de histéresis, estructuras que generan un aprovechan el gradiente de gravedad del satélite, entre otros.
- Software principal que regule los modos de operación del sistema.
- Software de determinación de actitud.
- Software de control de actitud.
- Sistema de validación.

Sin embargo, es importante destacar que la presente tesis se limita al diseño, implementación y validación de sistemas de control magnético de actitud para satélites bajo el estándar CubeSat. Específicamente al análisis, selección e instalación de imanes permanentes y láminas de histéresis; la instalación de magneto torques; el diseño e implementación de software de control magnético de actitud; así como el diseño e implementación de un sistema para su validación. Queda fuera del alcance de la tesis lo relacionado a la implementación de los actuadores activos y/o pasivos, así como los

métodos de control que no sean íntegramente magnéticos - aunque estos métodos son a menudo mencionados y en algunos casos analizados superficialmente.

En base a la lista presentada anteriormente, es importante destacar que queda fuera del alcance de la presente tesis el diseño, implementación y validación de sistemas de determinación de actitud para satélites bajo el estándar CubeSat - lo cual incluye la selección, instalación y/o calibración de sensores; y el diseño e implementación de software de determinación de actitud. Tampoco es parte del alcance de la tesis lo relacionado al diseño e implementación de las tarjetas electrónicas necesarias para el sistema de control y/o determinación, ni el software principal que regule los modos de operación del sistema. Todos estos temas no son desarrollados como parte de la presente tesis, pero sí lo son como parte del proyecto Chasqui I; pues son temas desarrollados por otros investigadores del proyecto.

Finalmente es importante destacar que los resultados obtenidos por la presente tesis son sólo aplicables a satélites bajo el estándar CubeSat, el cual ya ha sido anteriormente definido; pues todas las simulaciones y validaciones son realizadas bajo los parámetros que dicho estándar establece. Sin embargo, como opinión personal, el uso de los algoritmos diseñados y sistemas presentados puede fácilmente extrapolarse a sistemas de mayor envergadura. Aunque, recomendando siempre la realización de simulaciones adicionales con estos nuevos parámetros; así como la validación en de los sistemas para estas nuevas condiciones.

1.6.2. Viabilidad

La viabilidad de un proyecto de investigación está estrechamente relacionado con la disponibilidad de recursos financieros, humanos y materiales. Afortunadamente, la presente tesis se encuentra enmarcada dentro de un proyecto financiado por la Universidad Nacional de Ingeniería, representada por dos de sus instituciones: El Centro de Tecnologías de Información y Comunicaciones - CTIC, y el Instituto Nacional de Investigación y Capacitación en Telecomunicaciones - INICTEL. Por lo que el aspecto

financiero del proyecto, y de la tesis, ya se encuentra debidamente sustentado y fundado.

Al ser parte de un proyecto de la Universidad Nacional de Ingeniería, los recursos humanos disponibles son grandes, pues se cuenta con 11 facultades y cerca de 30 especialidades. El equipo técnico del proyecto cuenta principalmente con estudiantes, bachilleres y profesores de 4 facultades: Mecánica, Electrónica, Ciencias y Sistemas. El proyecto, como se ha mencionado anteriormente se encuentra separado en diversos módulos, perteneciendo la presente tesis al SDCA. El SDCA cuenta con estudiantes y bachilleres de las facultades de Mecánica y Electrónica, así como con dos asesores de la facultad de Mecánica. Es por tanto consideración personal que, dado el marco en el cual se desarrolla la tesis y la facilidad de ayuda altamente calificada disponible, la viabilidad del proyecto no se encuentra, de ninguna manera, afectada por recursos humanos.

Finalmente, en relación a los recursos materiales necesarios para el desarrollo de la tesis; es prudente mencionar que son limitados. Esto se debe a que el proyecto y los centros en los que el proyecto se desarrolla, cuentan con materiales y equipos básicos para el desarrollo de sistemas electrónicos y mecánicos; pero carece de equipos especializados para el área aeroespacial - al ser ésta una muy reciente área de interés de la universidad. Sin embargo, la adquisición de equipos y materiales es factible, y hay partidas destinadas a estos fines. Además se cuenta con la posibilidad, debido a los considerables recursos humanos, de la fabricación de equipos especializados para las pruebas que sean necesarias.

En resumen, es viable el correcto desarrollo de la tesis, pues se encuentra encerrada dentro de un proyecto universitario ya financiado, se poseen bastos recursos humanos y los recursos materiales, limitados pero suficientes, para su desarrollo.

1.7. Estructura de la tesis

Como se ha mencionado anteriormente, la presente tesis abarca el diseño, implementación y validación de sistemas de control de actitud para satélites pequeños empleando actuación puramente magnética. Para su adecuado estudio, se subdivide el problema del control de actitud en dos: control de estabilización y en control de orientación. Para la correcta presentación de los logros y resultados de la tesis, esta se estructura en nueve capítulos que pueden dividirse en tres partes principales. La primera parte, capítulos 2 y 3, presenta el fundamento y modelos matemáticos sobre los que el resto de la tesis se apoya. El capítulo 2 presenta el fundamento matemático y físico genérico necesario para la adecuada interpretación del contenido de la tesis; mientras que el capítulo 3 presenta los modelos matemáticos desarrollados específicamente para el caso de satélites pequeños en órbitas bajas. La segunda parte, capítulos 4, 5 y 6, presenta el desarrollo teórico de los algoritmos de control de actitud. El capítulo 4 presenta el diseño de un sistema de control pasivo empleando actuación magnética, específicamente láminas de histéresis para el problema de control de estabilización e imanes permanentes para el problema de control de orientación. El capítulo 5 presenta el diseño de un sistema de control activo empleando magneto torques. En este capítulo se presentan 3 algoritmos para el problema de control de estabilización (algoritmo Bdot, Omega+B y Omega+sgnB), y un algoritmo para el problema del control de orientación (algoritmo de control en modo deslizante continuo). Para terminar esta parte se presenta en el capítulo 6 el diseño de un sistema de control pasivo/activo, al cual se le denomina sistema de control híbrido. El sistema híbrido trata de emplear las ventajas de ambos sistemas (pasivo y activo) y compensar sus desventajas e inconvenientes de su uso simultáneo mediante nuevos algoritmos y estrategias de control. Todos estos capítulos vienen acompañados de demostraciones teóricas y simulaciones computacionales para verificar su funcionamiento y cuantificar su eficiencia. La última parte, capítulos 7 y 8 presentan la implementación de los sistemas descritos en la parte

anterior, así como la validación de estos. El capítulo 7, presenta la implementación mecánica y en sistemas embebidos de los sistemas descritos; mientras que el capítulo 8 presenta las pruebas experimentales realizadas para validar el trabajo desarrollado en los capítulos anteriores. Todo el trabajo desarrollado es finalmente analizado en el capítulo 8.2.3, donde se resaltan y analizan los resultados obtenidos y se procura ahondar en las repercusiones de estos, permitiendo ultimar y aclarar las ideas desarrolladas. A continuación se detalla el contenido específico de cada capítulo para una mejor comprensión del trabajo desarrollado.

- Capítulo 2, Marco Teórico

Se presentan en este capítulo una revisión de las principales fuentes empleadas para la elaboración de la presente tesis, así como los principios matemáticos y físicos necesarios para el correcto entendimiento de la tesis; principalmente las leyes que rigen el movimiento de los sistemas dinámicos, leyes y principios del magnetismo y definiciones y principios usados en ingeniería de control. Se inicia el capítulo presentando las ecuaciones necesarias para la descripción de sistemas dinámicos y su representación espacial; estos conceptos son muy utilizados en el capítulo siguiente, dado que los satélites son modelados como sistemas dinámicos. Debido a la naturaleza magnética de la actuación de los sistemas de control que se diseñan, resulta importante presentar las definiciones y leyes que rigen el fenómeno del magnetismo, así mismo como las principales propiedades y leyes que rigen los materiales magnéticos. Finalmente, se presentan términos y principios empleados en ingeniería de control, especialmente relativos a los sistemas no lineales. Estos principios son ampliamente usados en los capítulos correspondientes a la segunda parte de la tesis, pues son usados en las diferentes demostraciones teóricas.

- Capítulo 3, Modelos de movimiento del satélite

Se presentan en este capítulo los modelos matemáticos empleados para describir

tanto el movimiento del satélite como su entorno. Relativo a los modelos de movimiento del satélite se describen tanto los sistemas de referencia empleados para su modelamiento como las ecuaciones cinemáticas y dinámicas que los rigen. En relación a su entorno se describe el modelo de órbitas, campos magnéticos terrestres y actuadores magnéticos. Empleando todos estos modelos se realiza un análisis de la controlabilidad del sistema, análisis previo fundamental al desarrollo de cualquier sistema de control. Finalmente son presentados algunos modelos de torques de perturbaciones, los cuales son usados como perturbaciones en simulaciones posteriores.

- Capítulo 4, Sistema de control pasivo

Este capítulo presenta el primer sistema de control desarrollado, el cual es considerado “pasivo” debido a la naturaleza de sus actuadores, los cuales son analizados y modelados al inicio del capítulo. Se detallan las ventajas y desventajas de los distintos tipos de actuadores pasivos; se explica y fundamenta la selección de láminas de histéresis para solucionar el problema del control de estabilización y la selección de imanes permanentes para el problema de orientación. Adicionalmente, se hace uso extensivo de herramientas de simulación para demostrar el comportamiento del sistema considerando la actuación pasiva, así como análisis magneto estáticos del mismo.

- Capítulo 5, Sistema de control activo

Con un enfoque similar al del capítulo anterior, este capítulo presenta el segundo sistema de control desarrollado. Este sistema hace uso de magneto torques, que vienen a ser electro imanes; y es denominado “activo” por la naturaleza de estos actuadores. Se inicia el capítulo haciendo una breve reseña de los distintos tipos de actuadores activos usados para satélites pequeños, fundamentando la selección de los magneto torques y continuando con el modelado de los mismos. Se prosigue con el análisis del problema de estabilización y se presentan tres algo-

ritmos para su solución: el algoritmo Bdot, ampliamente utilizado y confiable; el algoritmo Omega+B, que se basa en el uso de sensores magnéticos y de velocidad rotacional; y el algoritmo Omega+sngB, similar al algoritmo anterior, con un desempeño no tan alto pero con mayor robustez ante fallas en el sensado de campos magnéticos, por lo cual es usado como algoritmo de soporte. Se continúa la tesis con el análisis del problema de control de orientación preciso, presentándose el algoritmo de control en modo deslizante continuo. Finalmente se realiza un análisis de la sensibilidad de los algoritmos diseñados. De la misma manera que para el capítulo anterior, se hace uso extensivo de herramientas de simulación para demostrar el comportamiento del sistema considerando la actuación activa.

- Capítulo 6, Sistema de control híbrido

Una vez desarrollado el sistema de control pasivo y el activo, en este capítulo se presenta el último sistema de control el cual resulta del uso simultáneo de los dos sistemas anteriores. El sistema es denominado “híbrido”, pues hace uso de actuación pasiva y activa. En el capítulo se presentan las razones que motivan el uso simultáneo de ambos sistemas, así como las dificultades que presentan sobre el uso del control pasivo y activo separados. Se presenta un rediseño del sistema de control pasivo, el efecto de este sobre la actuación activa y el uso de cancelamiento activo como solución a los problemas de controlabilidad que surgen. Adicionalmente se presenta un algoritmo para la obtención de los momentos magnéticos pasivos reales del sistema, parámetro crítico para la adecuada aplicación de la cancelación activa. Igualmente que en los capítulos anteriores, se hace uso extensivo de herramientas de simulación para demostrar el comportamiento del sistema considerando la actuación híbrida, así como comparaciones de esta con la activa y/o pasiva pura.

- Capítulo 7, Implementación del control

Este capítulo detalla el proceso de instalación de los actuadores pasivos y la implementación de los algoritmos para el control activo e híbrido. Adicionalmente a la implementación de los algoritmos se realiza un análisis de los tipos de datos considerando la alocación de memoria necesaria, precisión y velocidad de procesamiento.

- Capítulo 8, Validación del control En este capítulo se presenta la validación de los sistemas desarrollados. Para esto se presentan las curvas magnéticas obtenidas experimentalmente de los materiales magnéticos, comparándolas con las teóricas. Así como el desarrollo de un sistema retroalimentación por hardware, el cual es empleado para la validación de los algoritmos activos e híbridos, comparando los resultados del sistema de retroalimentación con las simulaciones computacionales realizadas en capítulos anteriores.
- Capítulo 8.2.3, Conclusiones y recomendaciones

Finalmente se cierra la tesis con la presentación de las conclusiones y recomendaciones. En este capítulo se desea destacar los resultados obtenidos a lo largo del desarrollo de la tesis; así como las recomendaciones para aquellos que deseen tomarlo como base para efectuar mejoras sobre los distintos sistemas presentados o desarrollar nuevos sistemas en base a estos.

- Apéndice A

En este apéndice se presenta el simulador empleado para la obtención de las distintas respuestas de los sistemas desarrollados es presentado y discutido en este apéndice.

- Apéndice B

En este apéndice se presentan simulaciones adicionales que hacen uso no sólo del sistema de control diseñado, sino también de un sistema de determinación diseñado para el satélite Chasqui I son presentadas en este apéndice.

- Apéndice C

En este apéndice se presenta el hardware principal de sensores y actuadores empleados por el sistema de determinación y control de actitud, tomados como referencia para la tesis.

CAPÍTULO 2

Marco teórico

El presente capítulo inicia presentando una revisión detallada sobre las principales bibliografías y últimos avances en el área. Despues se presentan las definiciones y ecuaciones necesarias para el desarrollo de la presente tesis, organizadas en 5 secciones, las tres primeras estrechamente relacionadas con el modelo de movimiento del satélite, la tercera relacionada con la naturaleza magnética de la actuación considerada y la cuarta netamente ligada al análisis de las técnicas de control propuestas. Finalmente se presenta la formulación del prototipo que desea obtenerse al finalizar la tesis.

2.1. Antecedentes

Tres libros fueron de trascendiente importancia en la elaboración de la presente tesis. Estos libros fueron las fuentes bibliográficas principales para el desarrollo del fundamento teórico y muchos de los modelos empleados a lo largo de la tesis.

Uno de los libros mencionados es “Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach” de Marcel J. Sidi [5]. Este libro fue uno de los primeros en ser consultado en el desarrollo de la tesis y sirvió como una valiosa introducción a diversos temas de ingeniería aeroespacial. Adicionalmente su nomenclatura y sistemas de referencia empleados fueron adoptados para el desarrollo del capítulo 3. Se recomienda específicamente la lectura del capítulo 4 de este libro, donde el autor presenta el fundamento físico necesario para la formulación de las ecuaciones de movimiento

del satélite apesar de que el libro emplea ángulos de Euler en lugar de cuaterniones (representación vectorial empleada en esta tesis) para la formulación de estas ecuaciones, las mostradas en el capítulo 3 se derivan en gran parte de estas. Otros capítulos interesantes que pueden ayudar a complementar conocimientos previos y servir como una introducción a los sistemas aeroespaciales son los capítulos 5 y 6, que presentan el problema del control de estabilización usando gradientes de gravedad y estabilización de uno y dos ejes mediante propulsores - los cuales no fueron seleccionados, pero sirvieron como marco de referencia para la selección del método de control de estabilización; los capítulos 7, 8 y 9 que presentan el problema de control de orientación, empleando basicamente propulsores para su solución - los cuales no fueron seleccionados para la presente tesis; y el apéndice C, el cual es una buena referencia sobre el hardware para determinación, explicando sobre sensores solares, sensores de estrellas, girómetros, etc - aunque al no centrarse en satélites pequeños, sino en satélites en general y al ser escrito antes del 2000; se recomienda tomarlo como una introducción al tema y no como un compendio detallado de las tecnologías actuales empleadas en satélites pequeños.

Otro de los libros es “Mathematical Models of Hysteresis and their Applications” de Isaak Margeyoz [6]. Este libro fue ampliamente consultado para el modelamiento de los actuadores del sistema de control pasivo de estabilización. El libro detalla los principios físicos del fenómeno de histéresis magnética, principalmente en los denominados materiales magnéticos suaves; así como la descripción matemática del modelo de Preisach y su implementación numérica, ambos temas de suma importancia para el desarrollo de la tesis. Se recomienda la lectura del capítulo 1 del libro, donde el autor, en la introducción del capítulo, explica breve y claramente el fenómeno de histéresis en su totalidad; para proseguir con la explicación del modelo Preisach y culminar con la implementación numérica del mismo. Los capítulos 2 y 3 aportan algunas consideraciones adicionales del modelo, pero para la aplicación deseada en control de satélites no fuern necesarias, sinembargo es recomendable su lectura para tener conocimiento

del alcance de aplicaciones que puede tener el modelo.

Finalmente, el libro “Satellite Attitude Control Using Only Electromagnetic Actuation” de Rafal Wisniewski [7], puede considerarse como la referencia más importante de la tesis. El libro es en realidad una adaptación de la tesis de doctorado del autor, en la cual desarrolla distintos sistemas de control para la orientación de 3 ejes de satélites pequeños con actuación netamente magnética - lo cual es precisamente el caso del satélite Chasqui I sobre el cual se basa la tesis. El libro aporta tres métodos de control de orientación: control lineal, no lineal (modo deslizante continuo) y no lineal (método energético); así como un algoritmo de estabilización y diversos modelos de movimiento de satélites. Es el capítulo 6 el cual presenta el método de control no lineal en modo deslizante continuo, el cual es tomado como referencia para el desarrollo del control activo presentado en la presente tesis. El algoritmo que se presenta en esta tesis es similar al desarrollado por Wisniewski, pero se haciendo un mayor énfasis en la óptima obtención de ganancias del algoritmo, así como pruebas en la robustez del mismo. Todos los capítulos del libro son lecturas recomendadas pues si bien los otros métodos no fueron seleccionados son sumamente interesantes y aportan enfoques distintos, hasta complementarios en muchos casos, para el control de satélites pequeños con actuación netamente magnética.

Adicionalmente a estos libros, otra cita bibliográfica particularmente interesante es el artículo de Enrico Silani y Marco Lovera “Magnetic spacecraft attitude control: a survey and some new results” [8], en el cual los autores sumarizan varias de las tendencias actuales en el control magnético de satélites, siendo un excelente resumen del estado del arte en esta particular rama de la ingeniería aeroespacial y los sistemas de control.

En referencia a los papers y trabajos consultados a lo largo de la tesis, estos son numerosos y bastante variados; siendo algunos de los proyectos consultados los siguientes:

- El CubeSat XI-IV (Sai Four) y XI-V (Sai Five) [9] de la Universidad de Tokio, los cuales son CubeSats de 1 unidad que emplearon control magnético pasivo mediante imanes permanentes. Estos satélites fueron de las primeras referencias consultadas, y entre sus publicaciones pueden encontrarse detallados análisis del cálculo del volumen de los imanes permanentes requeridos para el adecuado control de orientación pasiva.
- El OUFTI-1 [10] de la universidad de Liège y el Haute Ecole de la provinve de Liège, el cual es un CubeSat de 1 unidad que emplea control magnetico pasivo mediante imanes permanentes y barras de histéresis. Dentro de las publicaciones del proyecto destaca la tesis de maestría de Hannay [11], la cual realiza un exhaustivo análisis de las propiedades magnéticas presentes en las barras de histéresis.
- El QuakeSat-I [12] de la universidad de Stanford, es un CubeSat de 1 unidad que combinó el uso de dos métodos de control diferentes, el control magnético mediante imanes permanentes y el control por gradiente de gravedad empleando un brazo telescopico donde posicionaron sensores magnéticos altamente sensibles.
- El Delfi-C3 [13] de la Universidad Tecnológica Delft, el cual es un CubeSat de 3 unidades que empleó control netamente pasivo mediante imanes permanentes y láminas de histéresis.
- El Multipurpose MiniSatellite with Optimal Imager Payload (M-Cubed) [14] de la Universidad de Michigan, el cual es un CubeSat de 1 unidad que empleó control netamente pasivo mediante imanes permanentes y láminas de histéresis. Es el grupo desarrollador de este satélite quienes nos recomendaron a los proveedores de los materiales magnéticos inicialmente empleados en el Chasqui.
- El UNISAT-4 [15] de la universidad La Sapienza, el cual es un micro satélite que emplea control magnetico pasivo mediante imanes permanentes y barras de

histéresis. El trabajo presentado por los autores es detallado y meticuloso; destacando particularmente su trabajo referido a las barras de histéresis que emplean, las cuales no sólo compran de manera comercial como la mayoría de proyectos, sino que les aplican tratamientos térmicos adicionales. Cuidan no solo el volumen de las barras de histéresis, sino también de su forma, los coeficientes de demagnetización e incluso detallan el proceso de manufactura que siguieron para la obtención de estas.

- El Canadian Advanced Nanospace eXperiment (CanX-1) [16] de la Universidad de Toronto, el cual es un CubeSat de 1 unidad cuya misión principal fue la toma de fotos, pero sin orientación ya que el sistema de control solo implementó estabilización activa. Lamentablemente el satélite no llegó a funcionar.
- El AAU CubeSat [17] de la Universidad de Aalborg, el cual es un CubeSat de 1 unidad que emplea control magnético activo. El CubeSat presenta una configuración de actuadores y sensores muy similar al Chasqui I (execptuando la ausencia de un sistema de control pasivo). Emplea principalmente magneto torques como actuadores activos; giroscopios, fotodiodos como sensores solares y magnetómetros como sensores; y su carga principal es una cámara de fotos. El sistema funcionó adecuadamente durante más de dos meses, aunque las comunicaciones no fueron del todo adecuadas, se cree que debido a una a una falla en los actuadores y/o las baterías. A pesar de esto durante el tiempo de funcionamiento los sistemas respondieron adecuadamente y varias fotos adecuadamente tomadas por el satélite fueron descargadas exitosamente.
- El CUTE-1.7+APD [18] del Instituto Tecnológico de Tokio, el cual es un CubeSat de 2 unidades que se caracteriza por el uso exclusivamente de componentes comerciales y un PDA como procesador central. Este satélite tuvo algunas dificultades, principalmente atribuidas a una mala protección frente a radiación solar; sin embargo, en líneas generales el satélite funcionó satisfactoriamente.

- El Oersted [19] de la universidad de Aalborg, el cual es un micro satélite de 60 kg de masa que emplea control activo netamente magnético mediante magneto torques, y sobre el cual se basa la antes mencionada tesis de Rafal Wisniewski [7].

2.2. Fundamento teórico

La subsección 2.2.1 presenta las principales definiciones y ecuaciones que rigen la dinámica de los cuerpos rígidos, las mismas que son usadas para el modelamiento de la dinámica del satélite; mientras que la subsección 2.2.2 presenta los métodos que pueden emplearse para describir la rotación del satélite en los diversos sistemas de referencia que se emplean para su modelamiento; otorgando el fundamento teórico básico para la caracterización del modelo de movimiento del satélite. Por otra parte, la subsección 2.2.3 presenta las definiciones necesarias para la comprensión de los fenómenos electro-magnéticos, las ecuaciones necesarias para su caracterización y la descripción del campo magnético de la Tierra y los principales materiales magnéticos a emplearse; fenómenos son muy importantes debido al tipo de actuación propuesta para la presente tesis. Finalmente la subsección 2.2.4 presenta definiciones y técnicas de análisis para la estabilidad y controlabilidad de sistemas no lineales, las que son de gran utilidad para el desarrollo de los algoritmos de control propuestos.

2.2.1. Dinámica de cuerpos rígidos

La dinámica de cuerpos rígidos avoca sus esfuerzos a la descripción en el tiempo de los estados de sistemas de partículas, donde las distancias entre ellas permanecen invariables. Su objetivo principal es la descripción de los factores internos o externos que sean capaces de alterar los estados de reposo o movimiento del sistema, cuantificarlos y plantear ecuaciones de movimiento que describan dicho cambio. Con el fin de expresar las ecuaciones dinámicas que rigen a un cuerpo rígido, sea en el caso de

la tesis un satélite, se repasan conceptos como la cantidad de movimiento, centroides, momentos de inercia, momentos angulares.

2.2.1.1. Definiciones

La cantidad de movimiento También llamado momento lineal, ímpetu o momento, es una magnitud vectorial cuyas unidades en el SI son los [kg m/s] que, en mecánica clásica, se define como el producto de la masa del cuerpo y su velocidad en un instante determinado. Por tanto se define como:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}. \quad (2.2.1)$$

Centro geométrico, de masa y de gravedad Para un conjunto de partículas está definido como el punto medio entre ellas, sin considerar la masa que estas posean. Se define como:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i. \quad (2.2.2)$$

El centro de masa para un conjunto de partículas es el punto donde puede considerarse que está concentrada toda la masa estudiar determinados aspectos de su movimiento. Se define como:

$$\mathbf{R}_m = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{R}_i, \quad (2.2.3)$$

donde $M = \sum m_i$.

El centro de gravedad es el punto de aplicación de la fuerza generada por el peso del cuerpo, y que es siempre el mismo, sea cual sea la posición del cuerpo. Para determinar el centro de gravedad hay que tener en cuenta que toda partícula de un cuerpo situada cerca de la superficie terrestre está sometida a la acción de una fuerza, dirigida verticalmente hacia el centro de la Tierra.

$$\mathbf{R}_{gg} = \frac{1}{F} = \sum_{i=1}^n f_i \mathbf{R}_i, \quad (2.2.4)$$

donde $F = \sum f_i$.

El momento de inercia o inercia rotacional Es una medida de la inercia rotacional de un cuerpo. El momento de inercia es una magnitud escalar que refleja la distribución de masas de un cuerpo o un sistema de partículas en rotación, respecto al eje de giro. El momento de inercia sólo depende de la geometría del cuerpo y de la posición del eje de giro; no depende de las fuerzas que intervienen en el movimiento. El momento de inercia desempeña un papel análogo al de la masa inercial en el caso del movimiento rectilíneo y uniforme.

El momento angular de una partícula respecto a un eje arbitrario se define como:

$$\mathbf{I} = mr^2, \quad (2.2.5)$$

donde m es la masa de la partícula y r es su distancia al eje de rotación.

Dado un sistema de partículas y un eje arbitrario, se define como la suma de los productos de las masas de las partículas por el cuadrado de la distancia r de cada partícula a dicho eje:

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (2.2.6)$$

En base a esta ecuación se definen los momentos principales de inercia I_{xx} , I_{yy} y I_{zz} que son los momentos alrededor de los ejes “x”, “y” y “z” y los productos de inercia $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ y $I_{yz} = I_{zy}$.

$$\begin{aligned} I_{xx} &= \sum_{i=1}^n m_i (y_i^2 + z_i^2), & I_{xy} &= \sum_{i=1}^n m_i (x_i y_i), \\ I_{yy} &= \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + z_i^2), & I_{xz} &= \sum_{i=1}^n m_i (x_i z_i), \\ I_{zz} &= \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2), & I_{yz} &= \sum_{i=1}^n m_i (y_i z_i). \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Momento angular o momento cinético Su importancia se debe a que está relacionada con las simetrías rotacionales de los sistemas físicos. Bajo ciertas condiciones de simetría rotacional de los sistemas es una magnitud que se mantiene constante con el tiempo y da lugar a la ley de conservación conocida como ley de conservación del momento angular. El momento angular se mide en el SI [kg m²/s]. Se define como el momento angular de su cantidad de movimiento \mathbf{p} :

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}. \quad (2.2.8)$$

Derivando el momento angular respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{L}) = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{p} + \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt}. \quad (2.2.9)$$

La derivada del vector \mathbf{r} en el tiempo es la velocidad, la cual es paralela a la cantidad de movimiento según (2.2.1), por lo que el primer término es cero. La derivada de la cantidad de movimiento, considerando masa constante, es la fuerza que se ejerce sobre la partícula, por lo que el segundo término es:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}, \quad (2.2.10)$$

que viene a ser el momento resultante sobre la partícula.

2.2.1.2. Ecuación dinámica para un conjunto de partículas

Planteando el caso para un conjunto de partículas, se tiene:

$$L = \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i \times m_i \mathbf{V}_i. \quad (2.2.11)$$

Si consideramos al desplazamiento r_i de la partícula i como la distancia de dicha

partícula desde su centro de masa:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R} + \mathbf{r}_i, \quad \mathbf{V}_i = \mathbf{V} + \mathbf{v}_i. \quad (2.2.12)$$

De lo anterior se tiene que:

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{R}_i = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{R} + \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i. \quad (2.2.13)$$

De lo definido en (2.2.3) y (2.2.13), se tiene que:

$$M\mathbf{R} = M\mathbf{R} + \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i \Rightarrow \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i = 0. \quad (2.2.14)$$

Con lo demostrado anteriormente, se simplifica (2.2.11) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \sum_{i=1}^n (\mathbf{R} + \mathbf{r}_i) \times m_i (\mathbf{V} + \mathbf{v}_i) \\ &= \sum_{i=1}^n m_i (\mathbf{R} \times \mathbf{V}) + \mathbf{R} \times \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i + \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{V} + \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i \\ &= M(\mathbf{R} \times \mathbf{V}) + \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i. \end{aligned} \quad (2.2.15)$$

Considerando al centro de masa del sistema como el nuevo origen de coordenadas, se tiene $M(\mathbf{R} \times \mathbf{V}) = 0$, y para un sistema de referencia no inercial se tiene que la velocidad $\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{r}}_o + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i$. Reemplazando en (2.2.15) se obtiene:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times m_i (\dot{\mathbf{r}}_o + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_i) = \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_i). \quad (2.2.16)$$

Efectuando el triple producto vectorial y de (2.2.7) se tiene:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}. \quad (2.2.17)$$

Derivando (2.2.16) se tiene la expresión de la dinámica de los cuerpos rígidos:

$$\tau = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}. \quad (2.2.18)$$

2.2.2. Representación de la orientación

La orientación de un objeto puede entenderse como la rotación necesaria alrededor de un eje imaginario del objeto en relación a un sistema de coordenadas, y es parte de las características que posee el objeto para determinar completamente su ubicación espacial. Esta orientación es representada mediante una matriz de rotación, la cual es una transformación lineal $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$; esta matriz de rotación es también conocida como matriz de cosenos directores, pues puede ser formada por los cosenos generados entre los ejes directores de ambos sistemas.

Existen diversos métodos para expresar la orientación sucinta de los objetos en un espacio \mathbb{R}^3 , la más conocida es mediante los ángulos de Euler, sin embargo esta representación presenta singularidades, las que lo vuelven poco práctico para el caso de la representación de la orientación de satélites. Debido a estas falencias presentes en los ángulos de Euler es que surgen los cuaterniones, los cuales son vectores en \mathbb{R}^4 que no presentan singularidades e incluso su implementación es computacionalmente menos costosa.

2.2.2.1. Ángulos de Euler

Son tres ángulos propuestos por el matemático Suizo Leonhard Euler, para la descripción de la orientación de un cuerpo rígido en un espacio \mathbb{R}^3 . Las rotaciones de Euler, proponen la descripción de cualquier orientación en base a la rotación sucesiva de 3 ángulos diferentes alrededor de 3 ejes coordenados; existen 12 diferentes convenciones para el ordenamiento y selección de dichas rotaciones sucesivas.

Para el caso de sistemas aeronáuticos es común emplear rotaciones sucesivas alrededor de cada uno de los tres ejes coordenados; para otros casos como el de sistemas robóticos esto varía, pues en estos sistemas comúnmente se emplea una rotación alrededor del eje x , seguida de una alrededor del eje y y finalmente una tercera alrededor del eje x , es decir 2 rotaciones alrededor de x y una alrededor de z . Volviendo a la representación de sistemas aeronáuticos, estos ángulos reciben ciertos nombres, a la rotación en torno al eje x se le denomina “roll” y se representa mediante el símbolo griego ϕ , a la rotación en torno al eje y se le denomina “pitch” y se representa mediante el símbolo griego θ , a la rotación en torno al eje z se le denomina “yaw” y se representa mediante el símbolo griego ψ . Dependiendo del orden de rotación entorno a cada uno de estos ejes es posible generar 6 casos de rotaciones diferentes xyz , xzy , yxz , yzx , zxy y zyx , todas las que son consideradas como rotaciones de Euler.

Este método es muy empleado y fácil de comprender, sin embargo posee el gran problema de las singularidades, es por este motivo que otros métodos como los cuaterniones son más empleados al momento de la implementación de sistemas de determinación y control de satélites.

2.2.2.2. Cuaterniones

Los cuaterniones son un sistema de numeración que amplía a los números complejos, consta de cuatro componentes y es ampliamente usado para las rotaciones en tres dimensiones. El único inconveniente es que posee un álgebra especial, pero resulta muy útil dado que no posee singularidades y es computacionalmente más efectivo que

el uso de ángulos de Euler o Cosenos directores.

Un cuaternión posee la forma:

$$\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T, \quad (2.2.19)$$

donde q_0 es una magnitud escalar y q_1, q_2 y q_3 (\mathbf{q}_v) son componentes vectoriales \mathbb{R}^3 .

Un cuaternión también puede ser representado como un número complejo de 4 componentes:

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1\hat{i} + q_2\hat{j} + q_3\hat{k}. \quad (2.2.20)$$

Álgebra de Cuaterniones A continuación se describirán algunas de las propiedades básicas de los cuaterniones que se emplearán posteriormente en el modelamiento:

1. Conjugada: La conjugada \mathbf{q}^* queda definida como:

$$\mathbf{q}^* = [q_0 \ -q_1 \ -q_2 \ -q_3]. \quad (2.2.21)$$

2. Multiplicación: La multiplicación de dos cuaterniones \mathbf{q} y \mathbf{p} queda definida como:

$$\mathbf{q}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} q_0p_0 - q_1p_1 - q_2p_2 - q_3p_3 \\ q_1p_0 + q_0p_1 - q_3p_2 + q_2p_3 \\ q_2p_0 + q_3p_1 + q_0p_2 - q_1p_3 \\ q_3p_0 - q_2p_1 + q_1p_2 + q_0p_3 \end{bmatrix}. \quad (2.2.22)$$

3. Longitud: La longitud de un cuaternión queda definida como:

$$\|\mathbf{q}\| = \sqrt{\mathbf{q}\cdot\mathbf{q}^*} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}. \quad (2.2.23)$$

4. Inversa: La inversa de un cuaternión queda definida como:

$$\mathbf{q}^{-1} = \frac{\mathbf{q}^*}{\|\mathbf{q}\|^2}. \quad (2.2.24)$$

5. Vector aumentado: Es un cuaternión formado por un punto en el espacio \mathbb{R}^3 . Esta definido como:

$$\bar{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \theta \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}. \quad (2.2.25)$$

Cuaterniones como la representación de rotaciones De lo mencionado anteriormente, los cuaterniones son ampliamente usados para realizar rotaciones. Considerándose a un cuaternión como:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{1}{2}\theta) \\ \hat{\mathbf{u}} \sin(\frac{1}{2}\theta) \end{bmatrix}, \quad (2.2.26)$$

donde θ es un ángulo de rotación, $\hat{\mathbf{u}}$ sea un vector \mathbb{R}^3 unitario, a dicho cuaternión se le conoce como cuaternión unitario dado que su longitud es 1.

La rotación del vector \mathbf{r} del \mathbb{R}^3 un ángulo θ alrededor del vector unitario $\hat{\mathbf{u}}$ se obtiene mediante la siguiente operación:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{qrq}^*. \quad (2.2.27)$$

Y la rotación inversa:

$$\mathbf{r} = \mathbf{q}^* \mathbf{r}' \mathbf{q}. \quad (2.2.28)$$

Ecuación diferencial de cuaterniones La variación en el tiempo de un cuaternión con velocidades angulares $\Omega = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ puede expresarse mediante separando la

parte vectorial y escalar del cuaternión como:

$$\dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2}\Omega\mathbf{q}_v - \frac{1}{2}\Omega \times \mathbf{q}_v, \quad (2.2.29)$$

$$q_0 = -\frac{1}{2}\Omega \cdot \mathbf{q}_v. \quad (2.2.30)$$

La representación matricial de ambas operaciones viene dada por:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\mathbf{F}(\Omega)\mathbf{q}, \quad (2.2.31)$$

donde:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & -\omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.2.32)$$

Cuaterniones a matrices de coseno directores En algunos casos es conveniente la obtención de las matrices de cosenos directores en base a los cuaterniones. Las operaciones necesarias para la obtención de dicha matriz son:

$$DCM = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (2.2.33)$$

2.2.3. Magnetismo

El magnetismo es una propiedad de los materiales, caracterizada por la respuesta de estos a nivel atómico o subatómico ante campos magnéticos. Estos campos magnéticos pueden ser generados por un dipolo magnético o por una corriente eléctrica, la respuesta de los materiales depende fundamentalmente de su disposición electrónica.

nica y pueden ser clasificados por esta respuesta como materiales paramagnéticos o diamagnéticos.

Tanto el fenómeno del magnetismo como los materiales magnéticos son de vital importancia para el desarrollo de la presente tesis, pues la actuación pasiva y activa que se plantea para el control de orientación de pequeños satélites resultan de la interacción de campos magnéticos. En este sentido, en la presente sección se discute sobre las principales leyes que rigen los fenómenos electromagnéticos, así como principios y definiciones necesarias para su correcto entendimiento; hallándose más información en los libros [20, 21, 22]. Se hace una descripción especial acerca del campo magnético terrestre, dado que el sistema se encontrará orbitando alrededor de él y las principales interacciones serán entre este y los materiales magnéticos a bordo. Adicionalmente se revisan las propiedades de distintos materiales magnéticos, en especial imanes permanentes y materiales magnéticos suaves; hallándose mayor información en los libros [23, 22] respectivamente.

2.2.3.1. Definiciones

Momento magnético El momento magnético \mathbf{m} es la unidad elemental dentro del magnetismo. A nivel subatómico, los momentos magnéticos intrínsecos están asociados con el giro de los electrones alrededor de su núcleo y a una menor medida relacionados con el spin de cada electrón sobre su propio eje. Adicionalmente es posible generar momentos magnéticos debido al flujo de electrones alrededor de un conductor.

Magnetización A escala subatómica los momentos magnéticos están cambiando en el tiempo, sin embargo, muchos de los efectos que generan estas variaciones se eliminan cuando se toma una muestra mayor, es por tanto conveniente definir la magnetización como el valor medio en el tiempo para dichas muestras.

Campos magnéticos Son campos generados por partículas eléctricamente cargadas en movimiento (corrientes sobre conductores), campos eléctricos variables en tiempo (componente eléctrica en las ondas electromagnéticas como la luz) o los campos magnéticos intrínsecos que posean materiales magnéticos con una magnetización remanente (imanes permanentes como los presentes en los motores de inducción).

Existen principalmente dos campos magnéticos estrechamente relacionados, la denominada inducción magnética **B** y el denominado campo magnetizante **H**, los cuales son definidos a continuación.

Inducción magnética (B**)** También conocida como densidad de flujo magnético, está definido como el flujo magnético por unidad de área de una sección normal a la dirección del flujo. En la mayoría de casos su representación vectorial **B** nos indica dicho flujo en los tres ejes coordenados xyz. La unidad de la inducción magnética en el SI es el Tesla [T] y en el cgs el gauss [G]; siendo $1\text{ T} = 10000\text{ G}$.

Campo magnetizante (H**)** También conocido como intensidad de campo magnético, está definido como la cantidad de fuerza magnética que circula por el área de una sección normal a la dirección de dicha fuerza. Análogamente al caso de la inducción magnética, la representación vectorial **H** del campo magnetizante nos indica la fuerza magnética en los ejes coordenados xyz. En el espacio, la diferencia entre el campo magnetizante y la inducción magnética es trivial y sólo se diferencia por una constante denominada permeabilidad del vacío $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ NA}^{-2}$. La unidad del campo magnetizante en el SI es el Ampere por metro [A/m] y en el cgs el Oersted [Oe]; siendo $1\text{ A/m} = 4\pi / 1000\text{ Oe}$.

2.2.3.2. Fuerza de Lorentz

La fuerza de Lorentz es la fuerza **F** ejercida por el campo electromagnético **B** que recibe un portador q_e cargado y en movimiento, con una velocidad **v**. Tal fuerza queda

definida como:

$$\mathbf{F} = q_e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2.2.34)$$

Considerando que un hilo conductor posee muchos portadores en movimiento, es posible considerar la fuerza resultante que actúa sobre dicho hilo conductor como la sumatoria de las fuerzas que se ejercen sobre cada portador. Definiendo la concentración de portadores como n y que estos poseen una velocidad promedio \mathbf{v} . En base a esto definimos la densidad de corriente \mathbf{j} como: $\mathbf{j} = nq_e \mathbf{v}$; y que para un diferencial de volumen $A dl$ se tiene $nA dl$ portadores.

Reemplazando en (2.2.34) se tiene:

$$d\mathbf{F} = q_e(\mathbf{v} \times \mathbf{B})nAdl = \mathbf{j} \times \mathbf{B}(Adl). \quad (2.2.35)$$

Considerando que la corriente $\mathbf{i} = \mathbf{j}A$ e integrando para un hilo conductor se tiene:

$$\mathbf{F} = \int (\mathbf{j} \times \mathbf{B})dl = (\mathbf{i} \times \mathbf{B})l. \quad (2.2.36)$$

Considerando que el hilo conductor forma una espira rectangular, de lados a y b, tal como se muestra en Fig. 2.1. Se puede calcular el torque que genera en dicha espira como:

$$\tau = 2\mathbf{F} \frac{b}{2} = a(\mathbf{i} \times \mathbf{B})b = ab \|\mathbf{i}\| \|\mathbf{B}\| \sin(\phi). \quad (2.2.37)$$

Considerando que no existe una sola espira, sino N espiras, se obtiene:

$$\tau = NA \|\mathbf{i}\| \|\mathbf{B}\| \sin(\phi). \quad (2.2.38)$$

Se define $\mathbf{m} = NA\mathbf{i}$ como el momento magnético resultante, y considerando la dirección del momento resultante y las propiedades del producto vectorial, se tiene:

$$\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}. \quad (2.2.39)$$

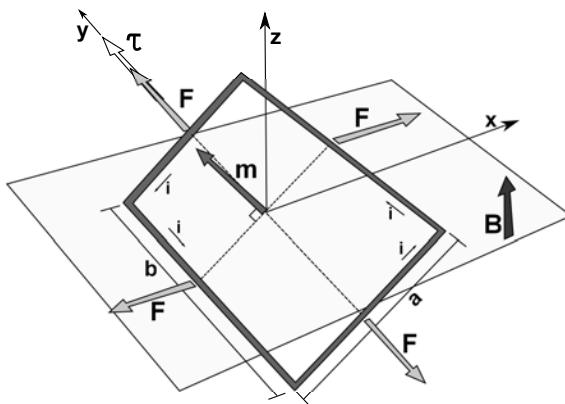


Figura 2.1: Espira cuadrada bajo la acción de un campo magnético B

2.2.3.3. Materiales magnéticos

Son denominados materiales magnéticos aquellos que presentan propiedades magnéticas interesantes en relación a los demás, como son el caso de los imanes permanentes, los cuales poseen una magnetización remanente después de haberse sometido a campos externos grandes o los materiales de histéresis, los cuales producen ciclos de histéresis que pueden disipar energía.

La gran mayoría de materiales magnéticos empleados en la industria y para aplicaciones espaciales son elementos con órbitas electrónicas 3d o 4f. Los últimos metales de la tabla periódica con órbitas 3d/4f y sus aleaciones son usualmente ferromagnéticos; cuando estos presentan formaciones altamente anisotrópicas, se da lugar a materiales ferromagnéticos duros, normalmente empleados como imanes permanentes; mientras que las configuraciones cristalinas isotrópicas dan materiales ferromagnéticos blandos.

A continuación se detallaran algunas propiedades de los materiales magnéticos que son de gran interés para el desarrollo de la presente tesis. Primero se detalla la relación entre la inducción magnética \mathbf{B} y el campo magnetizante \mathbf{H} en los materiales, la cual está estrechamente relacionada con la permeabilidad magnética μ . También se comenta sobre el efecto de histéresis que presentan los materiales magnéticos. Una característica extrínseca de gran importancia, que está estrechamente relacionada con

la forma macroscópica de los materiales es el fenómeno de demagnetización. Otra propiedad interesante es la anisotropía del material; los imanes permanentes deben de poseer una anisotropía elevada, mientras que los materiales blandos, una casi nula. Finalmente se hace especial énfasis en los imanes permanentes y los materiales de histéresis, pues ambos tipos son empleados en el diseño del control pasivo del satélite.

Relación entre \mathbf{B} y \mathbf{H} en materiales magnéticos La relación entre la inducción magnética \mathbf{B} y el campo magnetizante \mathbf{H} está definida por la ecuación:

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (2.2.40)$$

donde μ es la permeabilidad magnética del material, y refleja la capacidad de este de crear campos magnéticos internos ante la aplicación de un campo externo.

A diferencia de la permeabilidad del vacío, la permeabilidad en materiales no es una constante escalar, es una función que puede variar por la frecuencia del campo aplicado, la humedad, temperatura, etc. Incluso, la mayoría de materiales muestran comportamientos no lineales, saturándose a determinados valores o presentando histéresis. Estas propiedades son abordadas con mayor detalle en la subsección dedicada a materiales magnéticos.

Existen algunas medida auxiliares ampliamente usadas para la comparación de los distintos materiales con las propiedades del vacío, estas son la permeabilidad relativa y la susceptibilidad magnética. La permeabilidad relativa, se define como:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad (2.2.41)$$

siendo μ_0 la permeabilidad del vacío. La susceptibilidad magnética se define como:

$$\chi_m = \mu_r - 1. \quad (2.2.42)$$

De acuerdo a esta propiedad, los materiales pueden ser clasificados como diamagnéticos o paramagnéticos, adicionalmente a estos dos grupos existen los llamados materiales ferromagnéticos, ese grupo de materiales posee una característica adicional y es la presencia de una magnetización remanente, sus principales características se muestran en el Cuadro 2.1.

Materiales	μ_r	Característica principal	Ejemplo
Diamagnéticos	<1	Repelen las líneas de campo.	Cobre: $\chi_m = -1\text{e}-5$.
Paramagnéticos	≥ 1	Atraen las líneas de campo	Aluminio: $\chi_m = 2,2\text{e}-5$
Ferromagnéticos	$\gg 1$	Magnetización remanente	Imanes permanentes materiales de histéresis

Cuadro 2.1: Tipos de materiales magnéticos

Histéresis en materiales magnéticos La histéresis en los materiales magnéticos es una característica fundamental y que resulta de gran interés para un amplio campo de aplicaciones, las que van desde grabación magnética hasta los motores de corriente continua. En nuestro caso es de vital importancia para el diseño de estabilización pasiva, el cual se basa en la disipación de energía mediante materiales magnéticos.

Este fenómeno se representa mediante la curva BH que es la caracterización de la inducción magnética \mathbf{B} obtenida en dirección a un campo magnetizante \mathbf{H} . Cada material magnético presenta un comportamiento diferente, el cual puede apreciarse según su lazo de histéresis, tal como se ve en la Fig. 2.2.

Fenómeno macroscópico Este fenómeno puede apreciarse macroscópicamente debido a la diferencia entre la curva de magnetización ascendente y descendente. Para explicar este fenómeno hay que suponer un material nunca antes expuesto a campos magnéticos, es decir se encuentra en el punto (0,0) de la curva B-H. Si se aplica un campo magnético creciente sobre el material, la inducción magnética del mismo también aumenta, a esta curva se le denomina primera curva de magnetización. La inducción aumenta de forma rápida en un inicio y a medida que el campo es mayor, la veloci-

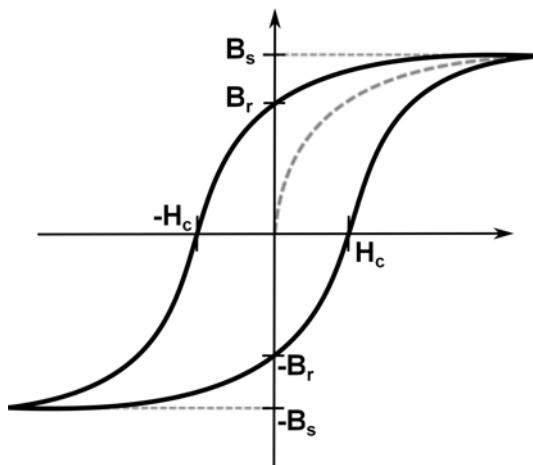


Figura 2.2: Modelo de histéresis

dad de aumento disminuye, hasta cierto punto donde se satura y deja de aumentar. El campo magnetizante necesario para dicha saturación es denominado H_{sat} . Si se disminuye el campo magnetizante sobre el material, la inducción disminuye, primero de una forma muy lenta y luego más rápidamente hasta que el campo sea cero. A pesar de no existir un campo magnetizante sobre el material, este aún puede conservar cierta inducción magnética residual, denominada B_r . Si un campo magnético negativo es aplicado la inducción seguirá disminuyendo hasta que, para $-H_c$, la inducción será nula, si se sigue disminuyendo el campo la inducción será negativa y aumentará de forma rápida al inicio y después lenta hasta el otro punto de saturación $-H_{\text{sat}}$. Si se aumenta el campo se dará un fenómeno similar, para un campo nulo se tendrá una inducción residual $-B_r$ y ante un campo H_c uno nulo. A este fenómeno se le denomina proceso de histéresis. La histéresis magnética macroscópica es, en esencia, el resultado de fenómenos micro magnéticos.

Fenómeno microscópico A nivel microscópico un material magnético puede ser considerado como el conjunto de momentos magnéticos \mathbf{m}_i . El modelo más sencillo para la descripción del fenómeno de histéresis es el denominado “Para-magneto Ideal”, en el cual se idealiza la interacción de los momentos considerando que son independientes y no interactúan entre ellos. En este modelo, al no haber interacciones

nes entre momentos, estos son dispuestos de manera aleatoria debido a las vibraciones causadas por la agitación térmica. Debido a esta disposición aleatoria se obtiene una estructura a nivel macroscópica que no presenta magnetización de ningún tipo; en caso de presentarse un campo magnético externo que tienda a alinearlos, para obtener algún efecto, este debe ser superior al efecto producido por la agitación térmica. Este modelo posee un problema grave, y radica en la necesidad de campos relativamente elevados, según [24], del orden de 10^8 Am^{-1} a temperatura ambiente, para generar alineaciones; esto no sucede en muchos materiales, que se alinean con campos magnéticos del orden de $10 - 10^2 \text{ Am}^{-1}$. En 1907 Weiss propuso que los materiales ferromagnéticos exhibían magnetizaciones ante bajos campos magnéticos debido a la interrelación existente entre los momentos magnéticos. En contraste con el modelo del para-magneto, en este caso los momentos están acoplados por un campo de magnetización interno, que es proporcional a la propia magnetización. Este campo interno fue denotado por Weiss como “Campo Molecular”. El campo molecular actúa como una retroalimentación positiva sobre el material, el cual una vez expuesto a un campo y obteniendo una magnetización distinta de cero continuaría tratando de alinearse. Weiss explicó que este fenómeno se daría siempre y cuando el material estuviese debajo de cierta temperatura, denominada temperatura de Curie. Este modelo podía explicar la existencia de materiales magnetizados con bajos campos, pero causó otro problema. Esta retroalimentación positiva estaba sólo limitada por la temperatura de Curie, la cual para el caso del acero es de 10^3 K por tanto generaría un campo de 10^9 Am^{-1} , valor mayor al punto de saturación del material. Por lo tanto, sería de esperarse que en la naturaleza los materiales magnéticos estuvieran naturalmente saturados y necesitarían un campo magnético mayor a 10^9 A/m^{-1} para poder salir de dicho estado. Este problema fue resuelto por Weiss, postulando la existencia de “dominios magnéticos”, dentro de los cuales la alineación magnética estaría determinada por el campo interno; pero, la orientación de los dominios magnéticos podría variar. En este sentido, si se tomase una muestra lo suficientemente grande para contener varios dominios magnéticos, se

obtendría una magnetización neta cercana a cero.

Las distintas formas de los ciclos de histéresis de cada material son el resultado de los diferentes tipos de estructuras que forman los dominios magnéticos. Estos dominios magnéticos se ven afectados por una serie de energías que los afectan, entre las que resaltan la energía de intercambio, la energía relacionada con la anisotropía magnética del material, la energía magneto-estática, entre otras. Cuando se aplica un campo externo, o el campo externo varía, este equilibrio de energías se rompe y los dominios magnéticos cambian. El cambio se puede modelar como el crecimiento/decrecimiento de los dominios magnéticos. Los dominios magnéticos que se encuentran alineados con esta variación del campo externo se ven favorecidos y empiezan a expandirse a costa de los campos adyacentes. Es así que ante campos externo muy altos, el material es, prácticamente, un sólo dominio magnético orientado en la misma dirección que el campo externo.

Propiedades de los ciclos de histéresis Las diferentes formas que poseen los ciclos de histéresis se deben a las propiedades de los materiales, entre las más importantes están el remanente de magnetización M_r , y el campo coercitivo H_c . El remanente de magnetización es la magnetización neta que posee un material magnético después de habersele aplicado un campo magnético externo grande y después quitándolo. El campo coercitivo es aquel campo magnético que es necesario aplicar para retornar a cero la magnetización neta de un material después de que este haya sido magnetizado previamente. Este parámetro varía bastante entre diversos materiales, incluso existe una clasificación de los materiales magnéticos según este parámetro. Los materiales magnéticos suaves son aquellos fáciles de magnetizar, por lo tanto son ampliamente empleados en aplicaciones donde se requieran magnetizaciones ante fuentes externas débiles. Una característica importante de estos tipos de materiales es el la disipación de energía por ciclo, esta disipación es proporcional al área del ciclo de histéresis y está relacionada con la cantidad de energía que puede liberar el sistema. Para el caso del sistema de

estabilización pasivo se empleará esta propiedad de disipación de energía para poder hacer la reducción de velocidades iniciales que reaccione ante el campo magnético terrestre; por lo tanto se necesitará de un material con un bajo campo coercitivo bajo y una disipación de energía por ciclo elevada. Los materiales magnéticos duros son aquellos casi insensibles a los campos magnéticos externos, pues necesitan de campos magnéticos muy elevados para sufrir alguna variación en su magnetización. La principal aplicación de estos materiales es en sistemas que requieran una fuente magnética permanente y estable. Para el caso del sistema de orientación pasiva se emplearán materiales con estas características como una fuente de momento magnético constante, el cual tenderá a alinear un eje del satélite con el de las líneas de campo magnéticas. Los dominios magnéticos presentes en estos materiales le dan una propiedad interesante a estos ciclos de histéresis, conocido como el efecto Barkhausen descubierto en 1919. Barkhausen realizó un experimento sencillo, que consistía en aplicar campos magnéticos oscilantes en un material magnético y hallar su curva BH, al realizar esto se percató que las curvas no son continuas, sino que presentan pequeños “saltos” conocidos como saltos de Barkhausen. Al graficar la derivada de B, con respecto a H, se puede observar que este proceso no posee una frecuencia fija sino aleatoria.

Factor de demagnetización (N) Otra característica a tomar en cuenta al usar materiales magnéticos es el factor de demagnetización, este es un factor extrínseco y es causado por la forma del imán y no por sus propiedades intrínsecas. Este factor afecta especialmente a los materiales magnéticos suaves pues su efecto es sobre el campo de magnetización externo, del cual son altamente dependientes. En el caso de los materiales magnéticos duros su efecto no es tan significativo, aunque puede alterar la anisotropía del material.

Este campo magnético se ve afectado por las propias líneas magnéticas que se generan dentro del material magnético dando como resultado que el campo magnético efectivo es menor al aplicado. El caso ideal es el de un elipsoide, en el cual, el factor

de demagnetización es nulo. Esta fórmula puede simplificarse como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\text{externo}} - N\mathbf{H}, \quad (2.2.43)$$

donde N representa el factor de demagnetización.

Según [21], algunos valores típicos de factores de demagnetización de materiales magnéticos de formas geométricas simples se muestran en el Cuadro 2.2, donde l/d es la relación entre el largo del cilindro (l) y su diámetro (d), también llamado elongación (m).

Forma	l/d	N
Toroide		0
Cilindro Infinitamente Largo		0
Cilindro	20	0,006
Cilindro	10	0,0017
Cilindro	5	0,040
Cilindro	1	0,27
Esfera		0,33

Cuadro 2.2: Valores típicos de factores de demagnetización

De [25] se establece una fórmula para el cálculo de estos factores en prismas de longitudes $2a \times 2b \times 2c$, donde el campo de magnetización se encuentra a lo largo del eje c . La formula descrita es:

$$\begin{aligned}
 D_z = & \frac{b^2 - c^2}{2bc} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + a}\right) + \frac{a^2 - c^2}{2ac} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + b}\right) + \\
 & \frac{b}{2c} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{\sqrt{a^2 + b^2} - a}\right) + \frac{a}{2c} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + b}{\sqrt{a^2 + b^2} - b}\right) + \frac{c}{2a} \ln\left(\frac{\sqrt{b^2 + c^2} - b}{\sqrt{b^2 + c^2} + b}\right) + \\
 & \frac{c}{2b} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2 + c^2} - a}{\sqrt{a^2 + c^2} + a}\right) + 2 \arctan\left(\frac{ab}{c\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}\right) + \frac{a^3 + b^3 - 2c^3}{3abc} + \\
 & \frac{a^2 + b^2 - 2c^2}{3abc} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{c}{ab} (\sqrt{a^2 + c^2} + \sqrt{b^2 + c^2}) - \\
 & \frac{(a^2 + b^2)^{3/2} + (b^2 + c^2)^{3/2} + (c^2 + a^2)^{3/2}}{3abc},
 \end{aligned}$$

donde:

$$D = \frac{1}{\pi} D_z. \quad (2.2.44)$$

De [26] se tiene una ecuación simplificada para el caso de secciones cuadradas:

$$N = 1/(1 + 2m). \quad (2.2.45)$$

De [27] se tiene una ecuación aproximada para el caso de cilindros largos:

$$N = \frac{1}{m^2} \ln(2m - 3/2). \quad (2.2.46)$$

Imanes permanentes Desde la década de los 40 se vienen desarrollando diversos materiales cuyas propiedades magnéticas son extremadamente fuertes en comparación con los materiales empleados anteriormente. Este aumento en dichas propiedades magnéticas permitió el desarrollo de una amplia gama de aplicaciones, las cuales pueden ser divididas en 4 grandes grupos: conversión de energía eléctrica en mecánica (y viceversa), generación de fuerzas sobre materiales magnéticos blandos, alineamiento respecto a un campo (el cual es el caso de su uso en la presente tesis), generación de fuerzas sobre cargas móviles.

Las características principales que son de importancia para los imanes permanentes son su campo coercitivo, el cual determina hasta qué rangos de magnetización es posible someter al material sin afectar la homogeneidad del campo generado por este; su inducción residual, la que determina el campo remanente que se obtiene con el material; y su temperatura de Curie, la cual determina la temperatura a la cual los dominios magnéticos se reordenan y la magnetización remanente se pierde. Estas características se muestran en el Cuadro 2.3, para los imanes comerciales más conocidos, una tabla más completa puede encontrarse en [22].

