内蒙古农业大学

《概率论与数理统计 A》模拟试卷（一）

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 A,B 是两个随机事件，则 A,B 都不发生可以表示为（　　）.

A. $\bar{A}B\bigcup A\bar{B}$；　　B. $\bar{A}\,\bar{B}$；　　C. $\overline{AB}$；　　D. AB.

2. 设 X_1,X_2,X_3 是来自总体 $X\sim \mathrm{B}(1,p)$ 的一个简单随机样本（其中 p 未知），则下述哪个不是统计量（　　）.

A. X_1+X_2；　　B. X_1+2p；　　C. $(X_1-X_2)^2$；　　D. X_2.

3. 设 X 服从参数为 λ 的泊松分布，则 $E(X^2)=$（　　）.

A. $\lambda+\lambda^2$；　　B. λ^2；　　C. λ；　　D. $\dfrac{1}{\lambda}+\dfrac{1}{\lambda^2}$.

4. 设某零件长度服从正态分布 $N(\mu,0.1^2)$，随机地从中抽取16个，测得 $\bar{x}=2.23$ 厘米，则总体均值 μ 的置信度为 0.9 的置信区间为（　　）.（已知 $u_{0.05}=1.645, t_{0.05}(15)=1.7531.$）

A. $[1.9849,4.0151]$；　B. $[2.1862,2.2738]$；　C. $[2.02,3.98]$；　D. $[2.1889,2.2711]$.

5. 设随机变量 $X\sim N(1,4^2)$，则 $P\{X\le 1\}=$（　　）.

A. 0；　　B. 0.4；　　C. 0.5；　　D. 1.

6. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $P\{1<X\le 4\}=$（　　）.

A. $F(4)-F(1)+P\{X=4\}$；　　B. $F(4)-F(1)-P\{X=1\}$；

C. $F(4)-F(1)$；　　D. $1-F(4)-F(1)$.

7. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}6, & (x,y)\in D,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 则区域 D 的面积为（　　）.

A. 6；　　B. $\dfrac{1}{6}$；　　C. 36；　　D. $\dfrac{1}{36}$.

8. 在假设检验中，H_0 表示原假设，H_1 表示备择假设，则称为犯第一类错误的是（　　）.

A. H_0不真，拒绝H_0； B. H_0不真，接受H_0；

C. H_0为真，接受H_0； D. H_0为真，拒绝H_0.

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 若随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A)=\frac{1}{2}$， $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$，则 $P(A\cup B)=$__________.

2. 若 K 在 $[0,3]$ 上服从均匀分布，则方程 $x^2+Kx+1=0$ 有实根的概率为__________.

3. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}1-e^{-2x} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$，则 X 的概率密度函数 $f(x)=$__________________________ .

4. 若 $X\sim N(3,2^2)$，则 $Y=2X+1$ 的方差 $D(Y)=$__________.

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立且同分布， $P(X=-1)=P(Y=-1)=\frac{1}{2}$ ， $P(X=1)=P(Y=1)=\frac{1}{2}$，则 $P(X=Y)=$__________.

6. 设总体 X 的均值为 μ 、方差为 σ^2， X_1,X_2,X_3 为来自 X 的样本，取 μ 的无偏估计量 $\hat{\mu}_1=\frac{2}{5}X_1+\frac{3}{5}X_3$， $\hat{\mu}_2=\frac{2}{3}X_2+\frac{1}{3}X_3$， $\hat{\mu}_3=\frac{1}{2}X_2+\frac{1}{2}X_3$，则 $\hat{\mu}_1$， $\hat{\mu}_2$， $\hat{\mu}_3$ 中最有效的是__________.

三、计算题（每小题 10 分，共 50 分）

1. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度 $f(x,y)=\begin{cases}x^2+\frac{1}{3}xy, & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

求 (X,Y) 的边缘概率密度 $f_X(x)$ 与 $f_Y(y)$.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}Ax, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

（1）求常数 A;

（2）对 X 进行 3 次独立观测，求至少有一次观测值小于 $\frac{1}{2}$ 的概率.

3. 设某年级学生的数学成绩服从正态分布，从中随机抽取 36 位考生的成绩，算得样本均值 $\bar{x}=66.5$（分），样本标准差 $s=15$（分），是否可以认为该年级学生的数学平均成绩为 70 分？

（已知显著性水平 $\alpha=0.05$，$u_{0.025}=1.96$，$t_{0.025}(35)=2.0301$）.

4. 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$， 如果取得一组样本 $X_1, X_2, \cdots X_n$，试求未知参数 θ 的最大似然估计.

5. 设离散型随机变量 X 的概率分布律为：

X	-2	-1	0	1	2	3
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

求：（1）$E(X)$；　（2）$D(X)$.

四、证明题（8 分）

设 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，证明统计量

$$Y=\frac{2(X_1^2+X_2^2+X_3^2)}{X_4^2+X_5^2+\cdots+X_9^2}$$ 服从 $F(3,6)$ 分布.