第三章 多维随机变量及其概率分布作业

专业、班级____________________ 姓名________________ 学号________________

一、选择题（每小题 4 分，共 32 分）

1．设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布律如下表，X 和 Y 相互独立，则 a 和 b 分别是（ ）.

$X \backslash Y$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	a	b

A． $a=\dfrac{1}{9}, b=\dfrac{2}{9}$； B． $a=\dfrac{2}{9}, b=\dfrac{1}{9}$； C． $a=\dfrac{5}{9}, b=\dfrac{4}{9}$； D． $a=\dfrac{4}{9}, b=\dfrac{5}{9}$.

2．设随机变量 X 和 Y 相互独立且同分布，$P(X=1)=P(Y=1)=\dfrac{1}{3}$，$P(X=-1)=P(Y=-1)=\dfrac{2}{3}$，则下列各式中不成立的是（ ）.

A． $P(X=Y)=1$； B． $P(X=Y)=\dfrac{5}{9}$； C． $P(X+Y=0)=\dfrac{4}{9}$； D． $P(XY=1)=\dfrac{5}{9}$.

3．设 $f(x,y)$ 为二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度函数，则（ ）不成立.

A． $f(x,y)$ 为可积函数； B． $f(x,y)>0$； C． $f(x,y)\ge 0$； D． $\iint\limits_{R^2} f(x,y)dxdy=1$.

4．设二维随机变量 (X,Y) 服从矩形区域 $D=\{(x,y)\,|\,a\le x\le b, c\le y\le d\}$ 上的均匀分布，则 X 服从区间（ ）上的均匀分布.

A． $[a,b]$； B． $[c,d]$； C． $[b,d]$； D． $[a,c]$.

5．设二维连续型随机变量 (X,Y) 服从区域 D 上的均匀分布，其中区域 D 由曲线 $y=x^2$ 和 $y=x^3$ 所围，则 (X,Y) 的联合密度函数为（ ）.

A． $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{12}, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D\end{cases}$； B． $f(x,y)=\begin{cases}12, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D\end{cases}$；

C． $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{6}, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D\end{cases}$； D． $f(x,y)=\begin{cases}6, & (x,y)\in D\\ 0, & (x,y)\notin D\end{cases}$.

6．设 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}kxy, & 0<x<1, 0<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则 $k=$（ ）.

A． 2； B． $\dfrac{1}{2}$； C． 3； D． 4.

7．设(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}8xy, & 0<x<1, 0<y<x \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，则随机变量$Y$的边缘密度函数为（　　）.

A．$\begin{cases}\int_y^1 8xydx, & 0<y<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　　B．$\begin{cases}\int_1^y 8xydx, & 0<y<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；

C．$\begin{cases}\int_0^1 8xydx, & 0<y<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$；　　D．$\begin{cases}\int_x^1 8xydx, & 0<y<1 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$.

8．设$X_1 \sim N(0,2)$，$X_2 \sim N(1,3)$，$X_3 \sim N(0,6)$，且X_1,X_2,X_3相互独立，$\Phi(x)$表示标准正态分布的分布函数，则$P(2 \le 3X_1+2X_2+X_3 \le 8)=$（　　）.

A．$\Phi(1)-\Phi(0)$；　B．$\Phi(1)-\Phi(2)$；　C．$\Phi(3)-\Phi(0)$；　D．$\Phi(5)-\Phi(0)$.

二、填空题（每空 4 分，共 36 分）

1．设(X,Y)为二维离散型随机变量，若$P(X=a)=\frac{3}{5}$，$P(X=a,Y=b)=\frac{9}{20}$，则$P(Y=b|X=a)=$__________．若X与Y相互独立，则$P(Y=b)=$__________.

2．设随机变量X_i（$i=1,2$）的概率分布律为：

X_i	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

且$P(X_1X_2=0)=1$，则$P(X_1=X_2)=$__________.

3. 设随机变量(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}4, & (x,y)\in D \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$,则区域$D$的面积 为__________.

4．设$X \sim N(1,4)$，$Y \sim N(2,9)$，且X与Y相互独立，$\Phi(x)$表示标准正态分布的分布函数，则$2X+Y \sim$__________，$P\{-1 \le 2X+Y \le 9\}=$__________.

5．设随机变量X和Y相互独立，X服从区间$[1,5]$上的均匀分布，Y服从参数为3的指数分布，则(X,Y)的联合密度函数为______________________________.

6．设二维随机变量(X,Y)的分布函数为$F(x,y)$，则$F(+\infty,+\infty)=$______，$F(-\infty,y)=$_______.

三、计算题（共 32 分）

1．　已知随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} ce^{-2x-y}, & 0<x<+\infty, 0<y<+\infty, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$

求:（1）常数 c；（2）边缘密度函数 $f_X(x)$， $f_Y(y)$．（12 分）

2．设二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布律如下表

X \ Y	0	1
0	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

（1）求 (X,Y) 的边缘概率分布律；（2）判断 X 与 Y 是否相互独立.（8 分）

3．已知二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{12}xy, & 0\le x\le 2, 2\le y\le 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，求：

（1） $P(X\ge 1, Y\le 3)$；　　（2） $P(X\le \frac{3}{2})$．（12 分）