Material	$\mu_0 M_r$ [T]	H_c [k A/m]	$(BH)_{max}$ [kJm^{-3}]	T_{max} [$^{\circ}\text{C}$]
SrFe ₁₂ O ₁₉	0.42	275	34	150-250
AlNiCo 5	1.25	54	43	500
SmCo ₅	0.88	1700	150	250
Sm ₂ Co ₁₇	1.08	1100	220	350
Nd ₂ Fe ₁₄ B	1.28	1000	350	150-160

Cuadro 2.3: Principales características de imanes permanentes comerciales

Materiales de histéresis Al contrario de los imanes permanentes, los materiales de histéresis son materiales magnéticos blandos, lo que se caracterizan por poseer valores de campo coercitivo muy inferiores y por poseer anisotropías casi nulas (son prácticamente isotrópicos). Son empleados en un amplio espectro de aplicaciones, las cuales pueden clasificarse según su frecuencia. Para frecuencias menores a 1 Hz, consideradas aplicaciones estáticas, es común su uso como electro magnetos o relés. Para bajas frecuencias (1 Hz - 1k Hz) son empleados en transformadores, motores y generadores. A frecuencias entre los 100 Hz y 100 kHz, son empleados como inductores y televisión. Para frecuencias de radio (0.1 - 1000 MHz) son empleados como antenas de radio y televisión. Para frecuencias de microondas (>1 GHz) se usan como aislantes de micro ondas, circuitos de fase y filtros. El Cuadro 2.4 muestra las principales propiedades de los materiales de histéresis comerciales, una tabla más completa puede encontrarse en [22].

Material	Nombre	μ_i	μ_{max}	H_c [Am^{-1}]
Fe	Hierro blando	300	5000	70
Fe ₄₉ Co ₄₉ V ₂	V-permendur	1000	20000	40
NI ₅₀ Fe ₅₀	Hypernik	6000	40000	8
Ni ₇₇ Fe _{16,5} Cu ₅ Cr _{1,5}	Mumetal	20000	100000	4
Ni ₈₀ Fe ₁₅ Mo ₅	Supermalloy	100000	300000	0.5
a – Fe ₄₀ Ni ₃₈ Mo ₄ B ₁₈	Metglas 2628SC	50000	400000	0.5
Fe _{73,5} Cu ₁ Nb ₃ Si _{13,5} B ₉	Finmet	50000	800000	0.5

Cuadro 2.4: Principales características de materiales de histéresis.

Las pérdidas de energía son una característica poco deseada en la mayoría de casos, y pueden ser de tres naturalezas distintas. Pueden ser causadas por las curvas de

histéresis, corrientes parásitas o anomalías. Sin embargo, para el caso de la estabilización de satélites, estas pérdidas de energía son la característica más apreciada, pues es gracias a estas pérdidas que es posible realizar la reducción de la energía rotacional del satélite.

Las pérdidas relacionadas con las curvas de histéresis son debidas a la irreversibilidad presentes en las curvas BH. La energía perdida por ciclo está relacionada con el área encerrada por la curva BH. A una frecuencia f , ésta perdida es:

$$\mathbf{P}_{hy} = f \int_{curva} \mathbf{B} dH. \quad (2.2.47)$$

2.2.4. Control de sistemas no lineales

Existen diversos métodos de análisis y diseño de controladores para sistemas lineales, los cuales, en muchos casos, presentan resultados considerablemente buenos. Estos métodos no son solo aplicables a sistemas aeroespaciales, sino a la descripción y caracterización temporal de un gran número de sistemas, sean robóticos, económicos o biológicos. En comparación con los sistemas no lineales, los sistemas lineales son mucho más sencillos de analizar; y si se consideran parámetros variantes en el tiempo dentro de los modelos lineales, es posible caracterizar sistemas reales de una manera muy fidedigna. Sin embargo, existen algunos casos, donde los modelos lineales no ofrecen la suficiente información al diseñador, ni modelan adecuadamente el comportamiento del sistema, una serie de ejemplos de dichos sistemas puede encontrarse en el libro de Shankar Sastry [28].

En el caso particular del sistema analizado, los sistemas no lineales periódicos pueden ser empleados para el diseño de controladores dentro de ciertos rangos de operación [7], sin embargo no describen de una manera adecuada el comportamiento del sistema cuando el componente no lineal de la ecuación dinámica del satélite no puede ser despreciable. Adicionalmente se plantea el uso de actuadores no lineales como lo son los materiales con comportamiento histerético. Por tales motivos, métodos no

lineales son empleados para el modelamiento matemático del sistema; y el uso de metodologías de diseño para sistemas no lineales son empleadas para el controlador de actitud.

En el presente capítulo se presentan algunas definiciones y herramientas matemáticas de análisis para sistemas no lineales. En primer lugar se dan algunas definiciones útiles para la caracterización de los sistemas lineales y no lineales. A continuación se define el concepto de estabilidad para sistemas no lineales y se presenta el método matemático de Lyapunov para su evaluación. Finalmente se define el concepto de controlabilidad para sistemas no lineales y se hace una introducción al álgebra de Lie, formulación matemática que nos permite evaluar esta controlabilidad.

2.2.4.1. Definiciones

Ecuaciones de estado Son una forma de modelar matemáticamente todo tipo de sistemas dinámicos en base a un grupo de ecuaciones diferenciales ordinarias, a las cuales se les denomina ecuaciones de estado. Estas ecuaciones expresan la evolución temporal de las variables principales o más trascendentales para el problema a analizar; y se les da la forma mostrada en (2.2.48).

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad (2.2.48)$$

donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ son las variables del sistema, también denominadas variables de estado y $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ son las entradas externas al sistema.

Puntos de equilibrio Considerando la entrada externa al sistema como una función fija en el tiempo, para que el punto $x_0 = x(t = 0)$ sea considerado como un punto de equilibrio, debe cumplirse que:

$$f(x_0, t) = 0 \quad \forall t > t_0. \quad (2.2.49)$$

El modelamiento no lineal presenta aquí una gran diferencia frente al modelamiento lineal, pues este permite modelar sistemas con muchos puntos de equilibrio y puntos de equilibrios periódicos; mientras que el modelamiento lineal sólo acepta 1 punto de equilibrio para la gran mayoría de casos prácticos.

Linealizando el caso mencionado anteriormente, se tiene:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax}, \quad (2.2.50)$$

donde la matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. De donde se puede observar que existe un sólo punto de equilibrio en $\mathbf{x} = 0$, cuando \mathbf{A} posee autovectores reales y es no singular; posee puntos de equilibrio periódicos si los autovectores se encuentran en el eje imaginario $j\omega$ y un infinito número de puntos cuando \mathbf{A} es singular; sin embargo los dos últimos casos mencionados no son empleados normalmente, y aunque lo fueran, cualquier pequeño error en el modelamiento de los parámetros que conformen \mathbf{A} eliminarían la singularidad de \mathbf{A} o podría mover los autovectores del eje imaginario.

Convergencia Se considera que una variable $x(t)$ converge a un punto p , si para el límite cuando $t \rightarrow \infty$, $x(t) \rightarrow p$. Esta noción es importante al momento de caracterizar la respuesta de un sistema.

Tipos de funciones según su evolución temporal Una función continua real $f(x)$ es semi definida positiva si todos sus valores son positivos o nulos, en caso que sea solamente nula en el origen, se considera definida positiva; por otra lado, es semi definida negativa si todos sus valores son negativos o nulos, y definida positiva cuando su valor sea nulo solamente en el origen.

2.2.4.2. Estabilidad

A continuación se define la estabilidad de los sistemas dinámicos entorno a sus puntos de equilibrio, el segundo método de estabilidad de Lyapunov y el principio de

Krasovskii-LaSalle que lo expande. Ejercicios y desarrollo más minucioso del tema, así como otros principios de estabilidad e inestabilidad de sistemas se puede encontrar en [29, 28].

Un punto de equilibrio de un sistema dinámico puede ser estable, asintóticamente estable o inestable dependiendo del comportamiento de sus variables de estado en la vecindad de dicho punto. Considerando $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, se define un espacio euclíadiano $E(d) \subset \mathbb{R}^{n \times n}$, que se encuentra a una distancia d del punto de equilibrio.

Un punto es estable, si para condiciones iniciales $\mathbf{x}_i \in E(d)$, el sistema se mantiene a una distancia acotada del punto; formalmente se define que, para el sistema $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, t)$, el punto de equilibrio \mathbf{x} es estable si para todo $\delta > 0$ existe un $\varepsilon > 0$ tal que se cumpla:

$$\mathbf{x}(0) \in E(\delta) \Rightarrow \mathbf{x}(t) \in E(\varepsilon) \quad \forall t > 0; \quad (2.2.51)$$

adicionalmente, si no sólo se cumple (2.2.51), sino que a su vez \mathbf{x} converge al punto de equilibrio, es decir $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = 0$, se considera que el sistema es asintóticamente estable; finalmente, se dice que el punto es inestable si no cumple con (2.2.51).

Todas estas propiedades pueden ser locales o globales. Se dice que son globales si todo posible valor de $\mathbf{x} \in E(d)$; caso contrario, se dice que las propiedades para dicho punto son locales.

Segundo método de estabilidad de Lyapunov Lyapunov, un matemático Ruso, propuso dos métodos para el análisis de la estabilidad de sistemas dinámicos; el primero consistía en resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias del sistema y comprobar la estabilidad calculando los límites de la solución al sistema; la segunda, y la más empleada en la actualidad, propone la evaluación de la llamada función de Lyapunov candidata $V(\mathbf{x})$ la cual es análoga a las funciones de energía del sistema a estudiar y si demostramos que el sistema libera constantemente energía es posible afirmar que llegará en algún momento a estabilizarse.

Para el sistema a analizar se propone una función continua $V(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ como función de Lyapunov candidata, si se cumplen las dos condiciones de estabilidad de Lyapunov, se deduce que el sistema es estable, es importante resaltar que las condiciones de Lyapunov son suficientes mas no necesarias para probar la estabilidad de los sistemas. Las dos condiciones de estabilidad son que la función $V(\mathbf{x})$ sea definida positiva y que la función $\dot{V}(\mathbf{x})$ sea definida negativa; estas condiciones son formuladas en (2.2.52) y (2.2.53).

$$V(\mathbf{x}) > 0 \quad \forall \mathbf{x} > 0, \quad V(0) = 0. \quad (2.2.52)$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial t} < 0 \quad \forall \mathbf{x} > 0, \quad \dot{V}(0) = 0. \quad (2.2.53)$$

Sistemas exponencialmente estables Los métodos de Lyapunov permiten comprobar la estabilidad y convergencia de los sistemas dinámicos; sin embargo, no dan mayores detalles sobre el tiempo necesario para la convergencia. La estabilidad exponencial asegura que el decrecimiento del error sea menor o igual a una constante de la forma:

$$\|\mathbf{x}(t)\| \leq m e^{\alpha t}, \quad (2.2.54)$$

siendo m y α constantes positivas.

Existen 3 ecuaciones equivalentes a (2.2.54), las que facilitan la evaluación de la estabilidad exponencial de las funciones de Lyapunov candidatas, las demostraciones necesarias para afirmar este enunciado se encuentra en el capítulo 5 de [28]. Las 3 ecuaciones mencionadas son:

$$\alpha_1 \|\mathbf{x}\|^2 \leq V(\mathbf{x}) \leq \alpha_2 \|\mathbf{x}\|^2, \quad (2.2.55)$$

$$\frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial t} \leq -\alpha_3 \|\mathbf{x}\|^2, \quad (2.2.56)$$

$$\left\| \frac{\partial V(\mathbf{x})}{\partial t} \right\| \leq \alpha_4 \|\mathbf{x}\|, \quad (2.2.57)$$

siendo $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ y α_4 constantes positivas.

Principio de Krasovskii–LaSalle Como se menciona anteriormente, el segundo método de estabilidad de Lyapunov, no presenta condiciones necesarias para probar la estabilidad de sistemas dinámicos sino suficientes. Algunos principios como el de Krasovskii–LaSalle permiten ampliar las condiciones suficientes para comprobar la estabilidad de sistemas que no cumplen a totalidad alguna de las condiciones de Lyapunov.

El principio de Krasovskii–LaSalle establece que dada una función candidata Lyapunov $V(\mathbf{x})$ que sea definida positiva y que tienda al infinito cuando $\mathbf{x} \rightarrow \infty$, que la función $\dot{V}(\mathbf{x})$ sea semi definida negativa y que el subgrupo $\dot{V}(\mathbf{x}) = 0$ sólo contenga la solución $\mathbf{x}(t) = 0$ para todo tiempo mayor que cero.

Como puede apreciarse, el principio de Krasovskii-LaSalle cumple con la ecuación (2.2.52) a totalidad y expande la condición (2.2.53) bajo las características mencionadas. En el caso del control activo magnético, esta propiedad es importante para garantizar la estabilidad del sistema.

2.2.4.3. Controlabilidad

La controlabilidad de un sistema dinámico es una propiedad muy importante para los sistemas de control. La controlabilidad de un sistema es la capacidad de mover sus estados \mathbf{x} de una configuración inicial \mathbf{x}_i a una final \mathbf{x}_f empleando una actuación determinada dentro de un intervalo de tiempo acotado.

La controlabilidad de sistemas lineales relativamente sencilla, considerando el sistema lineal de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \quad (2.2.58)$$

donde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, se define la matriz de controlabilidad como:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \dots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}], \quad (2.2.59)$$

y se dice que el sistema es controlable o accesible si el rango de la matriz \mathbf{C} es igual a n .

La controlabilidad de sistemas no lineales es algo más compleja, para aplicarla es necesario emplear los operadores conocidos como corchetes de Lie; los cuales pueden entenderse como la derivada de un campo vectorial respecto de otro. En caso querer profundizar en el tema, el capítulo 6 de [30] ofrece una buena cantidad ejemplos y una revisión teórica más extensa.

Considerando dos campos vectoriales $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ en \mathbb{R}^n , la operación corchete de Lie, queda definida como:

$$[\mathbf{f}, \mathbf{g}] = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g}. \quad (2.2.60)$$

La operación corchete de Lie para órdenes superiores queda definida como:

$$\begin{aligned} [\text{ad}_{\mathbf{f}}^1, \mathbf{g}] &= [\mathbf{f}, \mathbf{g}], \\ [\text{ad}_{\mathbf{f}}^2, \mathbf{g}] &= [\mathbf{f}, [\mathbf{f}, \mathbf{g}]], \\ [\text{ad}_{\mathbf{f}}^n, \mathbf{g}] &= [\mathbf{f}, [\text{ad}_{\mathbf{f}}^{n-1}, \mathbf{g}]]. \end{aligned} \quad (2.2.61)$$

Dado un sistema cualquiera, en su expresión en espacio de estados: $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ se puede expresar dicha ecuación como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^n \mathbf{g}_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i. \quad (2.2.62)$$

La matriz de controlabilidad \mathbf{C} , queda definida como:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_n, [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2], \dots, [\text{ad}_{\mathbf{g}_i}^n, \mathbf{g}_j], \dots, [\mathbf{f}, \mathbf{g}_1], \dots, [\text{ad}_{\mathbf{f}}, \mathbf{g}_i], \dots], \quad (2.2.63)$$

y se dice que el sistema es accesible si el rango de la matriz \mathbf{C} es igual al espacio dimensional de los campos vectoriales.

2.3. Formulación del prototipo

En base a los objetivos de la tesis, así como sus limitaciones y viabilidad; y conociendo acerca de los antecedentes y el fundamento teórico elemental necesario para el desarrollo de la misma. Se plantean dos prototipos a ser desarrollados. Primero, parte del modelo de ingeniería del sistema de determinación y control de actitud del Chasqui I; y segundo, un prototipo inicial de un sistema de retroalimentación por hardware capaz de validar el modelo de ingeniería anteriormente mencionado, en su totalidad.

Resulta importante destacar que el modelo de ingeniería del sistema de determinación y control de actitud del Chasqui I, es un trabajo colaborativo del cual la presente tesis abarca *sólo* una parte. Las características y elementos principales de todo el sistema son enumerados a continuación; siendo del interés y parte del prototipo que se desea presentar en la presente tesis, aquellas en letras sombreadas.

Modelo de ingeniería del sistema de determinación y control de actitud del Chasqui I

- Procesador Freescale MCF51QE128: Bus de datos de 32 bits, frecuencia de oscilación de 32MHz, modos de bajo consumo.
- Sensores solares SUPERCELL, magnetómetro de 3 ejes MicroMag3 y giroscopios ADIS16265.
- 3 magneto torques, cada uno con un momento magnético máximo de ± 0.02 Am² y 1 magneto torque para el cancelamiento activo, con un momento magnético máximo de 0.15 Am².
- Laminas de histéresis para reducción de velocidades rotacionales a menos de 10 mrad/s.
- Imanes permanentes para orientación parcial de 1 eje alrededor de 20° respecto al campo magnético terrestre.

- Software principal del sistema con recepción de comandos mediante I2C para operación de estabilización, orientación, actualización de modelos y parámetros de control; y envío de datos de telemetría de sensores.
- Software de determinación de actitud.
 1. Estimación de velocidades rotacionales.
 2. Estimación de quaterniones empleando TRIAD y EKF.
- **Software de control de actitud.**
 1. **Estabilización redundante (3 algoritmos) y velocidades rotacionales <5 mrad/s.**
 2. **Orientación de 3 ejes redundante (2 algoritmos¹) con errores promedio <10°.**
 3. **Estimación online/offline de momentos magnéticos pasivos con un error <1 %**

Otro prototipo a presentarse es un sistema de retroalimentación por hardware capaz de validar el modelo de ingeniería anteriormente mencionado.

Sistema de retroalimentación por hardware

- PC² con software de simulación de actitud de satélites, propagadores orbitales, modelos de campo magnético terrestre, vector solar y hardware de sensores.
- DemoQE128 con procesador MCF51QE128 a 32 MHz.
- Software principal del sistema de retroalimentación por hardware con una frecuencia máxima de 100Hz.
- Comunicación RS232 a 128kbps entre el DemoQE128 y la PC.

¹La presente tesis abarca el desarrollo de 1 de los 2 algoritmos

²Requerimientos mínimos: Core2Duo de 2.1 GHz, 1 GB de memoria RAM.

- Hardware de emulación de giroscopios ADIS16265.
- Hardware de emulación de un magnetómetro de 3 ejes MicroMag3.
- Hardware de emulación de 6 celdas solares SuperCell.
- Hardware de acondicionamiento de señales y lectura de 4 magneto torques.

CAPÍTULO 3

Modelo del movimiento del satélite

En el presente capítulo se presenta el modelamiento matemático del movimiento del satélite, el cual incluye la cinemática, dinámica y modelos de entorno necesarios para la correcta caracterización del mismo. Se inicia con la descripción de los tres sistemas de referencia en relación a los que se plantean las ecuaciones de movimiento y los modelos del entorno. Posteriormente se formula las ecuaciones de la dinámica y cinemática rotacional del satélite, se describe al propagador orbital y el modelo del campo magnético terrestre - siendo este de gran importancia debido a la naturaleza magnética de los actuadores empleados. En base a estos modelos se realiza un análisis de controlabilidad considerando actuación magnética. Finalmente se modelan los torques de perturbación que pueden afectar al satélite.

La implementación de todos los modelos descritos en este capítulo pueden encontrarse en el Apéndice A. Dichas implementaciones son las empleadas en los capítulos siguientes para la realización de las simulaciones computacionales de los algoritmos de control.

3.1. Sistemas de referencia

Los sistemas de referencia empleados son sistemas coordenados pertenecientes a \mathbb{R}^3 , dentro de los cuales se mide la posición, orientación o cualquier otra propiedad de los objetos dentro de ellos que sea necesaria. Para el caso de la correcta descripción

del movimiento de los satélites, son necesarios cuando menos 3 sistemas de referencia: primero un sistema de referencia inercial sobre el cual se apliquen las leyes de Newton; un sistema de referencia que represente a un observador fijo en la órbita del satélite, sobre el cual se describe la cinemática del sistema; y finalmente un sistema de referencia que represente a un observador fijo en el satélite.

3.1.1. Sistema de referencia inercial centrado en la Tierra

El sistema de referencia inercial centrado en Tierra es un sistema de referencia inercial, es decir que no posee aceleraciones y por tanto se le pueden aplicar las leyes de Newton. Este tipo de sistemas son comúnmente utilizados en la navegación terrestre y tienen su origen de coordenadas en el centro de la Tierra. Para el sistema desarrollado se toma al eje x^i apuntando hacia el equinoccio vernal o primer punto de Aries, que es el punto de la esfera celeste de ascensión recta y declinación nula (corresponde a la posición del Sol durante el día 20 o 21 de marzo); el plano formado por el eje x^i e y^i se encuentra en el ecuador geográfico y el eje z^i se encuentra en dirección al polo norte.

La Fig. 3.1 muestra el sistema de referencia inercial descrito.

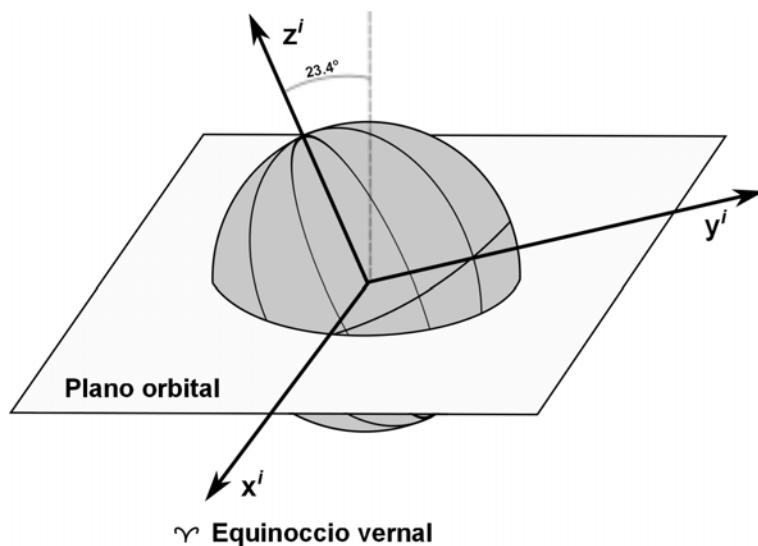


Figura 3.1: Sistema de referencia inercial centrado en la Tierra

3.1.2. Sistema de referencia fijo en la órbita

El sistema de referencia fijo en la órbita representa a un observador fijo en la órbita del satélite y posicionado en el centro de gravedad del satélite. En base a este sistema se construyen el modelo de campos magnéticos además de ser usado como referencia para la orientación ideal del satélite. El eje z^o se construye paralelo al vector que une el centro de la Tierra con el centro de gravedad del satélite. El eje y^o se construye con dirección opuesta a la velocidad angular del satélite producto de sus desplazamiento lineal. El eje x^o se construye en el plano orbital, y en caso de órbitas circulares, se encuentra en dirección del vector de velocidad. La Fig. 3.2 muestra el sistema de referencia fijo en la órbita.

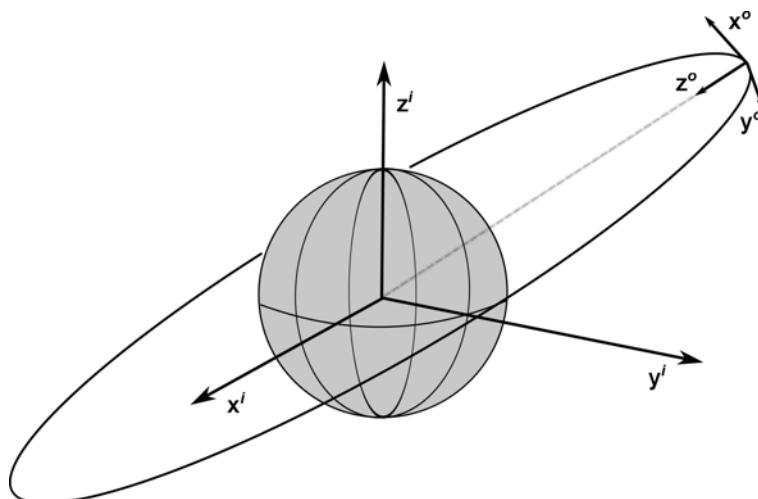


Figura 3.2: Sistema de referencia fijo en la órbita

3.1.3. Sistema de referencia fijo en el cuerpo

El sistema de referencia fijo en el cuerpo representa a un observador fijo en el satélite y posicionado en el centro de gravedad del mismo. Los ejes de este sistema se encuentran sobre los ejes principales del satélite; por lo que el eje x^c (de su nombre en inglés Body fixed system) corresponde al eje x del satélite, en cuya orientación se colocarán los imanes permanente y la antena de comunicaciones, y el eje z^c corresponde al eje z del satélite, donde van las cámaras, y el eje y^c completa la triada cumpliendo

la regla de la mano derecha. En este sistema es que actúan todas las fuerzas sobre el satélite, tanto las de perturbación como las de actuación pasiva y activa. La Fig. 3.3 muestra el sistema de referencia fijo en el cuerpo.

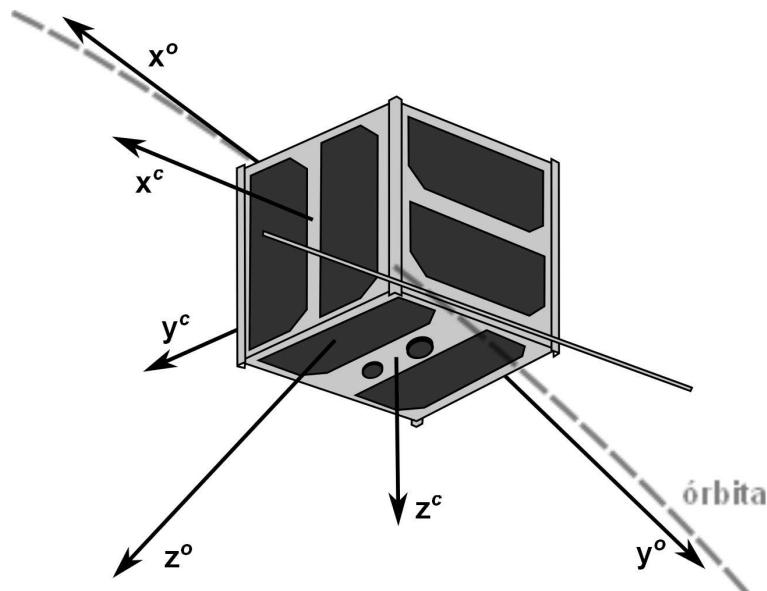


Figura 3.3: Sistema de referencia fijo en el cuerpo

3.2. Modelo de la actitud del satélite

3.2.1. Dinámica

Para el caso de satélites de pequeñas dimensiones, entiéndase por tanto dimensiones menores al orden de los metros, es posible considerar al cuerpo como rígido; por lo que de (2.2.18), puede obtenerse la ecuación que gobierna la dinámica del satélite, la cual posee la forma:

$$\tau^c = \mathbf{I} \dot{\Omega}_{ic}^c + \Omega_{ic}^c \times \mathbf{I} \Omega_{ic}^c, \quad (3.2.1)$$

donde: τ^c son los torques que actúan sobre el satélite medido en el sistema de referencia fijo al cuerpo. Ω_{ic}^c es la velocidad angular del inercial respecto a este mismo sistema. Como puede observarse de la ecuación (3.2.1), esta toma las velocidades del sistema inercial pues las leyes de Newton son solo aplicables a sistemas inerciales.

Despejando de (3.2.1) la ecuación de estado de la variable Ω_{ic}^c , tiene la forma:

$$\dot{\Omega}_{ic}^c = \mathbf{I}^{-1}(\boldsymbol{\tau}^c - \Omega_{ic}^c \times \mathbf{I}\Omega_{ic}^c), \quad (3.2.2)$$

nótese que no es necesaria la caracterización de las fuerzas y desplazamientos sobre el satélite, pues se considera que este se encuentra restringido a la órbita del satélite sin poder desplazarse con referencia a éste.

Sabiendo que la velocidad angular del sistema inercial al fijo en el cuerpo es en realidad la suma de la velocidad orbital más la velocidad entre el satélite y la órbita, la intención en todo momento es disminuir o eliminar dicha velocidad, mas no la orbital, por tanto es necesario diferenciar dichas velocidades en el modelo. Es así que se plantea la ecuación:

$$\Omega_{ic}^c = \mathbf{R}_o^c \Omega_{io}^o + \Omega_{oc}^c, \quad (3.2.3)$$

donde: Ω_{io}^o es la velocidad angular del inercial al orbital medido en el sistema orbital. \mathbf{R}_o^c es la matriz de rotación que lleva del sistema orbital al fijo en el cuerpo.

De (3.2.3) y empleando la rotación de cuaterniones de la ecuación (2.2.27) para generar la matriz de rotación \mathbf{R}_o^c , se tiene:

$$\Omega_{oc}^c = \Omega_{ic}^c - \mathbf{q}_o^c \Omega_{io}^o \mathbf{q}_o^{c*}. \quad (3.2.4)$$

3.2.2. Cinemática

La cinemática del satélite permite conocer las velocidades lineales y angulares del sistema, dado que se hace control de actitud, el interés sólo radica en la orientación mas no en la posición.

Dado que se usa cuaterniones para la descripción de la dinámica, se emplea (2.2.31) para el cálculo de la variación de los cuaterniones en el tiempo. Las ecuaciones obtenidas son:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_i^c}{\partial t} = \frac{1}{2} \mathbf{F}(\Omega_{ic}^c) \mathbf{q}_i^c, \quad (3.2.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}_o^c}{\partial t} = \frac{1}{2} \mathbf{F}(\Omega_{oc}^c) \mathbf{q}_o^c. \quad (3.2.6)$$

En la Fig. 3.4 se observan simulaciones de la actitud del sistema empleando las ecuaciones descritas anteriormente, en las simulaciones se observa el caso de rotación libre con velocidades angulares reducidas (0.05 rad/s en cada eje) y se muestran los principales estados del sistema (Ω_{ob} y \mathbf{q}_o^b).

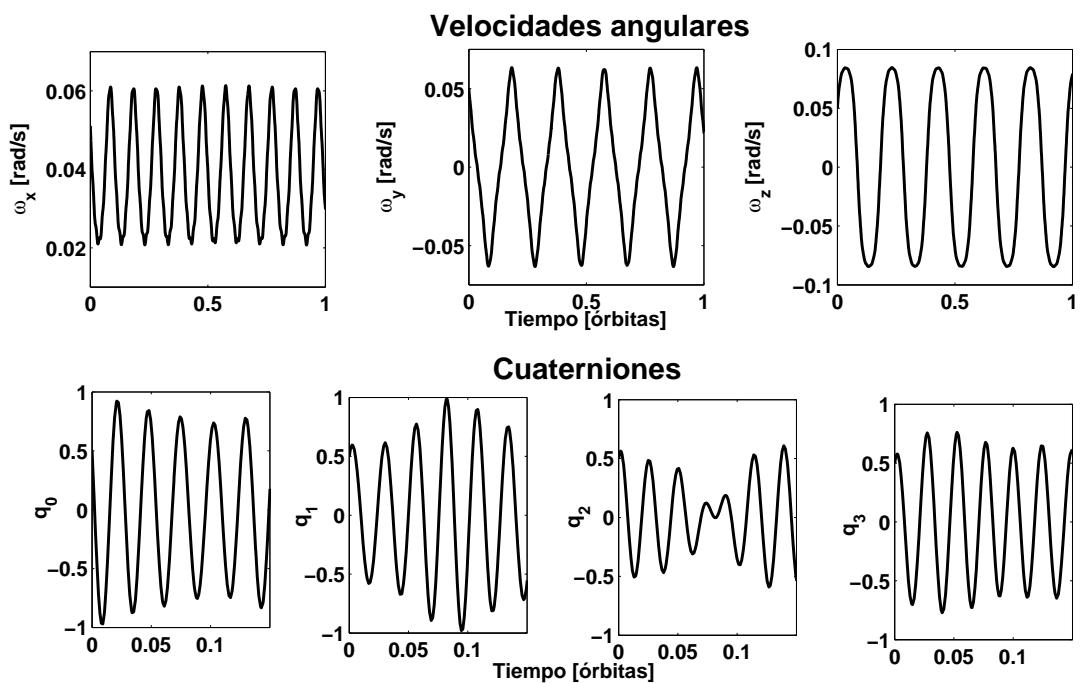


Figura 3.4: Simulación de la actitud del satélite sin actuación o perturbaciones

3.3. Modelo de órbitas

Los modelos de órbitas más empleados son los llamados modelos simplificados de perturbaciones, estos 5 modelos (SGP, SGP4, SDP4, SGP8 y el SDP8) son empleados para calcular los estados orbitales de los satélites y desperdicios espaciales en relación al sistema de referencia inercial fijo en la Tierra. Estos modelos son capaces de predecir el efecto de las perturbaciones causadas por la forma de la Tierra, arrastre aerodinámico, radiación, efectos gravitacionales debido a la luna y el sol, etc. Los modelos SGP son empleados para órbitas cercanas a la Tierra, con un periodo orbital

menor a 225 minutos, mientras que los modelos SDP son empleados para órbitas más lejanas. El código fuente de los modelos SGP4 y SDP4 fue liberado en 1988 en código FORTRAN IV, y desde entonces se ha vuelto popular su uso.

El modelo que se emplea para la simulación en órbitas bajas es el SGP4, el cual es normalmente inicializado empleando información actualizada de los estados del satélite a estudiar, esta información habitualmente se obtiene en la forma de TLEs. Este modelo posee un error aproximado de 1 km, el cual se va propagando entre 1 y 3 km por día.

3.3.1. TLE

El set de elementos en dos líneas (two-line element set, TLE por sus siglas en inglés) es un conjunto de elementos orbitales que describen la órbita de un satélite en un determinado momento, este TLE es empleado por los modelos como el SGP4 para la propagación de la posición del satélite en el tiempo. El TLE es un formato especial desarrollados por el NORAD (Agencia aeroespacial norte americana de defensa) y distribuido libremente por internet por Celestrak [31].

El formato del TLE es el mostrado en el Cuadro 3.1, donde columnas con la letra ‘N’ representan a cualquier número entero 0-9 o a un espacio, columnas con la letra ‘A’ representan a cualquier carácter A-Z o a un espacio, columnas con la letra ‘C’ representan la clasificación del elemento, siendo ‘U’ para elementos no clasificados y ‘S’ para datos clasificados, columnas con el signo ‘+’ pueden tener un signo positivo, negativo o un espacio mientras que columnas con el signo ‘-’ sólo pueden tener signos positivos o negativos.

1 NNNNNC NNNNNAAA NNNNN.NNNNNNNN +.NNNNNNNN +NNNN-N +NNNN-N N N NNNNN
2 NNNNN NNN.NNNN NNN.NNNN NNNNNNNN NNN.NNNN NNN.NNNN NN.NNNNNNNNNNNNNNN

Cuadro 3.1: Formato de los elementos de un TLE

La descripción de los elementos del TLE es mostrada en la tabla 3.2. Mayor

información sobre los formatos y descripciones se encuentran en la misma página de Celestrak [31].

Fila	Columna	Descripción
1	01	Número de la línea
1	03-07	Número del satélite
1	08	Clasificación
1	10-11	Designador internacional (últimos dos dígitos del año de lanzamiento)
1	12-14	Designador internacional (Número de lanzamiento del año)
1	15-17	Designador internacional (Pieza del lanzamiento)
1	19-20	Época [Año] (últimos dos dígitos del año)
1	21-32	Época [Día] (día del año y fracción proporcional del día)
1	34-43	Primera derivada del movimiento medio
1	45-52	Segunda derivada del movimiento medio
1	54-61	Término de arrastre BSTAR
1	63	Modelo orbital empleado
1	65-68	Número del elemento
1	69	Bit de seguridad
2	01	Número de la línea
2	03-07	Número del satélite
2	09-16	Inclinación [grados]
2	18-25	Ascensión derecha del nodo ascendente [grados]
2	27-33	Excentricidad
2	25-42	Argumento del perigeo
2	44-51	Anormalidad media [grados]
2	53-63	Movimiento medio [revoluciones/día]
2	64-68	Número de revolución en la época [revoluciones]
2	69	Bit de seguridad

Cuadro 3.2: Descripción de los elementos de un TLE

3.3.2. Simulaciones

Para el cálculo de los modelos de órbitas, el SGP4 fue implementado empleando el software Matlab y Simulink; siendo la entrada del sistema el TLE y el tiempo actual en fecha juliana. A continuación, se muestran como ejemplos las órbitas obtenidas con este simulador para la estación espacial internacional (Fig. 3.5), la que orbita aproximadamente a 355 km, con un ángulo de inclinación de 51.6 grados y el CubeSat CAN-X2 (Fig. 3.6), que orbita aproximadamente a 650 km con una inclinación de

97.8°. Las gráficas representan las órbitas considerando un observador fijo en la Tierra y los TLE empleados son los mostrados a continuación:

ISS (ZARYA)
1 25544U 98067A 11152.39526740 -.00001699 00000-0 -66982-5 0 4523
2 25544 51.6480 241.6405 0005421 356.5556 49.1353 15.75602648718426
CANX2
1 32790U 08021H 11151.35083908 .00001158 00000-0 15248-3 0 9984
1 32790 0.978469 215.3924 0014577 229.1040 130.8941 14.81952809167023

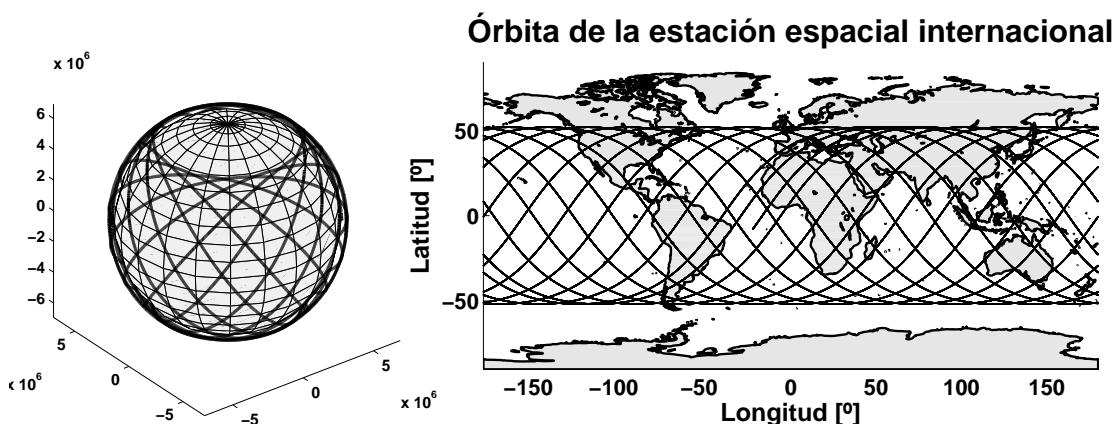


Figura 3.5: Órbita de la estación espacial internacional empleando el modelo orbital SGP4

Para el caso particular del Chasqui I, éste se calcula tendrá una órbita polar similar a la del CANX2, por lo que se usará este satélite como referencia para los cálculos relacionados con las órbitas.

3.4. Modelo del campo magnético terrestre

El campo magnético terrestre presente en la Tierra no es equivalente a un dipolo magnético con el polo S magnético próximo al Polo Norte geográfico, y, con el polo

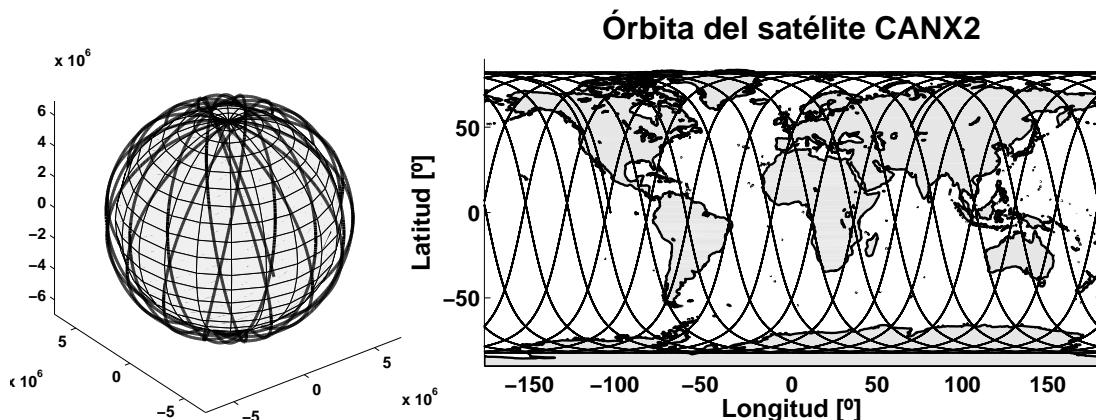


Figura 3.6: Órbita del satélite CANX2 empleando el modelo orbital SGP4

No es el Polo Sur geográfico, sino más bien presenta otro tipo especial de magnetismo. Es un fenómeno natural originado por los movimientos de metales líquidos en el núcleo del planeta y está presente en la Tierra y en otros cuerpos celestes como el Sol. Se extiende desde el núcleo atenuándose progresivamente en el espacio exterior (sin límite), con efectos electromagnéticos conocidos en la magnetosfera que nos protege del viento solar, pero que además permite fenómenos muy diversos como la orientación de las rocas en las dorsales oceánicas, la magneto recepción de algunos animales y la orientación de las personas mediante brújulas. El Polo Sur Magnético se encuentra a 1800 kms del Polo Norte Geográfico. En consecuencia, una brújula no apunta exactamente hacia el Norte geográfico; la diferencia, medida en grados, se denomina declinación magnética y es de aproximadamente 11 grados.

El Modelo Internacional de Referencia del Campo Geomagnético (IGRF, por sus siglas en inglés) es una descripción matemática de la norma principal del campo magnético de la Tierra y es un esfuerzo colaborativo entre muchos institutos y observatorios, principalmente la IAGA (Asociación internacional de geomagnetismo y aeronomía). El modelo consiste en los coeficientes de Gauss que definen una expansión

esférica armónica del campo potencial geomagnético. Matemáticamente se define como:

$$V(r, \phi, \theta) = a \sum_{l=1}^L \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} (g_l^m) \cos(m\phi) + h_l^m \sin(m\phi) P_l^m \cos(\theta), \quad (3.4.1)$$

donde los coeficientes son difundidos por la IAGA y pueden encontrarse en su página web [32]. El más reciente modelo fue concluido en el 2009 y presenta una aproximación del 13vo orden así como una validez para cualquier locación y tiempo entre 1900 y el 2015.

3.4.1. Simulaciones

Empleando el IGRF descrito anteriormente, se muestran simulaciones del campo magnético de la Tierra a una altura de 600 km, altura aproximada de la órbita del satélite Chasqui I. La Fig. muestra los valores absolutos del campo magnético Terrestre, los cuales oscilan entre 20 y 50 μ T; además se muestra el ángulo que forman la componente en el eje z respecto al plano xy . De esta última gráfica se puede apreciar que dicho ángulo es cero para puntos cercanos a Lima, por lo que resulta evidente que para estos puntos el campo magnético terrestre yace paralelo a la superficie.

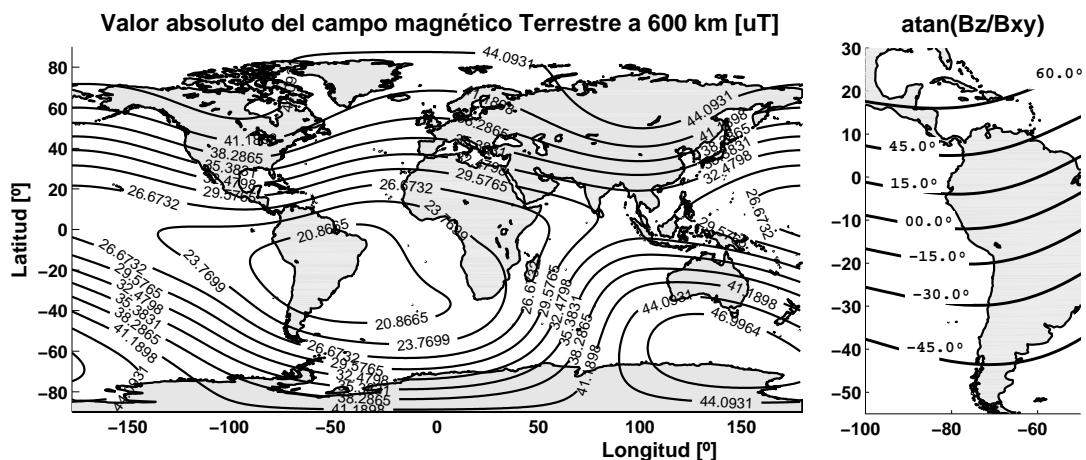


Figura 3.7: Campo magnético terrestre a una altura de 600 km empleando el modelo de campos magnéticos IGRF

3.5. Modelo de actuadores

El primer paso antes del modelamiento de los actuadores es la selección de estos; existen diversos actuadores que pueden ser empleados en satélites. Entre los actuadores pasivos están los imanes permanentes, los materiales de histéresis, las barras de estabilización por gradiente de gravedad y los de fuerzas aerodinámicas; entre los actuadores activos se encuentran los magneto torques, ruedas de reacción y propulsores. Al trabajar con el estándar CubeSat para pequeños satélites, el criterio de selección de los actuadores recae principalmente sobre las restricciones de volumen, masa y potencia. De un análisis de las ventajas y desventajas proporcionadas por cada tipo de actuador, se seleccionaron imanes permanentes, materiales de histéresis y magneto torques. Mayores detalles sobre el proceso de selección se da en los capítulos 4 y 5 respectivamente.

De la selección de actuadores descrita, la actuación resulta ser netamente magnética. Los modelos de imanes permanentes, materiales de histéresis y magneto torques serán descritos a profundidad más adelante, en los capítulos anteriormente mencionados; de estos modelos se obtiene un valor teórico para los momentos magnéticos producto de los imanes permanentes \mathbf{m}_{iman} , los materiales de histéresis \mathbf{m}_{hist} y los momentos generados por el sistema de control activo $\mathbf{m}_{\text{activo}}$. Empleando estos momentos teóricos y de la ecuación de Lorentz (2.2.39), se tiene que el torque de actuación τ^c es:

$$\tau^c = \mathbf{m}_{\text{iman}} + \mathbf{m}_{\text{hist}} + \mathbf{m}_{\text{activo}} \times \mathbf{B}^c. \quad (3.5.1)$$

3.6. Controlabilidad del sistema no lineal

El análisis de controlabilidad se realiza aplicando las operaciones de corchetes de Lie sobre el modelo matemático detallado en las secciones anteriores. Los operadores de Lie son empleados para el análisis de sistemas no lineales; dados los modelos obtenidos resulta evidente la necesidad de este tipo de análisis.

Para la realización del análisis es necesario incorporar a la ecuación dinámica del sistema los modelos simplificados del campo magnético [33] y la de los actuadores. De esta nueva ecuación y aplicando los corchetes de Lie obtenemos la matriz de controlabilidad del sistema, de cuyo análisis se puede obtener valiosa información del mismo.

Considerando el modelo simplificado de campo magnético [34]:

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \cos(\omega_0 t) \sin(i_m) \\ -\cos(i_m) \\ 2 \sin(\omega_0) \sin(i_m) \end{bmatrix}, \quad (3.6.1)$$

con respecto al sistema orbital; y en base a (3.2.1) y (3.5.1) se expresa la ecuación de la dinámica del satélite como:

$$\mathbf{m}_{iman} \times \mathbf{R}_o^c \mathbf{B}_s + (\mathbf{m}_{hist} + \mathbf{m}_{activo}) \times \mathbf{R}_o^c \mathbf{B}_s = \mathbf{I} \dot{\Omega}_{oc} + \boldsymbol{\Omega}_{oc} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}_{oc}. \quad (3.6.2)$$

Considerando como variables de estado los cuaterniones del sistema orbital al cuerpo $\mathbf{q}_o^c = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]$ y las velocidades angulares del sistema orbital al cuerpo $\boldsymbol{\Omega}_{oc} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$; restringiendo el momento magnético del imán a actuar solo en el eje x, tal que $\mathbf{m}_{iman} = [m_{iman} \ 0 \ 0]$ y expresando la suma de los momentos magnéticos de los materiales de histéresis \mathbf{m}_{hist} y los generados por el sistema activo \mathbf{m}_{activo} como $[m_x \ m_y \ m_z]$. Dadas las consideraciones anteriores y dándole la forma de las ecuaciones

de Lie (2.2.62) a la ecuación (3.6.2), se tiene:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -0,5 \omega_x q_1 - 0,5 \omega_y q_2 - 0,5 \omega_z q_3 \\ 0,5 \omega_x q_0 + 0,5 \omega_z q_2 - 0,5 \omega_y q_3 \\ 0,5 \omega_y q_0 - 0,5 \omega_z q_1 + 0,5 \omega_x q_3 \\ 0,5 \omega_z q_0 + 0,5 \omega_y q_1 - 0,5 \omega_x q_2 \\ \frac{(q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)m_{iman}\cos(\omega_0 t)\sin(i_m)}{a_3 I_{xx}} - \frac{\omega_y \omega_z (I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} \\ \frac{(2q_3 q_0 + 2q_2 q_1)m_{iman}\cos(\omega_0 t)\sin(i_m)}{a_3 I_{yy}} - \frac{\omega_z \omega_x (I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} \\ \frac{(-2q_2 q_0 + 2q_3 q_1)m_{iman}\cos(\omega_0 t)\sin(i_m)}{a_3 I_{zz}} - \frac{\omega_x \omega_y (I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} \end{bmatrix}, \quad (3.6.3)$$

$$\mathbf{g}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{m_x \cos(\omega_0 t) \sin(i_m) (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2)}{a_3 I_{xx}} - \frac{\omega_y \omega_z (I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} \\ 2 \frac{m_x \cos(\omega_0 t) \sin(i_m) (q_3 q_0 + q_2 q_1)}{a_3 I_{yy}} - \frac{\omega_z \omega_x (I_{xx} - I_{zz})}{I_{zz}} \\ 2 \frac{m_x \cos(\omega_0 t) \sin(i_m) (-q_2 q_0 + q_3 q_1)}{a_3 I_{zz}} - \frac{\omega_z \omega_x (I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} \end{bmatrix}, \quad (3.6.4)$$

$$\mathbf{g}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(2q_3q_0 - 2q_2q_1)m_y \cos(i_m)}{a_3I_{xx}} - \frac{\omega_y\omega_z(I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} \\ \frac{(-q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 + q_3^2)m_y \cos(i_m)}{a_3I_{yy}} - \frac{\omega_x\omega_z(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} \\ \frac{(-2q_1q_0 - 2q_3q_2)m_y \cos(i_m)}{a_3I_{zz}} - \frac{\omega_x\omega_y(I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} \end{bmatrix}, \quad (3.6.5)$$

$$\mathbf{g}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(4q_2q_0 + 4q_3q_1)m_z \sin(\omega_0t) \sin(i_m)}{a_3I_{xx}} - \frac{\omega_y\omega_z(I_{zz} - I_{yy})}{I_{xx}} \\ \frac{(-4q_1q_0 + 4q_3q_2)m_z \sin(\omega_0t) \sin(i_m)}{a_3I_{yy}} - \frac{\omega_x\omega_z(I_{xx} - I_{zz})}{I_{yy}} \\ \frac{(2q_0^2 - 2q_1^2 - 2q_2^2 + 2q_3^2)m_z \sin(\omega_0t) \sin(i_m)}{a_3I_{zz}} - \frac{\omega_x\omega_y(I_{yy} - I_{xx})}{I_{zz}} \end{bmatrix}. \quad (3.6.6)$$

En base a estos campos vectoriales y (2.2.63) se crea la matriz **C**. Considerando los parámetros ^{ºº} físicos y orbitales del satélite estudiado, para un tiempo determinado se obtiene:

$$\mathbf{C} = 10^{10} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,3672 & 0,0157 & -0,0166 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7115 & 0,0157 & 0,0373 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7585 & 0,4190 & 0,0036 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3211 & -1,9582 & -0,0122 \\ 1,0501 & 0,6225 & 0,0397 & 0,0121 & 0,0055 & -0,0066 & 0,0760 & 0,0448 & 0,0083 \\ 2,9303 & -0,8686 & -0,0109 & -0,0032 & -0,0008 & 0,0030 & -0,0374 & -0,0645 & -0,0019 \\ -0,6314 & -1,9084 & 0,0119 & -0,0004 & -0,0007 & 0,0000 & -0,0293 & 0,0239 & -0,0003 \end{bmatrix} \quad (3.6.7)$$

De la matriz mostrada en (3.6.7), se nota que su rango es 6, pero se tienen 7

estados, por lo tanto el sistema es no controlable. Eliminando el estado q_0 de la matriz \mathbf{C} , se siguen teniendo un rango de 6, pero ahora son sólo 6 estados, por lo cual, se considera que el sistema es controlable.

Para algunos valores de tiempo se pierde controlabilidad sobre el sistema, tal es el caso para el tiempo $t = 0$, en donde la matriz \mathbf{C} es:

$$\mathbf{C} = 10^{10} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,3673 & 0,0157 & -0,0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7115 & 0,0157 & -0,0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7585 & 0,4190 & 0,0000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,3211 & -1,9582 & 0,0000 \\ 1,0501 & 0,6225 & -0,0000 & 0,0121 & 0,0055 & -0,0066 & 0,0760 & 0,0448 & 0,0088 \\ 2,9304 & -0,8686 & 0,0000 & -0,0032 & -0,0008 & 0,0029 & -0,0374 & -0,0645 & -0,0015 \\ -0,6314 & -1,9084 & 0,0000 & -0,0004 & -0,0007 & 0,0000 & -0,0293 & 0,0239 & -0,0011 \end{bmatrix} \quad (3.6.8)$$

La matriz mostrada en (3.6.8) posee un rango igual a 5, pues el campo magnético de la Tierra se encuentra alineado con uno de los ejes, perdiendo controlabilidad sobre este eje.

Otro punto importante que se rescató del análisis hecho, es que los momentos principales de inercia I_{xx} , I_{yy} y I_{zz} deben ser distintos, sino se pierden grados de libertad como se muestra en la matriz de (3.6.9) donde se usan momentos principales de inercia iguales, y se obtiene un rango 4:

$$\mathbf{C} = 10^{10} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,2862 & 0,1611 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,7426 & 0,1611 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,7713 & 0,6013 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1990 & -2,2442 & 0 \\ 1,0501 & 0,6225 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0728 & 0,0295 & 0 \\ 2,8690 & -0,8504 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0364 & -0,0589 & 0 \\ -0,7688 & -2,3234 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0364 & 0,0295 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.6.9)$$

3.7. Modelo de los torques de perturbación

El satélite opera en un ambiente totalmente distinto al terrestre, al estar en el espacio y debido a su baja inercia, incluso pequeñas perturbaciones pueden causar cambios significativos en la actitud del satélite, es por esto que se hace necesario analizar con detenimiento las perturbaciones a las que el satélite estará sometido. A continuación se detallan los torques de perturbación más significativos que se presentan en el ambiente del satélite.

3.7.1. Gradiente de gravedad

Para este análisis se asume un cuerpo rígido orbitando alrededor de la Tierra, teniendo cada diferencial de masa de dicho cuerpo una fuerza, por lo que el torque respecto al centro de masa es:

$$\tau_{gg} = \int_C \mathbf{r} \times d\mathbf{F}_g, \quad (3.7.1)$$

donde \mathbf{F}_g es la fuerza de gravedad ejercida sobre cada partícula y \mathbf{r} es la distancia del centro de masa de la Tierra a cada partícula, la cual puede ser descompuesta en:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_c + \mathbf{r}_i, \quad (3.7.2)$$

donde \mathbf{r}_c es la distancia fija del centro de masa de la Tierra al centro de masa del satélite y \mathbf{r}_i es la distancia de cada partícula i al centro de masa del satélite.

Reemplazando (3.7.2) en (3.7.1) y aplicando la ley general de la gravedad postulada por Isaac Newton, se tiene:

$$\tau_{gg} = \int_C \mathbf{r}_i \times \frac{GM_{Tierra}}{\|\mathbf{r}\|^3} (\mathbf{r}_c + \mathbf{r}_i) dm, \quad (3.7.3)$$

donde M_{Tierra} es la masa de la Tierra.

Se puede expresar el denominador $\|\mathbf{r}\|^{-3}$ de la forma:

$$\|\mathbf{r}\|^{-3} = \|\mathbf{r}_c + \mathbf{r}_i\|^{-3} = (\mathbf{r}_c^2 + 2\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_i + \mathbf{r}_i^2)^{-3/2} = \frac{1}{\|\mathbf{r}_c\|^3} \left(\frac{\mathbf{r}_c^2}{\mathbf{r}_c^2} + \frac{2\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_i}{\mathbf{r}_c^2} + \frac{\mathbf{r}_i^2}{\mathbf{r}_c^2} \right)^{-3/2}, \quad (3.7.4)$$

y empleando la expansión por series de Taylor empleando solo el término independiente y lineal para simplificar (3.7.4) se obtiene:

$$\|\mathbf{r}\|^{-3} = \frac{1}{\|\mathbf{r}_c\|^3} \left(1 - 3 \frac{\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_c\|^2} \right). \quad (3.7.5)$$

Reemplazando (3.7.5) en (3.7.3) se tiene:

$$\tau_{gg} = \frac{GM_{Tierra}}{\|\mathbf{r}_c\|^3} \mathbf{r}_c \times \int_C \mathbf{r}_i \left(1 - 3 \frac{\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_c\|^2} \right) dm, \quad (3.7.6)$$

dado que r_i es la distancia del centro de masa a cada partícula, se tiene que $\int \mathbf{r}_i dm = 0$, por lo que (3.7.6) se simplifica a:

$$\tau_{gg} = \frac{-3GM_{Tierra}}{\|\mathbf{r}_c\|^5} \mathbf{r}_c \times \int_C \mathbf{r}_i (\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_i) dm. \quad (3.7.7)$$

Usando la propiedad del triple producto vectorial $a \times (b \times c) = (a \cdot c)b - (a \cdot b)c$ se puede hacer el arreglo:

$$\mathbf{r}_i (\mathbf{r}_c \cdot \mathbf{r}_i) = \mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_c + (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_i) \mathbf{r}_c, \quad (3.7.8)$$

donde $\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_i = 0$. Reemplazando (3.7.8) en (3.7.7) queda:

$$\tau_{gg} = \frac{-3GM_{Tierra}}{\|\mathbf{r}_c\|^5} \mathbf{r}_c \times \left(\int_C \mathbf{r}_i^2 dm \right) \mathbf{r}_c, \quad (3.7.9)$$

siendo la integral $-\int r^2 dm$ la matriz de inercia I.

