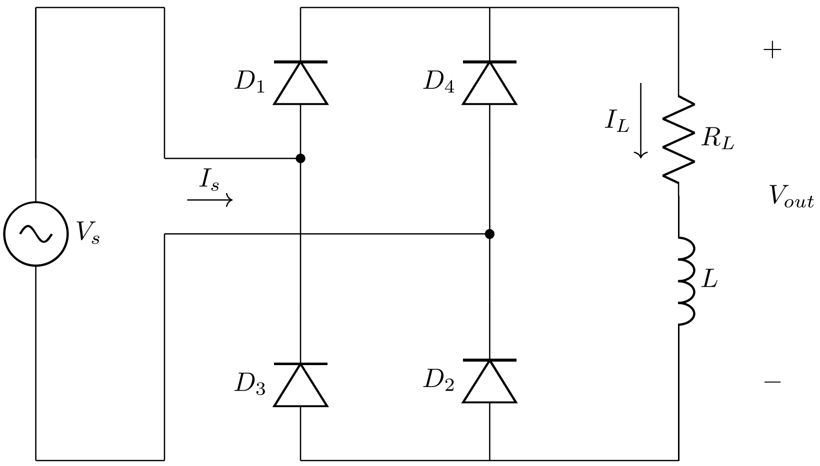
Retificador Monofásico de Onda Completa com Filtro Capacitivo

João Pedro Rey

July 2025

1 Retificador Monofásico de Onda Completa com Carga RL



Considere o conversor CA/CC monofásico não controlado de onda completa ilustrado na figura acima. Seja a fonte de tensão representada por $V_s(t) = V_m \sin(wt)$. O valor médio da tensão de saída da ponte retificadora é dado por:

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \sin(\omega t)\, d(\omega t)$$

Portanto, o valor médio da tensão de saída é dado por:

$$V_o = \frac{2V_m}{\pi}$$

Consequentemente, considerando que a corrente média no indutor em regime permanente é zero, a corrente média na carga é dada por:

$$I_o = \frac{2V_m}{\pi R_L}$$

A tensão RMS na carga é expressa por:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m^2 \sin^2(\omega t)\, d(\omega t)} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Nota-se através das formas de onda abaixo que a tensão de saída tem o dobro da frequência da tensão de entrada, sendo uma tensão contínua pulsada.

