

第二章 随机变量及其概率分布作业

专业、班级_____ 姓名_____ 学号_____

一、选择题（每小题 4 分，共 32 分）

1. 下列函数中可以作为某个随机变量的概率密度函数的是（ ）.

A. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & -\pi/2 < x < \pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$; B. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$;
C. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 < x < \pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$; D. $f(x) = \begin{cases} \cos x, & -3\pi/2 < x < \pi/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$.

2. 任何一个连续型随机变量的概率密度函数 $f(x)$ 一定满足（ ）.

A. $0 \leq f(x) \leq 1$; B. 在定义域内单调不减; C. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$; D. $f(x) > 0$.

3. 设 X 在 $[1, 4]$ 上服从均匀分布, 则 $P\{3 < X < 5\} =$ （ ）.

A. 0; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{2}{3}$; D. 1.

4. 若 $X \sim N(2, 2^2)$, $aX + b \sim N(0, 1)$, 则 a, b 分别等于（ ）.

A. 2, -2; B. -2, -1; C. $\frac{1}{2}, -1$; D. $\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}$.

5. 设随机变量 $X \sim N(1, 4^2)$, $Y \sim N(3, 2^2)$, 且 $P\{X \leq 5\} = p_1$, $P\{Y \geq 1\} = p_2$, 则（ ）.

A. $p_1 = p_2$; B. $p_1 > p_2$; C. $p_1 < p_2$; D. 不能确定 p_1, p_2 的大小.

6. 设 $X \sim N(3, 4)$, 则下列式子一定成立的是（ ）.

A. $P\{X > 3\} = P\{X \leq 3\}$; B. $P\{X > 2\} = P\{X \leq 2\}$;

C. $P\{X > \sqrt{2}\} = P\{X \leq \sqrt{2}\}$; D. $P\{X > 0\} = P\{X \leq 0\}$.

7. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $P\{a < X \leq b\} =$ （ ）.

A. $F(b) - F(a) - P\{X = a\}$; B. $F(b) - F(a)$
C. $F(b) - F(a) + P\{X = b\}$; D. $F(b) - F(a) - P\{X = a\} + P\{X = b\}$.

8. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F_X(x)$, 则随机变量 $Y = 1 - 2X$ 的分布函数 $F_Y(y)$ 为（ ）.

A. $F_X(\frac{1}{2} + \frac{y}{2})$; B. $1 - F_X(\frac{1}{2} - \frac{y}{2})$; C. $1 - F_X(\frac{1}{2} + \frac{y}{2})$; D. $F_X(\frac{1}{2} - \frac{y}{2})$.

二、填空题（每空 4 分，共 40 分）

1. 设离散型随机变量 X 的概率分布律为:

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$1-2q$	q^2

则 $q =$ _____.

2. 设随机变量 $X \sim B(2, p)$, $Y \sim B(3, p)$, 若 $P\{X \geq 1\} = \frac{5}{9}$, 则 $P\{Y \geq 1\} =$ _____.

3. 设随机变量 X 在区间 $[2,5]$ 上服从均匀分布, 对 X 进行三次独立观测时, 设 Y 表示三次独立观测中 X 的观测值大于 3 的次数, 则随机变量 Y 服从_____, 且 $P\{Y=1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设随机变量 $X \sim P(\lambda)$, 且已知 $P\{X=2\} = P\{X=3\}$, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设随机变量 ξ 在区间 $[1,6]$ 上服从均匀分布, 则方程 $x^2 + \xi x + 1 = 0$ 有实根的概率为_____.
6. 设连续型随机变量 $X \sim N(2,5)$, 则 $P\{X=7\} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = Ae^{-|x|}$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 若 $X \sim N(1,1)$, 则 $Y = 2X + 1$ 服从_____, $P\{-2 \leq Y \leq 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$. (利用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 表示)

三、计算题 (共 28 分)

1. 已知随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} cx^2, & -2 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求: (1) 常数 c ;
(2) $P\{-1 \leq X < 2\}$; (3) 分布函数 $F(x)$. (12 分)

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} x/2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 现对 X 进行 4 次独立观测, 求至多有 3 次观测值大于 1 的概率. (8 分)

3. 已知连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \sin x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$, 求: (1) $P\left\{|X| < \frac{\pi}{6}\right\}$;

(2) X 的概率密度函数 $f(x)$. (8 分)