Reescribiendo (3.7.9) se tiene:

$$\tau_{gg} = \frac{-3GM_{Tierra}}{\|\mathbf{r}_c\|^5} \mathbf{r}_c \times [\mathbf{I}] \mathbf{r}_c. \quad (3.7.10)$$

3.7.2. Arrastre aerodinámico

El torque por arrastre aerodinámico es debido a la resistencia atmosférica que actúa sobre el satélite. Este puede ser bastante significativo, sobre todo en altitudes menores a 300 km; pero puede despreciarse para altitudes mayores a 800 km, pues en estas altitudes el momento de rotación aerodinámico es casi insignificante. Los momentos de rotación pueden ser difíciles de calcular debido a que parámetros, como el área de la sección proyectada del satélite sobre el plano del desplazamiento lineal, pueden cambiar rápidamente en el tiempo. También, la densidad atmosférica varía considerablemente con la actividad solar, haciendo difícil establecer un modelo matemático para este parámetro. Se define este torque mediante:

$$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_{aa}, \quad (3.7.11)$$

expresándose la fuerza aerodinámica \mathbf{F}_{aa} mediante:

$$\mathbf{F}_{aa} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D \hat{\mathbf{u}}_o, \quad (3.7.12)$$

donde ρ es la densidad del fluido, V es la velocidad orbital, S es el área de referencia, C_D es el coeficiente de resistencia, \mathbf{r} es la distancia del centro de masa al centro de presión y $\hat{\mathbf{u}}_o$ es el vector unitario en dirección al desplazamiento en el plano orbital.

El valor del coeficiente de resistencia se encuentra en el rango de 1 a 2. A altas velocidades el coeficiente de resistencia llega a ser muy grande, especialmente para objetos planos. El coeficiente de resistencia para un cubo es 1,3. Con el objetivo de no subestimar la cantidad de la resistencia del aire, se tiene que usar un coeficiente de

resistencia mayor $C_D = 2$.

La velocidad lineal depende de la altitud de la órbita y la masa del satélite. Para un satélite orbitando a una altura h_{orbita} de 600 km sobre la Tierra y una masa m_{sat} de 1 kg; y considerando una órbita circular, la velocidad lineal del satélite puede fácilmente calcularse como:

$$V = \sqrt{\frac{G(M_{Tierra}m_{sat})}{r_{Tierra} + h_{orbita}}}, \quad (3.7.13)$$

donde G es la constante de gravedad universal, M_{Tierra} es la masa de la Tierra ($\approx 5.7974\text{e}24$ kg), y r_{Tierra} es el radio de la tierra (≈ 6371 km), se obtiene una velocidad lineal de 7.446 km/s.

La densidad atmosférica también depende de la altura (véase la Fig. 3.8), por ejemplo, es $2\text{e}-9$ kg/m³ a 150 km, $3\text{e}-10$ kg/m³ a 200 km, $7\text{e}-11$ kg/m³ a 250 km y $4\text{e}-12$ kg/m³ a 400 km.

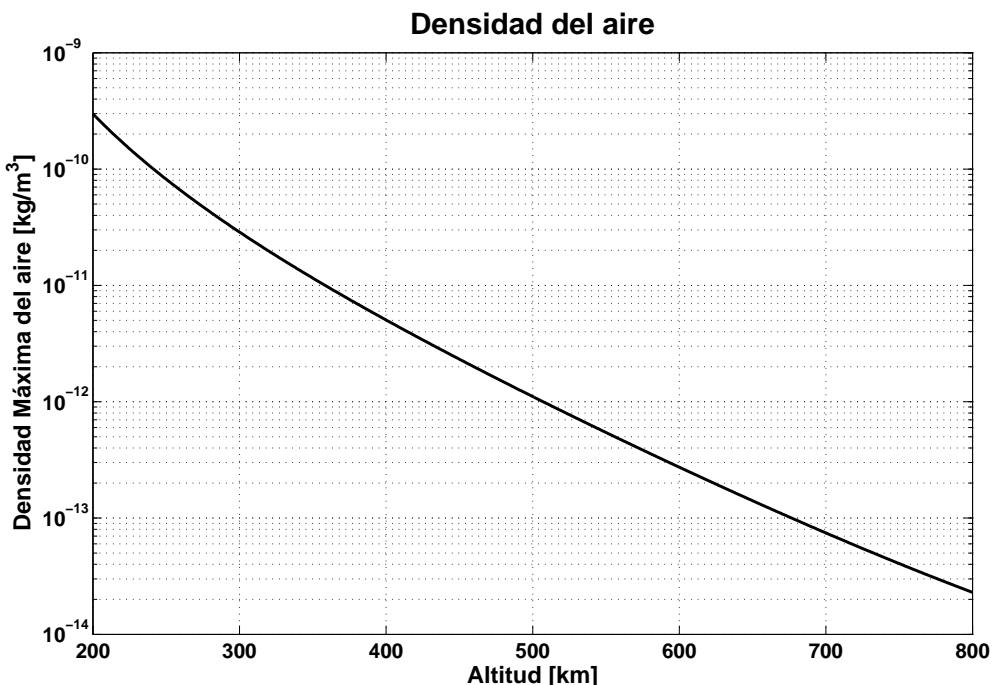


Figura 3.8: Variación de la densidad del aire con la altura

3.7.3. Presión solar

El Sol es el cuerpo que posee mayor influencia en la Tierra y el espacio cercano a ella. Campbell y MacCandless en su libro [35] explican detalladamente al Sol y su interacción con las naves espaciales y la Tierra. Las dos fuentes de energía con mayor influencia causadas por el Sol son las radiaciones electromagnéticas y las partículas solares de alta energía que escapan de su superficie. Considerando la ley de Stefan-Boltzmann sabemos que la energía irradiada por unidad de área en un cuerpo negro es proporcional la cuarta potencia de su temperatura absoluta:

$$E = \sigma T^4, \quad (3.7.14)$$

donde σ representa la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5.76 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$). Considerando la temperatura de la Fotosfera en aproximadamente 5800 K y el radio del Sol en la Fotosfera de $R_S = 696000 \text{ km}$, podemos calcular la energía total emitida por el Sol como:

$$P_S = E_S 4\pi R_S^2. \quad (3.7.15)$$

Considerando que la energía que se pierde en el espacio es pequeña, la misma cantidad de energía debería pasar a través de dos esferas alrededor del Sol. Considerando que la tierra órbita alrededor del Sol a una distancia promedio de 149,5e6 km, se tiene que:

$$E_S 4\pi R_S^2 = E_e 4\pi r_e^2, \quad (3.7.16)$$

donde E_e es la energía por unidad de área alrededor de la órbita terrestre.

Operando se obtiene que $E_e = 1412 \text{ W/m}^2$. Si la energía es absorbida, la presión que causa es la densidad del flujo de energía entre la velocidad de la luz, si la refleja, esta presión se duplica. En base a lo anteriormente descrito se puede modelar a la fuerza causada por la radiación solar de forma proporcional a la densidad de flujo, el área proyectada y a una constante que dependa de las características de absorción de

la nave:

$$\mathbf{F}_{\text{PS}} = \frac{E_e}{c} A C_p \mathbf{u}_S, \quad (3.7.17)$$

donde c es la velocidad de la luz, A el área proyectada, \mathbf{u}_S es el vector unitario que indica la dirección del vector solar y C_p una constante entre 1 y 2, donde 1 es para un cuerpo negro y 2 para un cuerpo blanco. El torque quedaría definido como el producto vectorial de la posición del centro de masa del satélite con respecto al centro geométrico del área proyectada, donde actuaría la fuerza:

$$\tau_{\text{PS}} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_{\text{PS}}. \quad (3.7.18)$$

La otra fuente de energía, es causada en su mayoría por el viento solar y las manchas solares, sin embargo esta energía es menor a la presión solar por un factor de 100 a 1000 como lo expresa Marcel J. Sidi [5], por lo tanto no se considera. Cabe resaltar que si bien el viento solar no ejerce una presión significativa, estas partículas poseen gran cantidad de energía y pueden causar daños a la estructura si no se le presta la atención debida.

3.7.4. Comparación de los torques de perturbación

De los cálculos antes descritos resulta evidente que los torques de perturbación dependen de una gran cantidad de factores, que van desde aquellos que se pueden estimar con precisión, como la altura, hasta aquellos altamente variables que no poseen modelos teóricos, sino son extraídos de observaciones y datos históricos, como la presión solar, la densidad del aire, etc. Por estas razones es difícil estimar con precisión cuales serían los torques de perturbación, pero se puede estimar los peores casos y preparar al sistema para contrarrestar sus efectos.

Considerando los peores casos, se puede hacer una comparación de los torques dependiendo de la altura a la que se encuentran, tal como se ve en la Fig. 3.9. A los 400 km se puede observar que el torque de perturbación de mayor valor absoluto es el

producido por el arrastre aerodinámico, con un valor del orden de 10^{-7} Nm, mientras que a los 600 km, el mayor torque de perturbación en valor absoluto es el gradiente de gravedad con un valor del orden de 10^{-8} Nm.

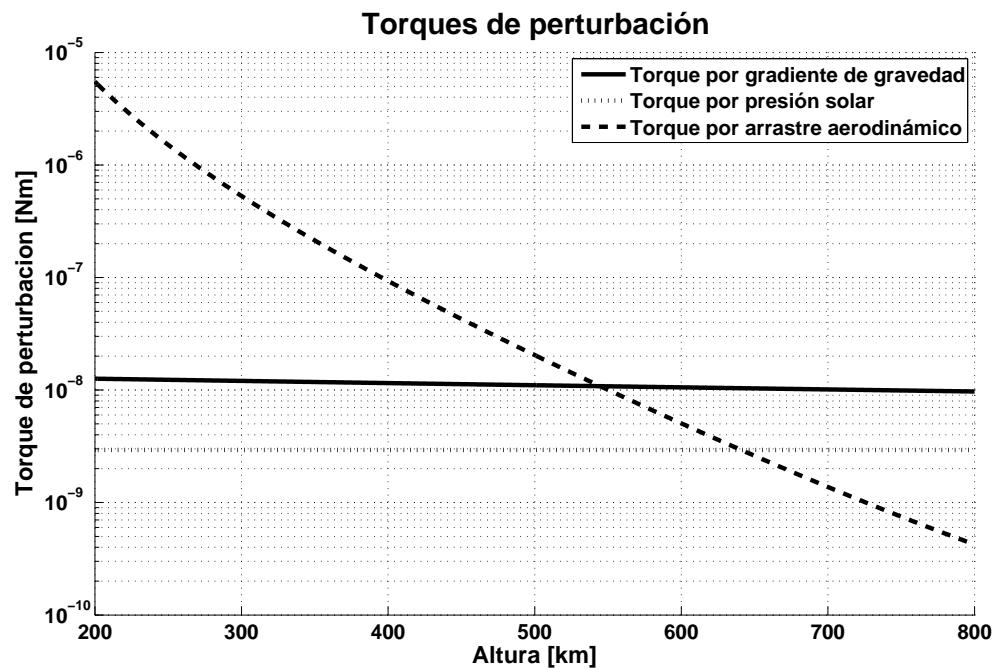


Figura 3.9: Comparación de los torques de perturbación

CAPÍTULO 4

Sistema de control magnético pasivo

La finalidad de la presente tesis es el desarrollo de un sistema de control de actitud para satélites pequeños. Este sistema posee dos objetivos fundamentales; el primero es estabilizar al satélite después de haber sido expulsado por el desplegador y el segundo es controlar la actitud del mismo para garantizar las comunicaciones con Tierra. Adicionalmente posee un objetivo secundario, el cual es la toma de fotografías de la Tierra mediante cámaras situadas en el eje z^c del satélite.

Para el caso del satélite Chasqui I se opta por el uso de imanes permanentes y materiales de histéresis para cumplir con los dos objetivos fundamentales. Este sistema es denominado sistema de control pasivo. Se usa el término *control pasivo* debido que no se le aplica energía al sistema para su control; en lugar de esto se modifica ligeramente la dinámica del propio sistema para que naturalmente, tienda al punto de equilibrio deseado.

En el caso de satélite pequeños, las técnicas de control pasivo no sólo ofrecen ventajas en relación al nulo consumo de energía de actuación, sino muchas otras; entre estas destaca su independencia del sistema de sensado y determinación, lo cual aumenta la confiabilidad del sistema. En un lazo de control activo cerrado, el primer paso es realizar un sensado, posteriormente proceder a una estimación de los estados del sistema, para finalmente proceder al cálculo de los algoritmos y la actuación. Todos los errores que se generen en cada una de estas etapas son propagados a los demás, y en caso que alguno de estos falle, todo el sistema se ve afectado; en caso crítico, todo el

sistema falla. En el caso del control pasivo, no se necesita información del sensado o determinación, no existen algoritmos de control a calcular, y los riesgos de errores en la actuación son menores, pues al no haber intercambio de señales los únicos posibles errores son los de diseño o manufactura (también presentes en los actuadores activos).

En el presente capítulo se realizan los cálculos necesarios para el diseño de un controlador pasivo de estabilización por materiales de histéresis y un controlador pasivo de orientación por imanes permanentes; así como un análisis magneto estático del sistema bajo la configuración geométrica deseada.

4.1. Actuación magnética pasiva

Entre los actuadores pasivos más empleados, se encuentran los imanes permanentes y materiales de histéresis, ambos de naturaleza magnética. Estos actuadores interactúan con el campo magnético de la Tierra para generar un torque de actuación. Adicionalmente los materiales de histéresis emplean sus característica de histéresis para disipar energía. El principal problema con este tipo de actuadores es la restricción de su actuación al plano perpendicular del campo magnético terrestre, lo cual hace al sistema no controlable por tramos. Por otra parte, sus ventajas son su bajo peso y elevados torques de actuación.

Otra técnica bastante empleada es el uso del gradiente de gravedad sobre el satélite. Los actuadores que emplean gradientes de gravedad aprovechan el efecto generado por la diferencia en el campo gravitatorio sobre el satélite. Generalmente constan de una barra (retráctil o fija) en cuyo extremo se coloca un peso adicional, el cual puede ser un peso muerto, algún sensor o la carga útil (por ejemplo una cámara para fotos). Esta barra con el peso actúa como una especie de péndulo y orienta el eje de la barra con el del gradiente de la gravedad, es decir hace que la barra apunte hacia la Tierra. Este sistema es bastante eficiente, en especial con el uso en conjunto de barras de histéresis [36, 37]. Pero tras realizar algunas simulaciones para el caso del Chasqui I se

determinó que era necesaria una barra de casi 1 metro de longitud y una masa de 500 g para lograr la orientación necesaria; estas características se encuentran fuera del rango permisible en volumen y peso, por lo cual fue descartado su uso. Más aún, la implementación mecánica de dicho sistema presenta grandes dificultades, pues la estructura puede ser bastante complicada, en especial si se desea una barra retráctil.

Otros sistemas emplean las fuerzas aerodinámicas creando un perfil aerodinámico para el satélite, este perfil se diseña de tal forma que estabiliza al satélite y lo orienta respecto al vector de velocidades mediante aletas u otras estructuras. De la misma forma que para el caso anterior, uno de los principales problemas es la implementación mecánica de la estructura.

De estos tres sistemas analizados, se seleccionó la actuación netamente magnética para el control pasivo, empleando los imanes permanentes para la orientación y los materiales de histéresis para la estabilización. Dado que la facilidad de implementación, reducido peso y volumen lo vuelven ideales para satélites pequeños. En la presente sección se amplía este análisis al desarrollar modelos matemáticos que representan la generación de momentos magnéticos por los actuadores pasivos escogidos, los cuales fueron usados en el capítulo anterior para la descripción de la actuación magnética. Adicionalmente se destacan los materiales seleccionados para los actuadores, especificando sus propiedades principales, dado que serán usadas para simulaciones y pruebas de implementación posteriores.

4.1.1. Materiales de histéresis

4.1.1.1. Modelos matemáticos de histéresis

Existen varios métodos analíticos para la elaboración de estos modelos, desde métodos simples como modelar el fenómeno de histéresis como un “switch” [11] o como un “switch” con pendiente [38] a otros más complejos como el modelo Preisach [6, 11] y Jiles-Atherton[11], o como los modelos de Rayleigh, Frolich, Potter, Hodgdon o Duhen [39]. En base a estos modelos podemos simular el comportamiento del

material dado el campo magnético al cual se le expone. En el presente trabajo se realizó la implementación de los modelos switch y Preisach analizando las ventajas y desventajas de cada modelo.

Operador $\gamma_{\alpha\beta}$ El elemento básico que pueda definir un ciclo de histéresis es el histerión y su relación entrada-salida puede observarse en la Fig. 4.1.

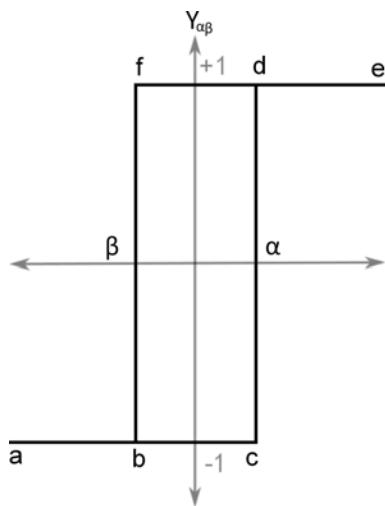


Figura 4.1: Histerión

El comportamiento mostrado no cumple las condiciones de una función pues para una misma entrada posee diferentes salidas, en su lugar se puede definir como una operación. Dicha operación la denominamos $\gamma_{\alpha\beta}$ donde α se considera siempre mayor a β . Para que el valor de salida pase de negativo a positivo, la entrada debe superar el valor *alpha*, siguiendo el camino *abcde*. En cambio, para que el valor de salida pase de positivo a negativo, la entrada debe ser inferior al valor de *beta*, siguiendo el camino *edfba*.

La función asociada a este operador depende de la entrada $u(t)$ y se podría definir entonces como:

$$F(t) = \gamma_{\alpha\beta} u(t). \quad (4.1.1)$$

Modelo Switch Se emplea el operador $\gamma_{\alpha\beta}$ para el modelo de histéresis tipo switch, el cual es en realidad el operador $\gamma_{\alpha\beta}$ con el campo magnético de la Tierra como entrada y la inducción magnética generada por el material de histéresis como salida.

Para el caso del material seleccionado CO-NETIC los valores α y β son 1.59 y -1.59 Am^{-1} , y la salida saturada es 0.8 T.

Este modelo presenta grandes ventajas debido a su simplicidad, pues su implementación en un simulador es sencilla y poco demandante computacionalmente. Además posee un comportamiento muy similar al real cuando se consideran entradas que fácilmente saturan al material, como es el caso estudiado. Por otro lado, no posee ciclos parciales de histéresis por lo que no se cumple la propiedad de congruencia que será explicada más adelante.

Tras simular el sistema empleando este modelo se observa en la Fig. 4.2a la salida en unidades Tesla del material de histéresis, y en la Fig. 4.2b la curva BH correspondiente. Cabe resaltar de la Fig. 4.2b que las entradas al modelo están en muchos casos muy por encima de los valores mínimos de saturación.

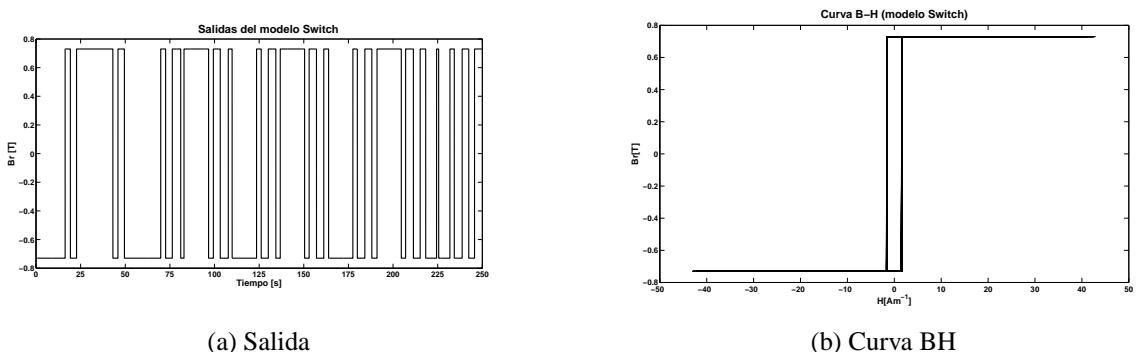


Figura 4.2: Modelo Switch

Tras realizar un varias simulaciones, se observa que el tiempo en segundos necesario para realizar la simulación de 1 órbita usando pasos de 0.01 segundos en una computadora Pentium D de 2.8GHz, usando el simulador simplificado implementado en Simulink, es en promedio 277.64 s con una desviación estándar de 24.75 s.

Modelo Preisach El modelo Preisach fue desarrollado en 1935 por F. Preisach [40], quien realizó un análisis más intuitivo y cualitativo que matemático. Pero fue hasta la década de los 70 y 80 que el matemático Russo M. Krasnoselskii [41] formalizó el trabajo realizado por Preisach y le otorga gran parte del rigor matemático que el modelo posee hoy en día. El modelo matemático completo, así como su implementación numérica detallada puede encontrarse en [6].

El modelo de Preisach se obtiene modelando al material de histéresis como la suma de varios histeriones ($\gamma_{\alpha\beta}u(t)$) con una función de pesos arbitraria $\mu(\alpha, \beta)$. De esta manera puede modelarse al sistema como:

$$F(t) = \int \int_{\alpha > \beta} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta. \quad (4.1.2)$$

Interpretación geométrica del modelo de Preisach La interpretación geométrica del modelo de Preisach se basa en la consideración que existe una relación directa y única entre los operadores $\gamma_{\alpha\beta}u(t)$ y los puntos (α, β) del semiplano $\alpha \geq \beta$. De esta forma la representación geométrica de (4.1.2) es la mostrada en la Fig. 4.3b, donde la hipotenusa del triángulo es la igualdad $\alpha = \beta$ y los vértices son los puntos (α_0, β_0) , $(\alpha_0, -\beta_0)$ y $(-\alpha_0, -\beta_0)$. La función $\mu(\alpha, \beta)$ estaría definida para los valores internos de este triángulo y sería igual a cero para los puntos fuera de esta área conexa.

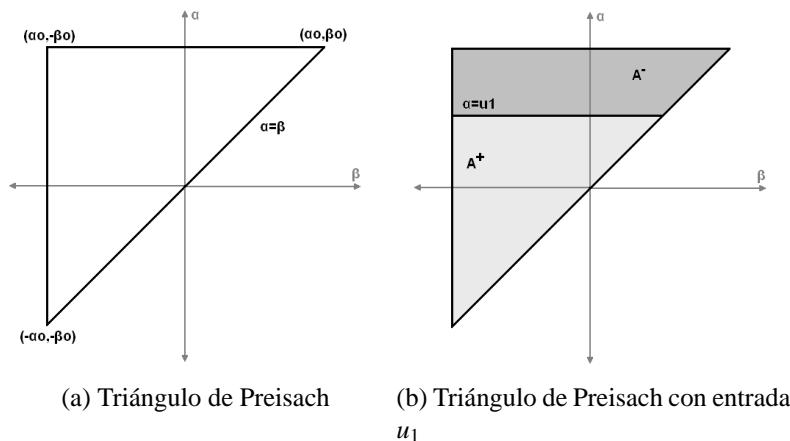


Figura 4.3: Interpretación Geométrica del Modelo de Preisach

Se definen dos áreas dentro del triángulo de Preisach, el área positiva A^+ y el área negativa A^- . El valor de estas áreas es el que determinará la salida del sistema. Si se imagina que el material se encuentra saturado a causa de un campo muy negativo, todas las salidas de los histeriones serían iguales negativas y A^- abarcaría todo el triángulo. En caso contrario, si se considera que el material se encuentra saturado a causa de un campo muy positivo, todas las salidas serían positivas y A^+ abarcaría todo el triángulo.

Colocándose en la primera situación, se aumenta el campo externo de forma continua hasta llegar a u_1 , el que es mayor que $-\alpha_0$ y menor que α_0 . En este caso, todos aquellos histeriones cuyo α es menor que u_1 cambian su salida a positiva, mientras que los valores de los histeriones restantes siguen siendo negativos. De esta forma se obtienen las áreas A^+ y A^- , divididas por la línea horizontal $\alpha = u_1$, siendo el área A^+ el área del triángulo desde $-\alpha_0$ hasta u_1 y el área A^- la restante, tal como se muestra en la Fig. 4.3b.

A continuación, el valor del campo se disminuye de forma continua hasta el valor u_2 , el cual es mayor a α_0 . Ahora, todos los histeriones cuyo β es mayor que u_2 cambian su salida a negativo. En este caso se obtienen las áreas A^+ y A^- las cuales están divididas por la línea horizontal $\alpha = u_1$ y $\beta = u_2$, siendo el área A^+ la intersección de las áreas debajo de ambas líneas, tal como se muestra en la Fig. 4.4a.

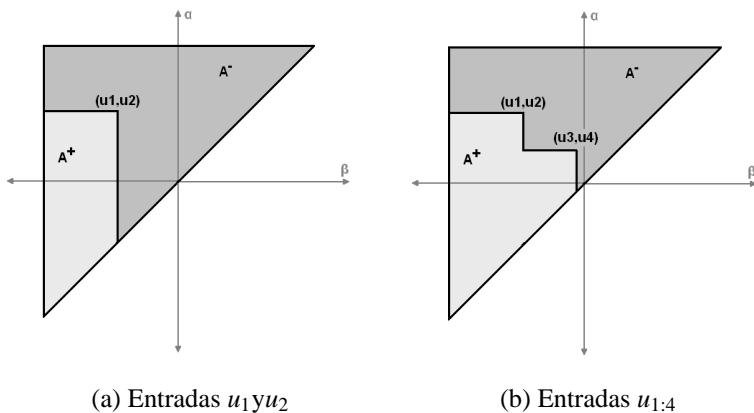


Figura 4.4: Triángulo de Preisach

Continuando con este procedimiento, se aumenta el valor de campo hasta u_3 , que

cumple con $u_1 > u_3 > u_2$ y luego se disminuye hasta u_4 , que cumple con $u_3 > u_4 > u_2$. Se obtiene para este caso el triángulo de Preisach mostrado en la Fig. 4.4b. Generalizando este procedimiento notamos que las áreas A^+ y A^- dependen de los valores máximos y mínimos del campo al que el material ha sido sometido, es decir poseen memoria. Es más, estas áreas se encuentran delimitadas por una función escalonada $L(t)$, que posee n escalones con coordenadas α y β coincidentes con los valores mínimos y máximos para instantes de tiempo anteriores. Para valores de entrada que son incrementados de forma continua, el eslabón horizontal final de $L(t)$ se desplaza hacia arriba. Mientras que, para valores de entrada que disminuyen de forma continua, el eslabón vertical final se desplaza de derecha a izquierda.

De manera formal y bajo la lógica descrita, se puede reformular (4.1.2) como la suma de dos integrales:

$$F(t) = \int \int_{A^+(t)} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta + \int \int_{A^-(t)} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha\beta} u(t) d\alpha d\beta. \quad (4.1.3)$$

Considerando que:

$$\gamma_{\alpha\beta} u(t) = 1, \forall (\alpha, \beta) \in A^+(t), \quad (4.1.4)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} u(t) = -1, \forall (\alpha, \beta) \in A^-(t), \quad (4.1.5)$$

de (4.1.3) finalmente se tiene:

$$F(t) = \int \int_{A^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \int \int_{A^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (4.1.6)$$

Propiedades del modelo Preisach La primera propiedad del modelo Preisach es la igualdad de los valores absolutos de saturación positivos y negativos. En el valor positivo de saturación el campo es mayor a α_0 , por lo que el valor de todos los

operadores γ es +1. De acuerdo con (4.1.6) se tiene que:

$$F^+ = \int \int_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (4.1.7)$$

Para el caso de saturación negativa, el campo es menor a $-\beta_0$, por lo que el valor de todos los operadores γ es -1. De acuerdo con (4.1.6) se tiene que:

$$F^- = - \int \int_T \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta; \quad (4.1.8)$$

por tanto (4.1.7) y (4.1.8), se tiene:

$$F^+ = -F^-, \quad (4.1.9)$$

de esta forma se comprueba que en la saturación, sea positiva o negativa, el modelo de Preisach tiene, en valor absoluto la misma salida.

La segunda propiedad importante del modelo de Preisach es que no acumula todos los valores de entrada anteriores, algunos pueden ser “borrados” por las siguientes entradas. Para explicar mejor esta propiedad, considérese la secuencia de entradas decrecientes u_1, u_3, u_5, u_7 de valores locales máximos, y una secuencia de entradas crecientes u_2, u_4, u_6, u_8 de valores mínimos locales, las cuales son aplicadas en orden de su subíndice, obteniéndose el triángulo mostrado en la Fig. 4.5a.

Ahora se aplica una entrada u_9 , la cual es mayor a u_3 , siendo el triángulo resultante el mostrado en la Fig. 4.5b. Del gráfico resulta evidente que la entrada u_9 eliminó los vértices cuya coordenada α era menor, eliminando la memoria que guarda el modelo sobre estas. De la misma manera, si en lugar de la entrada u_9 , se hubiese aplicado la entrada u_{10} , la cual fuese menor que u_4 , el triángulo resultante sería el mostrado en la Fig. 4.5c. De este nuevo gráfico podemos notar que la entrada u_{10} eliminó los vértices cuya coordenada β era mayor, eliminando la memoria que guarda el modelo sobre estas.

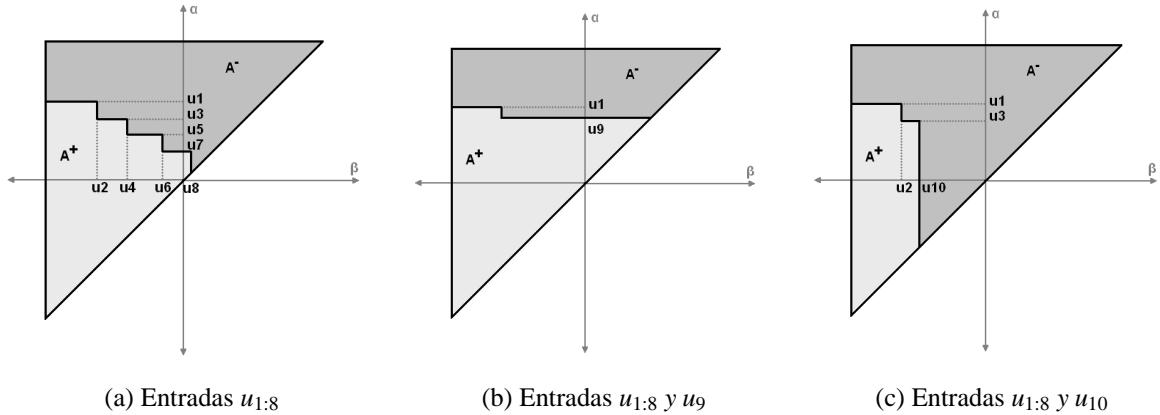


Figura 4.5: Propiedad de borrado

De lo expuesto anteriormente podemos concluir que el modelo de Preisach posee la propiedad de borrar el registro de aquellos valores cuyas coordenadas α sean menores que la entrada o cuyas coordenadas β sean mayores.

La última propiedad es la congruencia de los lazos de histéresis menores. Si se tienen dos secuencias de entradas $u_a(t)$ y $u_b(t)$, las cuales han tenido valores diferentes antes del tiempo t_0 a partir del cual, empiezan a oscilar entre dos valores externos u_1 y u_2 , se puede demostrar que las variaciones en las salidas correspondientes a dichas entradas serán las mismas, generando pequeños lazos de histéresis congruentes.

La propiedad indica que las variaciones en las salidas de Preisach son las mismas si es que ambos sistemas son oscilados entre los mismos valores, u_1 y u_2 . Observándose la Fig. 4.6 puede notarse que tanto el triángulo generado por u_a (Fig. 4.6(izq)) como el generado por u_b (Fig. 4.6(der)), al aplicarse las entradas u_1 y u_2 de manera sucesiva, las variaciones en el triángulo de Preisach ΔT_1 son idénticas a las variaciones ΔT_2 . Considerando que en ambos casos se llegó al punto menor u_1 y luego se aumentó la entrada a u_2 , se tiene que el área A_i^+ es aumentada en ΔT_i y A_i^- decrece en ΔT_i . De lo descrito anteriormente y de (4.1.6), se tiene que:

$$\Delta F_1 = 2 \int \int_{\Delta T_1} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta, \quad (4.1.10)$$

$$\Delta F_2 = 2 \int \int_{\Delta T_2} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (4.1.11)$$

Dado que $\Delta T_1 = \Delta T_2$, se tiene que:

$$\Delta F_1 = \Delta F_2. \quad (4.1.12)$$

Con lo que se concluye que para todo ciclo menor de histéresis, que se dé debido a la variación cíclica entre dos valores, produce salidas congruentes.

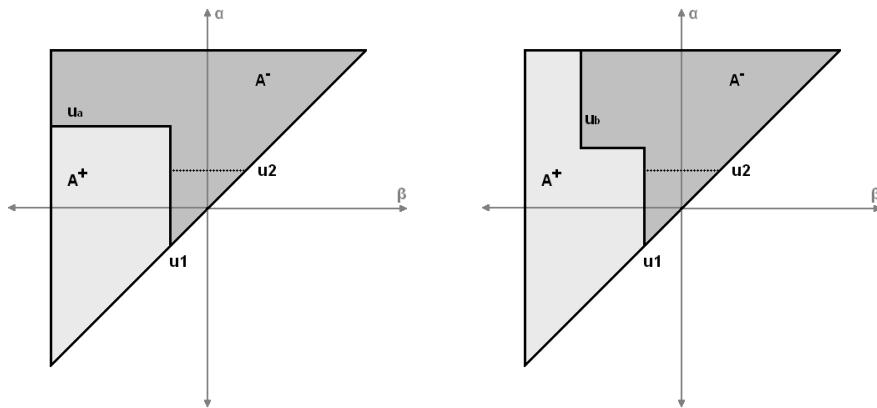


Figura 4.6: Propiedad de la congruencia: (izq) entrada u_a , (der) entrada u_b

Implementación numérica Para la implementación numérica del modelo Preisach es necesario implementar en primer lugar el triángulo de Preisach, luego usando (4.1.6), es posible modificar el sistema para que reproduzca de manera fidedigna al material magnético que se desee representar.

En cuanto a la implementación del triángulo de Preisach, es necesario decidir el número de histeriones con los que se modelará el sistema. Para esto se debe tomar en cuenta el error que genera el tener una menor cantidad de histeriones y el costo computacional que significa tener una mayor cantidad.

La Fig. 4.7 muestra la precisión del modelo de Preisach implementado cuando se consideran 55 y 5050 histeriones. Como se puede observar a mayor cantidad de histeriones, mejor es la resolución del modelo.

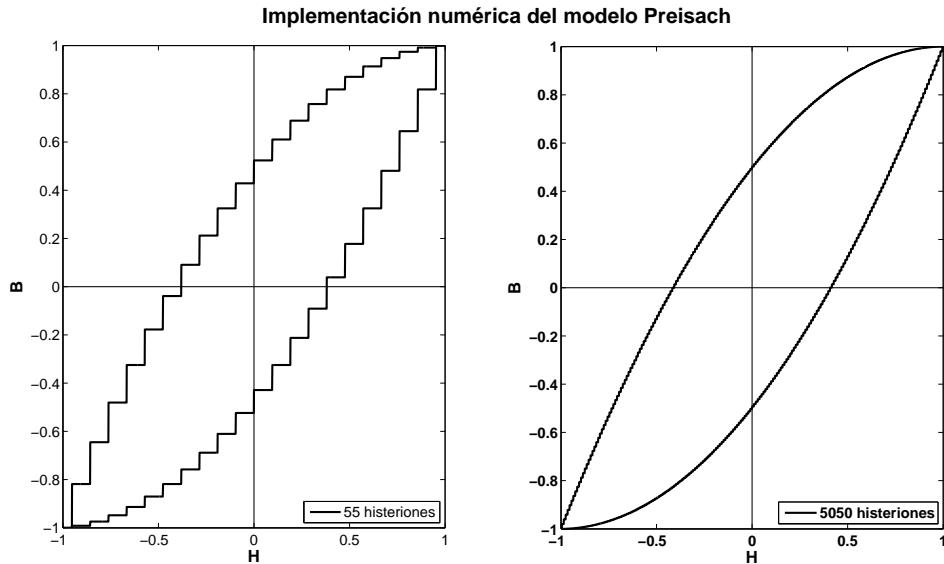


Figura 4.7: Implementación numérica del modelo Preisach, empleando 55 y 5050 histeriones

El modelo Preisach es computacionalmente más demandante que el modelo Switch, pero es capaz de representar el fenómeno de histéresis con mayor exactitud. Tras simular el sistema empleando este modelo con distintos número de histeriones, se observa en la Fig. 4.8 la salida en unidades Tesla de los modelos, y en la Fig. 4.9 las curvas BH correspondientes.

Cabe resaltar de la Fig. 4.9 que se pueden apreciar lazos menores de histéresis, este fenómeno no puede ser apreciado en el modelo Switch.

Adicionalmente, para el caso del modelo de Preisach, es necesario establecer un número óptimo de histeriones, los que deben mostrar un balance entre fidelidad del modelo y costo computacional del mismo. Para realizar esta decisión es conveniente usar el simulador antes descrito para medir los errores ante diversos números de histeriones y los tiempos que la computadora necesita para poder ejecutarlos. En cuanto a los errores, se compara la salida con la que se obtendría para un modelo de Preisach con 5050 histeriones, el cual sirve de patrón.

En la Fig 4.10 se muestran los resultados obtenidos tras simular los comportamientos del sistema ante distintas condiciones iniciales posibles. En la Fig. 4.10 (izq)

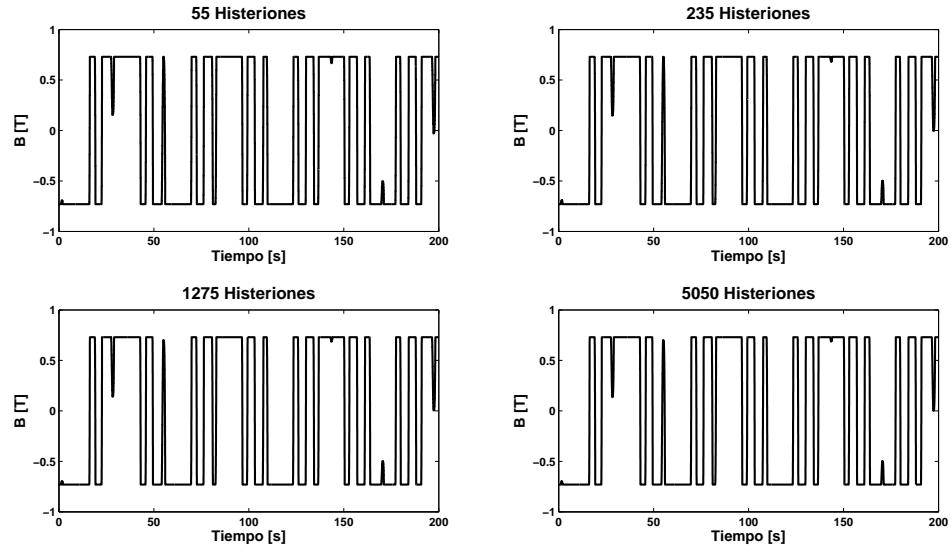


Figura 4.8: Modelo Preisach: salidas

se muestra la media y desviación estándar del error que cada modelo obtuvo y en la Fig. 4.10 (der) la media y desviación estándar del tiempo necesario para llevar a cabo las simulaciones.

De lo observado, es evidente que el error es pequeño (menor al 3.5%), incluso para un número muy limitado de histeriones, por lo que la decisión se toma principalmente por el tiempo de simulación, el cual es casi constante hasta los valores entre 100 y los 150 histeriones; por lo que se elige emplear 120 histeriones para las simulaciones.

Comparación entre modelos En la Fig. 4.11 se compara las salidas del modelo Switch con el modelo Preisach, de lo que se aprecia bastante similitud en ambas respuestas, salvo por pequeños lazos internos que pueden modelarse con el modelo de Preisach, pero no con el de Switch.

Al realizar varias simulaciones para ambos casos, se encuentra que el error promedio es de 3.14% con una desviación estandar de 0.72%. Adicionalmente, de las secciones anteriores se puede recordar que el tiempo de simulación promedio para el modelo Switch fue de 277.7 s, mientras que para 120 histeriones el tiempo de simulación promedio fue de 454.76 s, de lo que se obtiene que el modelo Switch es 38.9%

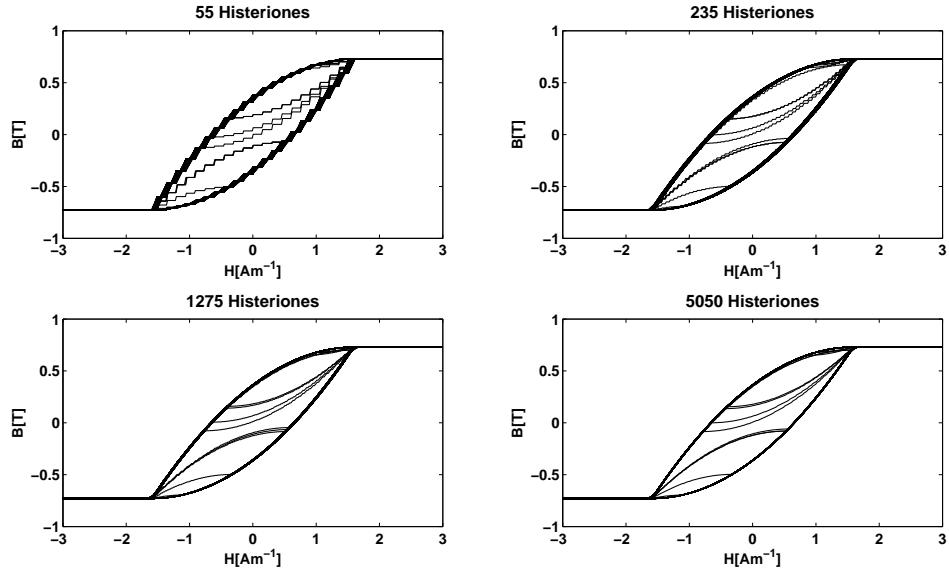


Figura 4.9: Modelo Preisach: curvas BH

más rápido. Aún para el caso donde apenas se usa 1 histerión, el tiempo de simulación promedio es de 436.2 s, lo que haría al modelo Switch 36.33 % más rápido.

De lo mostrado anteriormente, aunque el modelo Switch sea 3.14 % menos exacto, es por lo menos 36.33 % más rápido, por lo que se recomienda su empleo. La razón por la cual no se genera un error mayor entre ambos modelos es debido al sistema que se analiza. El campo magnético de la Tierra es lo suficientemente grande como para, casi en todos los casos, causar lazos de histéresis totales, caso en el cual ambos modelos exhiben respuestas similares.

4.1.1.2. Selección del material de histéresis

Existe una gran variedad de materiales que pueden ser empleados para la creación de materiales de histéresis; entre los más empleados comercialmente se encuentran los permalloy y los mu-metal.

Permalloy es una aleación de, aproximadamente, 80% níquel (Ni) y 20% hierro (Fe). Típicamente poseen una permeabilidad relativa de casi 1e5 y una saturación de inducción de 0.77 T. Otras aleaciones derivadas del Permalloy son el 45 Permalloy

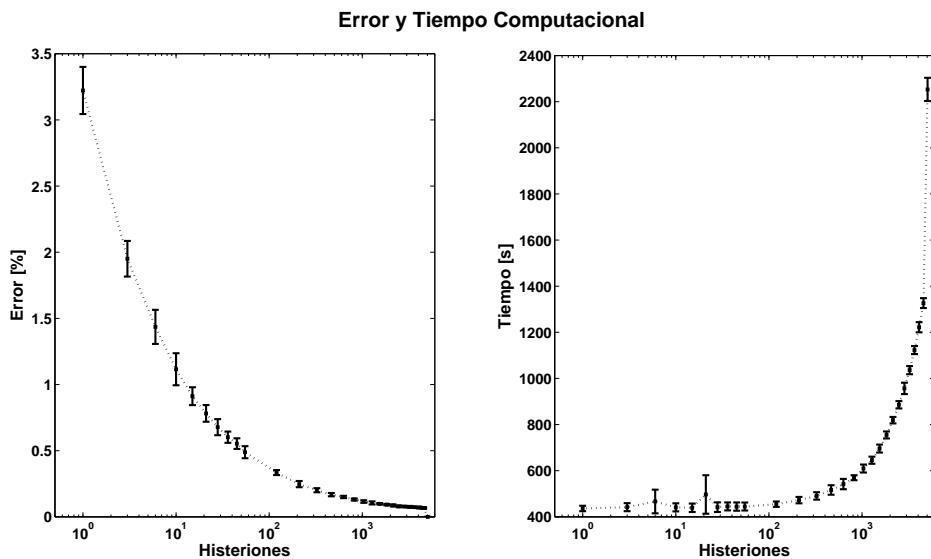


Figura 4.10: Errores y tiempos de simulación

(45 % Ni, 55 % Fe) Permalloy de molibdeno (81 % Ni, 17 % Fe y 2 % Mo).

Mu-metal es otra aleación de níquel-hierro, con la adición de cobre y molibdeno. La diferencia con el Permalloy es su mayor ductilidad, lo que permite la elaboración de láminas y cables más delgados. Otras aleaciones similares al Mu-metal incluyen al Supermalloy (77 % Ni, 14 % Fe, 5 % Cu y 4 % Mo), teniendo una permeabilidad relativa de 8e5; HyMu80, con una permeabilidad relativa de 2e5, y Co-Netic, con una permeabilidad relativa de 4.5e5.

Cualquiera de los mencionados materiales es adecuado para su uso en el sistema de control pasivo, por lo que la elección del Co-Netic se basa exclusivamente en su mayor disponibilidad comercial.

4.1.2. Imanes permanentes

4.1.2.1. Modelo matemático de imanes permanentes

Un imán permanente es un material que tras ser expuesto a cierta fuerza magnetizante, es capaz de magnetizarse, reteniendo parte de esa energía, y crear su propio campo magnético. El uso de imanes permanentes en el control de actitud de satélites

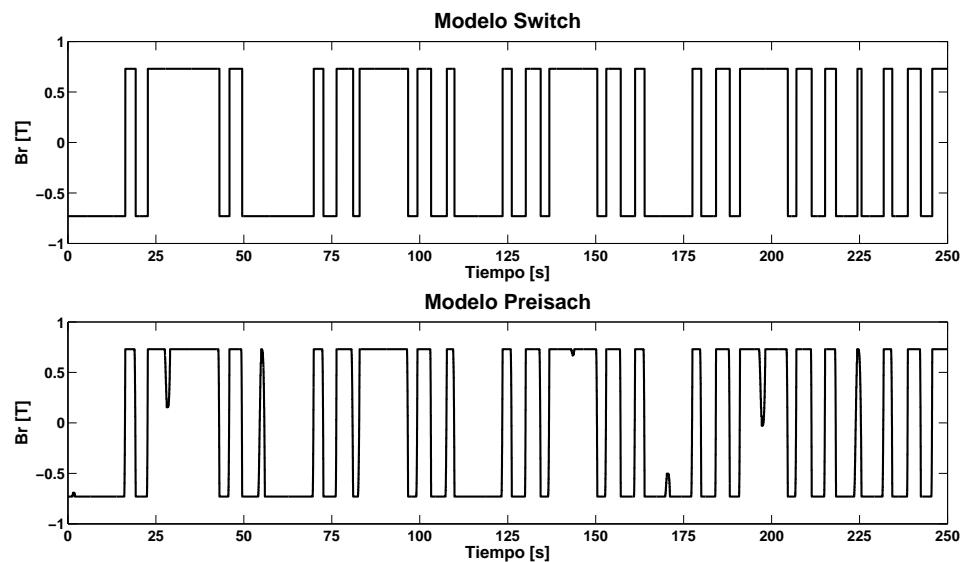


Figura 4.11: Comparación de salidas

implica la alineación de un determinado eje del satélite (eje del imán) con las líneas del campo magnético terrestre. Dicha alineación genera una rotación, en su traslación alrededor de la Tierra, de 2 revoluciones por órbita, tal como se muestra en la Fig. 4.12.

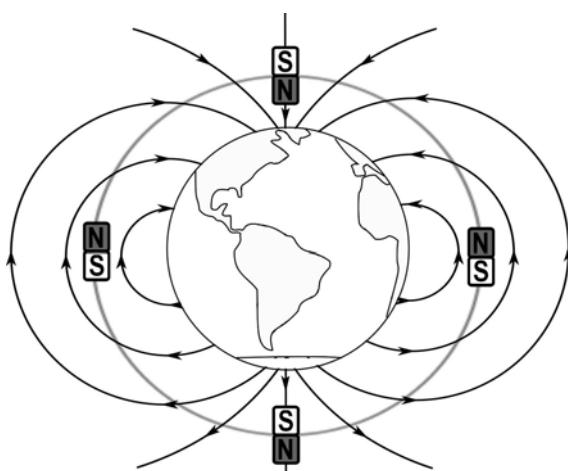


Figura 4.12: Control de actitud con imanes permanentes

Este comportamiento se justifica en la generación de fuerzas de Lorentz, expresadas por (2.2.34). El imán permanente, en el satélite, al interactuar con el campo magnético de la Tierra, genera un torque; por lo que su modelo matemático puede

expresarse de la forma:

$$\tau_{\text{iman}} = \mathbf{m}_{\text{iman}} \times \mathbf{B}_{\text{Tierra}}, \quad (4.1.13)$$

donde \mathbf{m}_{iman} es el momento magnético del imán, y está dado por:

$$\mathbf{m}_{\text{iman}} = \frac{V_{\text{iman}}}{\mu_0} \mathbf{B}_{\text{iman}}, \quad (4.1.14)$$

con V_{iman} siendo el volumen del imán y \mathbf{B}_{iman} la inducción intrínseca ó la contribución del imán a la inductancia magnética total.

4.1.2.2. Selección de imanes permanentes

Existe una gran variedad de materiales que pueden ser empleados para la creación de imanes permanentes; entre los más empleados se encuentran los imanes cerámicos o ferríticos, los Alnicos y los imanes de tierras raras.

Los imanes cerámicos o ferríticos son compuestos cerámicos con Fe_2O_3 como su principal componente. Electricamente son, en su mayoría, no conductores y mecánicamente duros. Algunos poseen propiedades magnéticas que los hacen ideales como imanes permanentes; entre los cuales destaca la ferrita de estroncio ($\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$), la ferrita de bario ($\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$) y la ferrita de cobalto (CoFe_2O_4). La temperatura de Curie de estos imanes oscila en torno a los 250 °C y su campo magnético remanente cerca a los 0.5 T. Estos materiales son ampliamente usados en parlantes subgraves, como elementos de grabación magnética y en bandas de información magnética.

Los imanes de Alnico, son aleaciones de hierro con aluminio (Al), níquel (Ni) y cobalto (Co); algunas veces incluyen pequeños porcentajes de cobre (Cu) y titanio (Ti). Son imanes permanentes con un gran magnetización, alrededor de 1.25 T, siendo los imanes permanentes más fuertes con excepción de los imanes de neodimio o de samario-cobalto. Poseen las temperaturas de Curie más elevadas (cercanas a los 800 °C, aunque sus temperaturas de operación son normalmente limitadas a 500 °C), además de la extraordinaria propiedad de mantener su magnetización casi invariante en

relación a la temperatura.

Los imanes de tierras raras son los imanes permanentes más fuertes producidos hasta el momento, con magnetizaciones remanentes cercanas a los 1.4 T. Están formados por aleaciones de elementos de tierras raras (todos los lantánidos, Escandio e Itrio). Los principales imanes de tierras raras son el neodimio ($Nd_2Fe_{14}B$) y el samario-cobalto ($SmCo_5$). Sus temperaturas de operación no son tan elevadas como los imanes AlNiCo, si embargo con temperaturas de Curie alrededor de 350 °C son aún aceptables para estas aplicaciones.

Debido a su alta magnetización remanente, su adecuada resistencia mecánica y excepcionales propiedades magnéticas ante temperaturas extremas, los imanes de Alnico fueron seleccionados entre todos los posibles imanes permanentes. En particular se decidió emplear imanes de Alnico 5 forjados, pues presentan las mejores propiedades magnéticas, además de ser comercialmente disponibles; lo cual simplifica su proceso de compra.

4.2. Estabilización empleando materiales de histéresis

El objetivo del sistema de estabilización pasivo es la reducción de las velocidades angulares del satélite, las que pueden ser relativamente elevadas después que este es expulsado del P-POD; trabajos previos consideran una velocidad angular máxima de 0.5 rad/s, esta velocidad angular causa que el satélite se encuentre tambaleando de forma caótica. Para conseguir este objetivo se emplean materiales de histéresis, los que disipan la energía rotacional del satélite gracias a sus propiedades histeréticas (modeladas en la sección anterior).

El primer paso para el diseño del sistema de control pasivo es la selección del volumen del material de histéresis, este volumen dependerá del tiempo en el cual se desee realizar la estabilización y del volumen del imán permanente; posteriormente es necesario definir la forma del material, lo que se realiza considerando la disposición

de los materiales y el factor de demagnetización que presente la forma escogida.

4.2.1. Cálculo del volumen deseado de material de histéresis

La energía disipada por el material de histéresis es debida al trabajo realizado por el mismo, el cual puede ser calculado por el área bajo el gráfico BH y el torque sobre el sistema que este genera. Para 1 revolución completa, se tiene que la energía disipada es:

$$E_{d1} = \frac{V_{hist}}{u_0} B_{Tierra} \cos(\theta) (\oint H dB), \quad (4.2.1)$$

donde E_{d1} es la energía disipada en 1 vuelta, V_{hist} es el volumen del material de histéresis en cada eje, $\oint H dB$ es el área bajo el gráfico BH y θ es el ángulo que forman el campo magnético de la Tierra y el momento magnético de los materiales de histéresis.

La disipación de energía total depende del número de total de rotaciones completas que de el satélite, por lo que de (4.2.1) y relacionando el número total de rotaciones completas con la integral de ω en el tiempo, se tiene:

$$E_{td} = -\frac{E_{d1}}{2\pi} \int \omega dt. \quad (4.2.2)$$

De (4.2.2) se define la energía cinética rotacional para cualquier instante t:

$$Ek(t) = \frac{1}{2} I \omega^2 = Ek(0) - \frac{E_{d1}}{2\pi} \int \omega dt, \quad (4.2.3)$$

derivando respecto al tiempo:

$$I \omega \dot{\omega} = -\frac{E_{d1}}{2\pi} \omega, \quad (4.2.4)$$

simplificando y dividiendo entre I se tiene:

$$\dot{\omega} = -\frac{E_{d1}}{2\pi I} = -\frac{V_{hist} B_{Tierra} \oint H dB \cos(\theta)}{2\mu_0 \pi I}, \quad (4.2.5)$$

integrando respecto al tiempo, considerando $t_0 = 0$, $\omega_f = 0$ y despejando t_f , se tiene

finalmente:

$$t_f = \frac{2\omega_0\mu_0\pi I}{V_{hist}B_{Tierra}\oint HdB\cos(\theta)}. \quad (4.2.6)$$

Analizando una órbita polar a 600 km, se tienen los siguientes datos del campo magnético de la Tierra:

$$B_{max} = 4,898e - 5 \text{ T},$$

$$B_{min} = 1,771e - 5 \text{ T},$$

$$B_{mse} = 3,556e - 5 \text{ T}.$$

Considerando el modelo switch de histéresis con $B_r = 0.8$ y $Hc = 1.59$; $\mu_0 = 1.25666e-6$, $I = 0.002$, $\omega_0 = 0.5\sqrt{3}$ rad/s, considerando la media cuadrada de $\cos(\theta) = 0.7$ y tomando B_{mse} , la Fig. 4.13 muestra los resultados obtenidos de (4.2.6) para volúmenes del orden de 10^{-8} m^3 , así como simulaciones realizadas para los mismos volúmenes y el momento magnético máximo que generarían. De esta gráfica puede apreciarse que el tiempo de estabilización teórico y el simulado poseen la misma tendencia. Incluso puede apreciarse que el tiempo de estabilización teórico acota satisfactoriamente al simulado para los volúmenes mostrados.

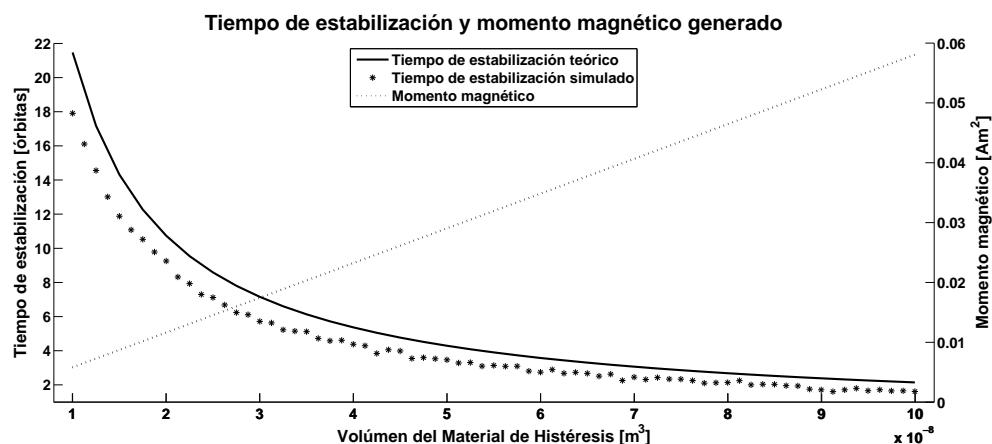


Figura 4.13: Tiempo de estabilización y momento magnético generado por el control de estabilización pasivo

Para la selección del volumen del material de histéresis existe otro parámetro a considerar, y es la estrecha relación entre el sistema de control pasivo de orientación y el de estabilización, debido a que ambos son de naturaleza magnética. Los imanes permanentes, encargados de la orientación, generan un campo magnético en el eje x^c , que en caso ideal se alinea completamente con el campo magnético de la Tierra; mientras que los materiales de histéresis generan campos magnéticos en los ejes y^c y z^c , los cuales ante velocidades rotacionales elevadas están constantemente cambiando de dirección y magnitud, pero una vez estabilizado el satélite, estos campos tenderán a saturarse en alguna de las direcciones, sin que podamos ser capaces de predecir esto. Estos campos magnéticos afectarán la correcta alineación del satélite respecto al campo magnético Terrestre, considerando que el B_{sat} de los materiales de histéresis son aproximadamente la mitad que el B_r del imán y que el momento resultante en el eje perpendicular a x^c es proporcional a $\sqrt{2}B_{sat}V_{mag}/2$, se tiene que el error producido en la alineación es:

$$\theta_e = \text{atan} \left(\frac{V_{hist}}{2\sqrt{2}V_{iman}} \right). \quad (4.2.7)$$

De (4.2.7), para un θ_e de 2.5° se tiene una relación entre V_{iman} y V_{hist} de 8:1, este ratio es el que se va a emplear para el cálculo del volumen del material de histéresis una vez calculado el volumen necesario para el imán.

Un dato importante que debe de calcularse son las velocidades y aceleraciones finales que pueden obtenerse empleando este sistema de estabilización pasivo. En tal sentido, se realizaron simulaciones con diferentes condiciones iniciales para los volúmenes del orden de 10 a 100 mm^3 , los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 4.14.