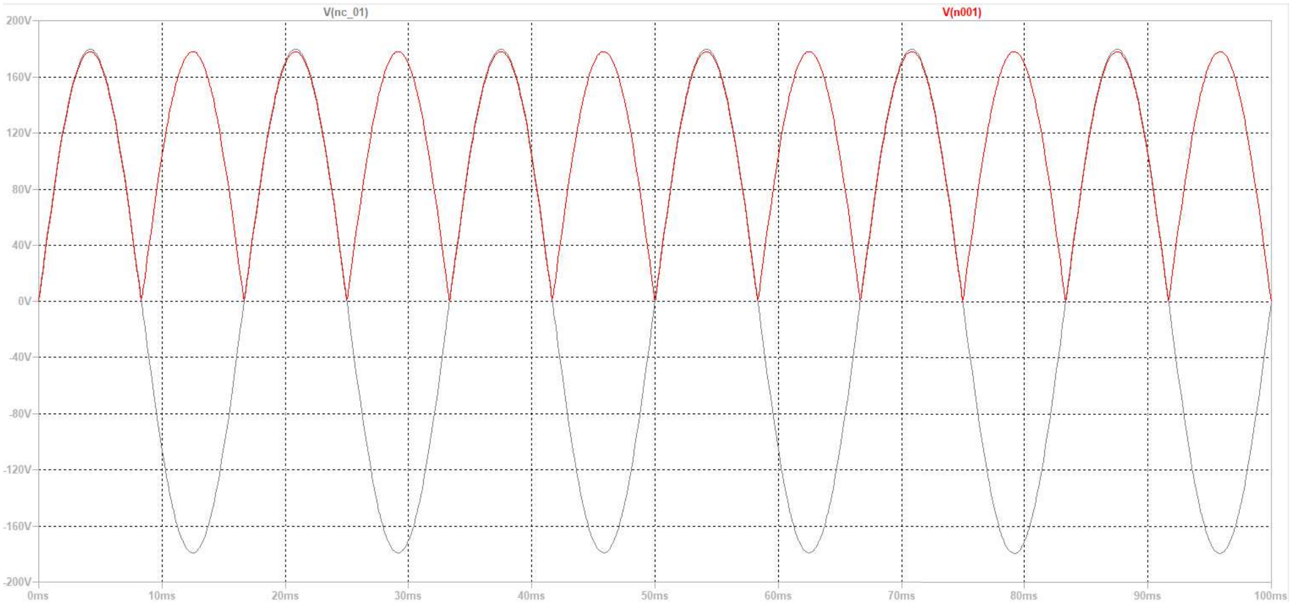


Figure 1: Formas de onda da tensão de entrada V_s e tensão de saída V_{out}.
Legenda: V_{out}, V_s.

A tensão de saída do retificador pode ser expressa através da série de Fourier como uma componente DC seguida de uma soma de componentes harmônicas múltiplas de ordem par da frequência fundamental. Portanto $V_{out}(t)$ é dado por:

$$V_{out}(t) = V_o + \sum_{n=2,4,6\ldots}^{\infty} V_n \cos(n\omega_0 t + \pi)$$

Onde V_o e V_n são dados por:

$$V_o = \frac{2V_m}{\pi}; V_n = \frac{2V_m}{\pi}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}\right)$$

Logo, a corrente RMS na carga pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$I_{rms} = \sqrt{I_o^2 + \sum_{n=2,4,6\ldots}^{\infty} \left(\frac{V_n}{Z_n}\right)^2}$$

Onde Z_n refere-se à impedância da carga, sendo expressa por:

$$Z_n = \sqrt{R_L^2 + (nwL)^2}$$

A potência absorvida pela carga é dada por:

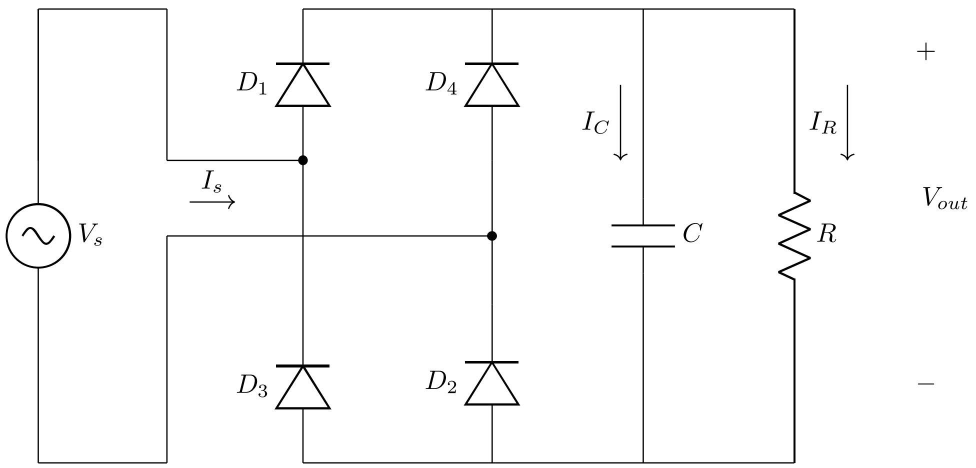
$$P = I_{rms}^2 \times R_L$$

O fator de potência é dado através da expressão:

$$FP = \frac{P}{I_{rms}V_{rms}}$$

2 Filtro Capacitivo

Para reduzir a ondulação apresentada na tensão de saída do retificador utiliza-se um filtro capacitivo em paralelo com a carga. Como ilustra o circuito a seguir.



A forma de onda em vermelho apresentada no gráfico acima refere-se à tensão de saída aplicada à carga com o capacitor de filtro adicionado.

