第四章　随机变量的数字特征作业

正态分布的重要结论（第二章第三章相关内容）：

（1）若 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $aX+b \sim N(a\mu+b,a^2\sigma^2), aX \sim N(a\mu,a^2\sigma^2), \dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$，其中 $a \neq 0$.

（2）若 X，Y 相互独立，$X \sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y \sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，$a_1a_2 \neq 0$，则

$$X+Y \sim N(\mu_1+\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2),\quad a_1X+a_2Y \sim N(a_1\mu_1+a_2\mu_2,a_1^2\sigma_1^2+a_2^2\sigma_2^2).$$

（3）若 $X_1, X_2,..., X_n$ 相互独立，$X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$，$i=1,2,...,n$，$a_1a_2...a_n \neq 0$，则 $\sum_{i=1}^{n} a_iX_i \sim N(\sum_{i=1}^{n} a_i\mu_i, \sum_{i=1}^{n} a_i^2\sigma_i^2)$.

（4）若 $X_1, X_2,..., X_n$ 独立同分布于 $N(\mu,\sigma^2)$，令 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，则

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim N(n\mu,n\sigma^2),\quad \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \sim N(0,1),\quad \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

一、选择题

1．设 X 为随机变量，$E(X)=-2$，则 $E(-2X+3)$ =(　　)．A．-1；B．7；C．-5；D．4．

2．设 X 为随机变量，$D(X)=3$，则 $D(-2X+3)$ =(　　)．A．15；B．12；C．-3；D．6．

3．设 X 为随机变量，$E(X)=-1$，$D(X)=3$，则 $E(3X^2+20)$ =(　　)．A．18；B．9；C．30；D．32．

4．设随机变量 X,Y 相互独立，且方差均存在，则 $D(2X-3Y)=$ (　　)．

A．$2D(X)-3D(Y)$；B．$4D(X)-9D(Y)$；C．$4D(X)+9D(Y)$；D．$2D(X)+3D(Y)$．

5．设 X,Y 为两个随机变量，则下列各式恒成立的是(　　)．　A．$E(XY)=E(X)E(Y)$；

B．$D(X-Y)=D(X)+D(Y)$；C．$E(X+1)=E(X)+1$；D．$D(X+1)=D(X)+1$．

6．设随机变量 X 的方差为 4，则 $P\{|X-E(X)|<3\}$ =(　　)．A．$\geq\frac{4}{9}$；B．$\geq\frac{5}{9}$；C．$\leq\frac{4}{9}$；D．$\leq\frac{5}{9}$．

7. (X,Y) 是二维随机变量，与 $\mathrm{Cov}(X,Y)=0$ 不等价的是(　　)．A．$E(XY)=E(X)E(Y)$；

B．$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$；C．$D(X-Y)=D(X)+D(Y)$；D．X 与 Y 相互独立．

二、填空题

1．设随机变量 $X \sim B(3,p)$，若 $P\{X \geq 1\}=\frac{19}{27}$，则 $D(X)=$ ___①___．

2．设随机变量 $X \sim P(\lambda)$，且已知 $P\{X=2\}=P\{X=3\}$，则 $E(X)=$ ___②___．

3．设随机变量 X 和 Y 独立，且 $X \sim N(2,3)$，$Y \sim N(3,4)$，设 $Z=4X-3Y+5$，则 $E(Z)=$ ___③___．

4．已知 X 服从参数为 2 的指数分布，则 $E(X^2)=$ ___④___．

5．设 X 为随机变量, $E\left(X\right)=\mu, D\left(X\right)=\sigma^2$，则 $P\{|X-\mu|\geq 3\sigma\}\leq$ ____⑤____.

6．设随机变量 $X \sim N(\mu, 4)$，且已知 $E(X^2)$=5, $\mu \geq 0$，则 X 的密度函数为______⑥______.

第四章　随机变的数字特征作业答题卡

班级 ____________**学号** ____________ **姓名** ____________**成绩**____________#

一、选择题答案 1、_____2、_____3、_____4、_____5、_____6、_____7、_____

二、填空题答案①__________②__________③__________④__________⑤__________⑥__________________

三、计算题

1．设随机变量 X 的概率分布律为 $P(X=k)=1/5$，$k=1,2,3,4,5$，求 $E(X)$，$D(X)$，$E(3X+2)$，$D(3X+2)$.

2．已知 X 的概率密度函数是 $f(x)=\begin{cases} x/2, & 0<x<2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，求 $E(X)$，$D(X)$，$E(X^2+2)$.

3．设随机变量 X，Y 的方差分别为25和36，相关系数为0.4，求 $D(X+Y)$ 以及 $D(X-Y)$.

四、证明题　设随机变量 X 的数学期望为 $E(X)$，方差为 $D(X)>0$，引入新的随机变量 X^*（称为标准化的随机变量），

$X^*=\dfrac{X-E(X)}{\sqrt{D(X)}}$，证明：$E(X^*)=0, D(X^*)=1$.