4.2.2. Cálculo de la forma del material de histéresis

Debido a las características geométricas propias del material de histéresis existe un factor de demagnetización que afecta directamente el desempeño del sistema. Para

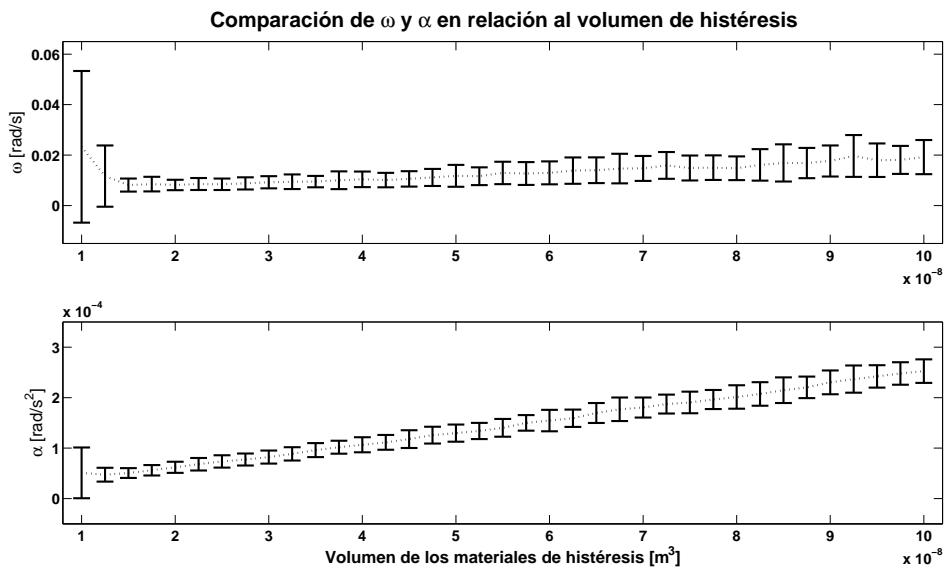


Figura 4.14: Comparación de las velocidades y aceleraciones angulares totales para distintos volúmenes del material de histéresis.

la elección de la forma del material de histéresis se considera tanto la disponibilidad en el mercado como el factor que posee.

En cuanto a la disponibilidad del mercado los materiales de histéresis pueden hallarse fácilmente en tres presentaciones: como cilindros, barras o láminas. Del Cuadro 2.2, resulta evidente que para tener un factor de demagnetización pequeño, lo que debemos buscar es la relación l/d más grande posible. Dado que el pico satélite posee una arista de 10 cm y debemos colocar estos materiales en su interior, es seguro considerar que la longitud máxima de nuestro material de histéresis puede encontrarse alrededor de los 9 cm.

Considerando un valor de volumen de $1.5 \times 10^{-8} \text{ m}^3$, se tiene que para un cilindro las dimensiones serían $l=9 \times 10^{-2} \text{ m}$ y $\phi=4.6066 \times 10^{-4} \text{ m}$, por lo que $m = 195,3723$ y de (2.2.46), el factor de demagnetización sería $N = 0,000156$. Para el mismo caso, pero considerando una barra de sección cuadrada a , se tiene $a = 4.08 \times 10^{-4} \text{ m}$, por lo que $m=220.4541$ y de (2.2.45), el factor de demagnetización sería $N = 0,002263$. Finalmente para el caso de láminas delgadas de 0.002", se tiene $e=5.08 \times 10^{-5} \text{ m}$, $a=3.28 \times 10^{-3} \text{ m}$ y de (2.2.44), el factor de demagnetización sería $N = 0,0009618$.

De los datos anteriores es evidente que la mejor opción es el uso de materiales de histéresis con forma cilíndrica, sin embrago en el mercado es difícil conseguir cilindros con diámetros tan pequeños como 0.4 mm, y su transporte es complicado. Mientras que las láminas de 0.002" son de fácil obtención a bajo costo, por lo que estas fueron escogidas sobre las demás formas.

4.3. Orientación empleando imanes permanentes

Los imanes permanentes serán empleados para orientar el eje x^c del satélite, el cual también es el eje de las antenas; con el eje del campo magnético de la Tierra, tal como lo muestra la Fig. 4.15.

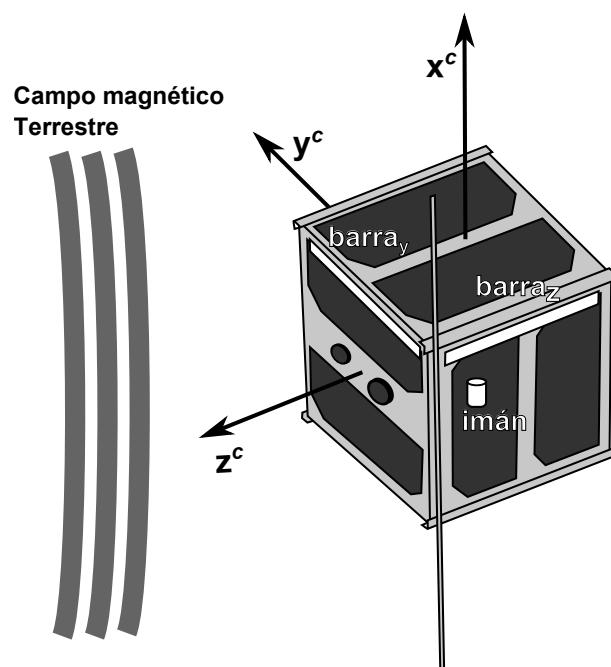


Figura 4.15: Esquema de la posición del imán permanente y las barras de histéresis respecto al satélite y su orientación con el campo magnético

Los imanes permanentes son un método de control de orientación de forma pasiva que sólo garantizan la alineación del eje x^c respecto al campo magnético de la Tierra, sin contar con una precisión muy alta ni un control de rotación en torno a dicho eje. Sin embargo estas condiciones son suficientes para garantizar las comunicaciones con

Tierra. Se escoge la alineación respecto al eje x^c , paralelo a las antenas; debido a que la estación terrena con la que se trabajará principalmente se encuentra en Lima-Perú. Precisamente cerca a Lima, es que se encuentra el ecuador magnético, lo que implica que las líneas de campo magnético son paralelas a la superficie. En muchos otros casos [18, 14], los imanes son colocados en ejes perpendiculares a las antenas, debido a que sus estaciones terrenas presentan líneas de campo casi perpendiculares a la superficie (Japón, USA, etc).

Para lograr el efecto de orientación cierto torque debe ser entregado al sistema para poder orientarlo; de los valores de velocidades y aceleraciones que posee el satélite, después de salir de la estabilización pasiva (estabilización empleando las láminas de histéresis) y de los torques de perturbación calculados para una órbita de 600 km, se calcula el torque necesario a generar por el sistema de actuación pasivo.

De (3.2.1) y considerando un caso crítico de $\dot{\Omega}_{ic} = 2\text{e-}4 \text{ rad/s}^2$ y $\Omega_{ic} = 0.02 \text{ rad/s}$ (obtenidos de la simulación mostrada en la Fig. 4.14) y $\|\tau_{pert}\| \approx 2,6\text{e-}9$, se tiene:

$$\tau_{iman} = \mathbf{I}\dot{\Omega}_{ic} + \Omega_{ic} \times \mathbf{I}\Omega_{ic} + \tau_{pert} \rightarrow \|\tau_{iman}\| \approx 10^{-6}. \quad (4.3.1)$$

Considerando $B_{iman} = 1.25 \text{ T}$, $\mu_0 = 1.25666\text{e-}6$, y $\theta = 10^\circ$. De (4.1.13), tomando el B_{mse} , se tiene que el volumen mínimo deseado es $V_{iman} = 124.49 \text{ mm}^3$. La imagen mostrada en la Fig. 4.16 muestra el resultado de las simulaciones del control pasivo de orientación con este volumen mínimo, se aprecia que inicialmente hay un tiempo de rotación sin control, tras el cual se pasa a una etapa de oscilación con un valor medio del error cercano al diseñado.

4.4. Disposición geométrica de los materiales magnéticos

Dado que la estación terrena principal con la que el satélite estará constantemente comunicándose se encuentra en Lima, cercana al ecuador magnético como lo demues-

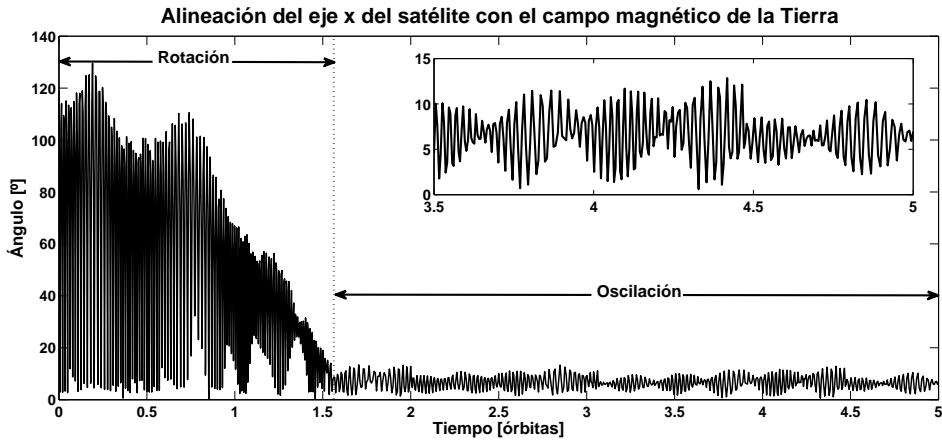


Figura 4.16: Alineación del eje del imán del satélite con el campo magnético de la Tierra

tran las simulaciones realizadas con el modelo de campos magnéticos IGRF a 600 km, los imanes permanentes deben necesariamente colocarse paralelos a la antena de comunicaciones, siendo el eje x^c el elegido para contener a los imanes y la antena. En cuanto a la disposición geométrica de los imanes, se decidió colocar los imanes en esquinas opuestas en el eje x^c , esto para disminuir el efecto de los imanes sobre el sensor magnético y para brindar mayor estabilidad al sistema. Si se ubiesen colocado ambos imanes en una sola arista del satélite, este hubiese oscilado en torno a la misma, causando efectos no deseados sobre el satélite. Debido a la disponibilidad comercial de los imanes se terminó por optar el uso de 4 imanes en lugar de 2, por lo que se colocaron en 4 esquinas diferentes; uno en cada esquina superior de la cara x_c^+ y los otros dos en cada esquina inferior de la cara x_c^- .

En cuanto a la posición de los materiales de histéresis, es necesario colocar una lámina en el eje z^c y otra en el eje y^c , tratando de alejarlas lo más posible entre sí y de los imanes permanentes. Esto es debido a la magnetización negativa que pueden causar los otros imanes sobre el material de histéresis, en caso se encuentren muy cerca. Respetando esta recomendación, sólo una configuración es posible, la cual se aprecia en la Fig. 4.17, donde los materiales de histéresis y los imanes se encuentran de color negro.

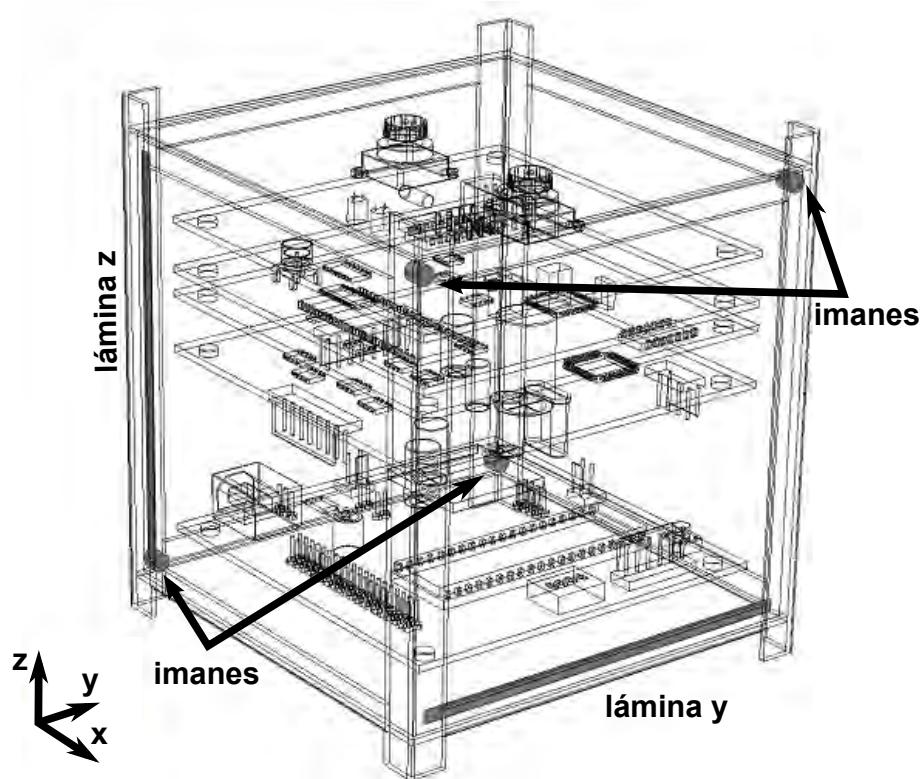


Figura 4.17: Posición de los imanes permanentes y materiales de histéresis

4.5. Análisis magneto estático del control pasivo

El uso de imanes en el control pasivo ocasiona problemas con el sensado del magnetómetro, dado que los campos magnéticos que estos generan pueden llegar a saturarlos. En el caso del proyecto Chasqui I, se trabajó con sensores magnéticos MicroMag3, los cuales se saturan en valores cercanos a los $300 \mu\text{T}$, pero su rango lineal es tan sólo hasta los $150 \mu\text{T}$. Para efectos de reducción de errores y simplificación de código, se consideró que el efecto máximo de los materiales magnéticos debe ser inferior a $75 \mu\text{T}$ (considerando que el campo máximo que deseamos sensar se encuentra alrededor de los $50 \mu\text{T}$ y dejando un margen de seguridad de $25 \mu\text{T}$).

Para analizar que tan fuerte es el efecto de los imanes sobre el magnetómetro se realizaron simulaciones de cómo es la distribución del campo magnético que genera el imán. La Fig. 4.18 muestra su efecto a lo largo del eje del imán, como se puede observar el momento magnético cae rápidamente y en el caso del volumen mínimo cal-

culado, para distancias de $5\sqrt{2}$ cm (distancia a la que se encuentran el magnetómetro según la disposición geométrica diseñada), el campo se encuentra dentro del rango de medición del magnetómetro, por lo que es suficiente el emplear un offset en la lectura del magnetómetro.

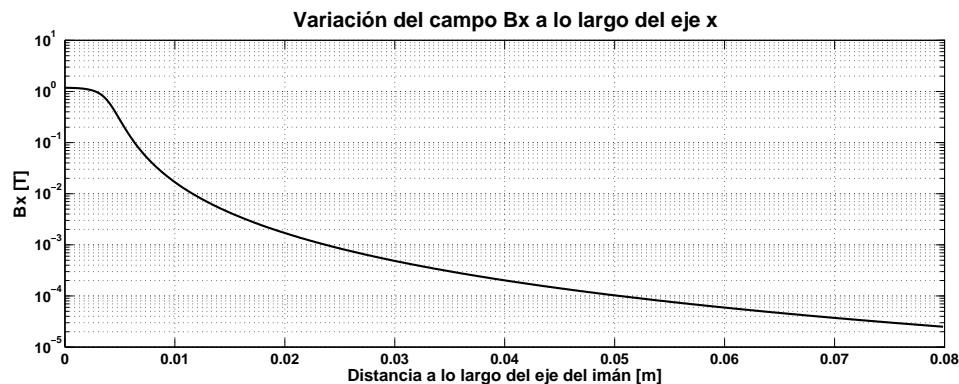


Figura 4.18: Valor del campo magnético generado por un imán respecto a su eje

El caso de las barras es un poco más complicado, pues no se conoce la dirección del campo que producen ni su valor; sin embargo, de las simulaciones que llevaron a la elección del modelo switch frente al Preisach en el modelado de los actuadores, se nota que normalmente los materiales de histéresis se encuentran saturados, produciendo un campo magnético máximo aproximadamente igual a la mitad del imán. Bajo estas consideraciones se realiza nuevamente la simulación para un volumen de 1/8 del volumen del imán, produciendo los resultados mostrados en la Fig. 4.19. En los resultados se aprecia como a una distancia de 5 cm (distancia a la que se encuentra el magnetómetro según la disposición geométrica diseñada), el campo generado está muy por debajo del valor máximo del rango deseado para el magnetómetro.

Finalmente la Fig. 4.20 muestra un análisis tridimensional de los campos magnéticos que generaría el sistema de control pasivo dentro del satélite, usando el método de elementos finitos en el programa Comsol Multiphysics. El objetivo principal de este análisis es determinar los posibles problemas que los materiales magnéticos podrían causar en el sensado del campo magnético de la Tierra.

El Cuadro 4.1, resume los resultados obtenidos para tres distintas distribuciones

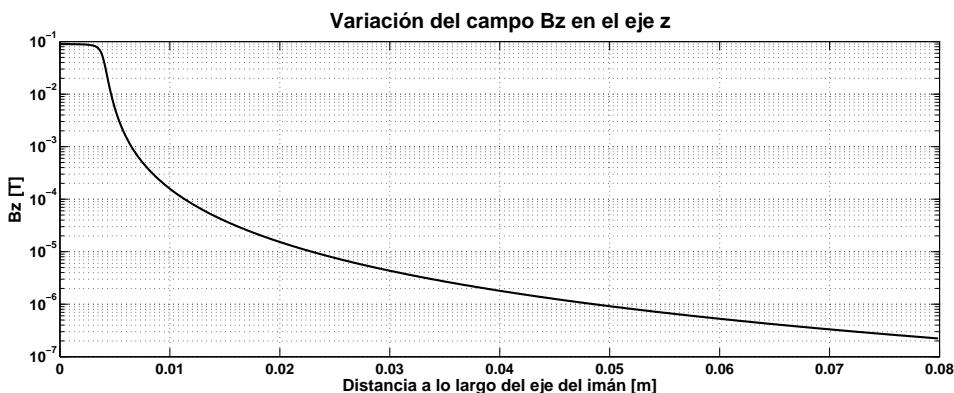


Figura 4.19: Valor del campo magnético generado por el material de histéresis respecto a su plano perpendicular

de volúmenes magnéticos. De los datos mostrados en el cuadro resulta evidente que volúmenes de 125 a 250 mm³ son permisibles, pues el efecto magnético sobre la tarjeta de sensado es inferior a los 75 μT considerados inicialmente. Sin embargo volúmenes de 375 mm³ ya sobrepasan la linealidad del sensor. En caso que sea impresindible el uso de volúmenes de dichas magnitudes, aún es posible el sensado con el MicroMag3; pero, se vería necesaria la implementación de algoritmos de corrección o del uso de un modelo no lineal para la transformación de los valores leídos por el sistema a valores reales de campos.

Volumen del imán [mm ³]	Volumen de histéresis por eje [mm ³]	Campo Total [μT]
125	15.5	48
250	31	54
375	46.5	190

Cuadro 4.1: Campo magnético total sensado por el magnetómetro debido al control pasivo

Dado que el V_{iman} mínimo necesario es 124.49 mm³, pero es posible emplear volúmenes de hasta 250 mm³ sin comprometer el sensado de campos magnéticos, se elige este último valor; el volumen del material de histéresis se elige en 31 mm³ para mantener una relación de 8:1 entre el volumen del imán permanente y el de los materiales de histéresis. La Fig. 4.21 muestra la reducción de las velocidades empleando el control pasivo de estabilización con 31 mm³ de volumen de histéresis y una velocidad

inicial de $[-0.5 \ 0.5 \ 0.5]$ rad/s. De lo mostrado en la figura, la estabilización se logra a la 6ta órbita aproximadamente, lo cual concuerda con la estabilización teórica a 6.4988 órbitas para el caso planteado.

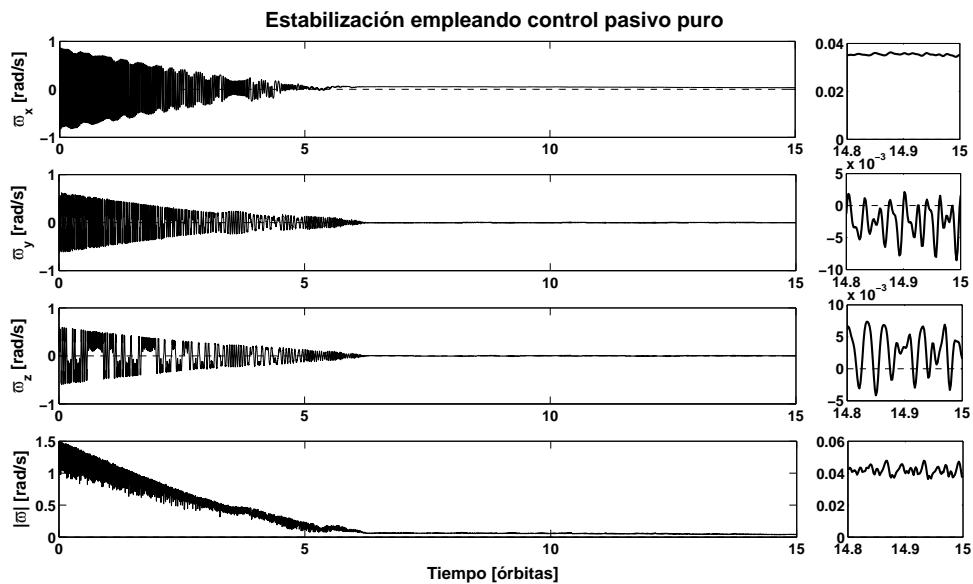


Figura 4.21: Estabilización puramente pasiva empleando volúmenes de histéresis de 31 mm^3

La Fig. 4.22 muestra la orientación del eje x^c en relación al campo magnético terrestre empleando un volumen de 250 mm^3 . De la simulación se puede apreciar que la etapa de oscilación comienza poco después de alcanzada la estabilización en la 6ta órbita (Fig. 4.21). Adicionalmente, es posible notar que el ángulo promedio de orientación es menor a 10 grados.

4.6. Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad permite evaluar el desempeño del sistema diseñado ante el cambio de algunos parámetros del entorno o del mismo sistema. Se considera como variables que podrían afectar al sistema a los momentos de inercia principales I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} , los tres productos de inercia I_{xy} , I_{xz} , I_{yz} , el volumen del imán permanente V_{iman} , el volumen de todos los materiales magnéticos V_{mag} , el volumen de los materiales de

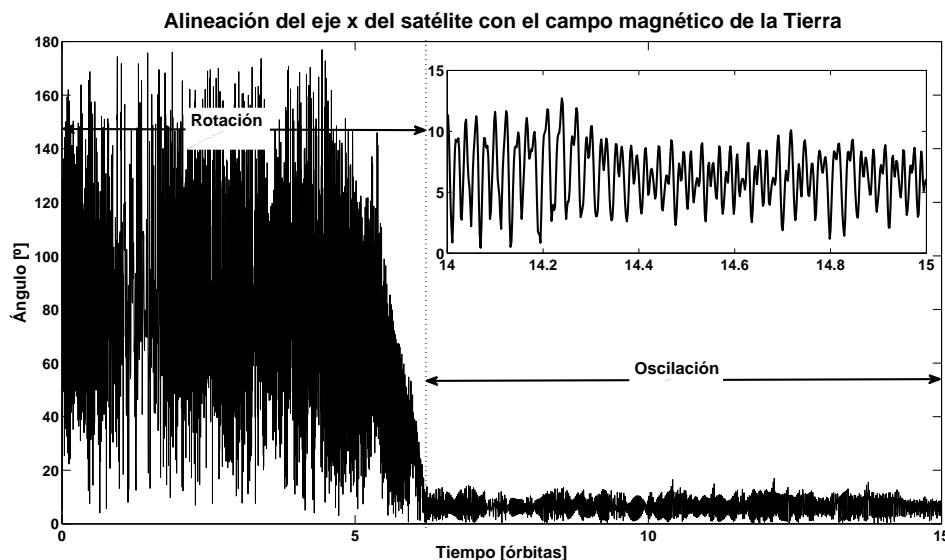


Figura 4.22: Orientación puramente pasiva empleando volumen del imán permanente de 250 mm^3

histéresis V_{hist} y las 2 relaciones del volumen del imán con los volúmenes de histéresis r_y, r_z .

El análisis consiste en tomar aleatoriamente distintos sets de parámetros plausibles a obtener en el diseño final, y sobre estos sets iniciales sistemáticamente variar cada uno de los parámetros registrando el cambio en el desempeño de los algoritmos ante estas variaciones.

Los valores plausibles tomados para los sets de parámetros son los mostrados en el Cuadro 4.2.

Y para la variación sistemática de cada uno de estos parámetros iniciales, se consideró una variabilidad de $\pm 25\%$.

El procedimiento del análisis inicia con la obtención del desempeño del sistema (velocidades angulares finales ω_f , media del ángulo de orientación con el campo magnético o_{mse} , amplitud de la oscilación alrededor de la media del ángulo de orientación o_{amp} y el tiempo de orientación t_{est}) ante un set de parámetros iniciales obtenidos aleatoriamente, al desempeño inicial se le denomina a_0 . El paso siguiente es la variación individual de cada parámetro “i” entre los límites establecidos - para este análisis se

Parámetro	rango
I_{xx}	0.00165 - 0.00275 [kg m ²]
I_{yy}	0.00135 - 0.00225 [kg m ²]
I_{zz}	0.00150 - 0.00250 [kg m ²]
I_{xy}	0.00030 - 0.00050 [kg m ²]
I_{xz}	0.00030 - 0.00050 [kg m ²]
I_{yz}	0.00030 - 0.00050 [kg m ²]
V_{iman}	187 - 312.5 [mm ³]
V_{hist}	23.4 - 39.5 [mm ³]/por eje
r_y	1/6 - 1/10
r_z	1/6 - 1/10

Cuadro 4.2: Rango de valores de los parámetros para el análisis de sensibilidad del control pasivo

consideran 25 puntos dentro de estos límites establecidos. Para cada punto “j” analizado, se obtiene el desempeño de la actitud del sistema, al que se denomina $a_{i,j}$. Estos distintos desempeños son comparados con el original, obteniéndose un índice de sensibilidad del parámetro “i”, el cual se muestra en 4.6.1.

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^k \|a_{i,j} - a_0\|}{k}, \quad (4.6.1)$$

de la ecuación puede notarse que este índice asemeja al cálculo de la desviación estandar de los datos, pero no se realiza respecto al valor promedio sino respecto al valor inicial. Una vez obtenidos los índices de sensibilidad para cada parámetro, se procede a repetir el procedimiento con otro set de parámetros iniciales. Se resume este procedimiento a continuación:

1. Generar aleatoriamente un set de parámetros
2. Calcular a_0 : Desempeño del sistema con el set de parámetros
3. Para cada parámetro “i” calcular el indice de sensibilidad A_i
4. repetir el procedimiento

Para este análisis se emplearon 100 sets de parámetros iniciales, por lo que la presentación gráfica e interpretación adecuada de los resultados no es trivial. Cada índice A_i es presentado gráficamente como cuadros en escala de grises, donde los valores más bajos son mostrados en blanco y los más altos en negro. Cada fila en el gráfico representa a los índices correspondientes a una variable, y las columnas a los distintos parámetros analizados. Para un mejor interpretación se agrupan aquellos parámetros que presentan índices similares - es decir se agrupan las filas con valores de índices similares, empleando como criterio las distancias euclidianas de los índices y mostrando gráficamente los resultados mediante el uso de dendogramas, los cuales permite representar graficamente los diversos grupos y el nivel de semejanza que poseen entre ellos. Así mismo se ordenan de izquierda a derecha los sets de parámetros respecto al valor de a_0 de menor a mayor - estos valores son mostrados gráficamente como cuadros en escala de grises encima del gráfico de los índices A_i . La Fig. 4.23 muestra un ejemplo de los gráficos que van a ser empleados, para su mejor comprensión.

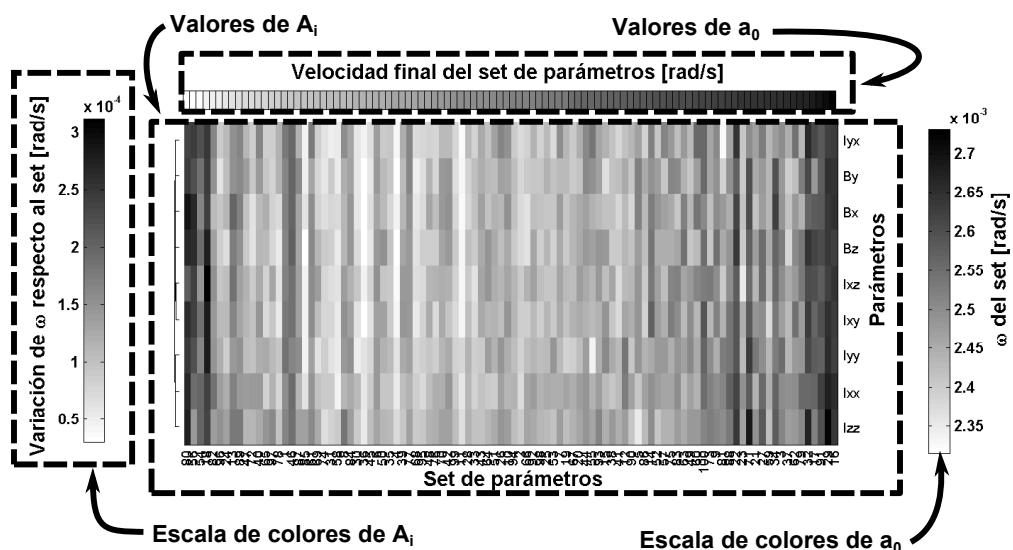


Figura 4.23: Ejemplo de gráficos para representar la sensibilidad de los algoritmos

La Fig. 4.24 muestra los resultados obtenidos para las velocidades angulares finales. El análisis muestra que las velocidades angulares finales, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de los 0.01 y 0.08 rad/s. Las variaciones de las velocidades

rotacionales alrededor de los 0.02 y 0.12 rad/s. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограммas, que la variable r_z posee características diferenciadas de los demás parámetros, sin embargo se encuentra dentro de los mismos rangos y sus características no afectan de manera más significativa al sistema.

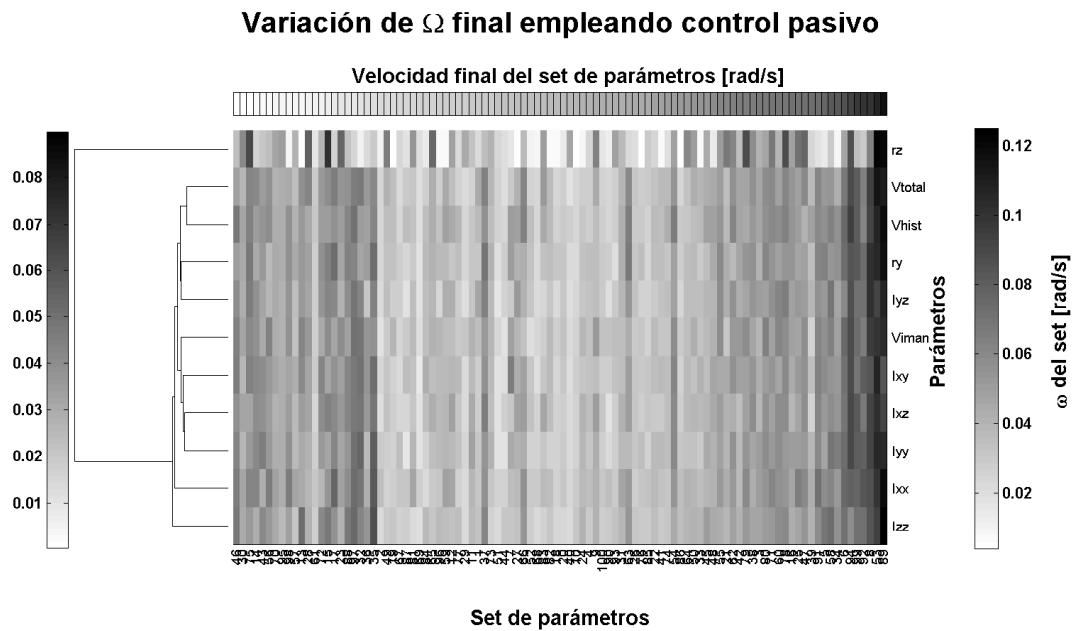


Figura 4.24: Análisis de sensibilidad del control pasivo, salida: velocidad angular final

La Fig. 4.25 muestra los resultados obtenidos para el ángulo de orientación promedio final entre el eje x^c y el vector de campo magnético **B**. El análisis muestra que el ángulo promedio, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de los 5 y 20°. Las variaciones del ángulo promedio menores a 3°. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограммas, que las variables V_{iman} , V_{mag} , V_{hist} posee una mayor influencia sobre el sistema que los demás parámetros, sin llegar a afectarlo de forma muy significativa.

La Fig. 4.26 muestra los resultados obtenidos para el tiempo de estabilización empleando control pasivo. El análisis muestra que el tiempo de estabilización, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de 1.5 y 6 órbitas. Las variaciones del tiempo de estabilización son menores a 3 órbitas. Finalmente, se obtiene de la clasifi-

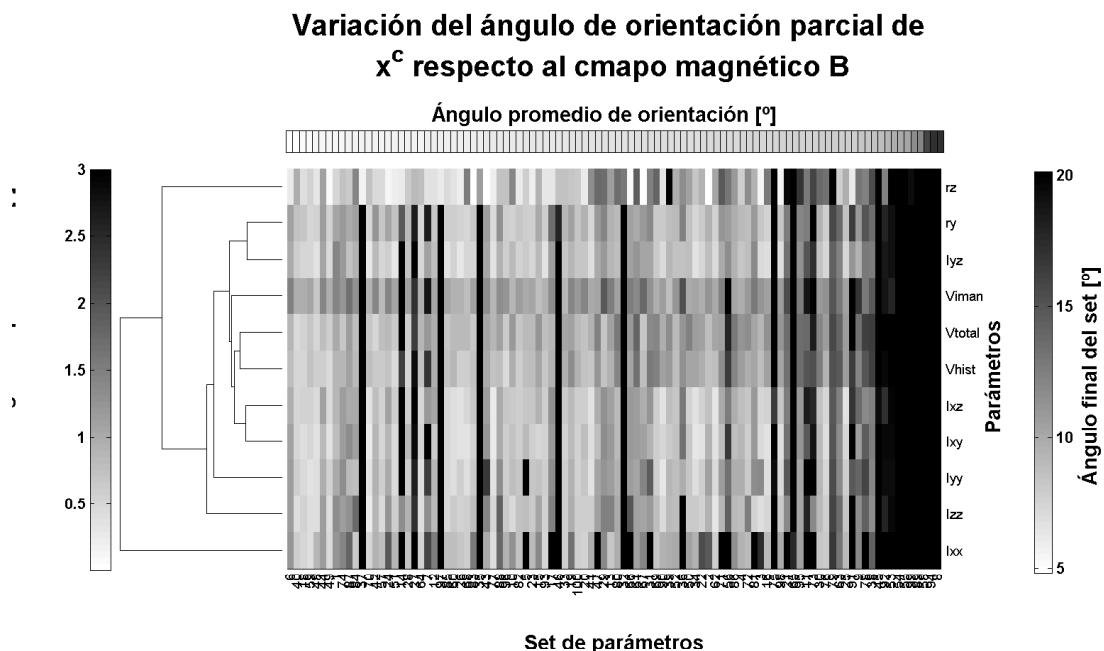


Figura 4.25: Análisis de sensibilidad del control pasivo, salida: ángulo de orientación

cación mediante денограмм, que la variable rz posee características diferenciadas de los demás parámetros, sin embargo se encuentra dentro de los mismos rangos y sus características no afectan de manera más significativa al sistema.

De los datos mostrados resulta notoria la alta volatilidad del sistema. Se obtienen valores muy variados entre los sets de parámetros en condiciones nominales, por lo que no se considera que todo el sistema en sí es bastante volátil. Sin embargo, todos los valores obtenidos se encuentran dentro de rangos aceptables, tanto velocidades finales, orientación parcial o tiempos de estabilización. En relación a la robustez del sistema frente a la modificación de sus parámetros, se hace notar que ningún parámetro en particular afecta de manera significativa al sistema.

CAPÍTULO 5

Sistema de control activo

De lo descrito en el capítulo anterior, el sistema de control pasivo diseñado cumple con los requisitos necesarios para garantizar los dos objetivos fundamentales del satélite Chasqui I, la estabilización del sistema después de ser desplegado en el espacio y la orientación parcial del mismo para comunicaciones; sin embargo no puede cumplir con el objetivo secundario, la toma de fotografías de la Tierra. Este objetivo secundario es el que presenta los desafíos más grandes e implica el desarrollo de un sistema más complejo y susceptible a fallas.

En el presente capítulo se plantea el uso de sistemas de control activo para la estabilización y orientación fina, necesarias para la toma de fotos satelitales. A diferencia del sistema de control pasivo planteado en el capítulo anterior, este sistema podrá cumplir con todos los objetivos del sistema; pero necesitará información de los estados del sistema (proveniente de un sistema de determinación), así como la implementación de micro computadores (μC) para el cálculo de los algoritmos activos y el desarrollo de nuevos actuadores. Todos estos requerimientos vuelven al sistema más susceptible a fallos; sin embargo le permiten realizar maniobras complejas de forma rápida y con gran precisión (esto depende de los tipos de algoritmos y actuadores que posea).

La metodología de diseño para los controladores activos que se presentan en este capítulo constan de varios pasos. En un primer momento se discute el diseño teórico de los mismos, haciendo un énfasis en la estabilidad de los algoritmos para lo cual se emplean los teoremas de Lyapunov. Seguidamente, se realizan optimizaciones de

los parámetros de los controladores, empleando algoritmos genéticos multiobjetivo de frente de Pareto, cuando existe más de un índice de desempeño preponderante, y algoritmos genéticos simples cuando sólo existe uno. El tercer paso es la discretización de los algoritmos y la evaluación del efecto que puedan tener los distintos tiempos de muestreo. Finalmente se realiza un análisis de la sensibilidad de los algoritmos, con la finalidad de evaluar la robustez del sistema ante variaciones inesperadas en los niveles de ruido de los sensores, estados estimados o parámetros físicos del sistema. Cada sección se encuentra acompañada de simulaciones y/o análisis teóricos, según sea conveniente.

5.1. Actuación magnética activa

Existen muchos tipos de sistemas de control activo para satélites, podemos hacer una pequeña clasificación de estos según su tipo de actuadores. Siendo los principales tipos los que usan ruedas de reacción, los que usan propulsores y los que usan magneto torques.

Las ruedas de reacción usan el principio de la conservación del momento angular, constan de un motor de corriente continua el cual gira una masa a grandes velocidades, el movimiento angular producido por esta pieza móvil hace que el resto del satélite gire en sentido opuesto para conservar el momento angular. Muchos proyectos como [42, 43, 16, 44] ya han empleado este tipo de actuadores en sus sistemas de control. Sus principales restricciones son su saturación (normalmente se usan magneto torques para des saturarlos), tamaño, peso y potencia requerida.

Los actuadores más empleados por satélites de mayor envergadura son los propulsores, estos han sido empleados por la nasa en importantes satélites como en las misiones Apollo y LEM (Lunar Excursion Module). Estos actuadores son muy pesados y requieren de una fuente de combustible (normalmente hidracina) para funcionar; sin embargo a diferencia de los demás actuadores, estos no sólo permiten realizar un

control de actitud, sino también un control de posición (control de órbitas). Hasta el momento sólo un proyecto CubeSat los ha incorporado [45] como carga experimental.

Los actuadores más empleados por los pico satélites, debido a su simplicidad de diseño y su poco peso, son los magneto torques, los cuales constan de un bobinado al que se le coloca un voltaje produciendo el paso de corriente a través de este. El flujo de corriente genera un campo magnético el cual, como ya ha sido descrito, interactúa con el campo magnético de la Tierra y genera un torque resultante. Las técnicas de control empleando este tipo de actuadores han sido ampliamente estudiadas por numerosos investigadores [7, 33, 46]. Por simplicidad y disponibilidad del mercado, los magneto torques fueron los actuadores escogidos para el proyecto.

5.1.1. Magneto torques

Para realizar el modelo matemático de los magneto torques hay que recordar que, en esencia, son electro imanes. Por lo que puede modelarseles como bobinas; adicionalmente a las bobinas, la implementación electrónica incluye un filtro para alisar la salida de corriente del μ C, el cual debe modelarse como una resistencia y una capacitancia. La Fig. 5.1 muestra el esquema eléctrico de la implementación electrónica.

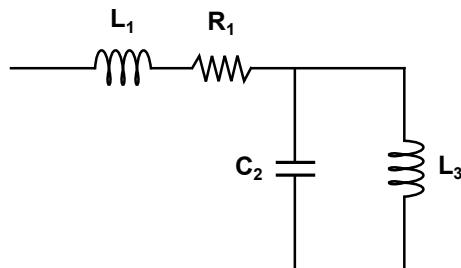


Figura 5.1: Modelo de la implementación electrónica de los magneto torques

Calculando la impedancia equivalente para esta configuración se tiene:

$$\begin{aligned} z_1 &= sL_1 + R_1, \\ z_2 &= \frac{1}{sC_2}, \\ z_3 &= sL_3, \\ z_{eq} &= \frac{(sL_1 + R_1)(sC_2L_3)(1 + s^2L_3C_2) + C_2}{sC_2L_3(1 + s^2L_3C_2)}. \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

Considerando el comportamiento de la corriente que pasa por estos magneto torques en relación al voltaje de entrada, se modela la función de transferencia del sistema en frecuencia, quedando como:

$$FT = \frac{i}{V} = \frac{1}{z_{eq}}. \quad (5.1.2)$$

Por simplicidad del modelo, este sistema puede reducirse a uno de segundo orden, de la forma:

$$FT_{simp} = \frac{K(s+a)}{(s+b)(s+c)}, \quad (5.1.3)$$

5.2. Estabilización activa

Recordando lo mencionado anteriormente, la estabilización se realiza para disminuir el tambaleo del satélite, durante el cual el satélite se encuentra dando tumbos a velocidades angulares altas (se considera casos extremos de hasta 0.5 rad/s). En estos casos la velocidad angular es tan alta que el sistema de determinación no sería capaz de estimar de forma adecuada las variables de estado del satélite, es por eso que no deben considerarse conocimiento de dichas variables, sino centrarse en las lecturas sin post procesamiento que puedan darnos los sensores a bordo.

Para el caso analizado, se consideran 2 tipos de sensores:

- Magnetómetros

- Giroscopios

En este sentido, primero se plantea un algoritmo ampliamente estudiado como es el Bdot, el cual usa la data de los magnetómetros para reducir el tambaleo, para posteriormente plantear otros dos algoritmos en base a la lectura de los giroscopios y magnetómetros. Estos algoritmos servirían como respaldo en caso de que el primero falle.

5.2.1. Control Bdot

El algoritmo de estabilización Bdot es un algoritmo ampliamente empleado para la estabilidad de los satélites, esto se debe a la relativa simplicidad de su implementación y la confiabilidad del algoritmo. La idea central es generar un torque contrario a la velocidad angular Ω_{oc} . Se considera que para un tiempo corto, el campo magnético respecto al sistema orbital \mathbf{B}^o no es variable, es debido a las velocidades rotacionales presentes en el satélite que el vector del campo magnético respecto al sistema fijo en el cuerpo varía. Esta variación $\dot{\mathbf{B}}^c$ puede, en tal caso considerarse como:

$$\dot{\mathbf{B}}^c \approx \mathbf{B}^c \times \Omega_{oc}, \quad (5.2.1)$$

en base a esta consideración se propone la ley de control Bdot como:

$$\mathbf{m}^c = -C\mathbf{B}^c \times \Omega_{oc} = C\dot{\mathbf{B}}^c, \quad (5.2.2)$$

de ahí es donde proviene el nombre del algoritmo (la traducción literal del nombre Bdot sería B punto, haciendo referencia a la primera derivada del campo magnético B).

Estabilidad El punto de equilibrio que se desea alcanzar es $\Omega_{oc} = [0 \ 0 \ 0]$; para demostrar la estabilidad del algoritmo se debe propone una función candidata de Lyapunov:

punov $v(\Omega_{oc})$ y demostrarse que $v(\Omega_{oc}) \geq 0$, donde la igualdad sólo debe cumplirse para $\Omega_{oc} = \mathbf{0}$; y $\dot{v}(\Omega_{oc}) \leq 0$, donde la igualdad solo debe cumplirse para $\Omega_{oc} = \mathbf{0}$. La función candidata propuesta en este caso es la función de la energía cinética rotacional del satélite:

$$v = \frac{1}{2} \Omega_{oc} \cdot \mathbf{I} \Omega_{oc}, \quad (5.2.3)$$

la que cumple la primera condición de Lyapunov.

Para la comprobación de la segunda condición se deriva (5.2.3) obteniéndose:

$$\dot{v} = \Omega_{oc} \cdot \mathbf{I} \dot{\Omega}_{oc}, \quad (5.2.4)$$

de (5.2.4); la dinámica del satélite expresada en (3.2.1), donde considerando que las velocidades angulares son altas y por tanto $\Omega_{ic} \approx \Omega_{oc}$; y tomando el momento generado por la ley propuesta, se tiene:

$$\mathbf{I} \dot{\Omega}_{oc} = \Omega_{oc} \times \mathbf{I} \Omega_{oc} + C \mathbf{B}^c \times (\mathbf{B}^c \times \Omega_{oc}), \quad (5.2.5)$$

reemplazando (5.2.5) en (5.2.4) se tiene:

$$\dot{v} = \Omega_{oc} \cdot (\Omega_{oc} \times \mathbf{I} \Omega_{oc}) + C \Omega_{oc} \cdot (\mathbf{B}^c \times (\mathbf{B}^c \times \Omega_{oc})), \quad (5.2.6)$$

aplicando la propiedad del producto vectorial y escalar $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ en (5.2.6) se tiene:

$$\dot{v} = \mathbf{I} \Omega_{oc} \cdot (\Omega_{oc} \times \Omega_{oc}) + C (\mathbf{B}^c \times \Omega_{oc}) \cdot (\Omega_{oc} \times \mathbf{B}^c), \quad (5.2.7)$$

lo cual se puede expresar como:

$$\dot{v} = -C \|\mathbf{B}^c \times \Omega_{oc}\|^2, \quad (5.2.8)$$

resultando evidente de (5.2.8) que \dot{v} es semi definida negativa.

En base a estos resultados según la teoría de estabilidad de Lyapunov es posible afirmar que el algoritmo de control Bdot es estable, pero no se puede garantizar la convergencia al origen del sistema. Sin embargo haciendo uso del principio de Krasovskii–LaSalle, el cual establece que si se da una función de Lyapunov $v(\Omega)$, cuya derivada es menor o igual a cero y para todo $t > 0$ el subconjunto $\dot{v}(\Omega) = 0$ no contiene otras trayectorias del sistema aparte de la trivial ($\Omega(t) = 0$); es posible afirmar el sistema es global y asintóticamente estable.

De (5.2.8) se observa que existen tres posibilidades para que $\dot{v}(\Omega_{oc}) = 0$, primero que \mathbf{B}^c sea cero, lo cual es imposible, pues el campo magnético de la Tierra oscila entre 25 y 60 μT . En segundo lugar que los vectores Ω_{oc} y \mathbf{B}^c sean paralelos y por último el caso en el cual Ω_{oc} sea cero. Si se considera la segunda opción, para que exista una trayectoria en el sistema para todo $t > 0$, el vector \mathbf{B}^c debe ser paralelo a Ω_{oc} en todo momento. Partiendo que esto se tiene que $\mathbf{B}^c = k\Omega_{oc}$ siendo k una constante, de la afirmación anterior y de (5.2.1) se tiene:

$$\dot{\mathbf{B}}^c = \mathbf{B}^c \times \Omega_{oc} = K\Omega_{oc} \times \Omega_{oc} = \mathbf{0} \rightarrow \dot{\mathbf{B}}^c = \mathbf{0}, \dot{\Omega}_{oc} = \mathbf{0}, \quad (5.2.9)$$

reemplazando los resultados de la ecuación anterior y (5.2.5) se tiene que:

$$\mathbf{0} = \Omega_{oc} \times \mathbf{I}\Omega_{oc}, \quad (5.2.10)$$

lo cual sólo se cumple para la tercera condición $\Omega_{oc} = \mathbf{0}$. De esta manera se demuestra que la única trayectoria continua que existe es bajo la tercera condición, y por tanto, de Krasovskii-LaSalle se demuestra la estabilidad y convergencia del sistema bajo esta ley de control para el punto de operación seleccionado.

Optimización Para el caso del algoritmo Bdot, existen dos indicadores importantes de la eficiencia del sistema, el primero es la velocidad rotacional final tras el algorit-

mo, y la segunda es el momento magnético promedio empleado, el cual es directamente proporcional a la potencia consumida por los actuadores. La Fig. 5.2 muestra la optimización de Pareto realizada, para este algoritmo; de los puntos del frente de Pareto (puntos en color negro oscuro), se elige el punto en la ampliación superior derecha, con el cual se obtiene una velocidad final de 0.00117 rad/s y un momento magnético promedio de 0.00189 Am 2 . A este punto corresponden las ganancias para ganancias $C_x = 2278.52$, $C_y = 2353.7$ y $C_z = 4270.6$.

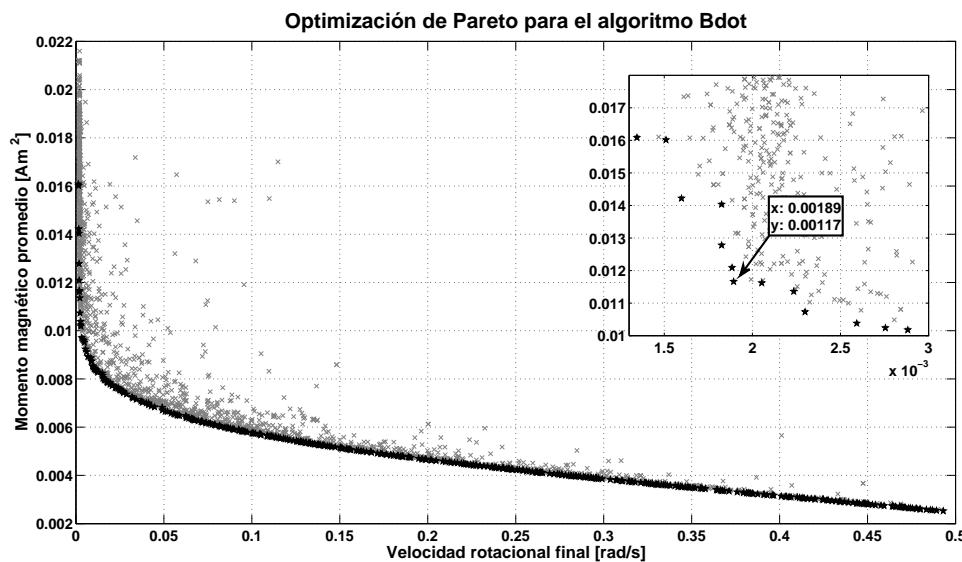


Figura 5.2: Optimización de frente de Pareto para el caso del algoritmo Bdot

La Fig. 5.3 muestra el desempeño del algoritmo con los valores optimizados, mostrándose velocidades angulares finales en el rango de los 10^{-3} rad/s y momentos magnéticos inferiores a 0.1 Am 2 .

Discretización y tiempos de muestreo La discretización para el algoritmo de Bdot se realiza mediante la resolución de las ecuaciones diferenciales necesarias mediante series de Taylor de primer orden. El código de implementación del algoritmo puede ser encontrado en el Capítulo 7, donde éste es descrito a mayor profundidad. El tiempo de muestreo es una condición crítica para los algoritmos de estabilización, pues inicialmente las velocidades angulares son elevadas, lo cual genera pérdida de datos

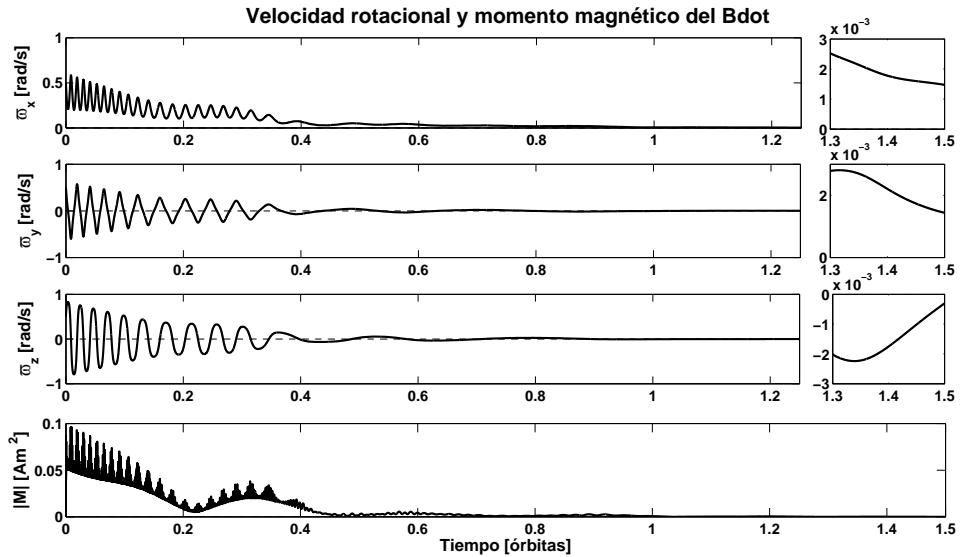


Figura 5.3: Desempeño del algoritmo Bdot optimizado

cuando el muestreo es demasiado lento. La Fig. 5.4 muestra los resultados tras simular el algoritmo con diversos tiempos de muestreo. Para tiempos de muestreo superiores a 0.6 segundos, no es posible garantizar la estabilidad del algoritmo; afortunadamente los tiempos de sensado de los magnetómetros están por debajo de los 50 ms, razón por la cual, la implementación del algoritmo con tiempos de muestreo tan pequeños como 0,1 segundos es factible. En relación al desempeño, este va decreciendo a medida que se aumenta el tiempo de muestreo; sin embargo, tiempos de muestreo cortos como 100 o 200 ms, presentan diferencias mínimas en su comportamiento.

Restricciones de implementación La implementación final de los algoritmos de control activo para el Chasqui I se realizará empleando magneto torques que pueden generar un momento magnético máximo de 0.02 Am^2 , de las simulaciones presentadas anteriormente resulta evidente que este valor de momento está muy por debajo del máximo obtenido en estas, el cual borda los 0.1 Am^2 . La selección un momento magnético máximo reducido en el diseño de las actuadores es producto de un compromiso entre los momentos requeridos para estabilización (alrededor de 0.1 Am^2) y los necesitados para orientación. Adicionalmente, el hardware del Chasqui I, permite una

precisión de 10 bits para la actuación mediante modulación de pulsos, por lo cual esto debe ser considerado dentro de los modelos de simulación.

La Fig. 5.5 muestra los resultados de las simulaciones del sistema ante estas restricciones de implementación; primero considerando la restricción de 0.02 y segundo considerando una restricción más estricta de 0.01, ambas considerando la restricción de la precisión del hardware. De las simulaciones realizadas, se obtiene que para el caso de la restricción más laxa, el desempeño es muy similar al caso sin restricciones; sin embargo, para el caso con la restricción más estricta, la respuesta si difiere del comportamiento habitual del sistema sin perder la estabilidad del sistema. La limitación de la precisión no resulta ser un factor determinante para este caso, dado que las respuestas sin saturación no difieren de las respuestas mostradas anteriormente.

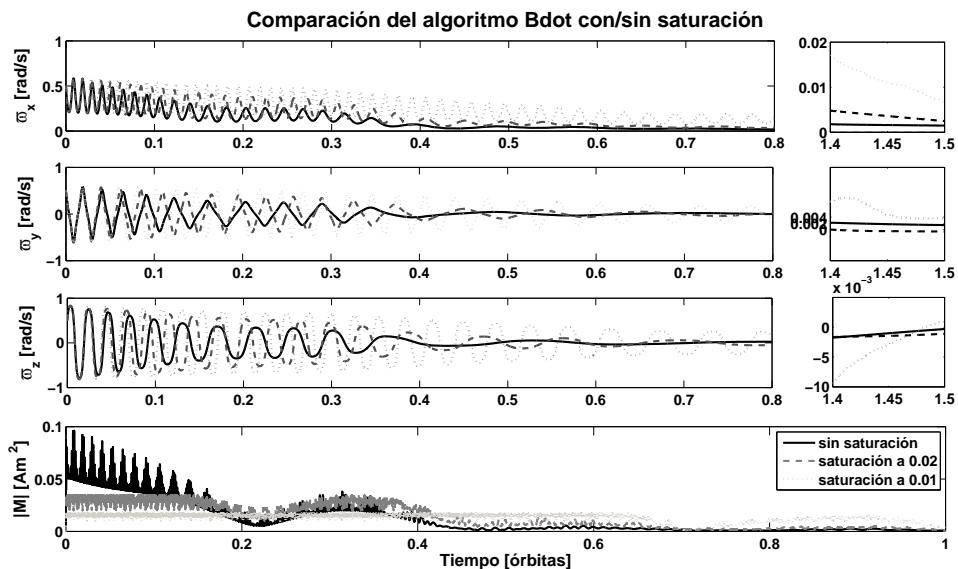


Figura 5.5: Desempeño del algoritmo Bdot ante una saturación de la actuación

Perturbaciones Finalmente se realizan simulaciones considerando todas las restricciones anteriormente mencionadas, más la adición de los torques de perturbación modelados en el Capítulo 3. La Fig. 5.6 la respuesta del sistema además del módulo de los torques de perturbación a los que es sometido. De las simulaciones realizadas, se obtiene que el sistema es prácticamente inmune a las perturbaciones estimadas para

dicha órbita, por lo cual puede ser considerado robusto a perturbaciones externas.

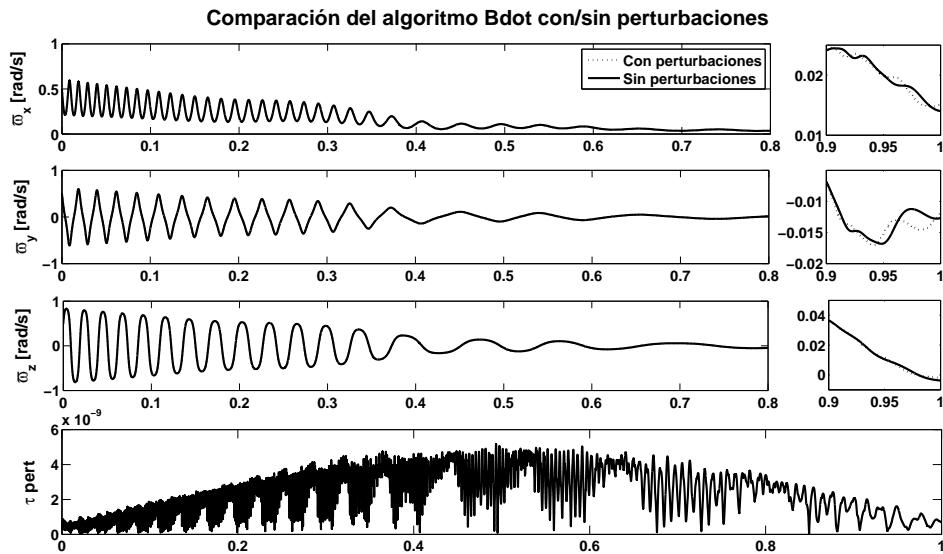


Figura 5.6: Desempeño del algoritmo Bdot ante perturbaciones

5.2.2. Control Omega+B

El algoritmo Bdot se plantea bajo la suposición mostrada en (5.2.1) donde se estima la derivada del campo magnético como el producto vectorial del campo con la velocidad angular. Es posible obtener el mismo momento de actuación sensando directamente tanto el campo, mediante los magnetómetros como la velocidad angular con los giroscopios. La desventaja principal de este método frente al anterior es la dependencia no sólo en los sensores de campo magnético, pero también en los de velocidad angular; sin embargo, el uso de este control nos permite generalizar los resultados de estabilidad de Lyapunov anteriores a casos, donde la velocidad angular no es elevada por lo que la igualdad de (5.2.1) no aplica.