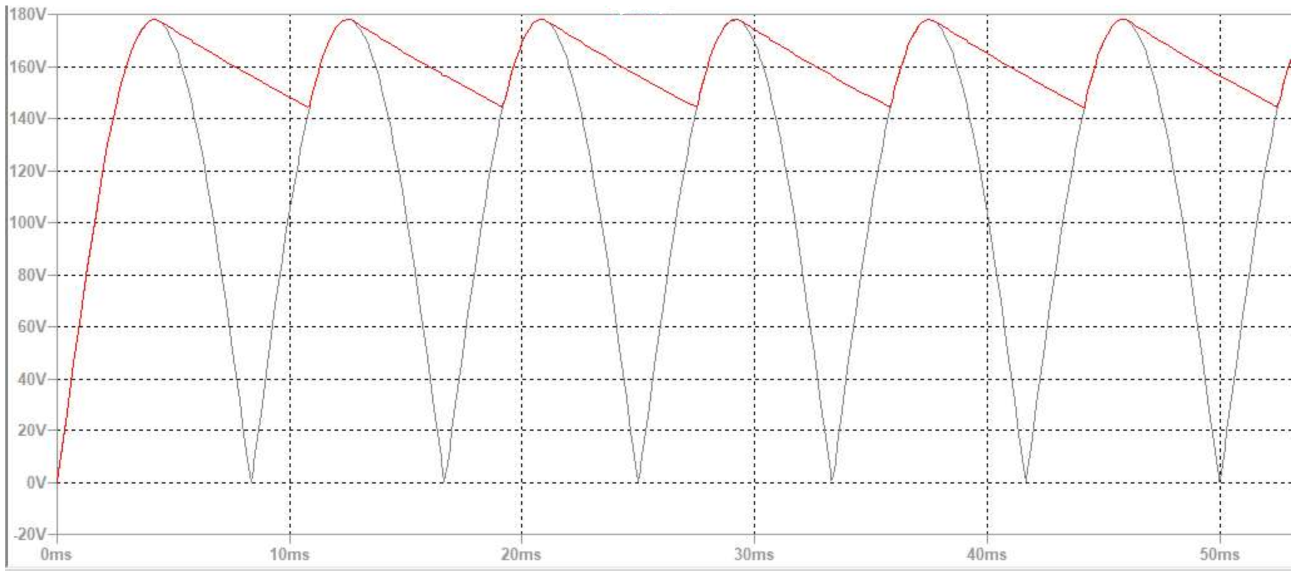


Figure 2: Tensão de saída com filtro capacitivo
Legenda: Com filtro , Sem filtro.

Nota-se que o funcionamento do circuito se dá a partir do carregamento do capacitor. No momento inicial, o capacitor se carrega até a tensão de pico da fonte. No momento em que a tensão da fonte torna-se menor que a tensão no capacitor, os diodos D1 e D2 entram em bloqueio. Neste ponto, o capacitor sustenta toda a tensão na carga e se descarrega até o momento em que a tensão da fonte passa a ser maior que a tensão no capacitor e os diodos D3 e D4 passam a conduzir. Portanto a tensão de saída V_{out} é dada por:

$$V_{out}(\omega t) = \begin{cases} V_m \sin(\omega t), & \text{diodo ligado} \\ V_\theta e^{-(\omega t - \theta)/\omega RC}, & \text{diodo desligado} \end{cases}$$

O ângulo $\omega t = \theta$ refere-se ao momento em que a tensão da fonte torna-se menor que a tensão no capacitor. Sendo $V_\theta = V_m \sin\theta$.