Optimización Para el caso del algoritmo Omega+B, existen los mismos indicadores que para el algoritmo Bdot. La Fig. 5.7 muestra la optimización de Pareto realizada, para este algoritmo. De los puntos del frente de Pareto (puntos en color negro oscuro),

se elige el punto mostrado en la ampliación superior derecha, con el cual se obtiene una velocidad final de $5.069e-5$ rad/s y un momento magnético promedio de 0.009683 Am 2 . A este punto corresponden las ganancias para ganancias $C_x = 2833.4$, $C_y = 2728.6$ y $C_z = 3172.7$.

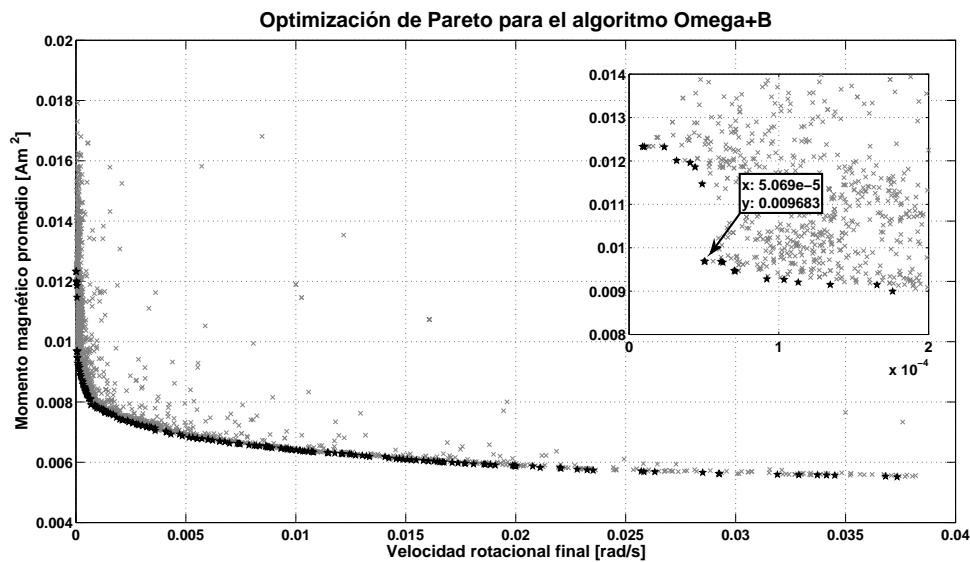


Figura 5.7: Optimización de frente de Pareto para el caso del algoritmo Omega+B

La Fig. 5.8 muestra el desempeño del algoritmo con los valores optimizados, mostrándose velocidades angulares finales en el rango de los 10^{-3} rad/s y momentos magnéticos máximos alrededor de 0.1 Am 2 .

Discretización y tiempos de muestreo El algoritmo Omega+B es por naturaleza discreto, por lo cual no es necesaria una discretización del código. El código de implementación del algoritmo puede ser encontrado en el Capítulo 7, donde éste es descrito a mayor profundidad. Como ha sido mencionado anteriormente, el tiempo de muestreo es una condición importante para los algoritmos de estabilización. La Fig. 5.9 muestra los resultados tras simular el algoritmo con diversos tiempos de muestreo, siendo notable la buena performance del sistema ante tiempos de muestreo en el rango de los segundos; a pesar que el desempeño va decreciendo a medida que se aumenta el tiempo de muestreo, aún con el muestreo de 1s se logran desempeños satisfactorios.

Restricciones de implementación Las restricciones de implementación son las mismas que para el Bdot. La Fig. 5.10 muestra los resultados de las simulaciones del sistema ante estas restricciones de implementación; primero considerando la restricción de 0.02 y segundo considerando una restricción más estricta de 0.01, ambas considerando la restricción de la precisión del hardware. De las simulaciones realizadas, se obtiene que para ambas restricciones, el desempeño difiere del comportamiento habitual del sistema; sin embargo no se pierde la estabilidad del mismo, sino que aumenta el tiempo de estabilización; siendo más crítico el caso de la restricción estricta. La limitación de la precisión no resulta ser un factor determinante para este caso, dado que las respuestas sin saturación no difieren de las respuestas mostradas anteriormente.

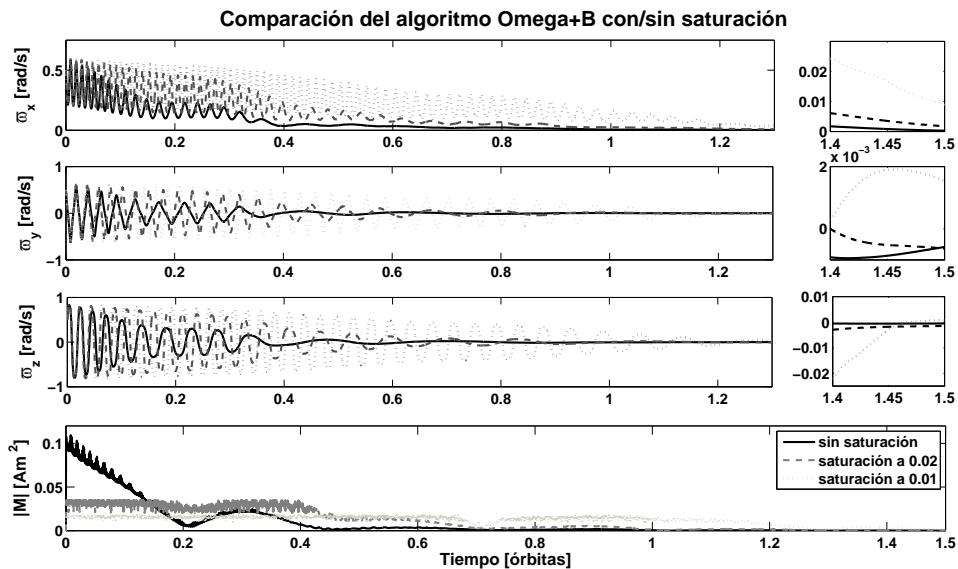


Figura 5.10: Desempeño del algoritmo Omega+B ante una saturación de la actuación

Perturbaciones Finalmente se realizan simulaciones considerando todas las restricciones anteriormente mencionadas, más la adición de los torques de perturbación modelados en el Capítulo 3. La Fig. 5.11 la respuesta del sistema además del módulo de los torques de perturbación a los que es sometido. De las simulaciones realizadas, se obtiene que el sistema es prácticamente inmune a las perturbaciones estimadas para dicha órbita, por lo cual puede ser considerado robusto a perturbaciones externas.

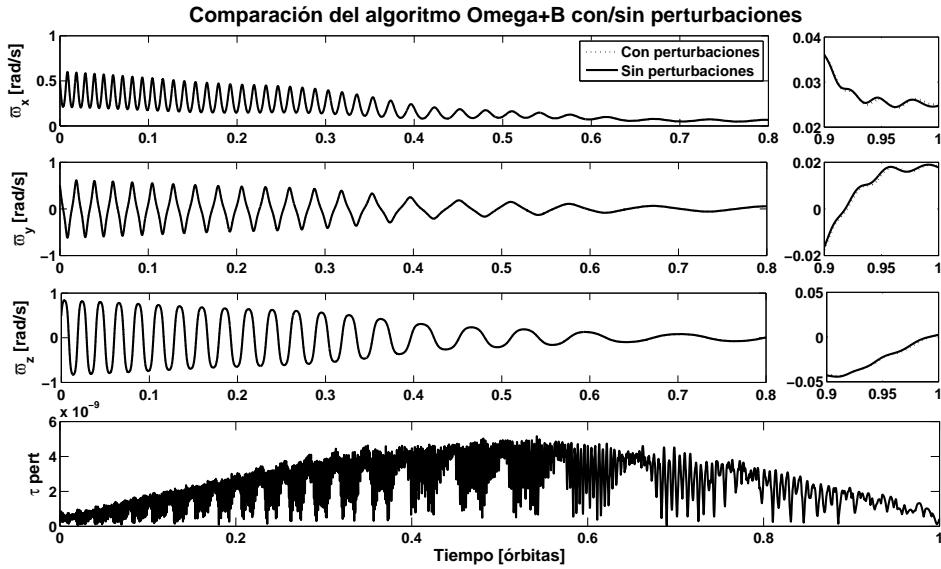


Figura 5.11: Desempeño del algoritmo Omega+B ante perturbaciones

5.2.3. Control Omega+sgnB

Si se diése el caso en el que el magnetómetro sufra desperfectos y se obtenga señales muy ruidosas que no faciliten el cálculo de la derivada, o algún material magnético sature los sensores; en este caso la aplicación directa o indirecta de ninguno de los métodos antes mencionados funcionaría adecuadamente. Es como precaución ante esta posibilidad que se desarrolla el algoritmo Omega+sgnB. Estando en este escenario de falla, si se lograse obtener tan sólo el signo del campo magnético sería posible realizar la estabilización empleando la siguiente ley de control:

$$\mathbf{m}^c = -C \operatorname{sgn}(\mathbf{B}^c) \times \boldsymbol{\Omega}_{oc}. \quad (5.2.11)$$

Aplicando la misma función candidata que en (5.2.3) y realizando un cálculo análogo al planteado para el control Bdot, se obtiene:

$$\dot{\mathbf{v}} = -C(\operatorname{sgn}(\mathbf{B}^c) \times \boldsymbol{\Omega}_{oc}) \cdot (\mathbf{B}^c \times \boldsymbol{\Omega}_{oc}), \quad (5.2.12)$$

esta función no es siquiera semi definida negativa como lo muestra la Fig. 5.12, donde

se grafica la ecuación anterior considerando vectores unitarios y constantes iguales a uno.

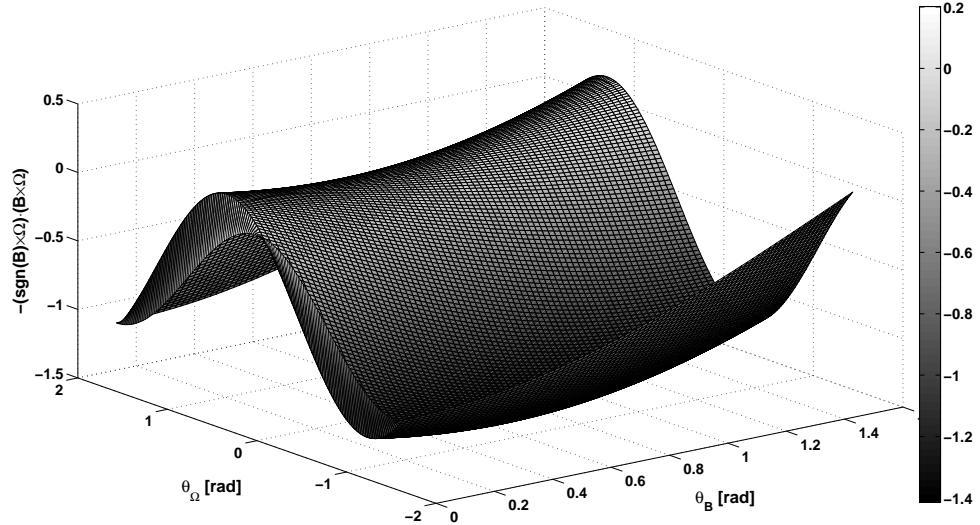


Figura 5.12: Análisis de (5.2.12)

Sin embargo, considerando el valor de la energía disipada promedio a lo largo del tiempo, es posible demostrar que el sistema disipa energía. Recordando que al crear un torque contrario a la velocidad angular, se disipa energía del sistema, es posible demostrar dicha afirmación. Formalmente se define que el sistema disipa energía si:

$$\Omega_{oc} \cdot \tau < 0. \quad (5.2.13)$$

Considerando la ley de control planteada en (5.2.11) se tiene:

$$C\Omega_{oc} \cdot (\mathbf{B}^c \times (\text{sgn}(\mathbf{B}^c) \times \Omega_{oc})) < 0 \rightarrow C(\text{sgn}(\mathbf{B}^c) \times \Omega_{oc}) \cdot (\mathbf{B} \times \Omega_{oc}) > 0. \quad (5.2.14)$$

Para evaluar cual es la probabilidad de que el algoritmo disipe energía, se modelan los vectores unitarios en base a los ángulos $\theta \in [-\pi \pi]$ y $\phi \in [0 2\pi]$, siendo θ el ángulo entre la proyección del vector sobre el plano xy y el eje x y ϕ el ángulo entre el vector y el plano xy . Adicionalmente es necesario conocer la probabilidad que posee

cada configuración de representar al vector, para esto se considera que la probabilidad del vector Ω_{oc} como una constante y de datos históricos del campo magnético de la Tierra se obtiene la probabilidad del vector $\hat{\mathbf{B}}^c$, la que es mostrada en la Fig. 5.13.

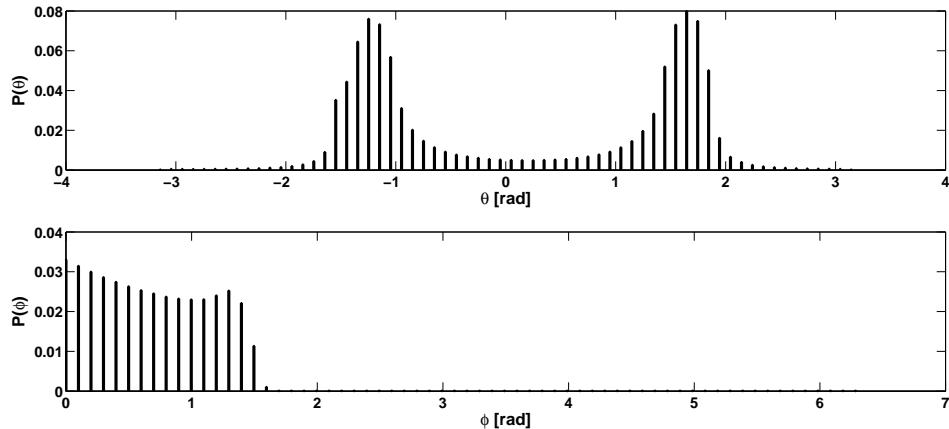


Figura 5.13: Probabilidades del vector unitario del campo magnético de la Tierra (B)

Bajo estas consideraciones, tras cálculos computacionales se tiene que la probabilidad que el algoritmo disipe energía es de 0.9596, por lo que resulta conveniente aplicar esta ley de control. Posteriormente se simula el sistema con la ley de control planteada bajo las diversas posibles condiciones iniciales, obteniéndose que en ningún caso la estabilización del sistema no es obtenida.

Optimización De la misma manera que para el control Omega+B, se realiza una optimización para el caso del Omega+sgnB. La Fig. 5.14 muestra la optimización de Pareto realizada, para este algoritmo; de los puntos del frente de Pareto (puntos en color negro oscuro), se elige el punto mostrado en la ampliación superior derecha, con el cual se obtiene una velocidad final de $2.286e-5$ rad/s y un momento magnético promedio de 0.01301 Am 2 . A este punto corresponden las ganancias para ganancias $C_x = 0.084164$, $C_y = 0.077512$, $C_z = 0.092646$;

La Fig. 5.15 muestra el desempeño del algoritmo con los valores optimizados, mostrándose velocidades angulares finales en el rango de los 10^{-3} rad/s y momentos magnéticos máximos un poco superiores a 0.1 Am 2 .

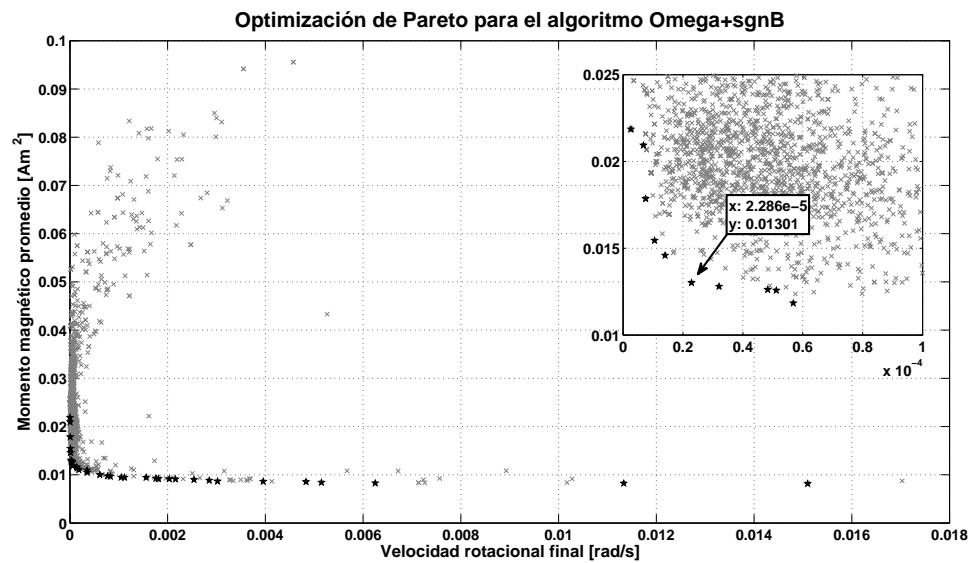


Figura 5.14: Optimización de frente de Pareto para el caso del algoritmo Omega+sgnB

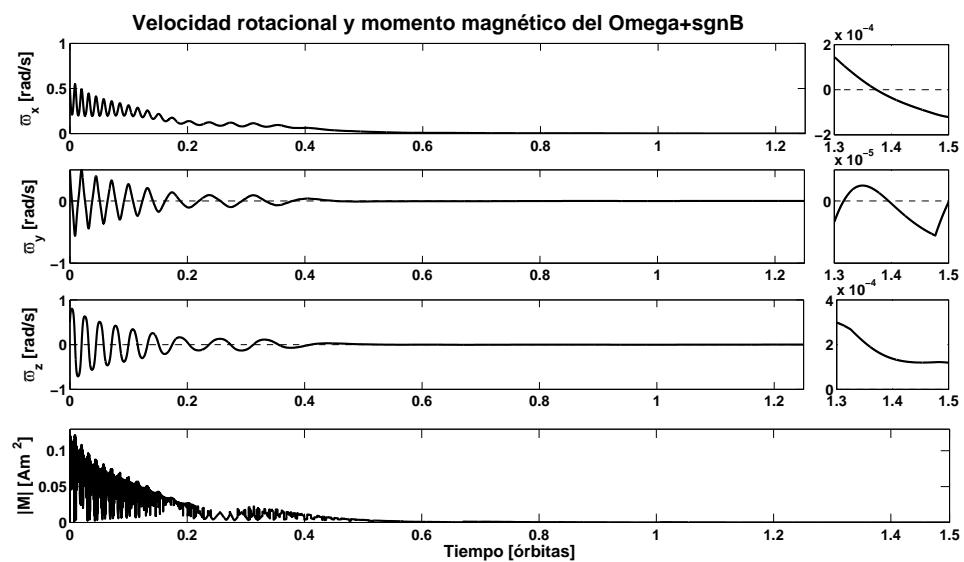


Figura 5.15: Desempeño del algoritmo Omega+sgnB optimizado

Discretización y tiempos de muestreo El algoritmo Omega+sgnB tampoco necesita una discretización de su código. El código de implementación del algoritmo puede ser encontrado en el Capítulo 7, donde éste es descrito a mayor profundidad. La Fig. 5.16 muestra los resultados tras simular el algoritmo con diversos tiempos de muestreo, siendo notable la buena performance del sistema ante tiempos de muestreo en el rango de los segundos de la misma manera que el algoritmo Omega+B.

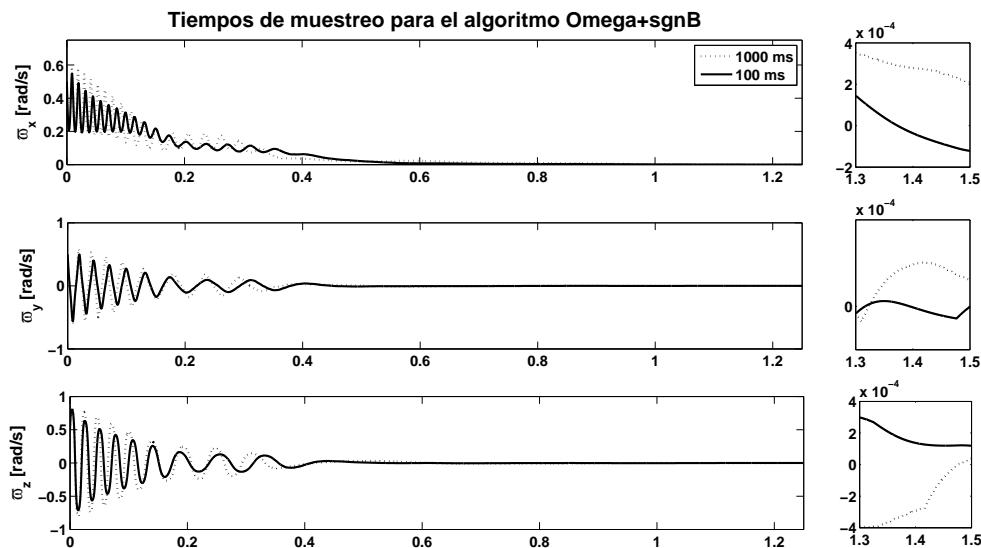


Figura 5.16: Desempeño del algoritmo Omega+sgnB para diversos tiempos de muestreo

Restricciones de implementación Las restricciones de implementación son las mismas que para el Bdot. La Fig. 5.17 muestra los resultados de las simulaciones del sistema ante estas restricciones de implementación; primero considerando la restricción de 0.02 y segundo considerando una restricción más estricta de 0.01, ambas considerando la restricción de la precisión del hardware. De las simulaciones realizadas, se obtienen resultados similares al caso Omega+B; de la misma manera la limitación de la precisión no resulta ser un factor determinante para este caso.

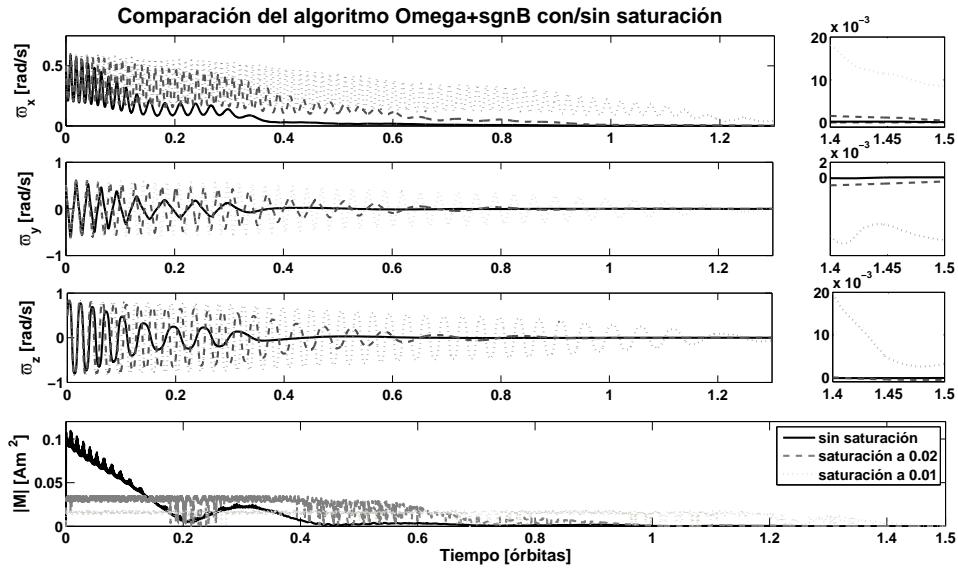


Figura 5.17: Desempeño del algoritmo Omega+sgnB ante una saturación de la actuación

Perturbaciones Finalmente se realizan simulaciones considerando todas las restricciones anteriormente mencionadas, más la adición de los torques de perturbación modelados en el Capítulo 3. La Fig. 5.18 la respuesta del sistema además del módulo de los torques de perturbación a los que es sometido. De las simulaciones realizadas, se obtiene que el sistema es prácticamente inmune a las perturbaciones estimadas para dicha órbita, por lo cual puede ser considerado robusto a perturbaciones externas.

5.3. Orientación activa

El objetivo del control activo en lazo cerrado es la generación de señales de control basadas en la realimentación parcial o total de los estados del sistema para poder ubicar al sistema en un punto de referencia deseado. Existen diversos proyectos que han hecho uso de controles no lineales con actuación magnética, como es el caso del satélite Oersted [7]. En particular entre los métodos empleados se encuentra el control no lineal en modo deslizante. El control en modo deslizante es un tipo de control no lineal, que genera señales de control a alta frecuencia las que se activan o desactivan

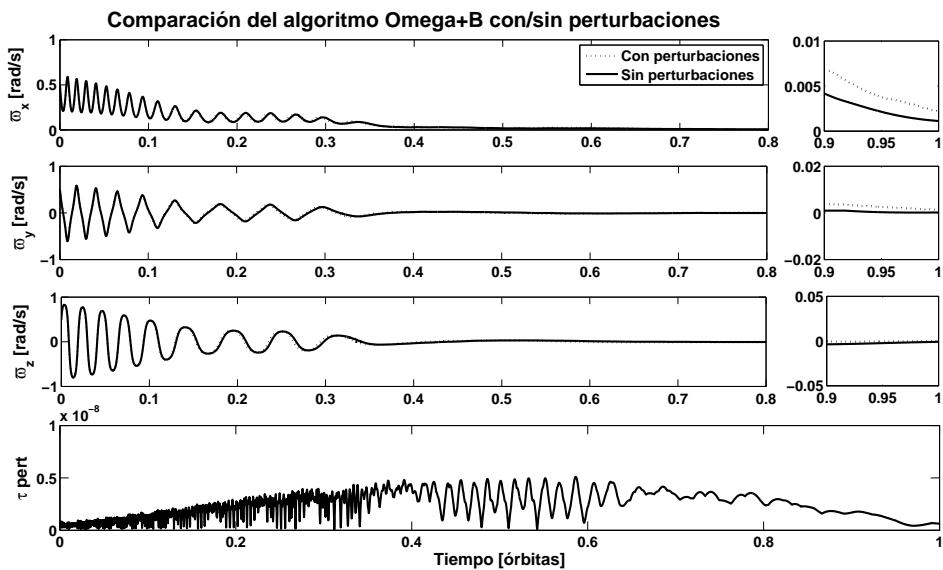


Figura 5.18: Desempeño del algoritmo Omega+sgnB ante perturbaciones

dependiendo de una superficie deslizante. Sin embargo, hay la posibilidad de no realizar un control en modo deslizante aplicando cambios on/off sobre el sistema, sino mediante una actuación continua. Este tipo de control es denominado control en modo deslizante continuo, y se demuestra en esta sección que para el caso de satélites con actuación magnética es más conveniente su uso.

En cuanto al diseño del control en modo deslizante hay dos puntos clave. En primer lugar, la correcta selección de la superficie deslizante; y en segundo lugar el diseño adecuado de la condición de deslizamiento. La superficie deslizante, llamada en inglés “sliding manifold”, es un plano o hiperplano formado por los estados del movimiento del sistema, y se define de tal manera que cuando el movimiento del sistema se encuentre sobre esta superficie, este tienda al punto de referencia. Para el caso del satélite, los estados que se deben considerar son las velocidades angulares, medidas desde el sistema fijo en el cuerpo del satélite (Ω_{oc}^c), al que por simplicidad se le denominará Ω ; así como la parte vectorial de los cuaterniones \bar{q}_o^c a la que por simplicidad se les denominará \mathbf{q} . Solamente se emplea la componente vectorial de los cuaterniones, debido a los resultados obtenidos de la controlabilidad del sistema, donde apreciamos

que el sistema es controlable cuando se consideran las seis variables mencionadas anteriormente, mas no si se incluye la componente escalar. Por otro lado, la condición de deslizamiento es diseñada para forzar al sistema a la superficie cuando no se encuentre sobre esta. De esta manera se garantiza llegar al punto de referencia, pues el sistema es estable en la superficie deslizante.

El principal problema para el desarrollo del control en modo deslizante para el caso de satélites con actuación magnética, es que esta actuación debe ser siempre perpendicular al vector del campo magnético.

5.3.1. Control por superficie deslizante

Para el diseño de la superficie deslizante es necesario emplear las 6 variables de estado mencionadas anteriormente; siendo el punto de referencia al que se desea llegar $\Omega = [0 \ 0 \ 0]$ y $\mathbf{q} = [0 \ 0 \ 0]$. Resulta importante resaltar que existen dos puntos de operación en los cuales esta condición se cumple ($\bar{\mathbf{q}} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ y $\bar{\mathbf{q}} = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]$); pero haciendo un análisis del significado físico de estos cuaterniones se llega a la conclusión que ambos puntos representan la misma configuración espacial, pues una rotación de 0° es igual a una de 360° . Es más, cualquier cuaternion de la forma $\bar{\mathbf{q}} = [q_0 \ \mathbf{q}]$ con $q_0 < 0$ posee un cuaternion equivalente $\bar{\mathbf{q}} = [-q_0 \ -\mathbf{q}]$ con componente real positiva. Cada vez que se tengan cuaterniones con la parte real negativa se hará uso de este arreglo por lo que a partir de ahora se considera que $q_0 \in [0 \ 1]$. Trabajar bajo esta consideración genera dos grandes beneficios, primero que los controladores diseñados bajo esta lógica se estabilizan indistintamente en los puntos de operación $\bar{\mathbf{q}} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ o $\bar{\mathbf{q}} = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]$, y segundo es que se evitan incertidumbres en los algoritmos de determinación como el TRIAD, que poseen dificultades al momento de determinar el signo de q_0 .

El primer paso para el diseño de la superficie deslizante es demostrar la estabilidad de la misma mediante los criterios de estabilidad de Lyapunov. Se opta por el uso de un hiperplano en tres dimensiones y se define la variable deslizante (\mathbf{s}), como se

muestra:

$$\mathbf{s} \equiv \boldsymbol{\Omega} + \Lambda_q \mathbf{q}, \quad (5.3.1)$$

donde Λ_q es una matriz definida positiva.

La superficie deslizante se define como el subespacio de la variable deslizante, donde esta es igual a $\mathbf{0}$.

$$\mathbf{S} \equiv \{\boldsymbol{\Omega}, \mathbf{q} : \mathbf{s} = \mathbf{0}\}. \quad (5.3.2)$$

Ahora es importante demostrar la estabilidad de Lyapunov. Para esto se debe proponer una función candidata $v(\mathbf{q})$ y demostrarse que $v(\mathbf{q}) \geq 0$, donde la igualdad solo debe cumplirse para $\mathbf{q} = \mathbf{0}$; y $\dot{v}(\mathbf{q}) \leq 0$, donde la igualdad solo debe cumplirse para $\mathbf{q} = \mathbf{0}$.

Para el caso del control en modo deslizante se propone la siguiente función candidata:

$$v(\mathbf{q}) = \mathbf{q}'\mathbf{q} + (1 - q_0)^2. \quad (5.3.3)$$

Para demostrar la estabilidad de Lyapunov, desarrollamos $v(\mathbf{q})$:

$$v(\mathbf{q}) = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 + 1 - 2q_0 = 2(1 - q_0), \quad (5.3.4)$$

dado que $q_0 \in [0, 1]$, notamos que $v(\mathbf{q})$ es siempre mayor a 0 excepto para $q_0 = 1$, que es el caso de $\mathbf{q} = \mathbf{0}$; demostrándose así que $v(\mathbf{q})$ cumple la primera condición de estabilidad de Lyapunov.

Derivando $v(\mathbf{q})$ con respecto al tiempo se tiene:

$$\dot{v}(\mathbf{q}) = -2q_0, \quad (5.3.5)$$

de (3.2.5) se tiene:

$$\dot{v}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}'\boldsymbol{\Omega}, \quad (5.3.6)$$

y para la superficie deslizante, de (5.3.2) se tiene que $\Omega_b = -\Lambda_q \mathbf{q}$, por lo que:

$$\dot{v}(\mathbf{q}) = -\mathbf{q}' \Lambda_q \mathbf{q}, \quad (5.3.7)$$

por lo que para $\Lambda_q > 0$, $\dot{v}(\mathbf{q})$ es definida negativa, demostrándose así que $v(\mathbf{q})$ cumple la segunda condición de estabilidad de Lyapunov; demostrándose que la función candidata es adecuada y el espacio deslizante cumple con los requerimientos de diseño.

5.3.1.1. Condición de deslizamiento discreta

Como se había mencionado anteriormente el objetivo de diseñar la condición de deslizamiento es forzar al sistema a la superficie cuando no se encuentre sobre esta, garantizando llegar al punto de referencia. Por lo tanto la condición de deslizamiento tiene los objetivos de hacer que la variable deslizante sea estable y convergente al punto de referencia.

Por conveniencia, se describirá la dinámica del sistema en base a la variable deslizante \mathbf{s} reduciéndose el problema al de hallar la estabilidad en la superficie deslizante.

Para realizar el análisis se halla la derivada de \mathbf{s} respecto al tiempo.

$$\dot{\mathbf{s}} = -\dot{\Omega} + \Lambda_q \dot{\mathbf{q}}, \quad (5.3.8)$$

de la dinámica del sistema (3.2.2) y considerando que $\Omega_{ic}^c \sim \Omega$ se tiene:

$$\mathbf{I}\dot{\Omega} = \tau_{ctrl} + \Omega \times \mathbf{I}\Omega, \quad (5.3.9)$$

de (3.2.5), (5.3.9) en (5.3.8), se tiene:

$$\mathbf{I}\dot{\mathbf{s}} = \tau_{ctrl} - \Omega \times \mathbf{I}\Omega + 0,5\Lambda_q(\Omega\mathbf{q}_0 - \Omega \times \mathbf{q}). \quad (5.3.10)$$

Actuación independiente en los tres ejes En un primer momento se supondrá el caso ideal, donde la actuación no está restringida por el campo magnético, siendo posible actuar de forma independiente.

En el caso que el satélite se encuentre en la superficie deslizante, se debe de aplicar un torque τ_{eq} capaz de mantener al satélite dentro de la superficie. Por otra parte, cuando el satélite no se encuentre en la superficie deslizante, es necesario aplicar un torque que sea la suma del torque mencionado anteriormente y una componente que haga converger a la variable deslizante a cero.

Considerando lo anteriormente expresado, es que se propone la siguiente condición de deslizamiento:

$$\tau_{cd} = \tau_{eq} - \lambda_s \mathbf{I} \operatorname{sgn}(\mathbf{s}), \quad (5.3.11)$$

donde λ_s es una constante escalar y τ_{eq} es:

$$\tau_{eq} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega} - 0,5 \boldsymbol{\Lambda}_q (\boldsymbol{\Omega} \mathbf{q}_0 - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{q}). \quad (5.3.12)$$

Dado que se consideró para este análisis que el sistema posee actuación independiente en los tres ejes, se tiene que $\tau_{ctrl} = \tau_{cd}$ y sustituyendo de (5.3.11) en (5.3.10), se obtiene:

$$\dot{\mathbf{s}} = -\lambda_s \operatorname{sgn}(\mathbf{s}). \quad (5.3.13)$$

Para demostrar la estabilidad de la condición deslizante, se propone la siguiente función de Lyapunov candidata:

$$v(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \mathbf{s}' \mathbf{s} \quad (5.3.14)$$

La función es evidentemente positiva para cualquier valor de \mathbf{s} excepto para $\mathbf{s} = \mathbf{0}$.

Para demostrar la segunda condición de estabilidad se procede a derivar la fun-

ción candidata, obteniéndose:

$$\dot{\mathbf{v}}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} \cdot (\dot{\mathbf{s}}). \quad (5.3.15)$$

Reemplazando (5.3.13) en (5.3.15), se tiene:

$$\dot{\mathbf{v}}(\mathbf{s}) = -\lambda_s(\mathbf{s} \cdot \text{sgn}(\mathbf{s})). \quad (5.3.16)$$

De (5.3.16) se concluye que la variable \mathbf{s} es estable y converge a $\mathbf{0}$, por lo que se satisfacen los requerimientos para la condición deslizante.

Con esta condición de deslizamiento se consigue un control bastante preciso y rápido, como puede apreciarse en la Fig. 5.19 donde, bajo condiciones iniciales $q = [0,5 \ 0,5 \ 0,5 \ 0,5]$ y $\Omega = [0,05 \ 0,05 \ 0,05]$, se logra la orientación en menos de 120 segundos con un error menor a 0.163° . Para esta simulación se considera el deslizamiento con una superficie $\mathbf{s} = \Omega + 0,1407\mathbf{q}$ y límites de actuación en $\pm 0.002 \text{ Am}^2$.

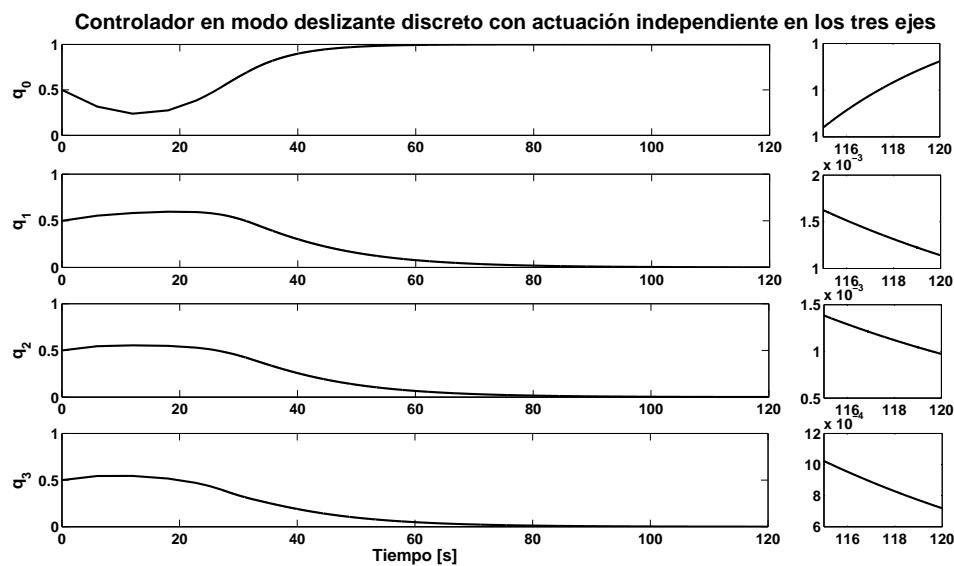


Figura 5.19: Control en modo deslizante discreto con actuación independiente en los tres ejes: cuaterniones

Actuación magnética Ahora se plantea el problema que presenta la actuación magnética. La actuación magnética presenta una mayor dificultad dado que restringe la

actuación del sistema a un plano perpendicular del vector del campo magnético de la Tierra.

Los actuadores magnéticos con los que se cuentan deben de generar un momento magnético \mathbf{m} que cumpla con la restricción anteriormente mencionada, pero que intente producir un torque lo más parecido posible al torque calculado por la condición deslizante.

En este sentido se plantea la siguiente operación para el cálculo de dicho momento magnético:

$$\mathbf{m} = -\frac{\tau_{cd} \times \mathbf{B}^b}{\|\mathbf{B}^b\|^2}. \quad (5.3.17)$$

Notamos que par un torque deseado paralelo al vector del campo magnético, el momento resultante es nulo, mientras que para un torque perpendicular, el momento puede generar un torque idéntico al deseado. Es por tanto, evidente, que bajo la actuación magnética no se tiene controlabilidad en el eje del campo magnético, lo que obliga a verificar si ante esta nueva ley de control, el sistema sigue siendo estable.

A partir de este momento se asume que el torque equivalente τ_{eq} es nulo, esto se realiza para facilitar los cálculos y se sustenta en la hipótesis que intenta probarse, la cual es que aún sin actuación ideal es posible estabilizar el sistema y hacerlo converger al punto de referencia.

Con esta consideración se tiene que:

$$\tau_{cd} = -\lambda_s \mathbf{I} \text{sgn}(\mathbf{s}), \quad (5.3.18)$$

y de (2.2.34) y (5.3.17) en (5.3.12) se tiene:

$$\tau_{ctrl} = \frac{\lambda_s \mathbf{I} \text{sgn}(\mathbf{s}) \times \mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|^2} \times \mathbf{B}, \quad (5.3.19)$$

dada la consideración que $\tau_{\text{eq}} = \mathbf{0}$ y de (5.3.19) en (5.3.10) se tiene:

$$\dot{\mathbf{s}} = \frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\text{sgn}(\mathbf{s}) \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}. \quad (5.3.20)$$

Para demostrar la estabilidad de la condición deslizante ante esta nueva condición de actuación, se propone la misma función candidata empleada en (5.3.14). De lo expuesto anteriormente, se sabe que esta función cumple la primera condición de estabilidad de Lyapunov. Para demostrar la segunda condición de estabilidad se reemplaza (5.3.20) en la derivada la función candidata, mostrada en (5.3.15), obteniéndose:

$$\dot{v}(\mathbf{s}) = \frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \cdot (\text{sgn}(\mathbf{s}) \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) = -\frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \cdot (\text{sgn}(\mathbf{s}) \times \mathbf{B}) \quad (5.3.21)$$

De manera similar que para la función candidata de Lyapunov en el caso del control Omega+sgnB, esta función no cumple con la segunda condición de Lyapunov, ni siquiera de manera parcial, pues en varios puntos $\dot{v}(\mathbf{q})$ es mayor que cero.

5.3.1.2. Condición de deslizamiento continua

De lo mostrado anteriormente resulta evidente la deficiencia de la condición de deslizamiento discreta, es por esto que ahora se plantea el uso una condición de deslizamiento continua, teniéndose para este caso:

$$\tau_{cd} = -\lambda_s \mathbf{Is}, \quad (5.3.22)$$

análogamente al diseño de la condición de deslizamiento discreta considerando la actuación magnética se tiene que:

$$\tau_{ctrl} = \frac{\lambda_s \mathbf{Is} \times \mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|^2} \times \mathbf{B}, \quad (5.3.23)$$

de (5.3.23) en (5.3.10) se tiene:

$$\dot{s} = \frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}. \quad (5.3.24)$$

Para demostrar la estabilidad del sistema ante esta nueva condición deslizante, se propone la misma función de Lyapunov candidata (5.3.14). Análogamente a la condición deslizante discreta se deriva la función candidata y se reemplaza (5.3.24) en (5.3.15), obteniéndose:

$$\dot{v}(\mathbf{s}) = \frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) = -\frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \quad (5.3.25)$$

Para efectuar el análisis de (5.3.25), se realizaron las mismas consideraciones que en (5.3.21) y de los resultados de este análisis mostrados en la Fig. 5.20 se aprecia que $\dot{v}(\mathbf{s})$ es semidefinida negativa. Es decir, la función nunca es positiva, pero es igual a cero en varios puntos.

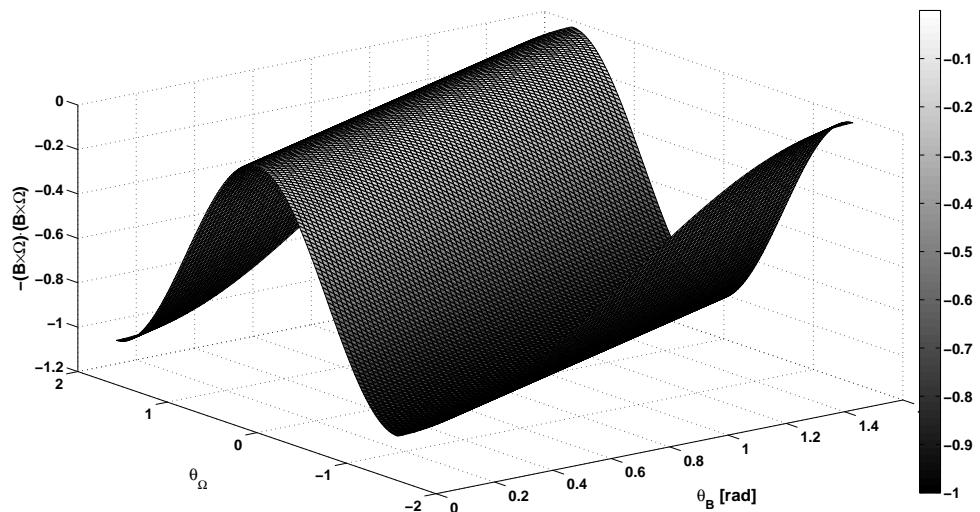


Figura 5.20: Análisis de (5.3.25)

De la misma manera que para la estabilidad el algoritmo Bdot se tiene una función \dot{v} semi definida negativa, por lo que se vuelve a plantear el uso de Krasovskii-LaSalle.

De (5.3.25), se observa que existen tres posibilidades para que $\dot{\mathbf{v}}(\mathbf{s}) = 0$, primero que \mathbf{B} sea cero, lo cual es imposible, pues el campo magnético de la Tierra oscila entre 25 y $60 \mu\text{T}$. En segundo lugar que los vectores \mathbf{s} y \mathbf{B} sean paralelos y por último el caso en el cual \mathbf{s} sea cero. Considerandose la segunda opción, para que exista una trayectoria en el sistema para todo $t > 0$, tanto el vector \mathbf{B} como \mathbf{s} deben variar de la misma manera; sin embargo, esto no es posible dado que al ser la superficie deslizante paralela al campo terrestre ($\mathbf{s} \parallel \mathbf{B}$), el torque de control es nulo ($\tau_{ctrl} = 0$) y por tanto no podría seguir a \mathbf{B} que es variable en el tiempo. Bajo la consideración anterior, y de (5.3.10) se tiene:

$$\mathbf{I}\dot{\mathbf{s}} = -\Omega \times \mathbf{I}\Omega + 0,5\lambda_q(\Omega\mathbf{q}_0 - \Omega \times \mathbf{q}), \quad (5.3.26)$$

la cual varía dependiendo de Ω y no de \mathbf{B} . De esta manera se demuestra que la única trayectoria continua que existe es la trivial, y por tanto, de Krasovskii-LaSalle, se puede concluir que el sistema es estable y converge a la superficie deslizante \mathbf{S} .

Considerando $\tau_{eq} \neq \mathbf{0}$ Ahora se considerará que $\tau_{eq} \neq \mathbf{0}$, en este caso se puede emplear únicamente la componente paralela a la variable deslizante. Dicha sugerencia se basa en que, dado un instante cualquiera en el tiempo, la componente de torque generado τ_{eq} puede ser descompuesta en dos componentes, una paralela al vector \mathbf{s} , a la que se le denominará τ_{eq}^{prl} y otra perpendicular a este, a la que se le denominará τ_{eq}^{prp} , definidas como:

$$\tau_{eq}^{prl} = \frac{\tau_{eq} \cdot \mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|^2} \mathbf{s}, \quad (5.3.27)$$

$$\tau_{eq}^{prp} = \frac{\tau_{eq} \times \mathbf{s}}{\|\mathbf{s}\|}, \quad (5.3.28)$$

La idea central de usar solamente la componente paralela se puede explicar fácilmente si se considera a la superficie deslizante como una esfera. Al poseer una resultante τ_{eq} con componentes paralela y perpendicular, es fácil notar que solamente la componente vertical reduce el radio de la esfera, mientras que la componente per-

pendicular hace trasladarse al punto $\mathbf{s}(\Omega_b, \mathbf{q})$ alrededor de la superficie de la esfera, sin modificar su radio. Dado que el objetivo del control es reducir dicho radio hasta el punto \mathbf{S} , resulta evidente que la única componente que nos ayuda es la paralela.

Comprobando la estabilidad del sistema ante esta nueva consideración, de (5.3.27) y (5.3.28) se puede expresar (5.3.10) como:

$$\dot{\mathbf{s}} = \frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \mathbf{I}^{-1} \tau_{eq}^{prp}, \quad (5.3.29)$$

de (5.3.29) en (5.3.15) se tiene:

$$\dot{\mathbf{v}}(\mathbf{s}) = \mathbf{s} \cdot \left(\frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \tau_{eq}^{prp} \right) \quad (5.3.30)$$

$$= -\frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) - \frac{1}{\|\mathbf{s}\|} \mathbf{s} \cdot (\tau_{eq}^{prp} \times \mathbf{s}) \quad (5.3.31)$$

$$= -\frac{\lambda_s}{\|\mathbf{B}\|^2} (\mathbf{s} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{s} \times \mathbf{B}). \quad (5.3.32)$$

La derivada de la función candidata para el caso de $\tau_{eq} \neq \mathbf{0}$ resulta ser idéntica al caso donde se considera $\tau_{eq} = \mathbf{0}$, la cual ya se demostró estable y convergente en el tiempo.

5.3.2. Simulaciones

De manera analoga al caso de estabilización activa, a continuación se presentan los resultados computacionales obtenidos de la optimización de las constantes, los efectos de los tiempos de muestreo, restricciones de implementación y perturbaciones. Todas las simulaciones son considerando un sistema de determinación de cuaterniones y velocidades angulares rotacionales ideales. Dicho sistema es sólo teórico, y el análisis de dichos sistemas no son parte del estudio realizado por la presente tesis, sin embargo el proyecto en el cual la tesis se enmarca si considera dichos sistemas, el Apéndice B muestra simulaciones del desempeño del algoritmo de control en modo deslizante continuo con un sistema de determinación real.

Optimización Para el caso del algoritmo deslizante en modo continuo, existe un indicador importante de la eficiencia del sistema y uno secundario, los cuales son el promedio del error de los cuaterniones ($q_{mse} = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}$) y de velocidades angulares ($\omega_{mse} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$), respectivamente; por lo cual se realiza una optimización genética con una función de evaluación $f = 25\omega_{mse} + q_{mse}$, recordando que las velocidades angulares deben encontrarse en el rango de los mrad/s, mientras que el error de cuaterniones se encuentra entre 0 y 1.73.

La Fig. 5.21 muestra la optimización de genética realizada para este algoritmo; de la generación 25, se tiene que el mejor individuo presenta $f = 0,55885$. A este punto corresponden las ganancias $\lambda_q = 0,0015754$ y $\lambda_s = 0,0045969$.

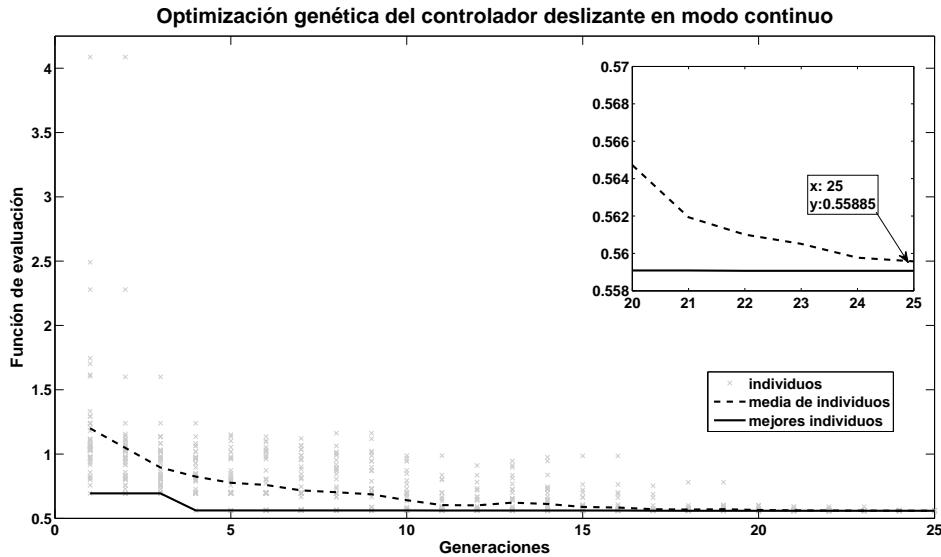


Figura 5.21: Optimización genética para el caso del controlador en modo deslizante continuo

Las figuras 5.22 y 5.23 muestran el desempeño del controlador en modo deslizante continuo con los valores optimizados, dadas las condiciones iniciales $\bar{q} = [0,5 \ 0,5 \ 0,5 \ 0,5]^T$ y $\Omega = [-0,05 \ 0,05 \ 0,05]^T$. La Fig. 5.22 muestra las velocidades angulares finales en el rango de los 10^{-5} rad/s y momentos magnéticos máximos un poco superiores a $2e-6$ Am², pasadas tres órbitas; mientras que la Fig. 5.23 muestra los cuaterniones finales con un error de orientación ($\theta = 2\arccos(q_0)$) menor a 0,8 grados pasadas 3 órbitas.

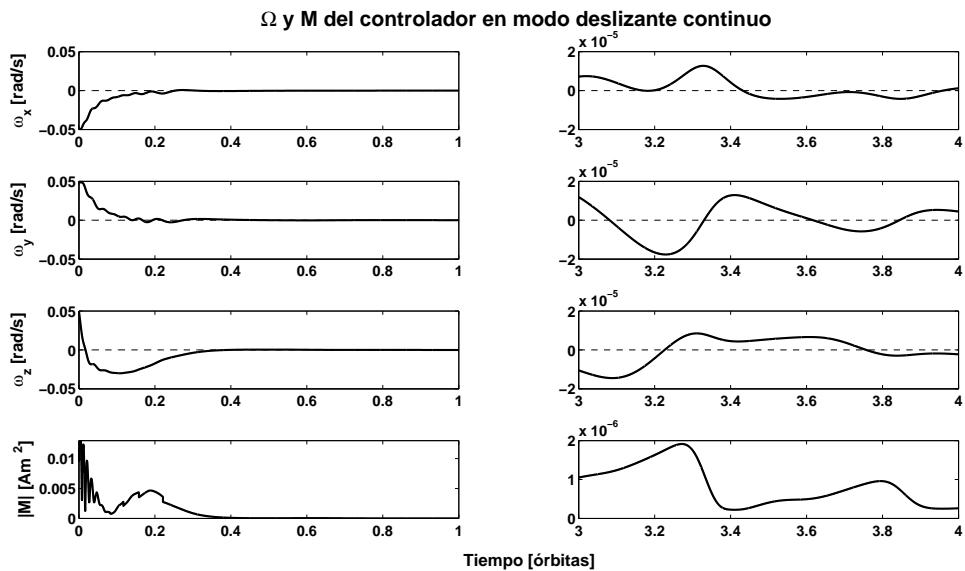


Figura 5.22: Control en modo deslizante continuo optimizado: Velocidades angulares y momento magnético

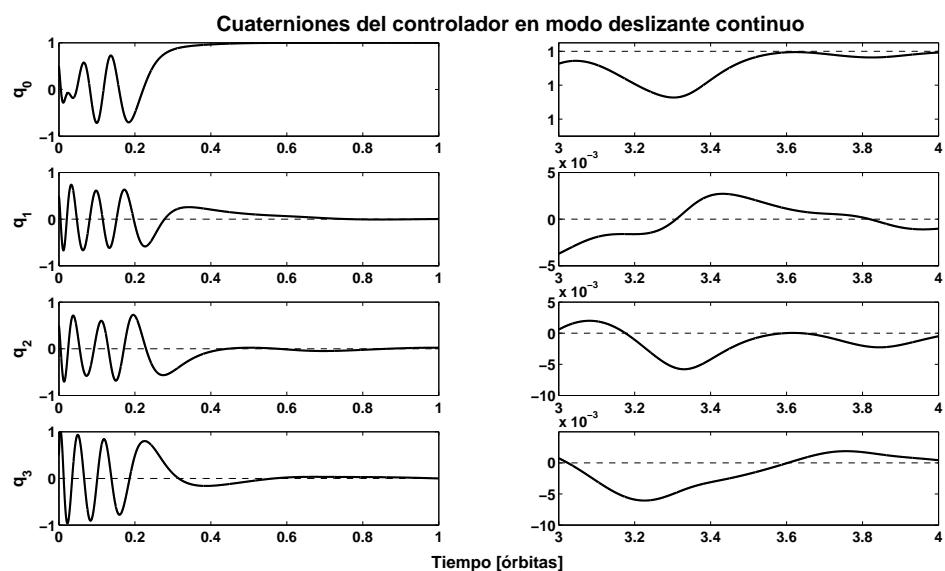


Figura 5.23: Control en modo deslizante continuo optimizado: cuaterniones

Discretización y tiempos de muestreo El algoritmo en modo deslizante continuo no necesita una discretización del código. El código de implementación del algoritmo puede ser encontrado en el Capítulo 7, donde éste es descrito a mayor profundidad. La Fig. 5.24 muestra los resultados tras simular el algoritmo con diversos tiempos de muestreo, siendo notable la buena performance del sistema ante tiempos de muestreo en el rango de los segundos de la misma manera que los algoritmos de estabilización basados en Omega+B.

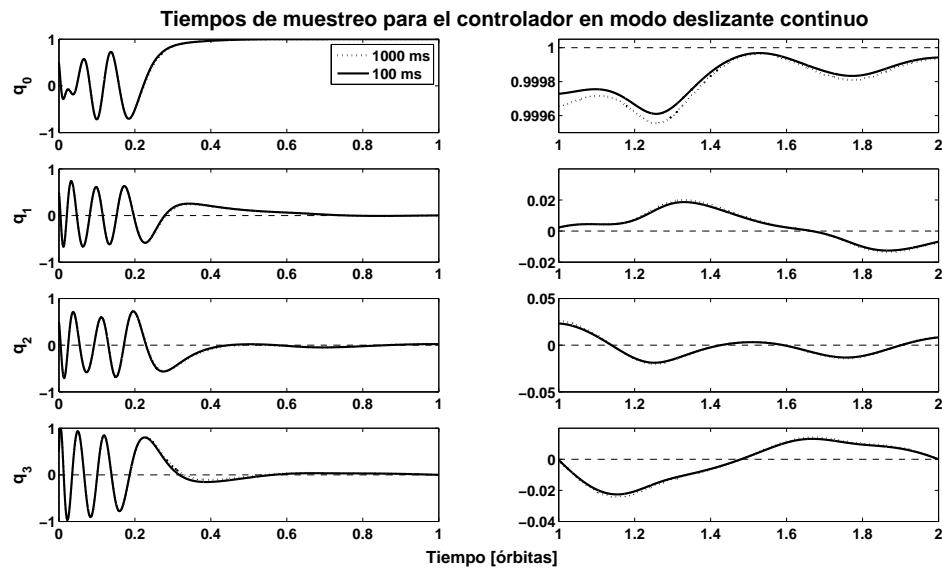


Figura 5.24: Control en modo deslizante continuo para diversos tiempos de muestreo: cuaterniones

Restricciones de implementación Las restricciones de implementación son las mismas que para la estabilización. La Fig. 5.25 muestra los resultados de las simulaciones del sistema ante estas restricciones de implementación; primero considerando la restricción de 0.02 y segundo considerando una restricción más estricta de 0.01, ambas considerando la restricción de la precisión del hardware. Las curvas bajo el nombre “no sat” no consideran saturación ni precisión de 10 bits; mientras que las curvas bajo el nombre “max 0.02” consideran la saturación a 0.02, pero nunca se da el caso de un momento magnético en algun eje que sea mayor a este valor, por lo que la modifica-

ción de los cuaterniones obedece únicamente a la precisión de 10 bits; finalmente las curvas bajo el nombre “max 0.01” consideran la saturación a 0.01 y la precisión de 10 bits. De las gráficas podemos notar la influencia de la precisión del controlador es mucho más notoria en la cuarta órbita que en la primera, dado que los momentos de actuación se reducen notablemente y los errores por redondeo de precisión afectan al sistema, el caso de saturación a 0.02 presenta la peor performance, con un ángulo de error de 3.6 grados, seguido de la saturación a 0.01 con un error de 2.3 grados, frente a los 0.24 grados obtenidos sin esta restricción. Se explica la mejor performance de la saturación a 0.01 frente a 0.02, debido al incremento de la precisión dada la reducción de los límites de actuación.

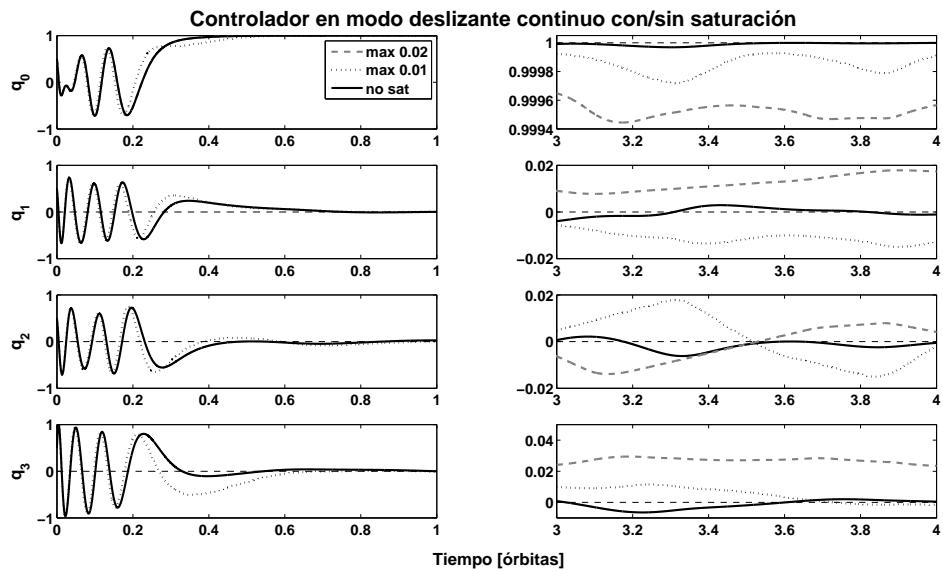


Figura 5.25: Controlador en modo deslizante continuo con/sin saturación: cuaterniones

Una restricción adicional que puede darse dependiendo de la implementación de los actuadores son errores de generación de corriente para valores menores al 2.5 % de la máxima actuación, esto afecta notablemente al sistema como se aprecia en la Fig. 5.26; donde las curvas bajo el nombre “sin li” consideran una saturación de 0.01 pero sin un límite inferior del 2.5 %, las curvas bajo el nombre “max 0.01/li” consideran una saturación de 0.01 y un límite inferior del 2.5 %, finalmente las curvas bajo el nombre

“max 0.02/li” consideran una saturación de 0.02 y un límite inferior del 2.5 %. La Fig. 5.27 muestra los momentos magnéticos para los casos descritos.

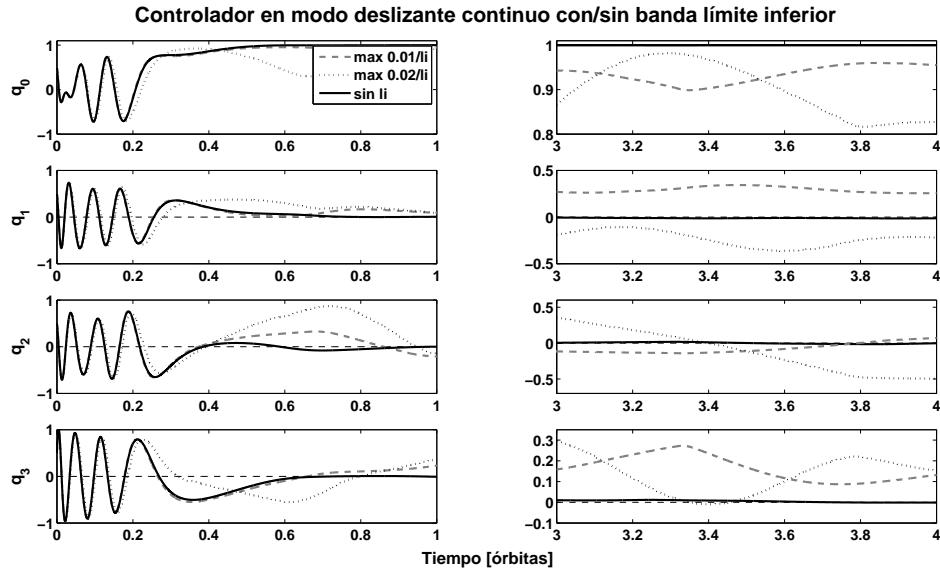


Figura 5.26: Control en modo deslizante continuo con/sin límite inferior: cuaterniones

Perturbaciones Finalmente se realizan simulaciones considerando todas las restricciones anteriormente mencionadas, más la adición de los torques de perturbación modelados en el Capítulo 3. La Fig. 5.28 muestra una comparación de la respuesta del sistema sin perturbaciones, con perturbaciones pero sin límite inferior y con perturbaciones y límite inferior.

Existen dos conclusiones evidentes que pueden rescatarse de la Fig. 5.28. En primer lugar, resulta evidente que el límite inferior puede afectar notablemente el desempeño del sistema; en segundo lugar, se observa que el sistema es susceptible a las perturbaciones; lamentablemente, esta es una característica propia del sistema, la cual no puede ser alterada. Dicha susceptibilidad del sistema ante perturbaciones se explica por el bajo momento de inercia que presenta el sistema, más no por problemas del algoritmo de control. tras realizar varias simulaciones, se encontró que si la planta fuese un microsatélite de mayor envergadura, digase 50 kg, las perturbaciones no afectarían al sistema de una manera tan notoria.

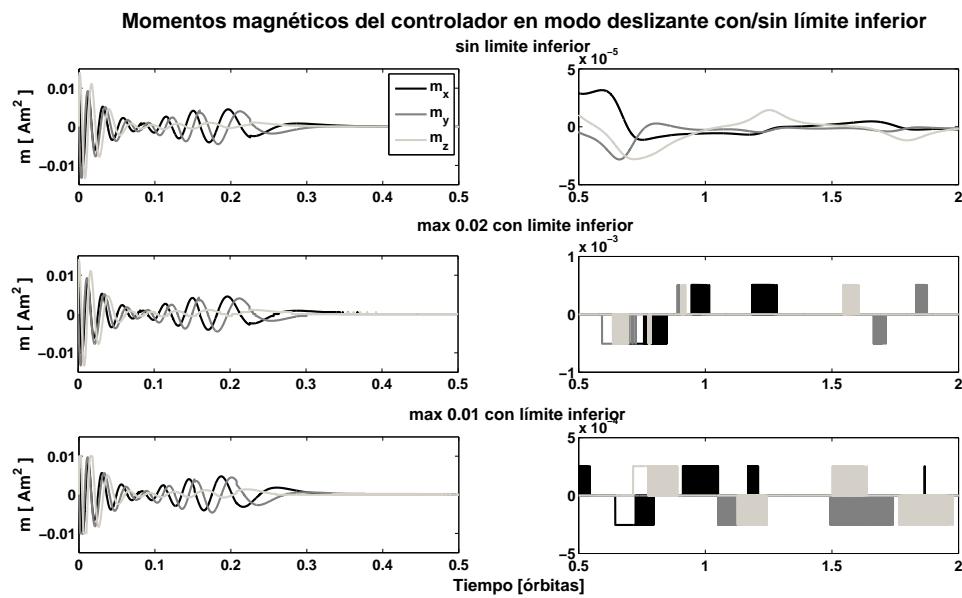


Figura 5.27: Control en modo deslizante continuo con/sin límite inferior: Momentos magnéticos

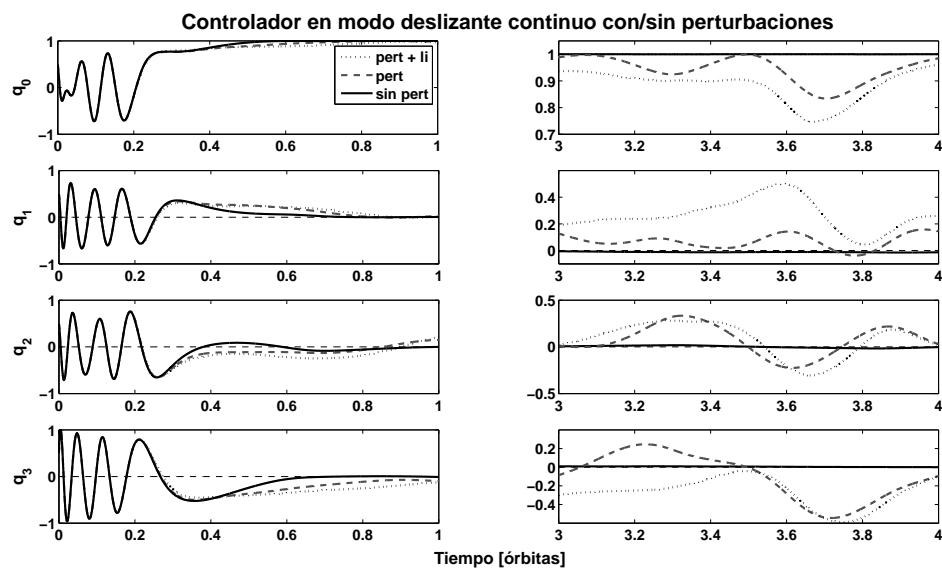


Figura 5.28: Control en modo deslizante continuo con/sin perturbaciones: cuaterniones

5.4. Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad permite evaluar el desempeño del sistema diseñado ante el cambio de algunos parámetros del entorno o del mismo sistema. El análisis es similar al desarrollado en el capítulo anterior para el sistema de control pasivo, pero esta vez se consideran no solo variables físicas del sistema, sino tambien ruido de sensores y errores de estimación. Para los algoritmos de control activo, se considera como variables que podrían afectar al sistema, a las 6 variables físicas del satélite (recordar que el sistema activo no considera materiales magnéticos): los tres momentos de inercia principales I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} , los tres productos de inercia I_{xy} , I_{xz} , I_{yz} . Adicionalmente, dependiendo del algoritmo empleado, tambien se considera el nivel de ruido de las 6 variables de estado y 3 variables de sensores, las cuales son: $\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ B_x \ B_y \ B_z]$.

El análisis consiste en tomar aleatoriamente distintos sets de parámetros plausibles a obtener en el diseño final, y sobre estos sets iniciales sistematicamente variar cada uno de los parámetros registrando el cambio en el desempeño de los algoritmos ante estas variaciones.

Los valores plausibles tomados para los sets de parámetros son los mostrados en el Cuadro 5.1.

Parámetro	rango
I_{xx}	0.00165 - 0.00275 [kg m^2]
I_{yy}	0.00135 - 0.00225 [kg m^2]
I_{zz}	0.00150 - 0.00250 [kg m^2]
I_{xy}	0.00030 - 0.00050 [kg m^2]
I_{xz}	0.00030 - 0.00050 [kg m^2]
I_{yz}	0.00030 - 0.00050 [kg m^2]
Ruido de sensores	0 - 25 %
Ruido en estimación de cuaterniones	0 - 25 %

Cuadro 5.1: Rango de valores de los parámetros para el análisis de sensibilidad del control activo

Y para la variación sistemática de cada uno de estos parámetros iniciales, se consideró una variabilidad de $\pm 25\%$.

El procedimiento del análisis es el mismo que para el sistema de control pasivo, inciándose con la obtención del desempeño del sistema (velocidades rotacionales finales y tiempo de estabilización para los algoritmos de estabilización y ángulo de error de orientación para el algoritmo de orientación) ante un set de parámetros iniciales obtenidos aleatoriamente, al desempeño inicial se le denomina a_0 . Variando cada parámetro individualmente y obteniendo el índice de sensibilidad del parámetro “i”, calculado por (4.6.1) mostrada en el capítulo anterior. Una vez terminado el análisis con cada parámetro, se repite el procedimiento para un nuevo set de parámetros, hasta obtener data significativa. Para este análisis se considerarán 100 sets de parámetros iniciales, como una muestra significativa.

A continuación se especifica las variables analizadas para cada algoritmo, se muestran los resultados obtenidos y su respectivo análisis.

5.4.1. Control Bdot

Para el caso del algoritmo Bdot se hace un análisis de la sensibilidad de las 6 variables de inercia así como el ruido de los sensores de campos magnético. Se analizan las velocidades angulares finales así como los tiempos de estabilización.

La Fig. 5.29 muestra los resultados obtenidos para las velocidades angulares finales. El análisis muestra que las velocidades angulares finales, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de los 2.35 y 2.7 mrad/s. Las variaciones de las velocidades rotacionales alrededor de los 0.05 y 0.3 mrad/s. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм, que no hay una correlación significante entre las variables.

La Fig. 5.30 muestra los resultados obtenidos para los tiempos de estabilización. El análisis muestra que los tiempos de estabilización, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de las 1.4 y 2 órbitas. Las variaciones de dichos tiempos son menores a 0.3 órbitas. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм, que existen dos grupos marcados de variables con alta correlación entre ellas. El primer

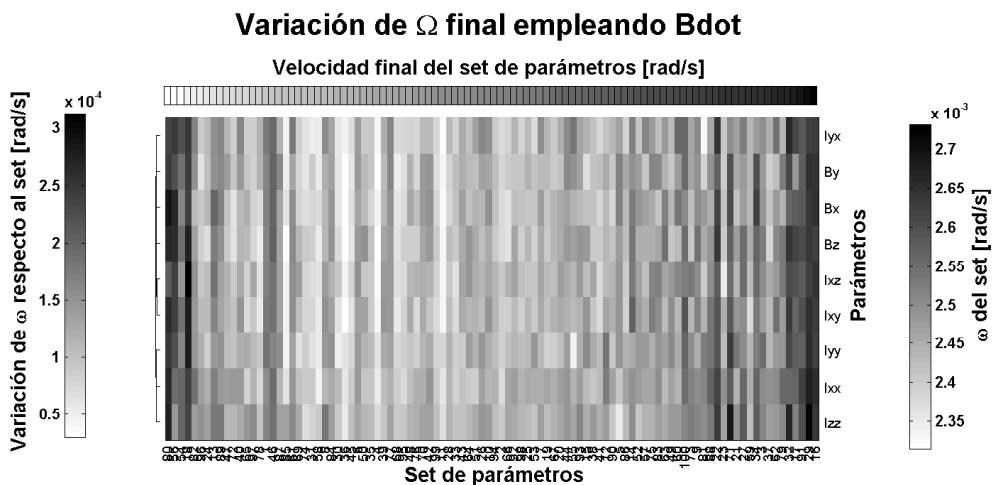


Figura 5.29: Análisis de sensibilidad del algoritmo Bdot, salida: velocidad angular final

grupo esta formado por los momentos principales de inercia, los cuales poseen los índices de sensibilidad más altos (0.1 - 0.3 órbitas); el segundo está conformado por las demás variables y poseen índices de sensibilidad relativamente bastante más bajos (valores cercanos a cero en su mayoría). Esto puede ser explicado al analizar (3.2.1), de la cual puede derivarse que para obtener el mismo efecto sobre un sistema con momentos de inercia mayores se requiere un torque de control de mayor valor; al no poseerse esta actuación mayor, pues el algoritmo no es dependiente de los momentos de inercia sino los campos magnéticos y su variación en el tiempo, el aumento de los momentos de inercia se traduce directamente en un incremento del tiempo necesario para la estabilización.

De todos estos datos se concluye que las velocidades angulares finales y los tiempos de estabilización del sistema son poco sensibles a la variación de parámetros, y por sobre todo que se encuentran en todo momento dentro de los rangos de comportamiento aceptables. Sin embargo, se hace notar que un aumento excesivo en los momentos de inercia principales puede mellar el tiempo de establecimiento del sistema.



Figura 5.30: Análisis de sensibilidad del algoritmo Bdot, salida: tiempo de estabilización

5.4.2. Control Omega+B

Para el caso del algoritmo Omega+B se hace un análisis de la sensibilidad de las 6 variables de inercia así como el ruido de los sensores de campos magnético y giroscopios. Se analizan las velocidades angulares finales así como los tiempos de estabilización.

La Fig. 5.31 muestra los resultados obtenidos para las velocidades angulares finales. El análisis muestra que las velocidades angulares finales, en condiciones nominales, son menores a los 0.17 mrad/s. Las variaciones de las velocidades rotacionales son menores a los 0.13 mrad/s. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм, que no hay una correlación significante entre las variables.

La Fig. 5.32 muestra los resultados obtenidos para los tiempos de estabilización. El análisis muestra que los tiempos de estabilización, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de las 0.6 y 1 órbitas. Las variaciones de dichos tiempos son menores a 0.18 órbitas. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм las mismas correlaciones que en el algoritmo Bdot, con dos grupos marcados de variables con alta correlación entre ellas, los momentos principales de inercia y los demás. De la misma forma los momentos de inercia presentan los índices de sensibilidad más altos

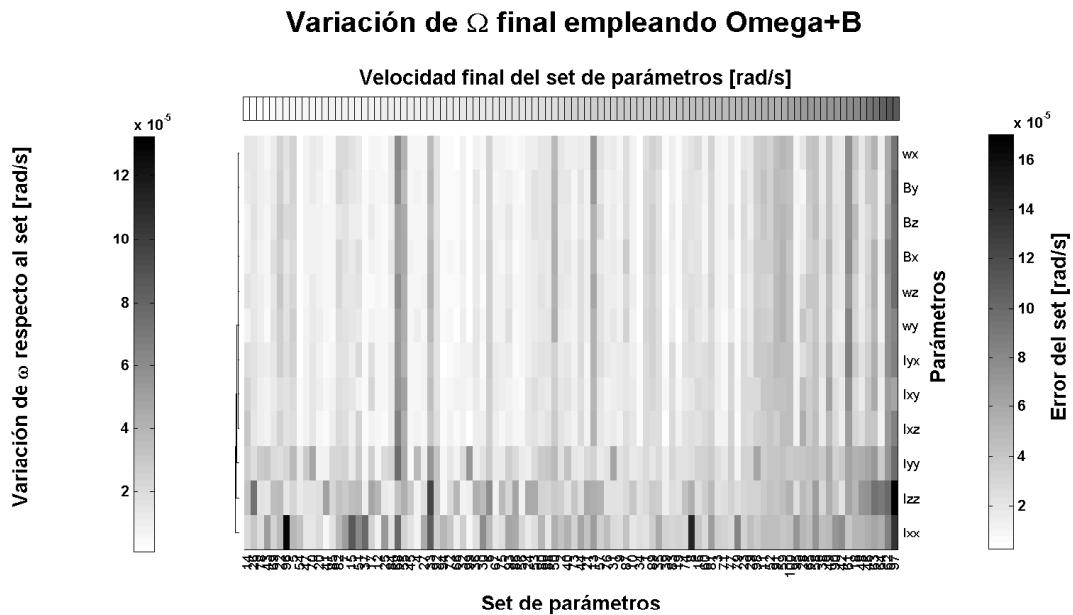


Figura 5.31: Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+B, salida: velocidad angular final

(0.06 - 0.18 órbitas) y las demás variables poseen índices de sensibilidad relativamente bastante más bajos (valores cercanos a cero en su mayoría); fenómeno causado por el mismo fenómeno anteriormente descrito.

De todos estos datos se concluye que las velocidades angulares finales y los tiempos de estabilización del sistema son poco sensibles a la variación de parámetros, y por sobre todo que se encuentran en todo momento dentro de los rangos de comportamiento aceptables. Para el caso de las velocidades angulares esto podría aparentar ser incorrecto, pues la relación entre las variaciones y los valores nominales es alta - 0 a 0.13 contra 0 a 0.17 mrad/s, pero considerando que estos valores son extremadamente bajos (decimas de mrad/s en el peor caso) se considera que su efecto global en relación a los rangos de comportamiento aceptables (mrad/s) son poco significativos. Adicionalmente, al igual que para el algoritmo anterior se hace notar que un aumento excesivo en los momentos de inercia principales puede mellar el tiempo de establecimiento del sistema, aunque en menor medida que para el algoritmo anterior.

Variación del tiempo de estabilización empleando Omega+B

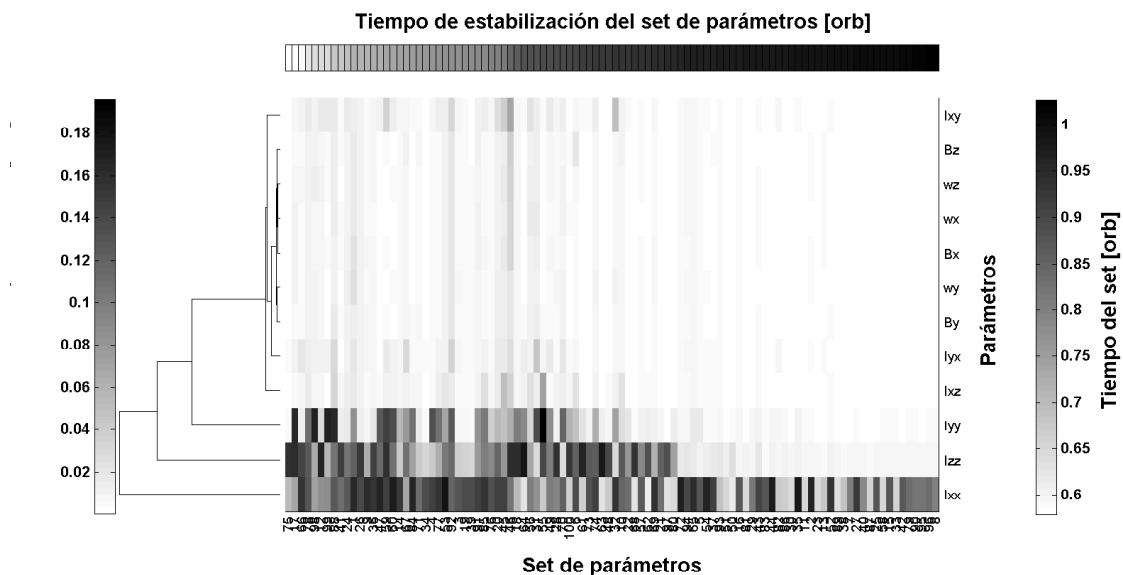


Figura 5.32: Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+B, salida: tiempo de estabilización

5.4.3. Control Omega+sgnB

Para el caso del algoritmo Omega+sgnB se hace un análisis de la sensibilidad de las 6 variables de inercia así como el ruido de los sensores de campos magnético y giroscopios. Se analizan las velocidades angulares finales así como los tiempos de estabilización.

La Fig. 5.33 muestra los resultados obtenidos para las velocidades angulares finales. El análisis muestra que las velocidades angulares finales, en condiciones nominales, son menores a los 0.14 mrad/s. Las variaciones de las velocidades rotacionales son menores a los 0.12 mrad/s. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм, que no hay una correlación significante entre las variables.

La Fig. 5.34 muestra los resultados obtenidos para los tiempos de estabilización. El análisis muestra que los tiempos de estabilización, en condiciones nominales, se encuentran alrededor de las 0.6 y 1 órbitas. Las variaciones de dichos tiempos son menores a 0.3 órbitas. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм la

Variación del tiempo de estabilización empleando Omega+sgnB

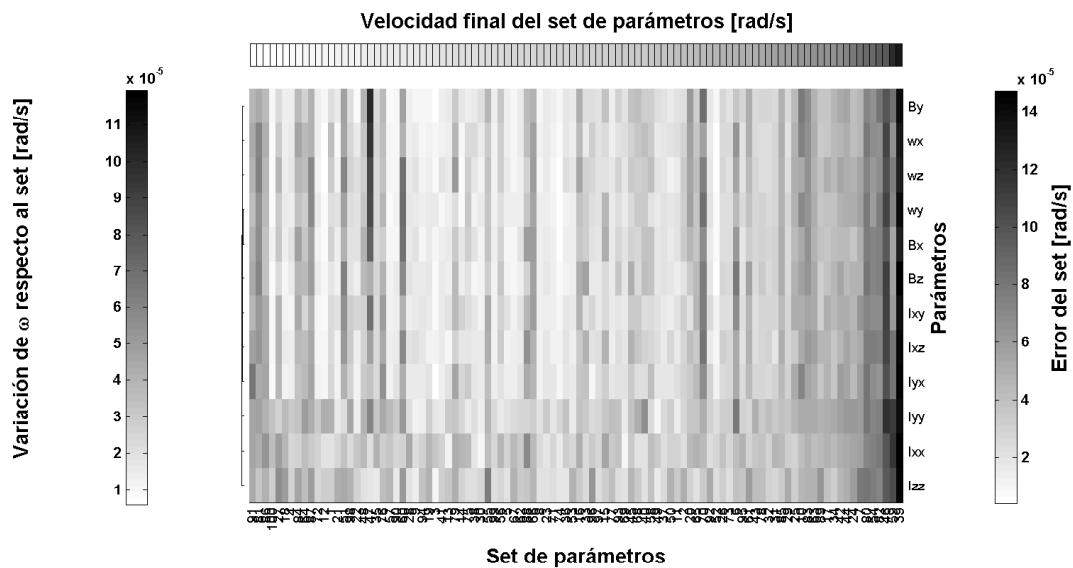


Figura 5.33: Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+sgnB, salida: velocidad angular final

mismas correlaciones que en el algoritmo Bdot, con dos grupos marcados de variables con alta correlación entre ellas, los momentos principales de inercia y los demás. De la misma forma los momentos de inercia presentan los índices de sensibilidad más altos (0.1 - 0.3 órbitas) y las demás variables poseen índices de sensibilidad relativamente bastante más bajos (valores cercanos a cero en su mayoría); fenómeno causado por el mismo fenómeno anteriormente descrito.

De todos estos datos se concluye que las velocidades angulares finales y los tiempos de estabilización del sistema son poco sensibles a la variación de parámetros, y por sobre todo que se encuentran en todo momento dentro de los rangos de comportamiento aceptables. Igualmente que para el algoritmo anterior, para el caso de las velocidades angulares esto podría aparentar ser incorrecto, pues la relación entre las variaciones y los valores nominales es porcentualmente alto - 0 a 0.12 contra 0 a 0.14 mrad/s, pero considerando que estos valores son extremadamente bajos (decimas de mrad/s en el peor caso) se considera que su efecto global en relación a los rangos de

Variación del tiempo de estabilización empleando Omega+sgnB

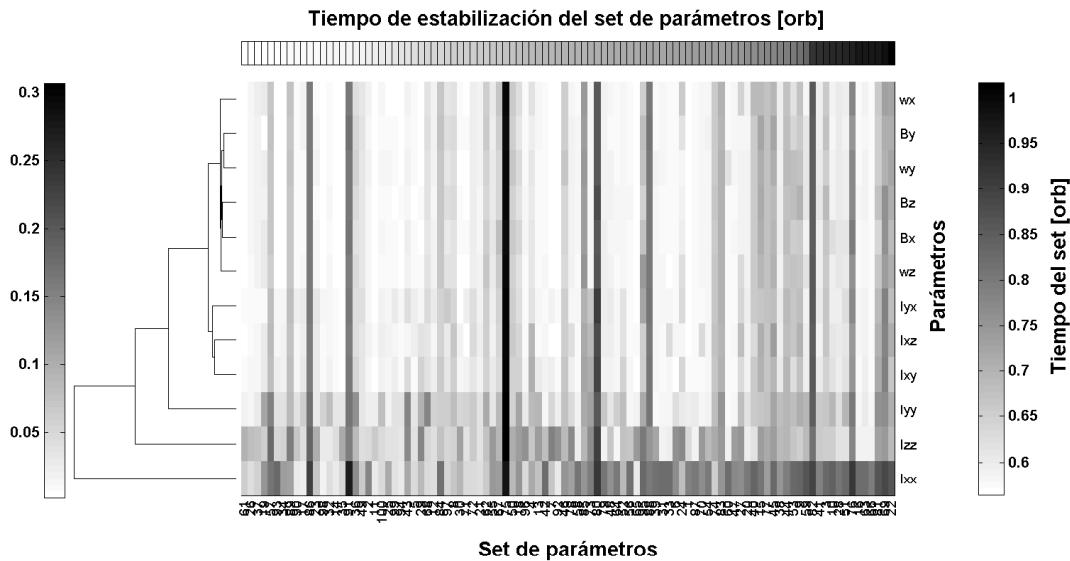


Figura 5.34: Análisis de sensibilidad del algoritmo Omega+sgnB, salida: tiempo de estabilización

comportamiento aceptables (mrad/s) son poco significativos. Adicionalmente, al igual que para el algoritmo anterior se hace notar que un aumento excesivo en los momentos de inercia principales puede mellar el tiempo de establecimiento del sistema.

5.4.4. Control de orientación en modo deslizante

En el caso del control activo en modo deslizante continuo, el número de variables a analizar es mayor que para los casos anteriores. Para este algoritmo se eligen las variables de estado que intervienen en el cálculo de la ley de control, las cuales son: $\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ B_x \ B_y \ B_z]$, así como las seis variables de la matriz de inercia; siendo en total 15 variables por analizar. Para este caso sólo se analizará el error en la orientación máxima, representado por q_0 ($q_0 = 1 - q_1^2 - q_2^2 - q_3^2$). Es importante notar que este análisis se realizó sin considerar el efecto de las perturbaciones externas.

La Fig. 5.35 muestra los resultados obtenidos para los ángulos de orientación obtenidos. El análisis muestra que el error en la orientación, en condiciones nominales,

es menor a 4° . Las variaciones de dichos errores son menores a 0.3 órbitas. Finalmente, se obtiene de la clasificación mediante денограмм que existen dos grupos marcados de variables con alta correlación entre ellas. El primer grupo formado por los momentos principales y algunos de los productos de inercia (I_{xy} e I_{yz}); este grupo presentan los índices de sensibilidad más altos (0.2 - 2°). El otro grupo, formado por los parámetros restantes poseen índices de sensibilidad bastante más bajos (0 - 0.1°).

De todos estos datos se concluye que el sistema es robusto a la variación de parámetros. Sin embargo, a pesar que los rangos de errores son aceptables para todos los casos, debido a la importancia de minimizar al máximo este error de orientación es enfáticamente recomendado la adecuada verificación de las variables físicas del satélite y la actualización de las ganancias de control, antes del lanzamiento.

Variación del ángulo de orientación empleando el controlador en modo deslizante

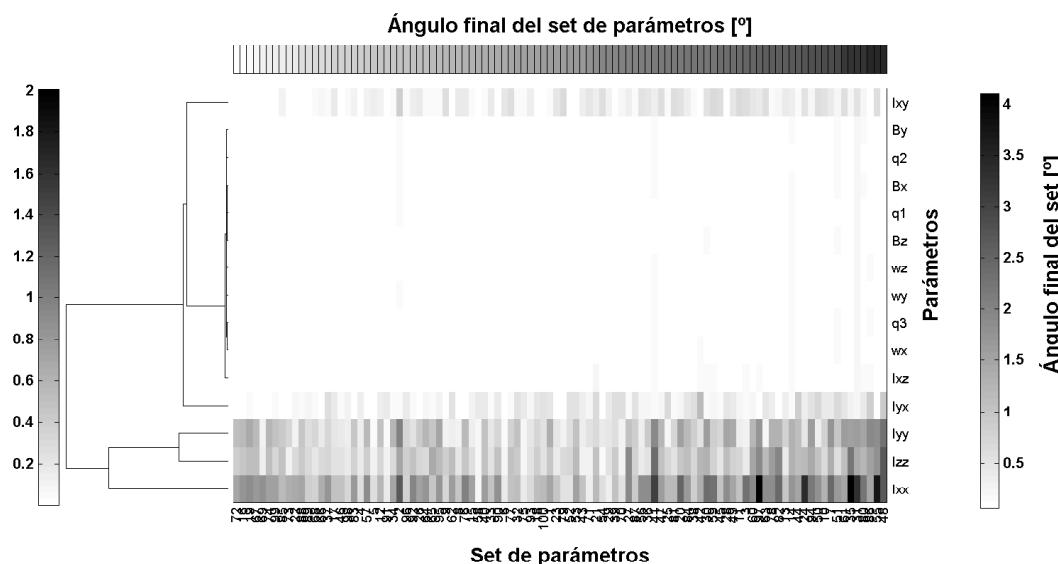


Figura 5.35: Análisis de sensibilidad del control en modo deslizante continuo: error de orientación

CAPÍTULO 6

Sistema de control híbrido

El control híbrido diseñado en la presente tesis considera el uso de técnicas de control magnéticas pasivas y activas. Esta combinación de técnicas permite obtener una orientación espacial fina a la vez que asegura una reducción de velocidades angulares iniciales y una orientación parcial para comunicaciones con estaciones terrenas situadas en el ecuador magnético; volviendo al sistema confiable y tolerante a fallas. Sin embargo, el control magnético híbrido posee una gran reto técnico, que de no ser superado compromete la performance de la estabilización e imposibilita la correcta orientación fina.

El control magnético activo puro posee problemas de controlabilidad debido a que la actuación magnética (τ_m) está siempre limitada a ser perpendicular al campo magnético de la Tierra, tal como se observa en (4.1.13). Es gracias a la periodicidad del campo magnético terrestre que se demuestra mediante el teorema de Krasovskii-LaSalle que dado suficiente tiempo la respuesta del sistema es convergente (ver Capítulo 5). Al añadir materiales magnéticos (control pasivo) esta condición se agrava. Los momentos magnéticos de los imanes permanentes constantemente alinean el sistema al campo magnético terrestre. Si el satélite se encontrase todo el tiempo alineado perfectamente a este campo, caso del control magnético pasivo ideal, la actuación sobre el eje del imán sería nula. Afortunadamente, este no es el caso pues los momentos no alinean al satélite de manera perfecta sino con hasta 14.5° de diferencia de las líneas magnéticas. Esto ocasiona que el torque máximo que puede ser generado en el eje del

imán se reduzca a menos de la quinta parte del torque posible en los otros ejes, pero no que sea nulo. Simulaciones experimentales mostradas en la figura 6.1 demuestra esta reducción en la generación del torque máximo en el eje. Esta reducción ocasiona la baja o nula controlabilidad del sistema magnético híbrido en el eje x^c .

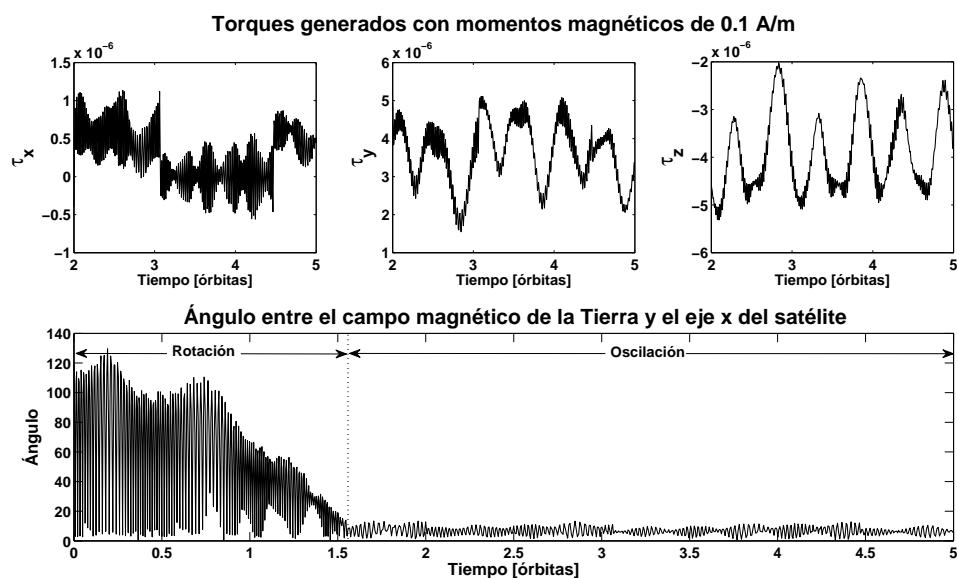


Figura 6.1: Comparación de los torques posibles una vez orientado el satélite mediante control pasivo

Debido a que este problema surge por el efecto de los materiales magnéticos pasivos, resulta evidente que un rediseño de los mismos es necesario. Sin embargo, esto no resulta ser suficiente, por lo que adicionalmente al redimensionamiento se plantea el cancelamiento activo de los materiales magnéticos para los algoritmos diseñados. El cancelamiento activo es obtenido mediante el uso de magneto torques; y la generación mediante estos de momentos magnéticos equivalentes al de los materiales magnéticos pasivos, pero en sentido contrario. Evidentemente, esta cancelación activa implica un costo energético al sistema, el cual también debe de ser evaluado.

6.1. Actuación magnética híbrida

Ante la nueva restricción introducida al inicio de la sección, resulta evidente que la reducción del volumen del imán permanente es necesaria. De los resultados obtenidos en (4.3.1) se considera el valor mínimo necesario para la estabilización, el cual es de aproximadamente 125 mm^3 . Aplicando la relación 8:1 discutida en la Subsección 4.2, el volumen de cada una de las láminas de histéresis se fija en 15.5 mm^3 . Del Cuadro 4.1 se tiene que todo este material magnético combinado, genera un campo magnético máximo de $48 \mu\text{T}$ en el magnetómetro, lo cual no satura al sensor.

Con estos nuevos datos se sigue consiguiendo una orientación con un error promedio de 10° y un offset de 4.5° debido a las láminas de histéresis; sin embargo, se sacrifica el tiempo de estabilización pasivo el cual según (4.2.6) se duplica, pasando de 38782 s (≈ 7 órbitas) a 77564 s (≈ 14 órbitas). Este nuevo tiempo de estabilización aún resulta conveniente, en primer lugar porque es un sistema de respaldo que se emplea sólo en caso de emergencias, siendo el sistema principal el activo, el cual puede estabilizar en menos de 1 órbita; y en segundo lugar porque aún 14 órbitas apenas equivalen a poco menos de 22 horas, lo cual es un tiempo razonable para la estabilización inicial.

La figura 6.2 muestra la reducción de las velocidades empleando el control pasivo de estabilización con 15.5 mm^3 de volúmen de histéresis y una velocidad inicial de $[-0.5 \ 0.5 \ 0.5] \text{ rad/s}$; mientras que la figura 6.3 muestra la orientación del eje x^c en relación al campo magnético terrestre empleando un volúmen de 125 mm^3 .

6.2. Efecto de momentos magnéticos pasivos sobre la actuación activa

Una vez reducido el volumen de los materiales magnéticos al mínimo posible, se procede a realizar una evaluación de los efectos de estos materiales pasivos sobre el sistema de control activo.

Para el caso de la estabilización activa; la figura 6.4 muestra comparaciones de los algoritmos de estabilización puramente activos (sin ningún material magnético)

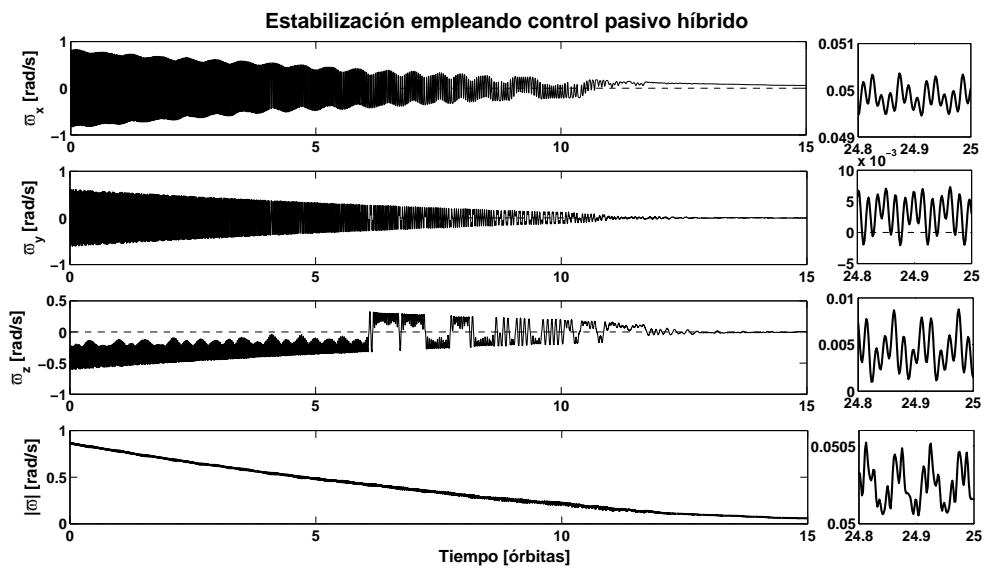


Figura 6.2: Estabilización puramente pasiva empleando volúmenes de histéresis de 15.5 mm^3

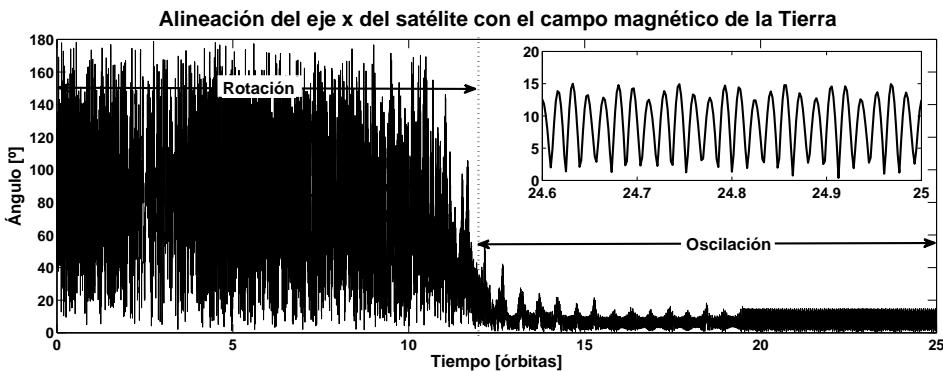


Figura 6.3: Orientación pasiva híbrida empleando volumen del imán permanente de 125 mm^3

mostrados en el Capítulo 5 con nuevas simulaciones realizadas considerando los materiales magnéticos pasivos que aportaría el sistema pasivo. De dicha figura resulta evidente que es posible una reducción significativa de las velocidades angulares, pero no en su totalidad. En todos los casos una velocidad remanente en el eje x^c mella el desempeño del sistema.

Para poder caracterizar de una forma más efectiva en cuanto afectan los momentos magnéticos pasivos el desempeño de los algoritmos activos se realizó un número significativo de simulaciones computacionales y se compararon los resultados obtenidos.

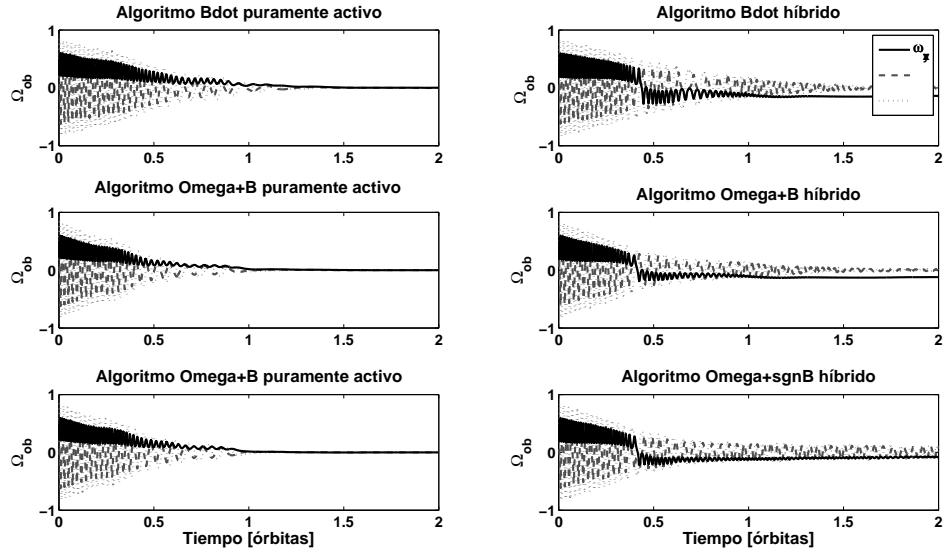


Figura 6.4: Desempeño de los algoritmos de estabilización puramente activos y equivalentes híbridos

Algoritmo	Control activo puro [mrad/s]						Control activo híbrido [mrad/s]					
	$\bar{\omega}_x$	$\bar{\omega}_y$	$\bar{\omega}_z$	σ_{ω_x}	σ_{ω_y}	σ_{ω_z}	$\bar{\omega}_x$	$\bar{\omega}_y$	$\bar{\omega}_z$	σ_{ω_x}	σ_{ω_y}	σ_{ω_z}
Bdot	1.2	1.3	1.2	0.5	0.5	0.4	66.4	9.2	10.0	34.3	8.1	8.9
Omega+B	0.09	0.12	0.10	0.06	0.09	0.07	63.1	10.3	10.9	35.9	9.1	9.5
Omega+sgnB	0.05	0.05	0.07	0.04	0.04	0.06	39.1	34.1	35.6	18.0	15.2	16.5

Cuadro 6.1: Comparación entre el control activo puro e híbrido de estabilización

dos. Estos resultados se encuentran resumidos en el Cuadro 6.1; de donde se puede apreciar una notable disminución del desempeño en todos los algoritmos. Tanto para el algoritmo Bdot como para el Omega+B, el desempeño de los ejes y^c y z^c , si bien disminuye, sigue siendo aceptable; mientras que el eje x^c no lo es. El caso del algoritmo Omega+sgnB es distinto, en este caso en particular el desempeño de los tres ejes disminuye notablemente, haciendolo inadecuado para la estabilización fina.

6.3. Control híbrido con cancelamiento activo de momentos pasivos

La cancelación activa de los momentos magnéticos pasivos es un mecanismo propuesto para poder recobrar la total controlabilidad del sistema. Los magneto torques generarán momentos magnéticos equivalentes a los momentos pasivos, pero en

dirección opuesta; cancelando totalmente su efecto sobre el sistema. Una vez que el cancelamiento activo ha sido logrado, este se mantendrá por todo el tiempo que dure el control activo, desactivándose cuando los objetivos del control (estabilización u orientación) sean alcanzados.

La cancelación activa de momentos magnéticos ha sido empleado anteriormente en el nano-satélite SNAP-1 de Surrey Satellite Technology.¹ Cuando se encontraba en órbita, el SNAP-1 empezó a generar un momento magnético interno no previsto por los diseñadores del sistema; este momento fue luego identificado como el momento magnético remanente de la válvula electromagnética del propulsor ubicado en el eje z^c . La presencia de dicho momento magnético hizo casi imposible la orientación activa del sistema. Para solucionar el problema, una estimación activa del momento fue realizada en tierra con los datos obtenidos del satélite; con estos datos, una satisfactoria cancelación activa del momento remanente fue realizada con los magneto torques del satélite [47].

6.3.1. Estimación de momentos pasivos

Para la correcta anulación activa de los momentos magnéticos es necesario realizar un correcto cálculo o identificación de los mismos. De (4.3.1) se tiene que el momento magnético del imán es:

$$m_{iman} = \frac{125e - 9\,1,25}{1,2566e - 6} = 0,1243, \quad (6.3.1)$$

de manera similar, el momento requerido para anular los materiales de histéresis es:

$$m_{hyst} = \frac{V_{hyst}B_r}{\mu_0} = \frac{(15,5\,10^{-9})(0,8)}{1,2566\,10^{-6}} = 0,0098. \quad (6.3.2)$$

¹Esta idea del cancelamiento fue desarrollada independientemente por el módulo SDCA del proyecto Chasqui I, y vino a conocimiento nuestro durante el 3rd Nanosatellite Symposium en diciembre del 2011.

Para el caso del Chasqui I, un par adicional de magneto torques fue diseñado para exclusivamente realizar la cancelación activa del eje del imán (por ser la mayor por un factor de aproximadamente 12). Dado el valor del momento magnético de 0.1243 Am^2 , y teniendo en mente las restricciones de masa y potencia; el nuevo set de magneto torques fue diseñado con un área transversal de 4224 mm^2 y 30 vueltas. Este nuevo set de magneto torques añade una masa adicional de 78 g al sistema de control.

Si bien se espera que estas aproximaciones resulten efectivas, adicionalmente se consideran algoritmos capaces de estimar con datos de telemetría el valor del momento magnético real, en caso que este difiera mucho de las estimaciones tomadas. Se presenta a continuación un algoritmo de sencilla implementación que puede ser empleado en línea o en tierra.

Estimación proporcional al error Considerando únicamente actuación magnética pasiva, de (3.2.1) se tiene:

$$\mathbf{m} \times \mathbf{B} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}, \quad (6.3.3)$$

considerando únicamente momentos magnéticos en el eje x^c , se tiene que $\mathbf{m} = [m_x; 0; 0]$, y una matriz de inercia con diagonal principal dominante; reemplazando en 6.3.3 se tiene:

$$\begin{bmatrix} m_{iman} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -m_{iman}B_x \\ m_{iman}B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{\omega}_x - \omega_y\omega_z(I_{zz} - I_{yy}) \\ I_{yy}\dot{\omega}_y - \omega_x\omega_z(I_{xx} - I_{zz}) \\ I_{zz}\dot{\omega}_z - \omega_x\omega_y(I_{yy} - I_{xx}) \end{bmatrix}, \quad (6.3.4)$$

de donde despejando m_{iman} se obtienen las ecuaciones:

$$m_{iman} = \frac{-I_{yy}\dot{\omega}_y + \omega_x\omega_z(I_{xx} - I_{zz})}{B_z}, \quad (6.3.5)$$

$$m_{iman} = \frac{I_{zz}\dot{\omega}_z + \omega_x\omega_y(I_{yy} - I_{xx})}{B_y}, \quad (6.3.6)$$

y se define m_{iman}^* como la semisuma de (6.3.5) y (6.3.6).

Para el algoritmo de estimación del momento magnético del imán (\hat{m}_{iman}) se define el error de estimación como:

$$e = \hat{m}_{iman} - m_{iman}^*, \quad (6.3.7)$$

y se plantea la ley de actualización proporcional al error como:

$$\hat{m}_{iman}[t + 1] = \hat{m}_{iman}[t] - \alpha(\hat{m}_{iman}[t] - m_{iman}^*[t]), \quad (6.3.8)$$

siendo α una constante positiva.

Empleando una constante $\alpha = 1e-6$ se realizaron varias simulaciones donde se aplica el algoritmo anteriormente descrito con diversos puntos iniciales ($\hat{m}_{iman0} = [0 0.1 0.15 0.3]$) a datos obtenidos de simulaciones realizadas con condiciones iniciales de velocidad angular $\omega_0 = [0.01 0.01 0.01]$ y $[0.05 0.05 0.05]$. La figura 6.5 muestra las simulaciones mencionadas, donde se puede observar la convergencia del algoritmo a $0.1239 \pm 1.76e-4$ Am² para todos los casos. El valor real del m_{iman} considerado para las simulaciones es de 0.1243, por lo tanto en estabilidad se obtiene un error de 0.6% al 98% de confiabilidad.

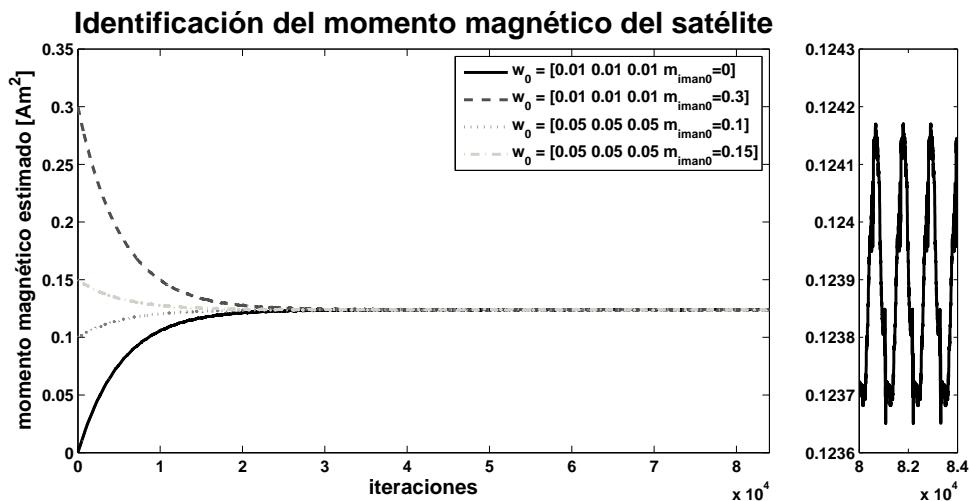


Figura 6.5: Estimación de momentos magnéticos

6.3.2. Estabilización activa híbrida

En el caso del cancelamiento activo para la estabilización híbrida se plantea activar el set adicional de magneto torques, cancelando los efectos de los materiales magnéticos pasivos hasta lograr cumplir los requerimientos de estabilización (5 mrad/s por eje), para luego proceder a la desactivación de estos cuando el satélite se encuentre parcialmente alineado a las líneas de campo magnético terrestre. Dicho proceso es ilustrado en la figura 6.6, donde se toma como ejemplo la estabilización empleando el algoritmo Omega+B a un muestreo de 2Hz y un límite superior de actuación de 0.01 Am².

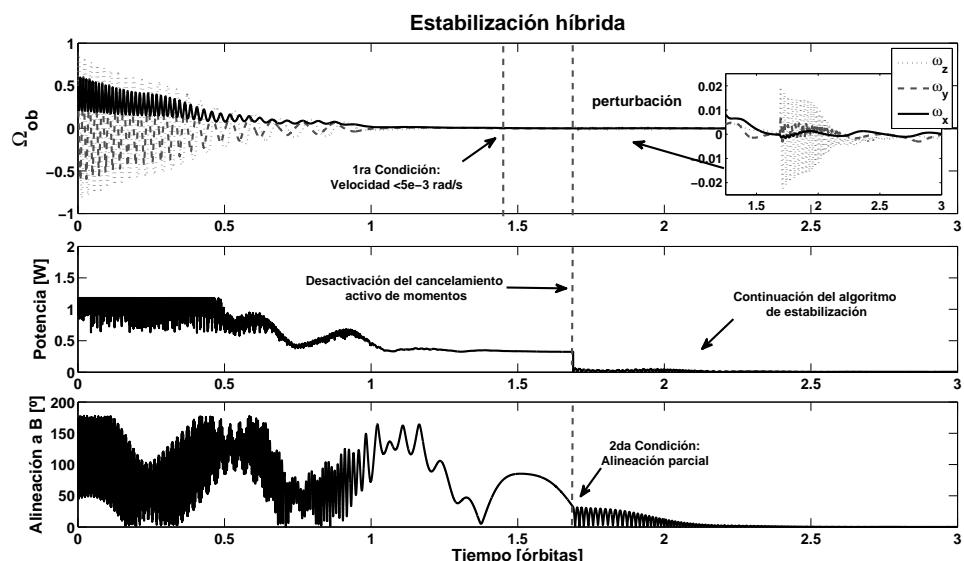


Figura 6.6: Proceso completo de estabilización híbrida

La segunda condición de alineación parcial permite aminorar las perturbaciones que se generan en el sistema producto de los momentos magnéticos pasivos súbitamente activados. En la figura 6.7 se compara el desempeño del sistema cuando el cancelamiento activo es desactivado con una alineación del satélite con respecto a las líneas de campo de 60° frente a una condición de alineación mínima de 25.8°; obteniéndose una reducción de las perturbaciones de 0.05 a 0.02 rad/s. Sin embargo, esto también significa un mayor tiempo de activación del set adicional de magneto torques, lo que se traduce en un gasto adicional de energía.

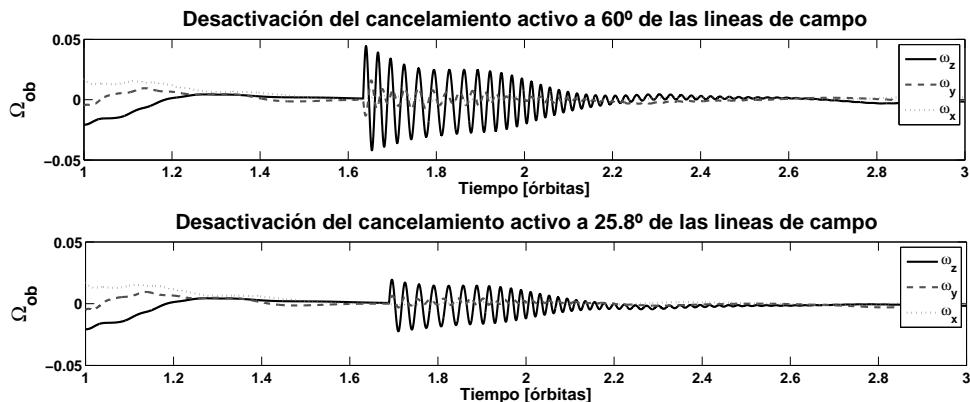


Figura 6.7: Comparación entre la estabilización híbrida considerando una condición de desactivación de 60° frente a una de 15.8°

Para determinar la condición de alineación adecuada para el sistema se realizaron diversas simulaciones; tratándose encontrar la relación de estas perturbaciones con la alineación del satélite al momento de desactivar el set adicional de magneto torques. Los resultados obtenidos son mostrados en la figura 6.8, donde las cajas unidas por líneas discontinuas representan la media de las mediciones para cada punto y las barras su desviación estándar. Los datos en color negro representan las máximas velocidades angulares creadas producto de la perturbación antes mencionada; mientras que los datos en gris representan las velocidades angulares finales luego de desactivar el cancelamiento activo. Finalmente cabe resaltar que se ha colocado una línea de referencia en 5 mrad/s (meta del proceso de estabilización) para tenerla como referencia. De las velocidades máximas (datos en negro) se puede apreciar que el efecto de la perturbación es mucho mayor en los ejes y^c y z^c que en el x^c , lo cual era de esperarse dado que la alineación del eje x^c generará torques en los ejes perpendiculares a éste. Adicionalmente se nota una mejora en el desempeño del sistema cuando la relación entre el campo en el eje x^c y el módulo del campo se acerca a 1. Sin embargo, resulta importante notar que las velocidades finales (datos en gris) no mejoran de una manera muy significativa al aproximarse la relación a 1. De la figura se nota que a partir de una relación de -0.6 en adelante, las velocidades angulares finales se encuentran por debajo de los 5 mrad/s,

siendo casi constantes para orientaciones entre -0.5 y 1. Esto se explica por la menor generación de perturbaciones en el eje x^c respecto a los demás. En el caso de estabilización híbrida, es la controlabilidad sobre el eje x^c la cual disminuye notablemente; gracias a la poca perturbación que se genera sobre este eje, el algoritmo es capaz de estabilizar al sistema sin problemas, aún con las perturbaciones elevadas en los otros ejes. Debido a esto se elige una relación positiva como mínimo para la estabilización pues otorga una mayor confiabilidad al sistema sin perjudicarlo energéticamente.