No ponto $\omega t = \theta$ as inclinações das retas tangentes ao ponto são equivalentes, portanto:

$$\frac{d[V_m sin(\omega t)]}{d(\omega t)} = \frac{d[V_\theta e^{-(\omega t - \theta)/\omega RC}]}{d(\omega t)}$$

$$V_m \cos\theta = \left(\frac{V_m \sin\theta}{-\omega RC}\right) e^{\frac{-(\theta-\theta)}{\omega RC}}$$

$$\frac{V_m \cos\theta}{V_m \sin\theta} = \frac{1}{-\omega RC}$$

$$\theta = -tg^{-1}(\omega RC) + \pi$$

Resolvendo V_{out} para $\omega t = \pi + \alpha$, onde α é o ângulo em que a tensão da fonte ultrapassa a tensão no capacitor novamente, tem-se:

$$V_m \sin(\pi + \alpha) = V_m \sin(\theta) e^{\left(\frac{-(\pi+a-\theta)}{\omega RC}\right)}$$

$$\sin\alpha - (\sin\theta) e^{\left(\frac{-(\pi+a-\theta)}{\omega RC}\right)} = 0$$

A partir do valor calculado numericamente de α, é possível determinar o ripple de tensão $\triangle V_o$ em cima da carga como sendo:

$$\triangle V_o = V_{máx} - V_{min} = V_m(1 - \sin\alpha)$$

Considerando um valor para a constante RC muito maior quando comparado ao valor do período da onda senoidal, pode-se considerar o ângulo $\theta \approx \pi/2$ e a tensão de saída como $V_{out} \approx V_m$. Portanto, analisando para $\alpha = \pi/2$, o valor do ripple de tensão pode ser aproximado para:

$$\triangle V_o \approx \frac{V_m}{2fRC}$$

Através da montagem do circuito em laboratório é possível analisar as formas de onda com o osciloscópio, bem como a ondulação da tensão de saída para valores diferentes de capacitores de filtro.