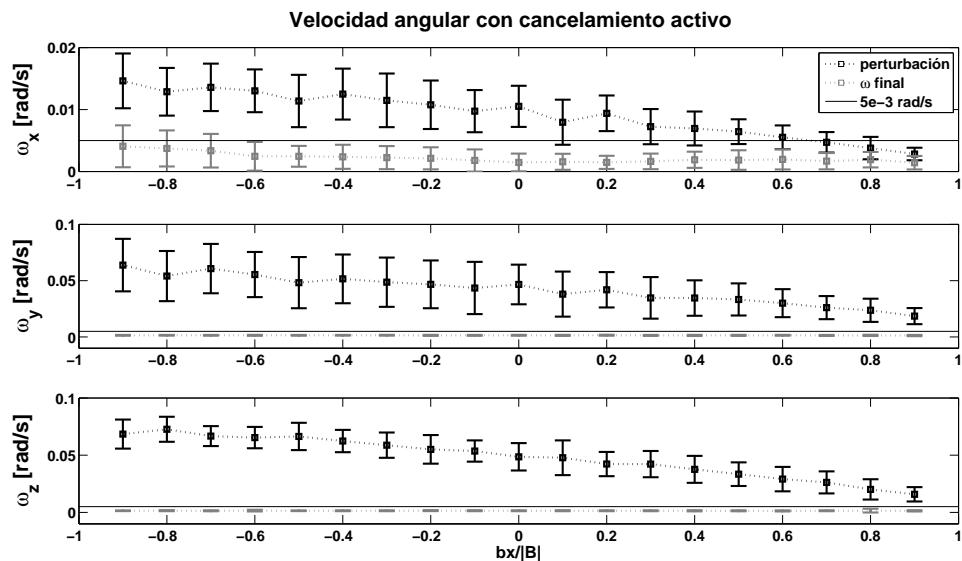


Figura 6.8: Velocidades máximas y finales tras la desactivación del cancelamiento activo

Ya establecidas estas dos condiciones para la desactivación del cancelamiento activo se realizan diversas simulaciones para comparar la efectividad de cada uno de los algoritmos, tomando en cuenta la velocidad final obtenida y el gasto energético correspondiente.

Finalmente se complementa los resultados mostrados anteriormente realizando un análisis más detallado de cada algoritmo de estabilización, presentándose comparaciones de los resultados obtenidos con y sin cancelamiento activo.

Algoritmo Bdot La figura 6.9 muestra el caso del control de estabilización híbrido Bdot con/sin cancelamiento magnético, ambos con una limitación superior del momento magnético en 0.01 Am² por eje y un tiempo de muestreo de 100 ms.

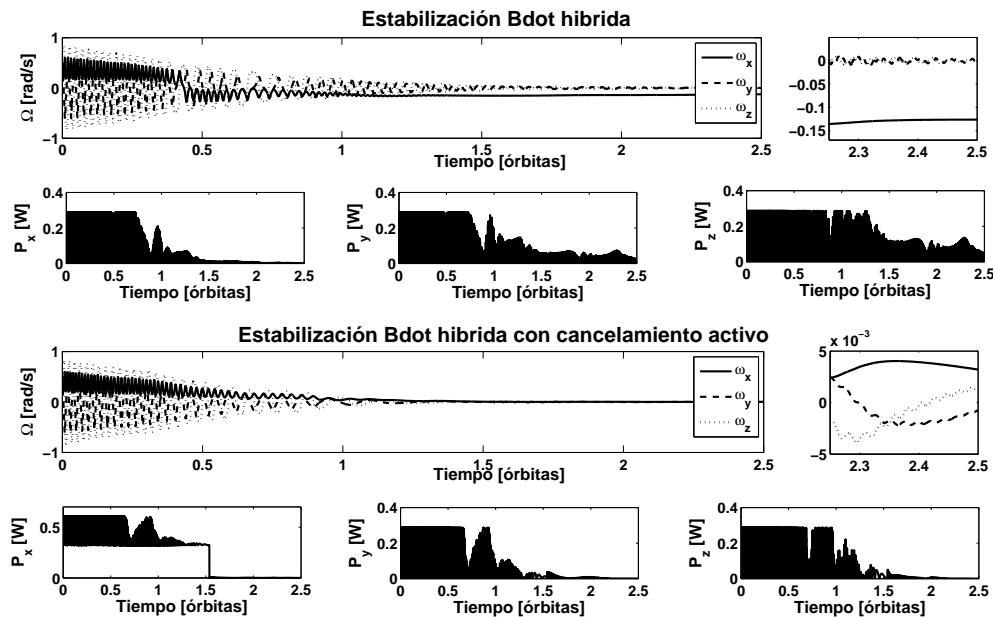


Figura 6.9: Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo

En el caso del control híbrido sin cancelamiento, se obtiene un buen desempeño en los ejes y^c y z^c . Sin embargo, el desempeño del eje x^c es evidentemente inferior, con una reducción de la velocidad angular a tan solo 0.15 rad/s. El consumo de potencia en todos los ejes es similar, necesitando en promedio 323.6 mW durante las 2.5 órbitas simuladas. Con el cancelamiento activo se obtiene un buen desempeño en todos los ejes, reduciendo las velocidades angulares notoriamente en menos de 1 órbita y logrando velocidades alrededor de 10^{-3} rad/s en alrededor de 2.25 órbitas. Sin embargo, el consumo de potencia por el set adicional de magneto torques aumenta el consumo promedio a 773.2 mW cuando se encuentra activado (primeras 1.5 órbitas), pero en promedio por las 2.5 lo aumenta a 477.4 mW, lo que representa un incremento del 47.5% con referencia al control híbrido sin cancelamiento.

Algoritmo Omega+B La figura 6.10 muestra el caso del control de estabilización híbrido Omega+B con/sin cancelamiento magnético, ambos con una limitación superior del momento magnético en 0.01 Am² por eje y un tiempo de muestreo de 500 ms.

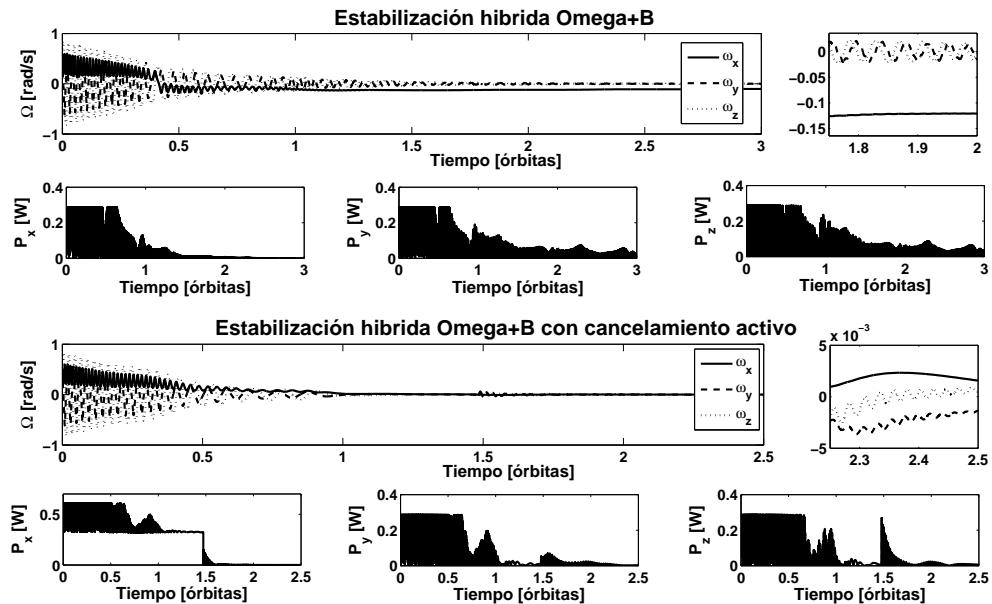


Figura 6.10: Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo

Similar al caso del Bdot, en el control híbrido sin cancelamiento, se obtiene un buen desempeño en los ejes y^c y z^c . Sin embargo, el desempeño del eje x^c es evidentemente inferior, con una reducción de la velocidad angular a tan solo 0.12 rad/s. El consumo de potencia en todos los ejes es similar, necesitando en promedio 331.7 mW durante las 2.5 órbitas que toma el proceso. Con el cancelamiento activo se obtiene un buen desempeño en todos los ejes, reduciendo las velocidades angulares notoriamente en menos de 1 órbita y logrando velocidades alrededor de 10^{-3} rad/s en alrededor de 2.25 órbitas. Igual que en el caso anterior, la potencia adicional por el set adicional de magneto torques aumenta el consumo promedio a 712.6 mW cuando este se encuentra activo (primeras 1.5 órbitas), pero en promedio por las 2.5 órbitas lo aumenta a 455.0 mW, lo que representa un incremento del 37.2% con referencia al control híbrido sin cancelamiento.

Algoritmo Omega+sgnB La figura 6.11 muestra el caso del control de estabilización híbrido Omega+sgnB con/sin cancelamiento magnético, ambos con una limitación superior del momento magnético en 0.01 Am^2 por eje y un tiempo de muestreo de 500 ms.

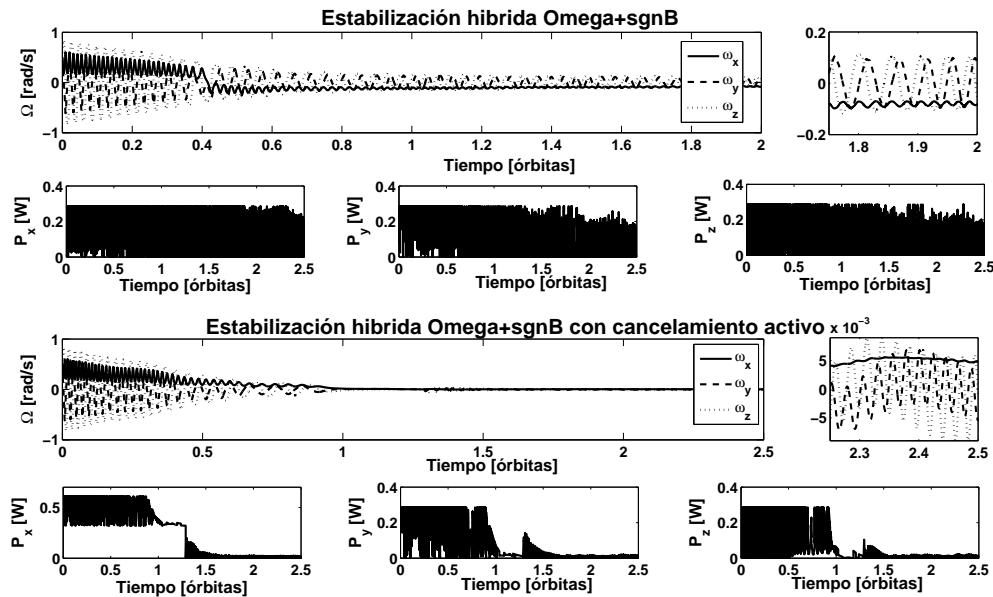


Figura 6.11: Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo

El caso del algoritmo Omega+sgnB es peor que los dos anteriormente analizados. En el control híbrido sin cancelamiento, no se obtiene un buen desempeño en los ejes y^c y z^c , pues estos se encuentran oscilando con amplitudes cercanas a los 0.015 rad/s . El desempeño del eje x^c es igualmente inferior, con una reducción de la velocidad angular a 0.015 rad/s . El consumo de potencia en todos los ejes es similar, necesitando en promedio 458.5 mW durante las 2.5 órbitas simuladas, en las cuales no se logran cumplir las metas de estabilización. Con el cancelamiento activo se logra un buen desempeño en todos los ejes, reduciendo las velocidades angulares notoriamente en menos de 1 órbita y logrando velocidades alrededor de 10^{-3} rad/s en 2.25 órbitas. El consumo de potencia cuando el set adicional se encuentra activado bordea los 756.4 mW , pero en general en las 2.5 órbitas el consumo es de tan solo 479.5 mW , muy cercano a los

458.5 mW con un incremento de tan solo 4.5 % con referencia al control híbrido sin cancelamiento. Para este algoritmo en particular está evidentemente justificado el uso del cancelamiento activo aún considerando el incremento en el consumo de potencia.

6.3.3. Orientación activa

El caso de orientación híbrida magnética es bastante diferente de la estabilización, dado que la orientación activa del sistema de control magnético híbrido no es factible. Además, el consumo de potencia adicional por el uso del cancelamiento activo es bastante más significativo porcentualmente que en el caso de estabilización. La figura 6.12 muestra el caso del control de orientación híbrido en modo deslizante continuo con/sin cancelamiento magnético, ambos con una limitación superior del momento magnético en 0.01 Am² por eje.

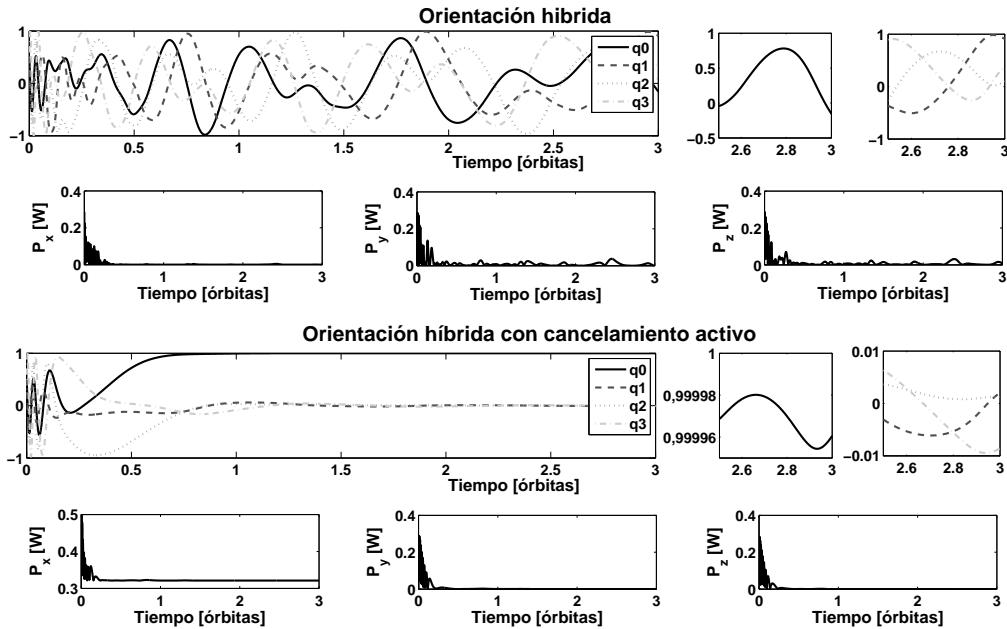


Figura 6.12: Comparación de las velocidades angulares con/sin control pasivo

En el caso del control híbrido sin cancelamiento, no es posible el control de orientación. Aún tras pasar 3 órbitas no se logra más que la reducción de velocidades angulares, lo que resulta evidente de la menor frecuencia de oscilación de los cuaterniones. El consumo de potencia en todos los ejes es similar, necesitando en promedio 14.1

mW durante las tres órbitas simuladas. Antes de intentar el método de cancelamiento activo, dado que se tenía conciencia de los problemas de consumo de potencia de este, se intentó optimizar las ganancias del control en modo deslizante mediante algoritmos genéticos así como el uso de técnicas de control difuso; sin embargo estos resultados no llegan a mejorar la respuesta del sistema. Cuando el cancelamiento activo es activado, se logra obtener la orientación de la actitud en menos de 1 órbita. Similar al caso de estabilización, el consumo de potencia por el set adicional de magneto torques aumenta el consumo promedio en 321.1 mW; pero a diferencia del caso anterior, donde esto representa un incremento como máximo del 50%, en este caso es 22 veces mayor con referencia al control híbrido sin cancelamiento.

6.4. Análisis de sensibilidad

Dado el previo análisis del sistema de control pasivo y activo, resulta innecesaria la evaluación del efecto de los parámetros físicos, magnéticos o el ruido de los sensores en el sistema híbrido, pues este es un resultado directo de los dos anteriores. Sin embargo, si es necesaria la evaluación del efecto del mecanismo de cancelamiento activo de momentos magnéticos. Por tanto, se plantea el análisis de los algoritmos de estabilización y orientación considerando una errada determinación de los momentos magnéticos, lo que conllevaría a un inadecuado cancelamiento activo de momentos magnéticos. La presentación de los resultados del análisis de sensibilidad para los algoritmos de control híbrido difiere de los presentados en los capítulos anteriores, pues al sólo evaluarse el efecto de un parámetro sobre el sistema, resulta innecesaria la presentación mediante escalas de grises y el agrupamiento por denogramas. La figura 6.13 muestran las velocidades rotacionales finales ante diversos errores en el cancelamiento activo de momentos magnéticos. De la figura es posible apreciar que para porcentajes de error menores al 2.5% las velocidades rotacionales se encuentran dentro del rango de velocidades deseadas (<5 mrad/s). Considerando un error alrededor del 0.6% de

estimación se confia en un adecuado funcionamiento del sistema.

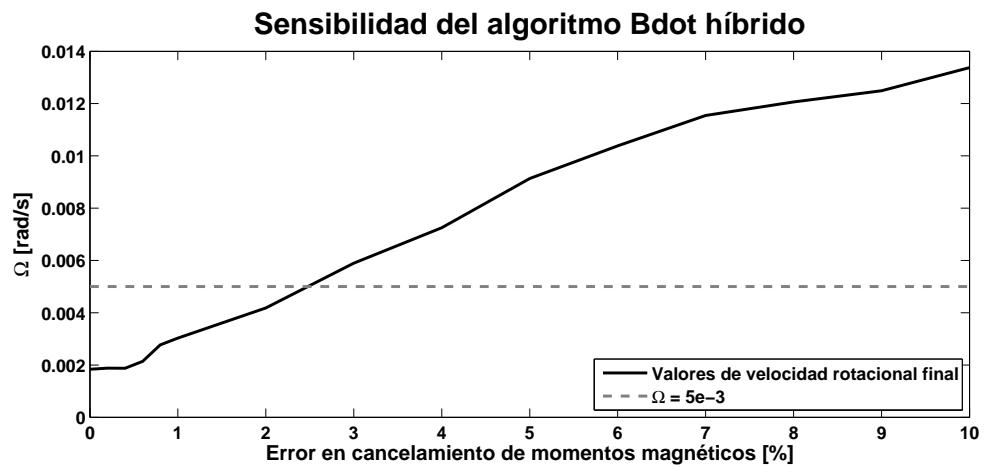


Figura 6.13: Análisis de sensibilidad del control híbrido de estabilización Bdot: velocidad rotacional final

CAPÍTULO 7

Implementación del control

En el presente capítulo se presenta la instalación mecánica de los componentes pasivos y activos así como la implementación en μ Cs de los algoritmos necesarios para el control activo. Para el caso del control pasivo, se presenta la implementación de los imanes permanentes y las láminas de histéresis. Para el caso del control activo/híbrido, se presenta la instalación de los magneto torques y las implementaciones en hardware de los algoritmos anteriormente desarrollados; así como el diseño de simuladores de hardware y los resultados obtenidos al evaluar las implementaciones realizadas con ellos.

7.1. Control pasivo: Instalación

En la presente sección se presenta la instalación de los actuadores pasivos las láminas de histéresis e imanes permanentes.

7.1.1. Láminas de histéresis

De lo mencionado en capítulos anteriores se selecciona un volumen de material de histéresis $\approx 15.5 \text{ mm}^3$ y para su implementación se seleccionan láminas de histéresis de $0.002'' \approx 0.051 \text{ mm}$. Con estas dimensiones se aproximan las dimensiones de la lámina a 5 mm de ancho por 60 mm de largo. Al ser tan delgadas pueden ser cortadas con facilidad. Por tanto la obtención de las láminas con las dimensiones requeridas

por el satélite es una labor sencilla. La Fig. 7.1 muestra una lámina de histéresis CO-NETIC AA 0.002 de 60x5 mm sobre una plancha del mismo material.



Figura 7.1: Lámina de histéresis CO-NETIC AA de 0.002"

Adicionalmente, al ser livianas, su sujeción mecánica al satélite es sencilla. Es suficiente el uso de cintas kapton adhesivas para su fijación a las paredes del satélite. La cinta kapton es de fácil adquisición comercial, su versión adhesiva permite adherir con facilidad las láminas, y su resistencia a los cambios térmicos la vuelve confiable para aplicaciones satelitales donde las temperaturas pueden oscilar entre -40 y +80 fácilmente.

La Fig. 7.2 muestra una de las láminas de histéresis adherida a su correspondiente cara del satélite.



Figura 7.2: Instalación de una lámina de histéresis en la cara del Chasqui I

7.1.2. Imanes permanentes

Debido a disponibilidad comercial finalmente se emplearon cuatro imanes cilíndricos de 3 mm de diámetro y 4 mm de largo. Gracias al tamaño reducido de los imanes no fue necesaria la implementación de una abrazadera de sujeción para fijarlas a la estructura, como inicialmente se pensó; ni el uso de pegamentos especiales, como los empleados para pegar celdas solares, los cuales también fueron considerados. En su lugar se realizaron agujeros no pasantes de 4mm de profundidad en la estructura del satélite para albergar en estos agujeros a los imanes.

Los agujeros no pasantes son taladrados en las caras z^c en la posición indicada en la Fig. 7.3, teniendo cuidado de no interferir con los agujeros pasantes empleados para asegurar las caras de la estructura entre sí mediante pernos. Estos pernos son especiales, fabricados de un material prácticamente amagnético, por lo que su cercanía a los imanes no afecta el campo que estos generan ni el momento resultante que producen. Sólo hay que tener precaución de que el cable conector de la antena pase lo más lejos posible de los imanes, pues este cable es férrico y puede distorsionar los campos generados por los imanes.

Una vez colocados los imanes se emperna la tapa x^c correspondiente, asegurando la posición de estos. Es importante verificar que los imanes han sido colocados de

forma adecuada y que el momento magnético generado por cada uno de ellos apunta en dirección x^c- . Para realizar esto puede emplearse una brújula sencilla, basta acercar dicha brújula a la estructura del satélite cerca de la posición donde se encuentran los imanes y verificar la dirección de la aguja de la brújula.

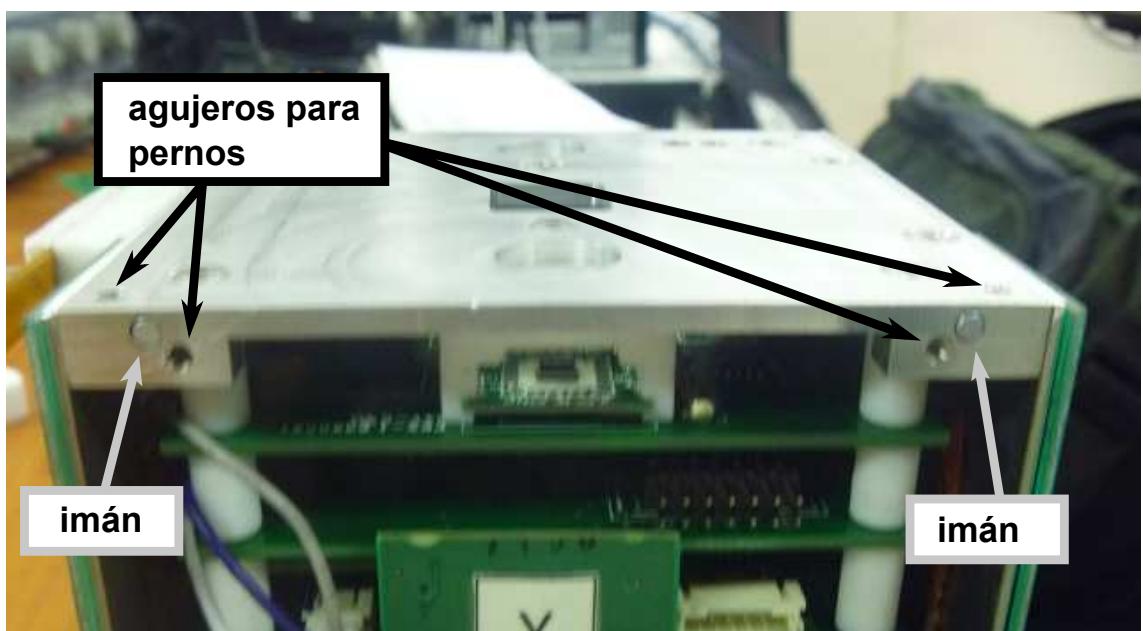


Figura 7.3: Cara x^c+ mostrando imanes permanentes dentro de los agujeros no pasantes taladrados en la estructura

7.2. Control activo/híbrido

En la presente sección se presenta la instalación de los actuadores activos (magneto torques) y la implementación de los algoritmos de control activo/híbrido en μ Cs, además de presentar un análisis para la correcta selección del tipo de datos a emplearse en su implementación.

7.2.1. Instalación de magneto torques

Cada actuador activo (magneto torques) consta de un hardware electrónico y una bobina. El hardware de todos los actuadores se encuentra incorporado dentro de la tarjeta de control del SDCA, mientras que las bobinas han sido diseñadas para su fácil

instalación en las paredes del satélite. La actuación independiente en cada eje del satélite fuerza al empleo de 3 juegos diferentes de magneto torques de actuación; todas las bobinas diseñadas son cuadradas de 65 mm de lado, 30 vueltas de bobinado y 8g de masa. Así mismo, el uso del cancelamiento activo del control híbrido, agrega el empleo adicional de un magneto torque de cancelamiento, a posicionarse en el eje x^c ; la bobina es rectangular , de 72 y 78 mm de lado, y 300 vueltas de bobinado en lugar de 30, por lo que es casi 10 veces más pesada (78 g). Para evitar un desequilibrio mayor en el satélite, evitando productos de inercia a la medida de lo posible, esta bobina es separada en dos bobinados, cada uno de 150 vueltas. Adicionalmente para simplificar la instalación de las bobinas, la bobina de actuación a colocarse en el eje x^c se fabricó acoplada a una las bobinas de cancelamiento. Son por tanto, 4 bobinas que deben de ser instaladas (2 en el eje x^c y uno en cada otro de los ejes); decidiéndose, arbitrariamente, la colocación de estas bobinas en las caras x^c+ , x^c- , y^c+ y z^c+ . La Fig. 7.4 muestra la implementación final de estas bobinas. Mayores detalles en el diseño y desarrollo de los actuadores para el Chasqui I pueden encontrarse en la tesis de grado [48]

Distintos métodos pueden ser empleados para la sujeción mecánica de los actuadores a las caras del satélite. El método empleado es sencillo y fácil de implementar; consiste en taladrar en la cara del satélite un agujero a la altura de una de las diagonales internas de las bobina a colocar, y empleando un perno y una pieza de teflón que sirve como perno y sujetador, ajustar las bobinas a la cara del satélite. La Fig. 7.5 muestra una de las caras del satélite con una bobina sujetada bajo este método. Este método resulta sencillo tanto para el montaje como para el desmontaje de las bobinas. De ser necesaria la colocación de alguna capa de aislamiento térmico se sugiere la colocación de esta entre la cara del satélite y las bobinas, por facilidad de implementación.

Una vez instalada la bobina es importante verificar la dirección del momento generado por esta, pues es posible confundirse y colocar las bobinas en la dirección contraria. Esta verificación consiste en enviar una corriente de aproximadamente 100 mA a través del bobinado y verificar que la dirección del momento generado sea correcta.

La forma más segura de hacer esto es:

- Conectar el terminal de la bobina a su salida de la tarjeta SDCA.
- Modificar el programa de la tarjeta para setear un valor positivo fijo, preferentemente cercano al valor máximo, para el magneto torque.
- Empleando una brújula sencilla verificar que la dirección del momento generado sea positiva.

La Fig. 7.6 muestra la verificación de una de las bobinas instaladas.



Figura 7.6: Verificación de la dirección del momento magnético generado por una bobina

Este procedimiento se repite para cada uno de los magneto torques. La Fig. 7.7 muestra todas las bobinas instaladas en sus corrientes caras.

Finalmente, se graba el programa final del sistema embebido en la tarjeta SDCA, se ensamblan las tarjetas del satélite, se conectan los magneto torques, cuidando de conectar los terminales de las bobinas en sus salidas correspondientes y finalmente se cierra la estructura. La Fig. 7.8 muestra este ensamblaje final.

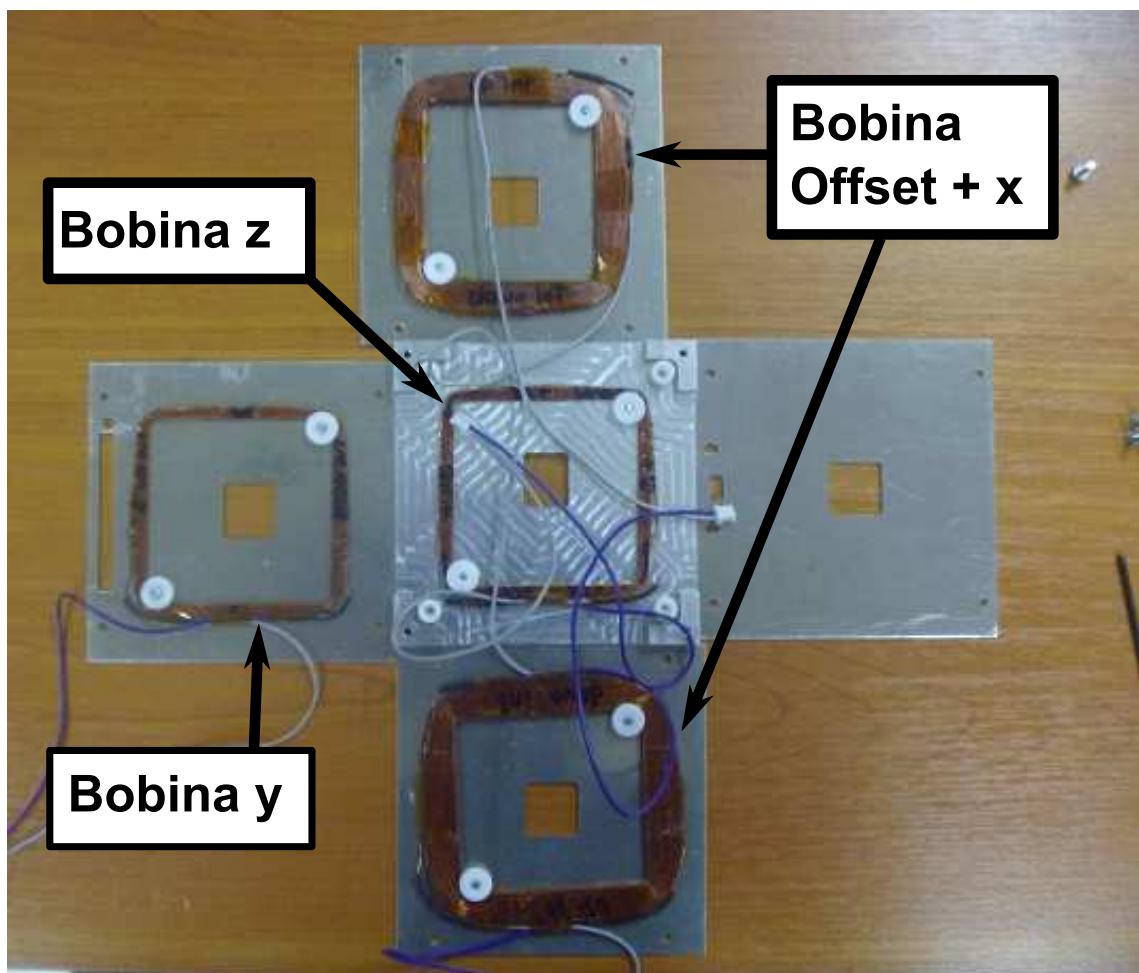


Figura 7.7: Instalación de las 4 bobinas en sus correspondientes caras del satélite

7.2.2. Implementación de algoritmos de control en hardware

Para la implementación en hardware de los algoritmos de control activo diseñados se emplea un módulo de desarrollo DEMOQE128 [49] y un procesador MCF51QE128 [50], el mismo controlador que se emplea para el diseño final de la placa de determinación y control de actitud presente en el Chasqui I [51]. Las principales ventajas del procesador antes mencionado son su ultra bajo consumo, manejo de instrucciones de 8 bits pero bus de datos de 32 y su soporte de operaciones flotantes gracias a la librería Math.h [52] implementada para C/C++.

Es importante destacar que de lo desarrollado en capítulos anteriores, la implementación de los algoritmos preferentemente debe efectuarse empleando operaciones de punto flotante; sin embargo, dado que el micro controlador elegido no posee unidades de hardware exclusivas para estos fines, la implementación en punto flotante implica un mayor costo computacional - lo que se traduce en mayores tiempos de ejecución de los algoritmos. En estos casos el uso de operaciones en punto fijo puede reducir notablemente estos tiempo, a costa de una menor precisión y una mayor dificultad en la implementación. Este problema es referido y analizado mediante la comparación entre las implementaciones de cada algoritmo con los distintos posibles formatos de datos; para realizar esto se presenta en primer lugar los pseudo códigos de todos los algoritmos diseñados. Todos los algoritmos fueron implementados empleando la herramienta CodeWarrior de la empresa Freescale.

7.2.2.1. Algoritmos de estabilización

Algoritmo Bdot El algoritmo de estabilización Bdot es uno de los más extensivamente estudiados y empleados para estabilización de satélites. Su implementación numérica necesita el cálculo de derivadas del campo magnético. Para la implementación de dichas derivadas se hace uso de filtros para minimizar errores debido a ruido de sensado. El filtro escogido es un filtro pasa-bajos de primer orden con una frecuencia de corte ω_c en 0.7 rad/s, cuya función de transferencia se muestra en (7.2.1).

$$\frac{\dot{\mathbf{B}}}{\mathbf{B}} = \frac{\omega_c s}{s + \omega_c}. \quad (7.2.1)$$

Para ilustrar las ventajas de emplear este filtro con respecto a una derivada numérica convencional, la Fig. 7.9 muestra una comparación entre la implementación sugerida y una derivada de Taylor de primer orden. Se usa una señal prototipo muestreada con distintos niveles de ruido (0%, 2.5% y 5%). La señal prototipo es un senoide de amplitud 5e-5 y frecuencia 0.173 rad/s; lo que representa las velocidades rotacionales promedio que debería experimentar el sistema tras su lanzamiento en órbita.

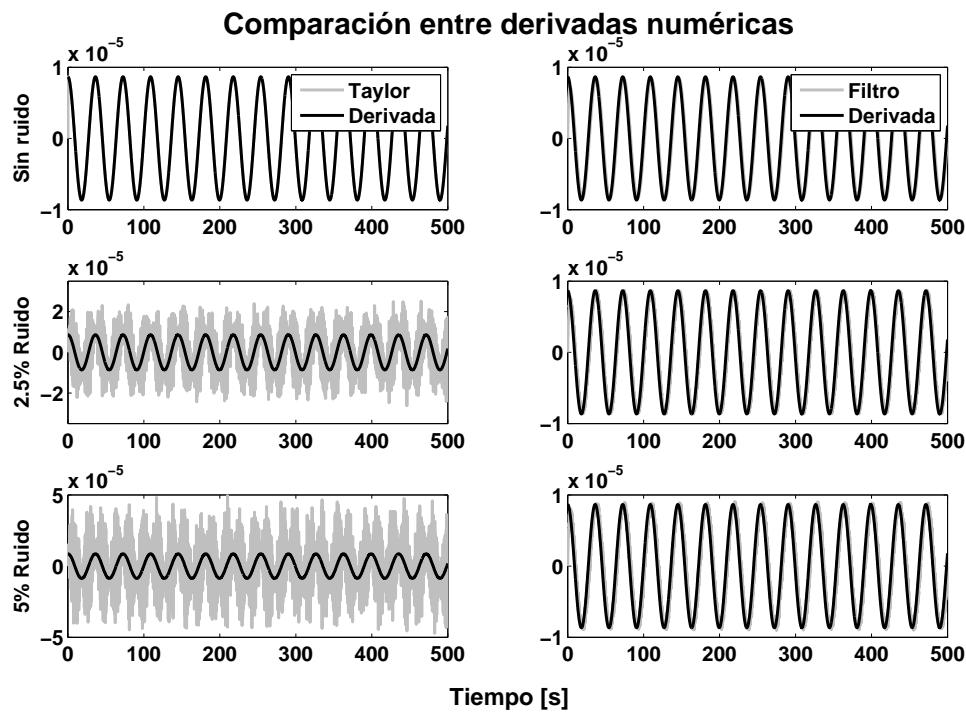


Figura 7.9: Comparación entre la implementación numérica de la derivada de \mathbf{B} empleando Taylor de 1er orden y un filtro pasabajos de 1er orden

Empleando estos filtros, la implementación final consume 5 espacios de memoria estática para constantes: ganancias ($\mathbf{C} = [\mathbf{Cx}, \mathbf{Cy}, \mathbf{Cz}]$) usadas por el algoritmo, la frecuencia de corte (ω_c) de los filtros pasa-bajos y el tiempo de muestreo (ts) del sistema. Adicionalmente se requieren 6 variables temporales $\mathbf{dbe} = [dbe_x, dbe_y, dbe_z]$ y $\mathbf{be} = [be_x, be_y, be_z]$ y el acceso a los registros que almacenan los valores de campo

magnético $\mathbf{B} = [B_x, B_y, B_z]$ obtenidos por el magnetómetro. Es importante destacar que el costo computacional del algoritmo es bastante reducido, pues su implementación solo demanda la realización de 3 sumas, 3 restas, 9 multiplicaciones. El Algoritmo 7.1 muestra el pseudo código del algoritmo.

Algoritmo 7.1 Pseudo código del algoritmo Bdot

 ω_c
 ω_c

Algoritmo Omega+B El algoritmo Omega+B es un control proporcional de velocidad, es el más efectivo de los tres algoritmos de estabilización para bajas velocidades pero muy dependiente de las medidas de los sensores.

Su implementación únicamente requiere 3 espacios de memoria estática para las ganancias ($\mathbf{C} = [C_x, C_y, C_z]$) usadas por el algoritmo y el acceso a los registros que almacenan los valores de campo magnético $\mathbf{B} = [B_x, B_y, B_z]$ obtenidos por el magnetómetro y las velocidades angulares $\Omega = [\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z]$ obtenidas por los giroscopios. Posee el menor costo computacional de todos los algoritmos de estabilización, tan sólo necesitando 3 restas y 9 multiplicaciones para su cálculo. El Algoritmo 7.2 muestra el pseudo código del algoritmo.

Algoritmo 7.2 Pseudo código del algoritmo Omega+B

 $\times \Omega$

Algoritmo Omega+sgnB El algoritmo Omega+sgnB ha sido diseñado como un algoritmo de respaldo en caso que el sensor magnético opere de forma limitada o con

niveles de ruido muy altos.

Su implementación requiere 3 espacios de memoria estática para las ganancias ($\mathbf{C} = [Cx, Cy, Cz]$) usadas por el algoritmo, así como 3 variables temporales $\mathbf{Bsign} = [Bsign_x, Bsign_y, Bsign_z]$ y el acceso a los registros que almacenan los valores de campo magnético $\mathbf{B} = [B_x, B_y, B_z]$ obtenidos por el magnetómetro y las velocidades angulares $\boldsymbol{\Omega} = [\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z]$ obtenidas por los giroscopios. Aún siendo el algoritmo de estabilización computacionalmente más costos, su costo computacional sigue siendo bastante reducido, pues su implementación sólo demanda la realización 3 restas, 9 multiplicaciones y la evaluación de 3 casos if-else para el recálculo de los campos magnéticos. El Algoritmo 7.3 muestra el pseudo código del algoritmo.

Algoritmo 7.3 Pseudo código del algoritmo Omega+sgnB

$\times \boldsymbol{\Omega}$

7.2.2.2. Algoritmo de control de orientación: control en modo deslizante

La implementación de este algoritmo requiere 4 espacios de memoria estática para las constantes $\Lambda_s I = [\lambda_s I_{xx}, \lambda_s I_{yy}, \lambda_s I_{zz}]$, y λ_q ; 7 variables temporales $Bmod$, $\mathbf{Bn} = [Bn_x, Bn_y, Bn_z]$ y $\mathbf{n} = [n_x, n_y, n_z]$; así como el acceso a la lectura de los registros que almacenan los estados estimados $\mathbf{x} = [q_1, q_2, q_3, \omega_x, \omega_y, \omega_z]$ y el acceso a los valores de campo magnético $\mathbf{B} = [B_x, B_y, B_z]$ obtenidos por el magnetómetro. El costo computacional del algoritmo es relativamente mayor a los casos anteriores, pues su implementación demanda la realización de 5 sumas, 3 restas, 15 multiplicaciones y 3 divisiones; sin llegar a ser alto. El Algoritmo 7.4 muestra el pseudo código del algoritmo.

Algoritmo 7.4 Pseudo código del controlador de actitud en modo deslizante

$$\Lambda_s I - \lambda_q$$

$$||\mathbf{B}||^2$$

$$\begin{matrix} \Lambda_s \mathbf{I} & \Omega + \lambda_q \\ & \times \end{matrix}$$

7.2.2.3. Tipos de datos para implementación

Una decisión importante a tomar para la implementación de los algoritmos en hardware es la selección del tipo de dato con el cual se va a trabajar. Los tipos de datos principales con los que se puede trabajar son short de 16 bits, float de 32 bits o double de 64 bits. Hay tres factores importantes al momento de analizar que tipo de datos se desean emplear:

- Alocación de memoria para datos dinámicos.
- Precisión de las operaciones.
- Tiempos de ejecución de los algoritmos.

Alocación de memoria dinámica En relación a la alocación de memoria, el Cuadro 7.1 detalla el número total de bytes que deben almacenarse en memoria dinámica durante la ejecución de cada algoritmo. Cabe notar que este número para cada tipo de datos es la multiplicación del número total de variables empleadas para cada algoritmo y la longitud, en bytes, del tipo de dato. Dado que el número de variables necesarias en total para todos los algoritmos no es significativa respecto a las capacidades totales del sistema embebido (8 MB), ninguno de los tres formatos es prohibitivo.

Precisión Para el cálculo de la precisión en cada formato se han realizado simulaciones de cada algoritmo, bajo los diferentes formatos. En estas simulaciones se han

Algoritmo	#variables	Bytesdouble	Bytesfloat	Bytesshort
Bdot	6	48	24	12
Omega+B	0	0	0	0
Omega+sgnB	3	24	12	6
Modo deslizante	7	56	28	14
Total	22	176	88	44

Cuadro 7.1: Alocación de memoria dinámica

considerado datos de los sensores sin ruidos con la precisión específica del hardware de cada sensor; así como la precisión de actuadores:

- Magnetómetro: Sensibilidad de 0.032e-6 T
- Giroscopio: Sensibilidad de 3.2e-4 rad/s
- Magneto Torques: Sensibilidad de 1.95e-5 Am²

El control en modo deslizante tiene singularidades distintas a los algoritmos de estabilización que son importantes resaltar. Debido a que sus datos de entrada son calculados previamente por el sistema de determinación, la precisión de los mismos ante cada formato depende directamente de este sistema, tema que no se va a tratar directamente en la presente tesis; en su lugar, se toma como referencia la implementación del sistema de determinación del Chasqui I. En el sistema de determinación, el formato de los datos juega un papel incluso más importante que en el caso del sistema de control, pues el algoritmo debe realizar una mayor cantidad de operaciones numéricas con datos en rangos muy diferentes; sin embargo, el análisis presentado a continuación no considera los errores provocados por dicho sistema, sólo considera los generados por el sistema de control. Esta consideración no es muy verasímil bajo el formato short, donde no es posible la obtención de los cuaterniones debido a una pérdida de informaciones grave bajo este formato; aunque para los formatos float y double, sí lo es. Es por tanto, únicamente para completar las ideas presentadas que el caso particular del control en modo deslizante implementado en formato short es analizado y presentado.

El cálculo de los errores mostrados en el Cuadro 7.2 toma como patrón de referencia la implementación de los algoritmos sin errores de cuantización de sensores o actuadores y una precisión doble de punto flotante. Se define el error porcentual mostrado en el cuadro como la diferencia entre las medias cuadráticas de los momentos generados por los algoritmos operando bajo cada uno de los formatos especificados y el patrón descrito anteriormente, dividida entre el valor máximo de momento magnético que puede generarse con los magneto torques (0.02 Am^2).

Algoritmo	error _{double} [%]		error _{float} [%]		error _{short} [%]	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Bdot	1.6120	0.9488	1.6120	0.9488	2.1436	3.8106
Omega+B	0.0294	0.0249	0.0294	0.0249	0.1451	0.2558
Omega+sgnB	0.0345	0.4594	0.0345	0.4594	0.0751	0.4665
Modo deslizante	0.0292	0.0238	0.0292	0.0238	0.3865	1.1941

Cuadro 7.2: Precisión de la implementación numérica de los algoritmos

El error porcentual inducido por la implementación numérica es cercana al 2% para la gran mayoría de casos, siendo un rango aceptable; con la salvedad del error en formato short del algoritmo Bdot, el cual es de $2.1 \pm 3.8\%$ donde el error puede llegar a valores sobre el 5%. Notablemente, los errores en formato double y float son exactamente iguales para todos los casos, demostrando que no existe ninguna pérdida adicional de precisión por el uso del formato float frente al double. Por otro lado, el formato short presenta un peor desempeño que los dos anteriores, sin tener un impacto fuerte en los algoritmos de estabilización Omega+B u Omega+sgnB, pero uno mucho más significativo en el algoritmo de estabilización Bdot y el de control en modo deslizante continuo. Este defecto es potenciado, para el caso del algoritmo de control en modo deslizante continuo por los errores generados en el sistema de determinación cuando se desea usar el formato short, por lo que en la implementación en el sistema embebido el uso de dicho formato no es recomendado.

Adicionalmente, haciendo un análisis de los distintos algoritmos puede apreciarse que el algoritmo Bdot es mucho más susceptible a errores de precisión numérica que

los otros dos algoritmos de estabilización; siendo el algoritmo Omega+B el menos susceptible.

Velocidad El último punto a analizar es el costo computacional de los algoritmos implementados en los distintos formatos. Para este análisis se realizó la implementación numérica de los algoritmos descrita anteriormente, en una tarjeta DEMOQE128 con un procesador MCF51QE128 y un cristal de 16MHz. Posteriormente se procedió a realizar medidas de los tiempos necesarios para la ejecución de dichos algoritmos; los datos obtenidos en dicha prueba son presentados en el Cuadro 7.3. De donde puede apreciarse que las implementaciones con formato float se ejecutan al doble de la velocidad de las implementaciones con formato double; así como las implementaciones en formato short se ejecutan, en la mayoría de casos, 35 veces más rápido que las implementaciones en formato double.

Algoritmo	tiempo _{double} [μs]		tiempo _{float} [μs]		tiempo _{short} [μs]	
	Típico	Máximo	Típico	Máximo	Típico	Máximo
Bdot	1514	1515	928	930	42.75	43
Omega+B	1321	1322	641.5	642	34.5	35
Omega+sgnB	1480.5	1481	752.5	754	58	59
Modo deslizante	4237	4240	2065	2070	116	116.5

Cuadro 7.3: Tiempos de ejecución de los algoritmos

Debido al análisis realizado y a los resultados resumidos en los Cuadros 7.1, 7.2 y 7.3, se decide realizar la implementación de los algoritmos en formato float, pues posee virtualmente la misma precisión que el formato double, pero realiza un ahorro considerable en el número de espacios reservados de memoria dinámica así como menores tiempos de ejecución; si bien la implementación en formato short posee aún mejores cualidades de ahorro de memoria y velocidad de ejecución, la precisión resulta ser problemática cuando se acopla a sistemas de determinación, razón por la cual es descartado su uso.

CAPÍTULO 8

Validación del control

En el presente capítulo se presentan pruebas experimentales para la validación de los resultados obtenidos en capítulos anteriores. Para el caso del control pasivo, se presentan pruebas experimentales de las propiedades magnéticas de los materiales adquiridos, específicamente sus curvas BH. Para el caso del control activo, se presenta el diseño de simuladores de hardware y los resultados obtenidos al evaluar los algoritmos implementados en hardware con dichos simuladores.

8.1. Control pasivo

Para la validación del sistema de control pasivo es necesaria la caracterización de los materiales magnéticos que lo componen, propiedades que se reflejan en su curva de histéresis¹. Para la obtención de la curva de histéresis de estos materiales existen diversos equipos, entre los que destaca el magnetómetro de muestra vibrante (MMV). El MMV se basa en la ley de Faraday, para lo cual se hace vibrar a la muestra a una frecuencia determinada, midiendo el voltaje inducido por el material en un juego de bobinas [2]. La configuración del experimento es mostrada en la Fig. 8.1; y está formada principalmente por un computador encargado de almacenar toda la data generada durante el experimento, un generador de vibraciones, electroimanes y bobinas detectoras conectadas a un teslámetro.

¹Para la realización de esta prueba se contó con el apoyo del Lic. Luis avilés de la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Ingeniería, quien desarrolló un equipo MMV como tesis de pregrado [2]

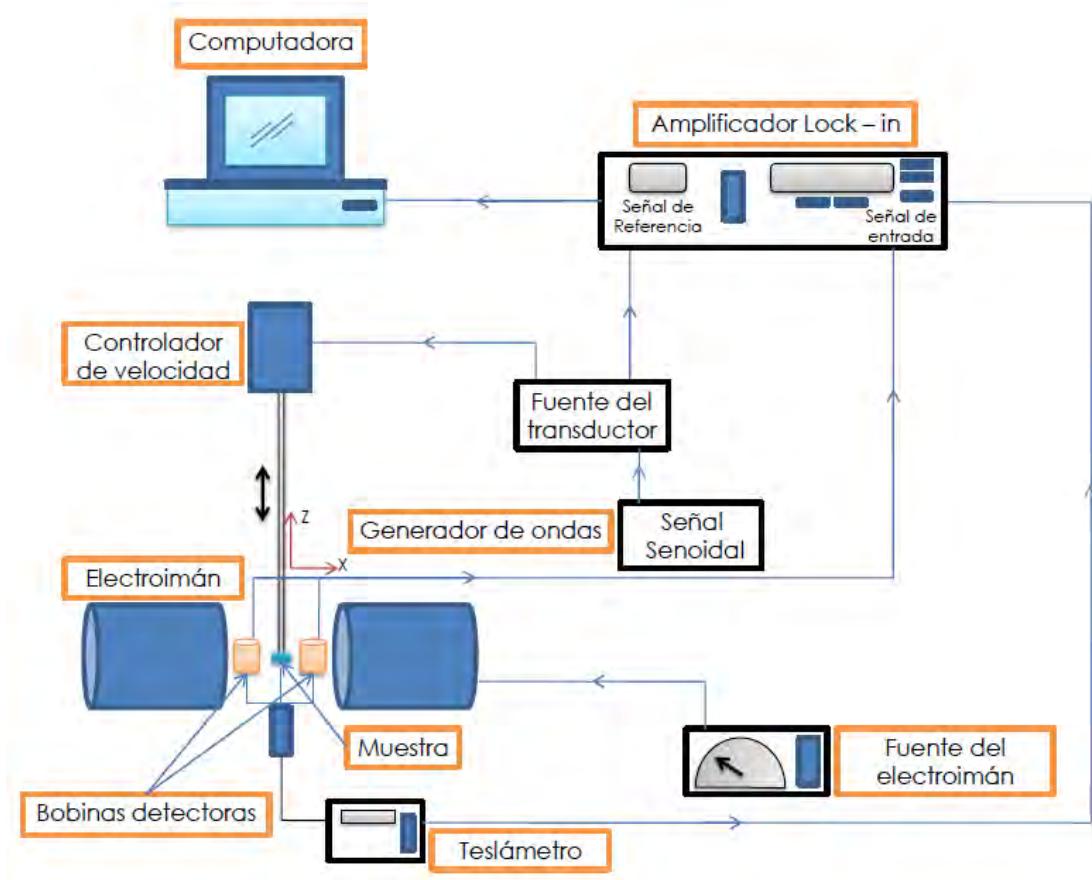


Figura 8.1: Esquema del experimento para la obtención de curvas BH (Esquema tomado de [2])

El protocolo del experimento consiste en aumentar el campo magnético al que se somete la muestra desde cero hasta el máximo positivo, luego disminuirlo hasta el máximo negativo y finalmente retornarlo a cero; durante toda la prueba se hace oscilar la muestra a una frecuencia determinada y se toman medidas de la inducción sobre las bobinas detectoras empleando el teslámetro. Los datos obtenidos son comparados con un patrón de Níquel, calibrado previamente, para obtener valores reales de la muestra. Los materiales analizados fueron los imanes permanentes de Alnico 5 adquiridos de la empresa Storch Magnetics y las láminas de histéresis Co-Netic AA adquiridos de la empresa Magnetic Shield Corporation. Los resultados obtenidos son mostrados en la Fig. 8.2.

La magnitud de magnetización empleada en los resultados del MMV se encuentra

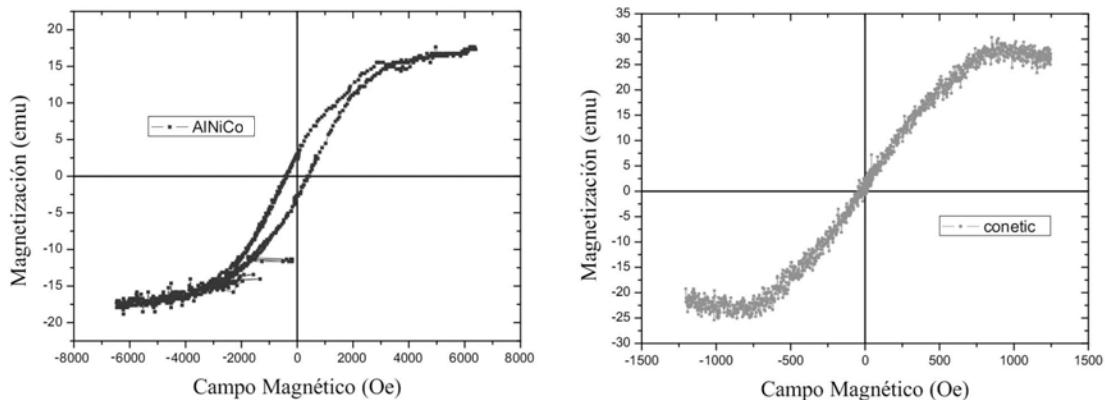


Figura 8.2: Caracterización de los materiales magnéticos de Alnico 5 (izq) y Co-Netic AA (der)

en el sistema cgs, y es denominada unidad electromagnética [emu] (1 erg/Oe). La respectiva unidad empleada bajo el sistema internacional es el Am², siendo 1 Am² = 10³ emu. Para la correcta interpretación de esta data debe considerarse la masa de las muestras sometidas, pues se desean obtener los campos magnéticos remanentes y de saturación de los materiales magnéticos, los cuales son propiedades intensivas. Las masas correspondientes para las muestras de Alnico 5 y Co-Netic AA son 23 y 100 mg respectivamente.

Para el caso del Alnico, de la figura se puede apreciar que la magnetización remanente se encuentra alrededor de los 3.25 emu, es decir 3.25 mAm². El valor absoluto del momento magnético de un imán puede expresarse en relación a la masa (*masa*) y la densidad (ρ) de la muestra, 7.3 g/cm³ para el caso del Alnico 5, según (4.1.14) como:

$$m_{al} = \frac{masa_{al}}{\rho_{al}\mu_0} B_{al}, \quad (8.1.1)$$

despejando el campo magnético B_{al} , se tiene:

$$B_{al} = \frac{m_{al}\rho_{al}\mu_0}{masa_{al}} = \frac{(3,25e-3)(7,23e6)(1,2566e-6)}{23e-3} = 1,2962\text{ T}. \quad (8.1.2)$$

Es importante notar que estos resultados son numéricamente adecuados para afir-

mar que el material ensayado es en efecto Alnico 5, pues el momento teórico de 1.25 [T] es muy cercano a los 1.2962 [T] obtenidos experimentalmente, así como la fuerza coercitiva teórica de 500 Oe congruente a las curvas obtenidas de la data de la prueba.

Caso similar se da para el CO-Netic AA, cuya magnetización de saturación se encuentra alrededor de los 25 emu, es decir 0.025 Am^2 . Aplicando nuevamente (8.1.1) para este material y considerando una densidad de 6.8 g/cm^3 , se obtiene:

$$B_{cn} = \frac{m_{cn}\rho_{cn}\mu_0}{masa_{cn}} = \frac{(0,025)(6,8e6)(1,2566e-6)}{0,1} = 2,1362 \text{ T}. \quad (8.1.3)$$

Igualmente que para el caso anterior, los resultados son numericamente adecuados para afirmar que el material ensayado es en efecto CO-Netic AA, pues el momento teórico, a la frecuencia de oscilación del MMV, de 2.1 [T] es muy cercano a los 2.1362 [T] obtenidos experimentalmente; resulta importante hacer notar que los campos magnéticos bajo los que trabajará el material son lo suficientemente lentos para ser considerados constantes en un intervalo reducido de tiempo, por lo que acorde a las especificaciones técnicas del proveedor, el valor del campo magnético de saturación que se obtendrá será de 0.8 T. Así mismo, la fuerza coercitiva muy reducida es congruente a las curvas obtenidas de la data de la prueba. Sin embargo, tanto para este como el caso anterior, los valores numéricos pueden mejores notablemente haciendo uso de equipos comerciales de mayor precisión y confiabilidad.

8.2. Control activo/híbrido vía simulación con retroalimentación por hardware

El uso de simulación por hardware surge como una necesidad ante la inviabilidad técnica presente para realizar pruebas experimentales de los algoritmos, donde el problema principal es el desarrollo de mecanismos que permitan simular las principales características del ambiente del satélite en el espacio, como lo son la menor gravedad, la presencia de arrastre aerodinámico producto de desplazamientos lineales cercanos a los 8 km/s en una atmósfera con densidades mucho menores que las presentes a nivel

del mar, etc. Por esta razón se plantea el uso de simuladores virtuales enlazados con las plataformas reales de hardware para transmitir información relevante para el análisis de los algoritmos en el controlador, y evaluar la actitud del sistema en base a las respuestas de este. Este es un avance en la validación del sistema pues, si bien el entorno, cinemática y dinámica del satélite siguen siendo simulados; es ahora el procesador físico el que computa los algoritmos y envía las señales de control a la planta simulada, validando la correctitud de los algoritmos implementados.

A continuación se describen dos sistemas con retroalimentación por hardware (HIL²) diseñados para la validación de los algoritmos de control activo e híbrido. Estos son un sistema HIL sin restricciones temporales, y el sistema HIL en tiempo real.

8.2.1. HIL sin restricciones temporales

El sistema HIL sin restricciones temporales envía los estados del satélite en un formato pre-establecido sin considerar los tiempos que requiere el sistema real en adquirirlos (tiempo de adquisición de sensores) o pre-procesarlos (algoritmos de determinación); siendo su finalidad exclusiva la validación de los algoritmos de control de actitud. Posteriormente puede expandirse el análisis para validar los algoritmos de control añadiendo los tiempos de sensado, el sistema de determinación y los modos de operación del sistema.

8.2.1.1. Formulación

El esquema funcional de este simulador se presenta en la Fig. 8.3. El simulador implementado en Matlab es el que computa la cinemática, dinámica y entorno del satélite; para luego enviarlo mediante una comunicación serial la data correspondiente a la actitud del sistema [$q_1, \dot{q}_1, q_1, \omega_x, \omega_y, \omega_z, B_x, B_y, B_z$], en formato double de 64 bits, float de 32 o short de 16, al controlador MCF51QE128. El controlador es el que calcula los algoritmos de control en base a los estados y entrega como respuesta los

²por sus siglas en inglés: Hardware In the Loop

momentos magnéticos $\mathbf{m}=[m_x, m_y, m_z]$ mediante el mismo canal de comunicaciones. En base a esta respuesta el simulador evalúa nuevamente la actitud del sistema y se inicia un nuevo ciclo de procesamiento. Por razones de velocidad en la transmisión y debido a que la información enviada en formato short es suficientemente precisa, se escogió este sobre el formato double.

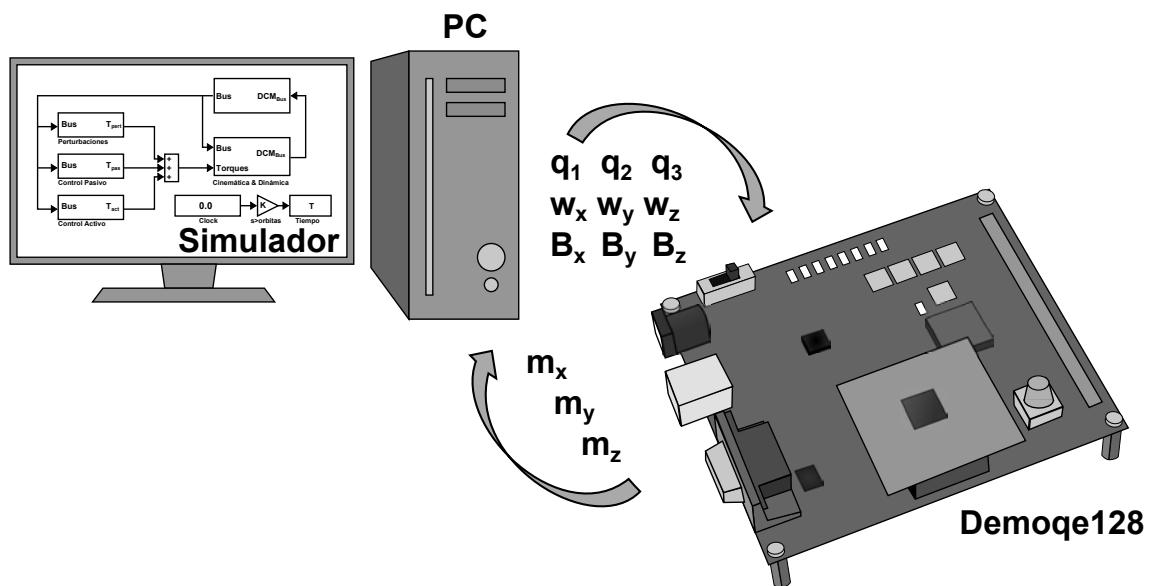


Figura 8.3: Esquema de la simulación con retroalimentación por hardware sin restricciones temporales

El tiempo de muestreo de las comunicaciones está dado por el simulador en Matlab, y puede ser modificado dependiendo del algoritmo a evaluar. El controlador no utiliza su reloj interno para realizar el muestreo, sino que responde toda recepción correcta de datos de actitud, con el correspondiente vector de momentos; además el sistema operativo en el que basamos el simulador en Matlab tampoco es en tiempo real, ni proporciona emulación de sensores y actuadores por lo cual no puede considerarse a esta simulación como un de tipo “hardware in the loop”. Sin embargo, cumple los requisitos para la validación de la implementación de algoritmos de determinación y control en sistemas embebidos. Adicionalmente la velocidad de procesamiento obtenida es buena consiguiendo simulaciones de 2 órbitas (11200 s) a un muestreo de 1 s en alrededor de 20 min (1350 s) y de 2 órbitas a un muestreo de 0.2 s en alrededor de 2

horas (7200 s); siendo la primera configuración la elegida para simular el controlador de actitud en modo deslizante y la segunda para los algoritmos de estabilización.

Una vez desarrollado el simulador en Matlab e implementados los algoritmos en el μ C; lo faltante para el desarrollo del simulador con retroalimentación de hardware es el protocolo de comunicaciones; el desarrollo del cual puede dividirse en dos partes; en un primer lugar en el desarrollo de las comunicaciones en el simulador Matlab, lo cual no propuso mayores problemas; y en segundo lugar el desarrollo de las comunicaciones en el μ C, en esta etapa se agregó código adicional al sistema de interrupciones básico del μ C, con la finalidad que este sea capaz de receptionar variables de tipo double de 64 bits, float de 32 o short de 16.

El protocolo de comunicaciones elegido fue uno de tipo síncrono, el RS-232, inicialmente trabajandolo a 9600 baudios. La selección de este protocolo es debido a la confiabilidad de sus comunicaciones punto a punto, y a su facilidad de implementación. Esta facilidad radica en la existencia de código implementado para la comunicación de vectores de datos en el formato que se deseé (desde bits hasta cadenas de doubles) en el software Matlab; y a la implementación física de 2 canales de interrupciones para comunicaciones de tipo serial en el μ C.

El Algoritmo 8.1, muestra la rutina de interrupción modificada para la recepción de cadenas de 8 bytes (1 double) y su almacenamiento en la variable temporal temp, para su posterior conversión a formato double mediante el Algoritmo 8.2. En este algoritmo se realiza la conversión de los 8 bytes a 1 double empleando un punteros para asignar la información de los 8 bytes a una estructura que el programa reconozca como formato double. La rutina para el envío de datos en formato double emplea un artificio similar y es presentado en el Algoritmo 8.3. Resulta importante destacar que todos estos códigos pueden ser fácilmente modificados para emplear formatos float o short.

Algoritmo 8.1 Rutina de interrupción serial

Algoritmo 8.2 Rutina de conversión de 8 bytes a 1 double

8.2.1.2. Pruebas del protocolo de comunicaciones

Para demostrar la confiabilidad del sistema de comunicaciones implementado se desarrollaron pruebas experimentales para verificar su efectividad. Se establecieron comunicaciones entre Matlab y el μ C, donde Matlab enviaba 1 dato en formato double al μ C y este le devolvía el mismo número después de realizar alguna operación simple con éste, como la multiplicación por 5. Se compararon los datos enviados y los recibidos por Matlab; hallándose que el canal de comunicaciones era muy estable, pues de las 10000 transmisiones no se perdió ni un sólo dato. Sin embargo, ocurrieron descoordinaciones al momento del envío o recepción de la data (la data que se recibía no correspondía a la enviada, sino a la respuesta de una data inmediata anterior). Descoordinaciones simples (solo 1 dato atrasado) ocurrieron 597 veces de 10000; dobles (dos datos consecutivos que estén atrasados 1 tiempo) ocurrieron 30 veces de 10000; triples (tres datos consecutivos que estén atrasados 1 tiempo) ocurrieron 3 veces de 10000.

Algoritmo 8.3 Rutina de envío de doubles

Estas descoordinaciones podían afectar potencialmente al sistema, debido a los diversos rangos de magnitud de las variables de actitud ($q_i \in [-1 1]$; $\omega_i \in [-0.5 0.5]$; $B_i \in [-6e-5 6e-5]$). Por esta razón se modificó el protocolo para que realice el envío de 10 variables en un solo paquete, a partir del cual se reconstruyen las variables. Las pruebas realizadas con este cambio obtuvieron los siguientes resultados: descoordinaciones simples 927/10000, descoordinaciones dobles 92/10000 y descoordinaciones triples o mayores 16/10000. Adicionalmente se realizaron pruebas a distintas velocidades de transmisión para identificar que velocidad era la más apropiada, usándose velocidades estándar de 4800, 9600, 19200 y 38200 baudios; así como la velocidad arbitraria de 128000 baudios, la cual es la segunda velocidad teórica más alta que puede soportar el μ C seleccionado con un cristal de 4MHz, la velocidad teórica más alta de 256000 baudios no pudo alcanzarse. El resumen de dichas pruebas se encuentra en el Cuadro 8.1, de donde se puede apreciar que la velocidad del canal de transmisión prácticamente no afecta el desempeño, por lo que se decide el uso de la velocidad arbitraria de 128000 baudios, por ser la más alta que se pudo alcanzar.

8.2.2. HIL en tiempo real

El sistema de simulación anteriormente presentado ofrece una primordial ventaja frente a cualquier simulación en tiempo real: la velocidad de ejecución de la prueba. Tal

Velocidad [baud]	Perdida de datos	Desc. simples [%]	Desc. dobles [%]	Desc. triples [%]
4800	0	10.46	1.05	0.13
9600	0	9.27	0.92	0.16
19200	0	10.07	0.82	0.06
38400	0	9.41	0.81	0.08
128000	0	9.68	0.87	0.09

Cuadro 8.1: Errores en la comunicación a distintas velocidades

y como se menciona en la Sección 8.2.1 se consigue una velocidad 8 veces mayor para orientación y 1.5 veces mayor para estabilización, con respecto a una simulación en tiempo real. Sin embargo, las simulaciones de este tipo no permiten evaluar acertadamente otros aspectos de la implementación de los sistemas embebidos, que son críticos para el desarrollo de algoritmos de determinación y control de actitud, como son los tiempos de muestreo, los protocolos de comunicaciones con otros subsistemas, rutinas de lectura de sensores o actuación, la validación del sistema operativo o la máquina de estados que rige el sistema y finalmente el hardware del sistema embebido.

Para poder evaluar estos factores, y darle aún mayor verosimilitud a la simulación, surgió la necesidad de desarrollar el presente simulador en tiempo real con retroalimentación por hardware, el cual puede pertenece a la familia de simuladores RT-HIL³. Al trabajar directamente con el hardware del sistema embebido que se desea probar, es necesario diseñar interfaces de hardware y software específicas para los sensores y actuadores empleados por el sistema. Para la adecuada comprensión de los detalles de implementación de este simulador se recomiendo la lectura del Apéndice C, en el cual se brinda una mayor descripción los sensores y actuadores del SDCA.

8.2.2.1. Formulación

El esquema funcional de esta simulación se presenta en la Fig. 8.4. El simulador en la computadora personal, es el mismo que fue diseñado para el simulador anterior, salvo que este entregará información exclusivamente sobre los sensores (no se transmite información sobre los estados, pues se desea que la tarjeta de prueba sea la

³Por sus siglas en inglés: “real time-hardware in the loop”

que los calcule), por lo tanto la información enviada para el caso del Chasqui I es: $[B_x, B_y, B_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6]$, donde s_i es la información proveniente de los sensores solares. Se estandarizó el formato de envío de la información a short, pero este formato es cambiado en la tarjeta de interfaz al formato usado por cada sensor (14, 16 u 8 bits). La tarjeta de interfaz realizará la emulación de los sensores, entregando la información de estos a la tarjeta de prueba bajo los protocolos establecidos por los sensores físicos. Adicionalmente leerá las señales de actuación que mande la tarjeta de prueba hacia los actuadores, y entregará esta información a la computadora personal para el cálculo de los torques de actuación sobre el satélite. El protocolo de comunicaciones elegido así como las funciones implementadas para la transmisión de datos short y double son idénticas a las usadas en el simulador anterior.

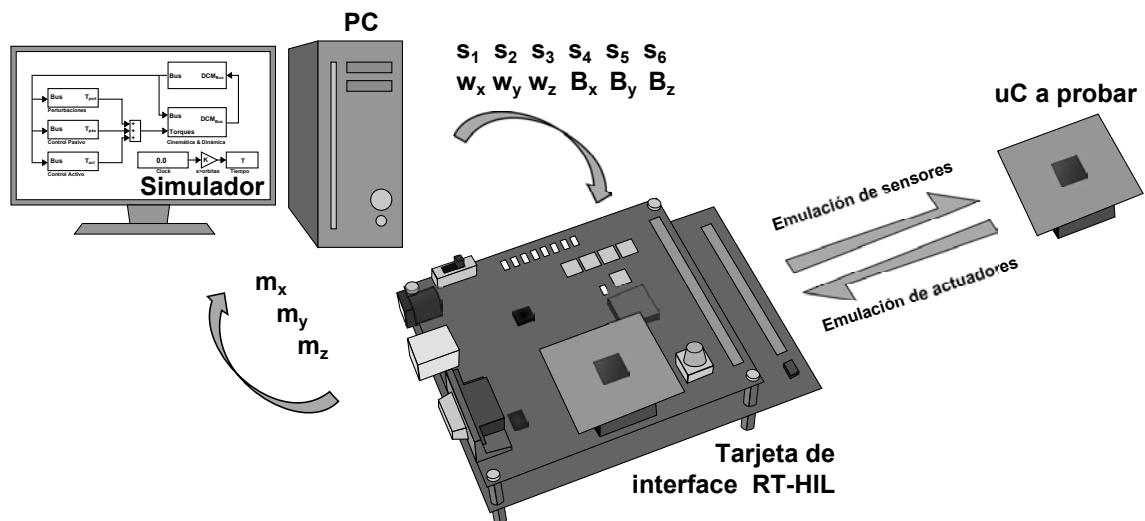


Figura 8.4: Esquema de la simulación con retroalimentación por hardware en tiempo real

El desarrollo del sistema de interfaz inicia con la concepción de la máquina de estados que rige al sistema, la descripción de las interrupciones por hardware, el análisis de tiempo real y finalmente la implementación del hardware necesario y sus conexiones.

8.2.2.2. Máquina de estados

La tarjeta de interfaz opera bajo una máquina de 4 estados. La máquina de estados comprende: 1. emulación de actuadores, 2. envío de datos, 3. emulación de sensores y 4. estado de reposo. Estos estados y las transiciones entre ellos se pueden observar en la Fig. 8.5, además de ser discutidos a continuación.

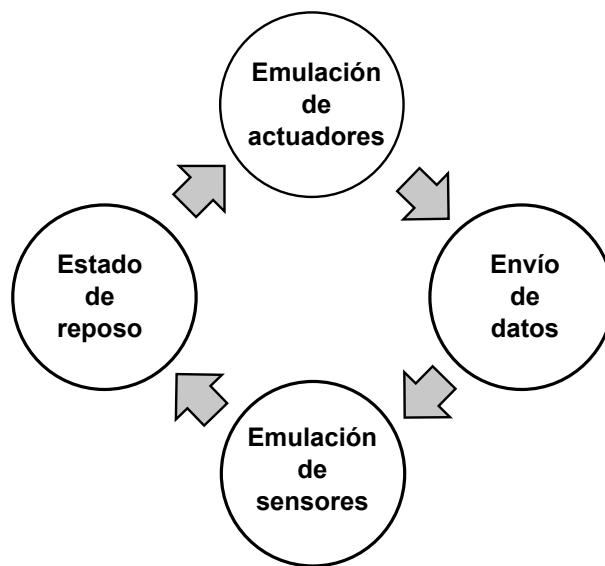


Figura 8.5: Máquina de estados de la tarjeta de interfaz

1. Emulación de actuadores: Los actuadores para el Chasqui I son tres magneto torques activados mediante señales moduladas de pulso y un magneto torque activado mediante una fuente de corriente. Desde el punto de vista eléctrico los magneto torques activados mediante señales moduladas de pulso son alimentados con voltajes máximos de $\pm 30mV$, por lo que se implementa una tarjeta de acondicionamiento de estas señales. Este acondicionamiento consiste en añadir un voltaje de referencia de 1.65V a la señal y amplificar el resultado 55 veces de tal manera que a la salida de la tarjeta se obtengan voltajes de 0 a 3.3V. Estas señales son leídas adecuadamente por los canales de lectura de los conversores analógicos a digitales del μC . Cabe destacar que en el diseño de la tarjeta de acondicionamiento de señales, se colocan pines para la conexión de los magneto torques; en caso de no querer conectarlos es necesario conectar una carga

	MicroMag3	ADIS16265	Sensor solar
Factor de escala	31.24 μT	0.06336 °/s	–
Bias	0.003137 μT	0.025 °/s	–
Ancho de banda	175 kHz	330 Hz	–
Varianza	0.0063 μT	0.0056 °/s	0.0043 mA
Saturación	$\pm 1100 \mu\text{T}$	$\pm 160 \text{ }^{\circ}/\text{s}$	$\pm 85 \text{ }^{\circ}$
Muestreo	0.125 ms	0.125 ms	0.125 ms
Cuantización	0.015 μT	0.07812 °/s	0.0878 °

Cuadro 8.2: Características de los sensores del Chasqui I

de 2Ω entre dichos conectores o sólo introducir señales de máximo $\pm 30\text{mV}$, caso contrario la lectura sería incorrecta. En el caso del magneto torque activado mediante una fuente de corriente, esta genera una corriente de hasta 100 mA que pasa a través del magneto torque y genera una diferencia de voltaje de aproximadamente 2V. Para el acondicionamiento de esta señal se considera su amplificación menos de 2 veces, de tal manera que a la salida de la tarjeta de adquisición se obtienen voltajes de 0 a 3.3V. De la misma forma que para los demás magneto torques en el diseño de la tarjeta de acondicionamiento de señales, se colocan pines para la conexión del magneto torque; en caso de no querer conectarlos es necesario conectar una carga de 20Ω entre dichos conectores.

2. Envío de datos: Para la comunicación con el simulador en la computadora personal, comunicaciones periódicas son realizadas. La recepción de data con la información de los sensores es asíncrona, mientras que el envío de datos se realiza una única vez por ciclo de computación. Para ambos, envío y recepción de datos, se emplea el protocolo RS-232 a 128 kbps. En el estado de envío se transmiten la información de los momentos almacenada en formato short.
3. Emulación de sensores: Los sensores empleados para el Chasqui I son de tres tipos i) sensores magnéticos, ii) sensores de velocidad angular, iii) sensores solares; cada uno de los cuales presenta una emulación diferente. Las características principales de los sensores a emular son presentadas en el Cuadro 8.2.

Dos de ellos (magnetómetros y giroscopios) emplean protocolos de comunicación SPI, las que son implementadas como interrupciones de hardware (descritos en la subsección 8.2.2.3).

El último (sensores solares), es emulado generando voltajes analógicos que mediante hardware se convierte en corrientes variables. Si se utilizaran conversores digitales a análogos con una precisión de 8 bits, y considerando que es necesaria la emulación de 6 sensores solares, serían necesarias 48 salidas digitales para la emulación de estos sensores. No obstante, es posible utilizar conversores digitales a análogos empleando señales moduladas de pulso y filtrandolas. Para este desarrollo la generación de voltajes analógicos se realizó empleando el segundo enfoque y el uso de filtros pasivos RC de dos etapas para cada canal de señal modulada. El dibujo esquemático de estos filtros se muestra en la Fig. 8.6a. Estos filtros otorgan una confiabilidad de medida de 8 bits; la Fig. 8.6b muestra la curva de respuesta entrada-salida para una señal modulada de 1 kHz. El hardware encargado de convertir estas señales de voltaje analógicas en corrientes variables se realizó empleando amplificadores operacionales. Se destaca que fue necesario el aislamiento de las tierras del circuito debido al método de sensado empleado por la tarjeta SDCA. Adicionalmente, es importante recalcar que se diseñó la tarjeta considerando seis circuitos idénticos dado que se emula independientemente la corriente generada por cada celda y que el circuito de generación de corriente se cierra en la tarjeta SDCA por lo que para su correcto funcionamiento debe de estar conectada a esta, o en su defecto colocar una resistencia de 2Ω entre el pin 1 de salida y cada uno de los demás pines.

4. Estado de reposo: Normalmente conocido como “idle⁴” es un estado en el cual el μC no procesa nada, y solo se encuentra a la espera de alguna señal externa o interna para pasar a otro estado. La señal interna normalmente es la finaliza-

⁴holgazán en inglés

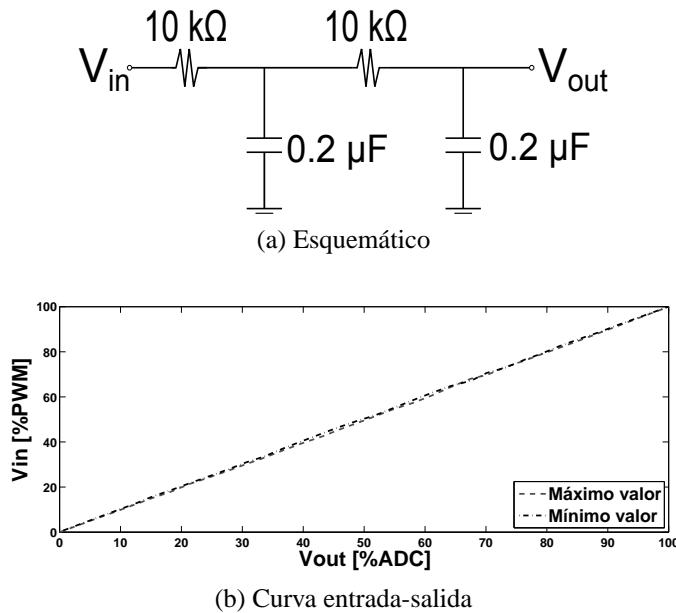


Figura 8.6: Filtro pasivo RC de dos etapas

ción de un ciclo de control, marcado por un reloj/contador de tiempo real o un temporizador.

8.2.2.3. Interrupciones de hardware

En todo sistema de tiempo real, las interrupciones de hardware son las tareas que poseen la mayor prioridad del μC . En el desarrollo de la tarjeta de interfaz, las interrupciones de hardware empleadas fueron el contador de tiempo real, la interfaz de comunicaciones seriales, la interfaz de comunicaciones periféricas, un bit de interrupción externo y un temporizador.

1. Contador de tiempo real: El contador de tiempo real del μC empleado posee tres fuentes distintas de temporización, varios pre escaladores y un vector de interrupción. Para la tarjeta de interfaz se escogió el oscilador de baja potencia interno de 1 kHz, así como un pre escalador de 10^2 . Por lo tanto se generaba una señal de interrupción cada 0.1 s, este tiempo fue seleccionado considerando el análisis de tiempo real del sistema; esta señal daría el paso de inicio de cada ciclo de computación, haciendo la transición entre el estado de reposo y la emulación

de actuadores.

2. Interfaz de comunicación serial: Las interfaces de comunicación serial son las que permiten la comunicación a través de protocolos seriales como el RS-232. Para la tarjeta de interfaz se configuró dicha interfaz para una comunicación RS-232 a 128 kbps full-duplex. La única interrupción programada para esta comunicación fue la interrupción de recepción de datos. Esta interrupción se activa cada vez que se realiza un envío de datos exitoso, almacenando dicho dato en una variable temporal. Como fue mencionado en el desarrollo del simulador anterior, esta interrupción solo permite el envío/recepción de paquetes de 8 bits, por lo que se realizaron las modificaciones pertinentes para permitir el envío en otros formatos. La tarjeta de interfaz recibe un total de 18 bytes por ciclo de computación, siendo 6 bytes la información de los magnetómetros (array de 3 datos en formato short), otros 6 bytes de información sobre giroscopios (array de 3 datos en formato short) y finalmente 12 bytes de información sobre sensores solares (array de 6 datos en formato short).
3. Interfaz de comunicaciones periféricas: Una interfaz de comunicaciones periféricas (SPI en inglés) permite la comunicación serial entre un μC maestro y varios esclavos o circuitos periféricos, como por ejemplo sensores. Para el caso del Chasqui I, es necesaria la emulación de cuatro sensores, un magnetómetro de 3 ejes y tres gyros de 1 eje. Debido a que la tarjeta de interfaz realiza la emulación de los sensores, esta es configurada como esclava, recibiendo comandos de la tarjeta de prueba y mandando información acorde a estos. El protocolo de comunicación empieza cuando el maestro envía una solicitud de comunicación (esto se realiza realizando la transición de un bit de alto a bajo, lo cual es capturado como una interrupción externa por la tarjeta de interfaz). Posteriormente, un reset es realizado (para lo cual la línea RES se coloca en alto y luego en bajo). Despues de esto, el comando de la tarjeta de prueba es enviada por la línea DIN.

Una vez que el comando es recibido y reconocido, la tarjeta de interfaz envía la información requerida por el comando. Un caso especial es el magnetómetro, MicroMag3, pues este necesita un tiempo de 23 ms para obtener la data de cada eje; por lo que un temporizador de 23 ms es puesto en marcha cuando la tarjeta de prueba pide datos de este sensor, y la información no es entregada hasta que el temporizador expira. El algoritmo empleado para la emulación de todos los sensores con protocolo SPI es el mostrado en los Algoritmos 8.4 y 8.5.

8.2.2.4. Análisis de tiempo real

Para poder garantizar las restricciones estrictas de tiempo real del sistema, es necesario medir los tiempos de todas las funciones y procesos que puede realizar el sistema en cada ciclo de computación. El cuadro 8.3 muestra los tiempos medidos de la tarjeta de interfaz implementada. Considerando estos tiempos, los 23 ms por eje requeridos por el magnetómetro para adquirir y procesar su información, así como la respuesta dinámica del satélite; el tiempo de muestreo escogido fue de 100 ms.

Estado/Interrupción	Función	# llamadas	min [μs]	prom[μs]	max[μs]	Crítico [μs]
E. Actuadores	adc_read()	3	191.500	191.515	191.522	574.566
RS232 send	send_short()	3	174.225	174.231	174.244	522.732
E. Sensores	set_pwm()	6	0.716	0.716	0.716	4.296
RTC	RTC_ISR	1	2.146	2.147	2.147	2.147
SCI	SCI_RX_ISR	18	4.619	4.620	4.620	83.160
	reception_data()	1	199.766	199.790	199.814	199.814
SPI	decode_command	6	23.225	25.640	26.520	159.12
	send_first_byte	6	2.146	2.5790	2.804	16.824
	send_second_byte	6	2.402	2.422	2.511	15.066

Cuadro 8.3: Tiempos medidos de la tarjeta de interfaz

8.2.2.5. Implementación y conexiones

El Cuadro 8.4 muestra la conexión pin a pin entre las tarjetas de interfaz y la tarjeta del SDCA.

Las tarjetas de interfaz fueron implementada acorde con todas las descripciones anteriores, y conectadas de acuerdo al Cuadro 8.4. La Fig. 8.7 muestra dicha implementación y conexión.

DEMOQE128 # PIN	Nombre	SDCA # PIN	Nombre	Función
17	MOSI1	31	MOSI1	SPI1 (MOSI/DIN)
19	MISO1	19	MISO1	SPI1 (MISO/DOUT)
21	SPSCK1	32	SPSCK1	SPI1 SCKL
23	SS1	-	SS	SPI1 (SSNOT/CS)
29	PTD0	18	MAG-RES	MAG RES
30	PTD4	22	MAG-DRDY	MAG DRDY
41	PTF2	17	SP1-SM	MAG SSNOT
43	PTF3	14	SPI1-SX	GX CS
45	PTF4	15	SPI1-SY	GY CS
47	PTF5	16	SPI-SZ	GZ CS
13	TPM3CH0	36	AD-CELLXP	SUN 1
15	TPM3CH1	35	AD-CELLXN	SUN 2
33	TPM3CH2	30	AD-CELLYP	SUN 3
35	TPM3CH3	29	AD-CELLYN	SUN 4
37	TPM3CH4	28	AD-CELLZP	SUN 5
39	TPM3CH5	27	AD-CELLZN	SUN 6
9	ADP2	-	TZ	Magneto Torque Z
11	ADP3	-	TOff	Magneto Torque 300 vueltas
14	ADP0	-	TX	Magneto Torque X
16	ADP1	-	TY	Magneto Torque Y

Cuadro 8.4: Cuadro de conexiones entre el sistema RTHIL y la tarjeta SDCA

8.2.3. Resultados

Empleando el sistema con retroalimentación por hardware sin restricciones temporales, se presentan las simulaciones 8.8-8.10 de los algoritmos implementados. La Fig. 8.8 y 8.9, muestran las simulaciones realizadas para validar el comportamiento de los algoritmos de estabilización B_{dot} y $\Omega + sgnB$ respectivamente. De dichas figuras se nota un desface entre las respuestas obtenidas por simulación pura y la simulación con retroalimentación por hardware; incluso en la simulación del algoritmo $\Omega + sgnB$ se ven respuestas algo diferentes en parte de la simulación, sin embargo, en ambos casos se obtiene la estabilización y la semejanza en la actitud del sistema es evidente.

La Fig. 8.10, muestra la simulación realizada del algoritmo de orientación en modo deslizante continuo. Para este caso las señales son prácticamente idénticas, con ex-

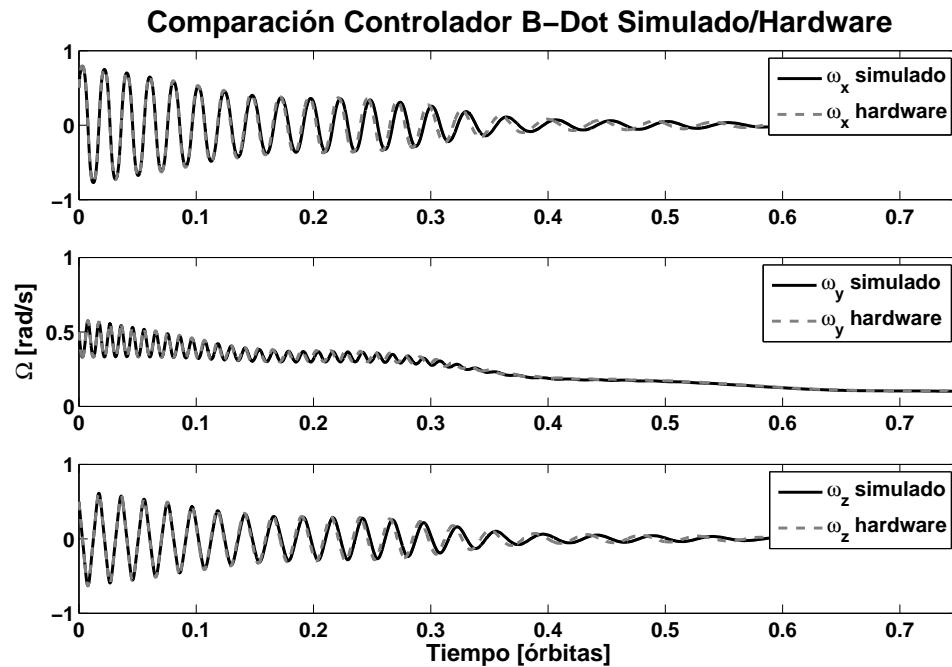


Figura 8.8: Simulación con retroalimentación por hardware: Bdot

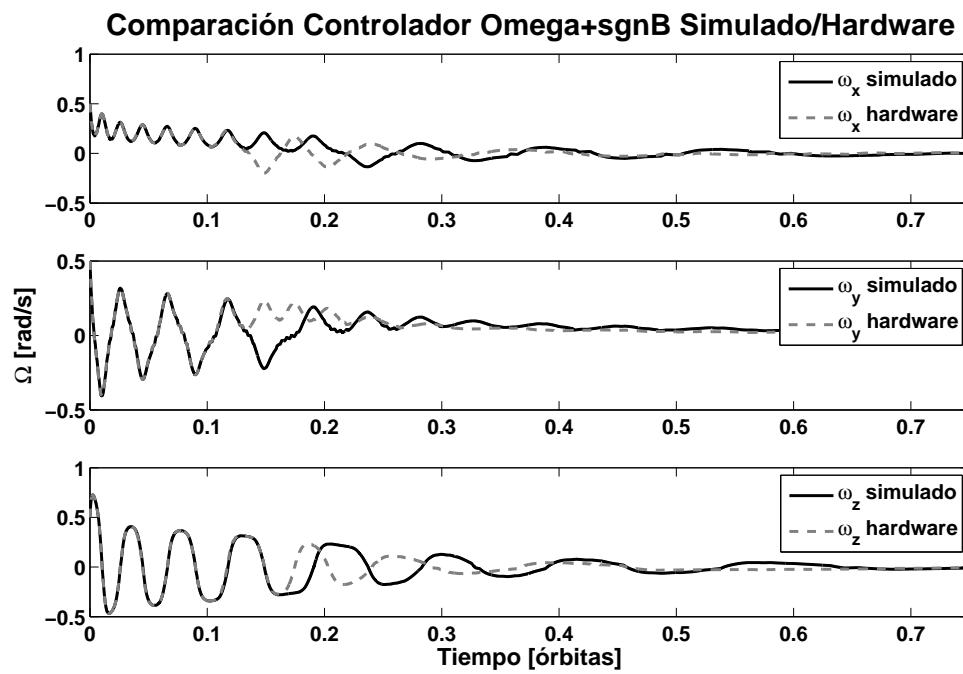


Figura 8.9: Simulación con retroalimentación por hardware: Omega+sgnB

cepción de algunos pequeños lapsos donde existe un ligero desfase. Gran parte de estas diferencias entre las señales, se asume, son generadas por los efectos de las descoordinaciones generadas por el protocolo de comunicaciones y la propagación temporal de dichos efectos.

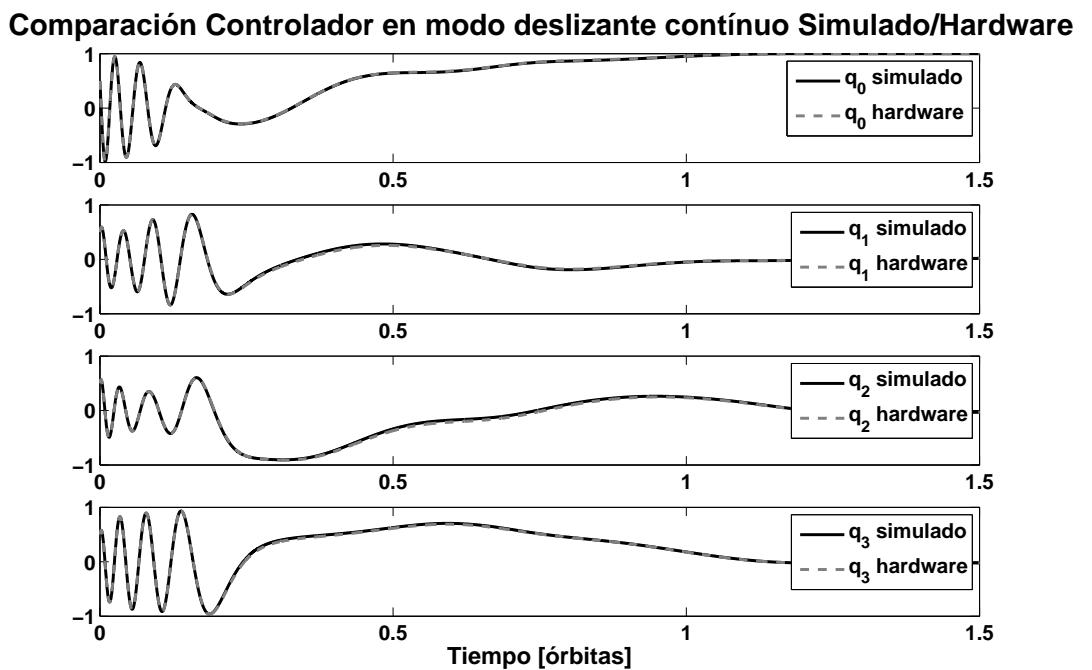


Figura 8.10: Simulación con retroalimentación por hardware: orientación en modo deslizante

Se presenta a continuación los resultados obtenidos de simular el sistema de estabilización del Chasqui I empleando el sistema en tiempo real con retroalimentación por hardware. La Fig. 8.11 muestra los resultados obtenidos tras simular la tarjeta de pruebas por 4 órbitas (6h:15m) bajo el esquema antes descrito. De la figura puede apreciarse la correcta disminución de las velocidades angulares Ω_{ob}^b . Es importante notar que, cuando se ha programado adecuadamente el sistema embebido, la respuesta de este debe ser similar a las obtenidas con simulaciones que no utilizan la retroalimentación por hardware.

Resultados, conclusiones y recomendaciones

8.3. Discusión de resultados

A continuación se sumarizan los principales resultados obtenidos a lo largo de la tesis, presentándose los criterios de diseño y las decisiones tomadas más saltantes; cabe resaltar que el principal objetivo de esta tesis es el diseño y simulación de un sistema de control puramente magnético mediante la combinación de técnicas de control pasivas y activas para su uso en satélites bajo el estándar CubeSat.

- En el Capítulo 3 se obtienen los modelos matemáticos necesarios para describir el movimiento del satélite, lo cual incluye cinemática basada en cuaterniones, dinámica y órbitas. Así como aquellos modelos necesarios para caracterizar la actuación del satélite como lo son el modelo de campos magnéticos terrestres, y de actuadores magnéticos. Adicionalmente, empleando dichos modelos se ejecuta un análisis de la controlabilidad del sistema, de donde resulta evidente que para algunos instantes de tiempo se pierde la controlabilidad del sistema; la cual proviene de las limitaciones de la actuación magnética. Dado que la actuación magnética siempre yace perpendicular a las líneas de campo magnéticas terrestres, no es posible actuar libremente, lo cual afecta la controlabilidad del sistema.
- En el Capítulo 4 se diseña un sistema de control netamente pasivo, así como se realiza un estudio de los actuadores pasivos y los modelos matemáticos que

describen su comportamiento. En relación a los volúmenes de materiales magnéticos adecuados se considera el torque necesario para lograr la orientación parcial, el tiempo estimado para lograr la estabilización y se tiene cuidado de no saturar los sensores magnéticos presentes en el satélite como. Adicionalmente, se realizan pruebas magneto estáticas del sistema y se presentan simulaciones computacionales de su desempeño.

- En cuanto a la selección del material de los actuadores pasivos, se opta por los imanes de Alnico 5 forjado, principalmente por su adecuada resistencia mecánica y sus excepcionales propiedades magnéticas ante temperaturas extremas; y el uso de Co-Netic como material de histéresis por su abundancia comercial, pues muchos otros materiales presentan características similares. La selección de la forma de los imanes permanente (cilindros) obedece únicamente a su disponibilidad comercial, mientras que la forma del material de histéresis (láminas delgadas) resulta de una combinación de su disponibilidad comercial y su factor de demagnetización bajo. Se presenta un modelo matemático para modelar los imanes permanentes, pero se realiza un estudio más profundo de los modelos matemáticos para representar el fenómeno de histéresis, por ser más complejo; finalmente decidiéndose emplear el denominado modelo Switch, el cual a pesar de ser 3.2 % menos preciso que el modelo Preisach es por lo menos 36.33 % computacionalmente más rápido.
- Para el cálculo del volumen de los materiales magnéticos, dos importantes ecuaciones son desarrolladas: (4.2.6) la cual es un aporte de la tesis y es capaz de estimar el tiempo necesario para estabilizar un satélite considerando las velocidades rotacionales iniciales, características físicas del satélite, el material de histéresis y su volumen total; y (4.3.1) de la cual se obtiene el valor mínimo necesario para garantizar la orientación parcial del eje x^c con las líneas magnéticas terrestres. Adicionalmente, se calcula una relación ideal entre el volumen

del material de histéresis y el volumen del imán permanente; la cual resulta ser de 8:1. Se elige este valor pues genera una desalineación máxima de 2.5° entre las líneas magnéticas y el eje x^c del satélite, lo cual es aceptable. Respetando esta relación y los valores de volúmenes mínimos se realiza un análisis magneto estático del efecto de los materiales magnéticos sobre el satélite, resultados que son presentados en el Cuadro 4.1.

- El análisis de sensibilidad del control pasivo demuestra que si bien el sistema diseñado es bastante variable, siempre se encuentra dentro de rangos aceptables incluso para erróneas del tensor de inercia y momentos magnéticos de hasta $\pm 25\%$.
- En el Capítulo 5 se diseña un sistema de control netamente activo, presentándose 3 algoritmos para estabilización y uno para orientación, todos estudiados a profundidad, desde pruebas matemáticas que garantizan su estabilidad y convergencia hasta simulaciones computacionales de desempeño. Se presenta también las optimizaciones realizadas para obtener las ganancias de los algoritmos y análisis de la sensibilidad de los parámetros del sistema para cada algoritmo.
- Se presenta el diseño de 3 algoritmos de estabilización activa: $Bdot$, $\Omega + B$ y $\Omega + sgnB$. Siendo los dos últimos aportes de la tesis diseñados en caso que el algoritmo $Bdot$ no se desempeñe de la manera esperada. Mediante la teoría de estabilidad de Lyapunov y el principio de Krasovskii-LaSalle se demuestra que los dos primeros algoritmos son global y asintóticamente estables; mientras que un análisis probabilístico estima que la probabilidad del tercero de disipar energía es de 0.9596. Las ganancias ideales para cada caso son obtenidas tras realizar optimizaciones multi objetivos de frente de Pareto, y son probadas con distintos tiempos de muestreo, saturaciones en los actuadores y perturbaciones. Para tiempos de muestreo de 400 ms o menores los tres algoritmos presentan

buen rendimiento; mientras que la saturación en los actuadores y las perturbaciones no afectan al sistema.

- En relación a la orientación activa se demuestra la estabilidad de la superficie deslizante mediante los criterios de estabilidad de Lyapunov y el principio de Krasovskii-LaSalle. Se diseña una condición deslizante discreta la cual cumple los criterios de estabilidad si se considera actuación independiente en los tres ejes, pero falla al considerar actuación magnética. Ante esto se plantea una condición de deslizamiento continua, la cual se demuestra es estable según los criterios anteriormente mencionados. Los aportes principales de la tesis en relación al algoritmo de orientación radican en la adición de los momentos de inercia estimados del sistema como una constante que modifica la condición de deslizamiento y la realización de optimizaciones mediante algoritmos genéticos para la obtención de ganancias óptimas; lo que genera un aumento notable del desempeño del algoritmo. El desempeño del algoritmo es probado con distintos tiempos de muestreo, saturaciones en los actuadores y perturbaciones. En el caso de los tiempos de muestreo, incluso valores tan elevados como 1s prueban ser adecuados. Sin embargo la saturación en los actuadores y las perturbaciones afectan notablemente al sistema.
- El análisis de sensibilidad de parámetros de todos los algoritmos planteados demuestra la robustez de los mismos ante estimaciones erróneas del tensor de inercia de hasta $\pm 25\%$ y ruidos de sensado de hasta 25%. Siendo únicamente los parámetros físicos los que afectan en alguna medida al tiempo de estabilización de los algoritmos. Es importante destacar que los algoritmos demuestran ser extremadamente robustos ante el ruido de sensores.
- En el Capítulo 6 se diseña un sistema de control que combina actuación pasiva y activa, al cual se le denomina “Control híbrido”. El principal problema que surge del uso combinado de ambos métodos es la perdida parcial de la controlabilidad

sobre el eje del imán permanente. Este problema es analizado y se plantea como solución el rediseño del control pasivo así como el cancelamiento activo de los momentos generados por dicho imán. Finalmente se presentan simulaciones computacionales que demuestran su efectividad y desempeño.

- Relativo a la estabilización híbrida, una vez realizado el rediseño del control pasivo, la estabilización híbrida, según lo mostrado en el Cuadro 6.1, presenta un desempeño aceptable pero menor al de la estabilización netamente activa. En particular la velocidad angular final en el eje del imán resulta ser bastante mayor que la de los demás ejes para el caso del algoritmo Bdot y Omega+B, mientras que en el caso del Omega+sgnB la velocidad en los tres ejes resulta similar. La estabilización híbrida con cancelamiento activo de momentos pasivos presenta dos parámetros importantes: el valor del momento magnético a cancelar y la alineación del satélite respecto a las líneas de campo terrestres cuando es desactivada. El momento magnético a cancelar puede hallarse teóricamente, pero también se presenta un algoritmo capaz de inferir este valor de datos históricos de la orientación del satélite; mientras que un análisis del sistema muestra que si el cancelamiento activo es desactivado cuando el eje x^c de satélite se encuentra a más de 126° de las líneas de campo terrestres, la perturbación que surge de la alineación de este eje produce una disminución en el desempeño del algoritmo, aunque mínima. El cancelamiento activo viene acompañado de un aumento en la energía necesaria; siendo de casi 47.5 % para el algoritmo Bdot, 37.2 % para el Omega+B y de tan solo 4.5 % para el Omega+sgnB.
- El caso de la orientación híbrida es diferente al de la estabilización, pues el control de orientación híbrido no es capaz de orientar adecuadamente al satélite si no se cuenta con el cancelamiento activo de momentos pasivos. Además, el aumento en la potencia necesaria es mucho mayor (22 veces); sin embargo el consumo de potencia promedio para la orientación híbrida sigue siendo considerablemen-

te menor a la necesaria para la estabilización - 321.1 mW para la orientación y alrededor de 750 mW para la estabilización.

- El algoritmo de estimación de momentos magnéticos presentado agrega mayor confiabilidad al diseño del sistema híbrido, pues presenta un error en la estimación alrededor del 0.6 %, bastante por debajo del 1 % inicialmente deseado.
- En los Capítulos 7 y 8 se diseñan y se muestran los resultados de pruebas experimentales para demostrar la validez de los capítulos anteriores. Específicamente se obtienen las curvas características de los materiales magnéticos, las implementaciones de los algoritmos de control activo e híbrido en sistemas embebidos y la prueba de los mismos en simuladores con retroalimentación por hardware. Las curvas características de los materiales magnéticos fueron realizadas con un MMV y demuestran que los materiales poseen las características ordenadas. La implementación de los algoritmos incluye un análisis del tipo de dato óptimo para dicha implementación, el cual resulta ser el formato float; así como el diseño de un simulador con retroalimentación por hardware. De dichos análisis se demuestra la factibilidad de implementación de los sistemas diseñados.

8.4. Conclusiones

Se concluye por tanto la factibilidad del uso de sistemas de control magnético que poseen actuación pasiva mediante imanes permanentes y láminas de histéresis, y actuación magnética activa mediante magneto torques, para el control de satélites bajo el estándar CubeSat. Se arriva a dicha conclusión tras el análisis de la actuación magnética, formulación de leyes de control para estos sistemas y su implementación en sistemas embebidos, así como la validación de los mismos mediante simulaciones computacionales y con retroalimentación de hardware.

Adicionalmente se desea hacer un especial énfasis en las limitaciones del control

netamente magnético, si bien la actuación magnética posee limitaciones intrínsecas y más aún la actuación magnética híbrida al poseer problemas graves de controlabilidad debido al uso combinado de imanes permanentes y magneto torques; se concluye del presente trabajo que su uso es factible para el control de orientación de satélites pequeños, y el uso del control magnético híbrido es incluso recomendado para instituciones novicias en el área satelital que deseen emplear control activo sin disminuir la confiabilidad de sus sistemas.

Finalmente es importante destacar que la presente tesis cumple con los objetivos principales y secundarios planteados en el Capítulo 1, pues se presenta todos los modelos matemáticos requeridos, así como el desarrollo, simulación y validación de sistemas de control puramente magnéticos tanto pasivos, activos e híbridos.

8.5. Recomendaciones para trabajos futuros

Los siguientes temas no se han desarrollado o se desarrollaron parcialmente por la presente tesis, por estar fuera del alcance de la tesis o por no haber sido una alternativa viable al momento inicial del desarrollo de la misma; pero que se consideran de gran utilidad para futuros trabajos relacionados con CubeSats:

- Un tema que se encuentra fuera del alcance de la tesis es el control mediante actuadores no magnéticos, se sugiere la exploración de actuadores no magnéticos para trabajos futuros. Se recomienda explorar el uso de ruedas de reacción, las cuales fueron descartadas como actuadores debido a la nula disponibilidad comercial de las mismas al inicio del proyecto; sin embargo en el último año, algunas empresas han comenzado a comercializarlos. Se recomienda su uso pues la adición de una rueda de reacción en el eje del imán podría aumentar el desempeño del sistema notablemente, anular los problemas de controlabilidad que surgen en el control magnético híbrido y anular la necesidad del cancelamiento activo de momentos magnéticos pasivos. Adicionalmente es también recomendado el

uso de una rueda de reacción en cada eje, pues si bien resultaría en un elevado costo monetario, la precisión y velocidad de respuesta que puede alcanzarse mediante actuación independiente sobre los tres ejes, como es mostrado en la Fig. 5.19 del Capítulo 5, los hace atractivos para proyectos que requieran mayor precisión.

- El uso de propulsores como actuadores para el control de actitud de satélites bajo el estándar CubeSat fue descartado por encontrarse en una etapa experimental, e incluso estar prohibido bajo el estándar original; sin embargo la nueva versión del estandar, la cual ya no los prohíbe, y los recientes desarrollos en dichos sistemas, como los micro propulsores desarrollados en el MIT por el profesor Lozano [53], los vuelven una buena posibilidad para ser incorporados como cargas experimentales en próximos proyectos. Por lo tanto la investigación de dichos sistemas es también recomendada.
- Se recomienda además, el desarrollo de nuevos algoritmos para el control de perturbaciones. En el desarrollo de la tesis se muestra como dichas perturbaciones pueden afectar el control de orientación considerablemente. El tema debe ser abordado con mayor detenimiento y se recomienda su estudio.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] California Polytechnic State University. Cubesat design specification. http://cubesat.atl.calpoly.edu/images/developers/cds_rev12.pdf.
- [2] L. Avilés. Implementación de un magnetómetro de muestra vibrante para la caracterización de materiales magnéticos, Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ciencias, 2010.
- [3] The Amateur Satellite Corporation. <http://www.amsat.org/>.
- [4] Alexandru Catalin Munteanu. Nanosat / cubesat constellation concepts. Master's thesis, Lulea University of technology, Department od Space Science, 2009.
- [5] M.J. Sidi. *Spacecraft dynamics and control: a practical engineering approach*, volume 7. Cambridge Univ Pr, 2000.
- [6] I. Mayergoyz. *Mathematical Models of Hysteresis and their Applications*. Elsevier Series in Electromagnetism.
- [7] Rafal Wisniewski. *Satellite Attitude Control Using Only Electromagnetic Actuation*. PhD thesis, Department of Control Engineering, AalborgUniversity, 1996.
- [8] E. Silani and M. Lovera. Magnetic spacecraft attitude control: a survey and some new results. *Control Engineering Practice*, 13(3):357–371, 2005.
- [9] Y. Tsuda, N. Sako, T. Eishima, T. Ito, Y. Arikawa, N. Miyamura, K. Kanairo, S. Ukawa, S. Ogasawara, and S. Ishikawa. University of tokyo's cubesat"xi."s a

- student-built educational pico-satellite- final design and operation plan. In *Proceedings of the twenty-third international symposium on space technology and science(Selected papers), vol. II*, pages 1372–1377, 2002.
- [10] A. Denis and J. Pisane. Oufti-1: The educative nanosatellite of the university of liège, belgium. In *Proceedings of the 60th International Astronautical Congress, Daejeon*, October 2009.
 - [11] S. Hannay. Modeling of the attitude control of the nanosatellite oufti-1. Master's thesis, University of Liège, Faculty of Applied Sciences. Applied and Computational Electromagnetics (ACE), 2008 - 2009.
 - [12] M. Long, A. Lorenz, G. Rodgers, E. Tapiro, G. Tran, K. Jackson, and R. Twiggs. A cubesat derived design for a unique academic research mission in earthquake signature detection. *16th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2002.
 - [13] E.D. van Breukelen, A.R. Bonnema, W.J. Ubbels, and R.J. Hamann. Delfi-c3: Delft university of technology's nanosatellite. *Proceedings of the 4S Symposium: Small Satellites, Systems and Services*, 2006.
 - [14] K.A. Dontchev, K. Ghorakavi, C.E. Haag, T.M. Liu, and R. Ramos. M-cubed: University of michigan multipurpose minisatellite with optimal imager payload. *AIAA*, 2009.
 - [15] F. Santoni and M. Zelli. Passive magnetic attitude stabilization of the unisat-4 microsatellite. *Acta Astronautica*, 65:792–803, 2009.
 - [16] L.N. Stras, D.D. Kekez, G.J. Wells, T. Jeans, R.E. Zee, F.M. Pranajaya, and D.G. Foisy. The design and operation of the canadian advanced nanospace experiment (canx-1). *Proc. AMSAT-NA 21st Space Symposium*, pages 150–160, 2003.

- [17] Søren Vejlgaard Vedstesen Torben Graversen, Michael Kvist Frederiksen. Attitude Control system for AAU CubeSat. Master's thesis, Aalborg University, 2002.
- [18] K. Fujiwara, K. Omagari, T. Iljic, S. Masumoto, Y. Konda, T. Yamanaka, Y. Tanaka, M. Maeno, T. Ueno, H. Ashida, J. Nishida, T. Ikeda, and S. Matunaga. Tokyo tech nano-satellite cute-1.7 + apd flight operation results and the succeeding satellite. *17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace*, 2007.
- [19] T. Bak, R. Wisniewski, and M. Blanke. Autonomous attitude determination and control system for the Ørsted satellite. In *1996 IEEE Aerospace Application Conference, Colorado*, Feb.1996.
- [20] J.D. Jackson. *Clasical Electrodynamics*. Jhon Wiley & Sons, 1999.
- [21] K. H. J. Buschow and F. R. De Boer. *Physics of magnetism and magnetic materials*. Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [22] J.M.D. Coey. *Magnetism and magnetic materials*. Cambridge University Press, 2009.
- [23] H. Zijlstra. *Handbook of Magnetic Materials, Volume 3*, volume 3. North-Holland Publishing Company, 1982.
- [24] Torino Italy. Giorgio Bertotti, Istituto Electtrotecnico Nazionale Galileo Ferraris. *Hysteresis in Magnetism for physicist material scientists and engineers*. Academic Press, 1998.
- [25] A. Aharoni. Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms. *Journal of Applied Physics*, 1983.
- [26] M. Sato and Y. Ishii. Simple and approximate expressions of demagnetizing factors of uniformly magnetized rectangular rod and cylinder. *Journal of Applied Physics*, 66:983–985, 1989.

- [27] C.X. Chen. Demagnetizing factors of long cylinders with infinite susceptibility. *Journal of Applied Physics*, 89:3413–3415, 2001.
- [28] S. Sastry. *Nonlinear Systems Analysis, Stability and Control*, volume 10 of *Interdisciplinary applied mathematics*. Springer, 1999.
- [29] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 1996.
- [30] J.K. Hedrick and A. Girard. *Control of Nonlinear Dynamic Systems: Theory and Applications*. 2005.
- [31] Celestrak. <http://celestrak.com>.
- [32] IAGA. Coeficientes del modelo IGRF de 11va generación <http://www.ngdc.noaa.gov/iaga/vmod/igrf11coeffs.txt>.
- [33] M.L. Psiaki. Magnetic torquer attitude control via asymptotic periodic linear quadratic regulation. *AIAA*, 2000.
- [34] J.R. Wertz. *Spacecraft Attitude Determination and Control*. D. Reidel Publishing Co., Dortrett The Netherlands, 1978.
- [35] B.A. Campbell and S.W. Jr MacCandless. *Introduction to Space Sciences and Spacecraft Applications*. Gulf Publishing Company, 1955.
- [36] M. Ovchinnikov. Methods to control the attitud motion of a satellite by the earth's magnetic field usage. *Proceedings of the Euro-Asia Space Week on Cooperation in Space - Where East & West Finally Meet*, 1:475 –483, 1998.
- [37] M.Y. Ovchinnikov, V.I. Penkov, Ilyin, I. Kiryushkin, R. Nemuchinsky, and N. Tretjakova. Lessons learned from the development, building and operation of a magnetic attitude control system for small satellites.

- [38] F. te Hennepe, B.T.C. Zandbergen, and R.J. Hamann. Simulation of the attitude behaviour and available power profile of the delfi-c3 spacecraft with application of the opsim platform. *1st CEAS European Air and Space Conference*, 2007.
- [39] Kissa Nadjet. Modelisation de l'hysteresis magnetique en vue de son integration dans un code de calcul de champ electromagnetique. Master's thesis, Université de Batna, Faculté des sciences de l'ingenieur Departement d'electrotechnique. Laboratoire de Systemes de Propulsion-Induction Electromagnetique LSP-IE Batna, 2006.
- [40] F. Preisach. *Über die magnetische Nachwirkung* *Zeit Physik*. 1935.
- [41] M. A. Krasnoselskij and A. V Pokrovskij. *Systems with hysteresis*. Springer, 1980.
- [42] Germany. BeeSat Technical University of Berlin. <http://www.beesat.de>.
- [43] G.J. Wells, L.N. Stras, T. Jeans, R.E. Zee, F.M. Pranajaya, and D.G. Foisy. Canada's smallest satellite: The canadian advanced nanospace experiment (canx-1). *Proc. 16th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, 2002.
- [44] Denmark. AAUsat-2 Alborg University. <http://www.aausatii.auc.dk/>.
- [45] University of Illinois. ION. <http://cubesat.ece.uiuc.edu/>.
- [46] Yang Xu Sun Zhaowei and Yang Di. Active magnetic control methods for small satellite. *Aerospace Engineering*, 16:38–44, 2003.
- [47] W.H. Steyn. Magnetic attitude determination and control for low earth orbiting small satellites. *Power (milli-W)*, 250:150.
- [48] K.R. Arias. Diseño e implementacion del control de estabilizacion y orientacion del picosatelite Chasqui I en un microcontrolador de Freescale, Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ingeniería Electrónica, 2013.

- [49] DemoQE128 User Manual *http://www.freescale.com/.../demoqe128um.pdf*.
- [50] MCF51QE128 Reference Manual *cache.freescale.com/.../mcf51qe128rm.pdf*.
- [51] J.K. Rojas. Diseño e implementacion del sistema embebido para el sistema de determinación y control de actitud del picosatélite del Chasqui I, Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ingeniería Electrónica, 2013.
- [52] The Open Group Base Specification Issue 7 IEEE Std 1003.1-2008.
- [53] Lozano. *http://web.mit.edu/newsoffice/2012*.
- [54] M.A. Chicchón. Análisis, diseño e implementación del sistema de determinación de variables de la orientación del picosatélite Chasqui - I basado en algoritmos del filtro de Kalman, Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ingeniería Electrónica, 2013.
- [55] E. Sturm. Magnetic attitude estimation of a tumbling spacecraft. Master's thesis, California Polytechnic State University San Luis Obispo, 2005.