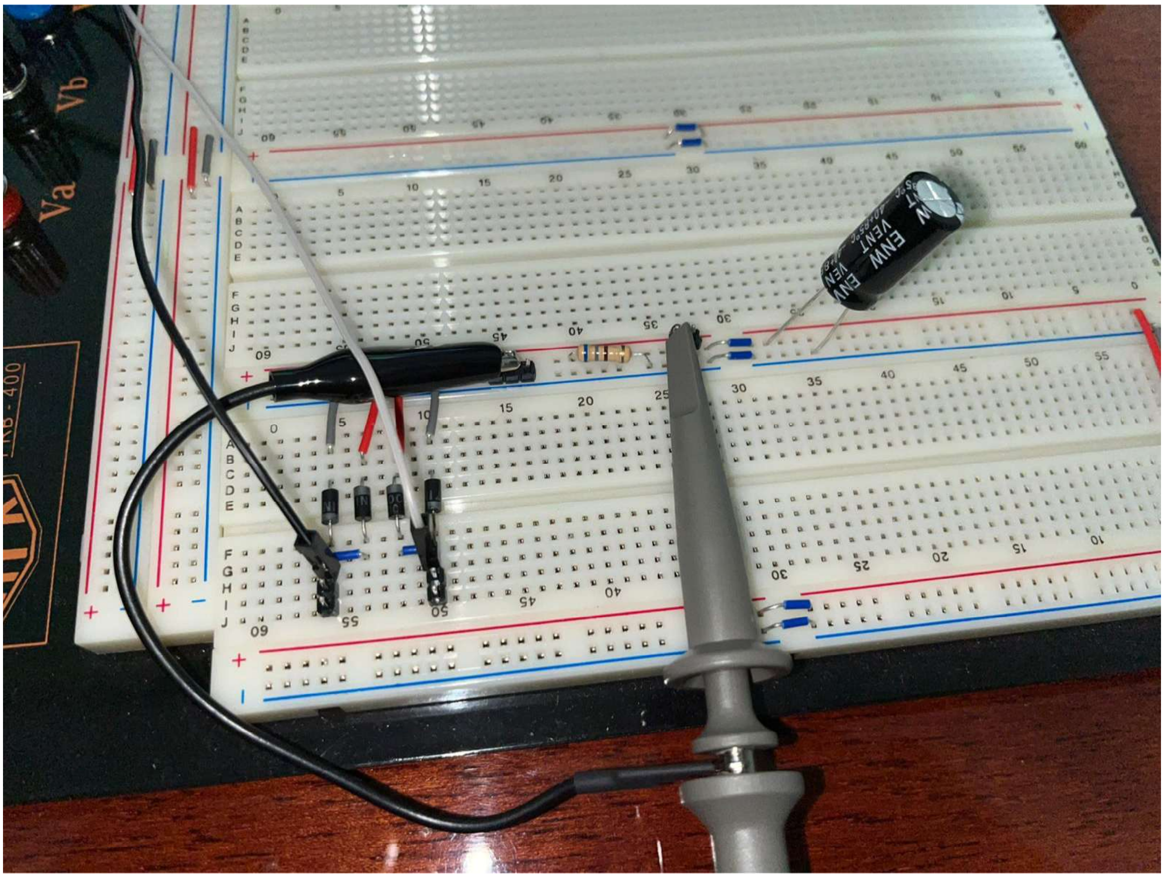


Figure 3: Montagem na Protoboard.

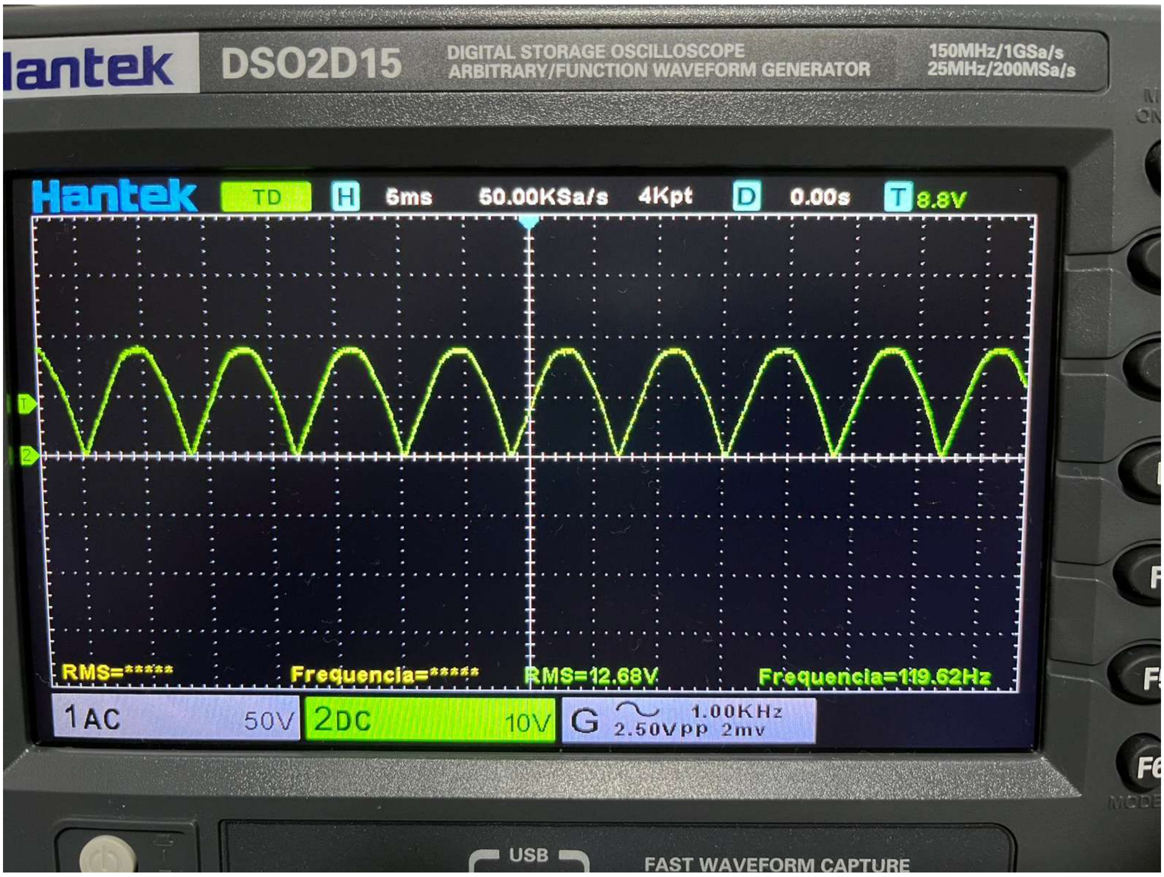


Figure 4: Tensão de saída sem filtro capacitivo

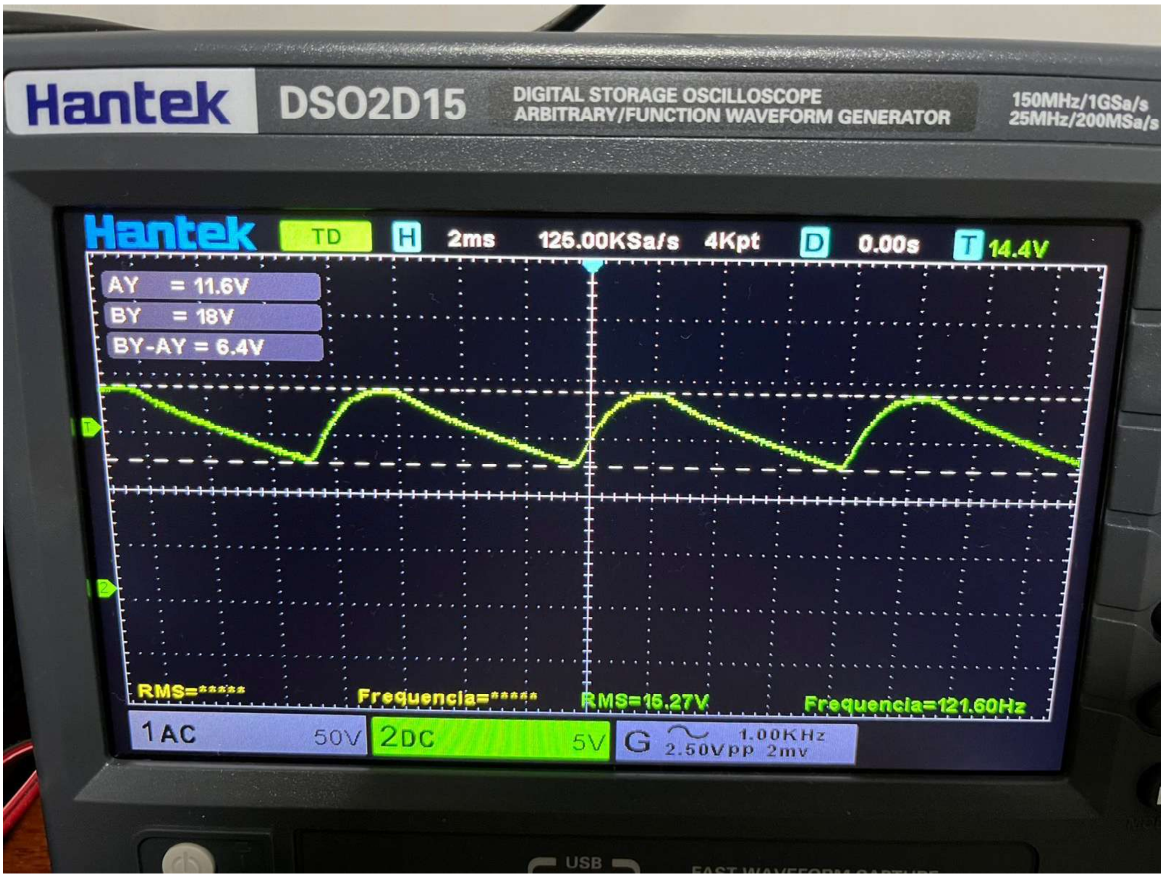


Figure 5: Tensão de saída com filtro capacitivo - Capacitor $22\mu F$

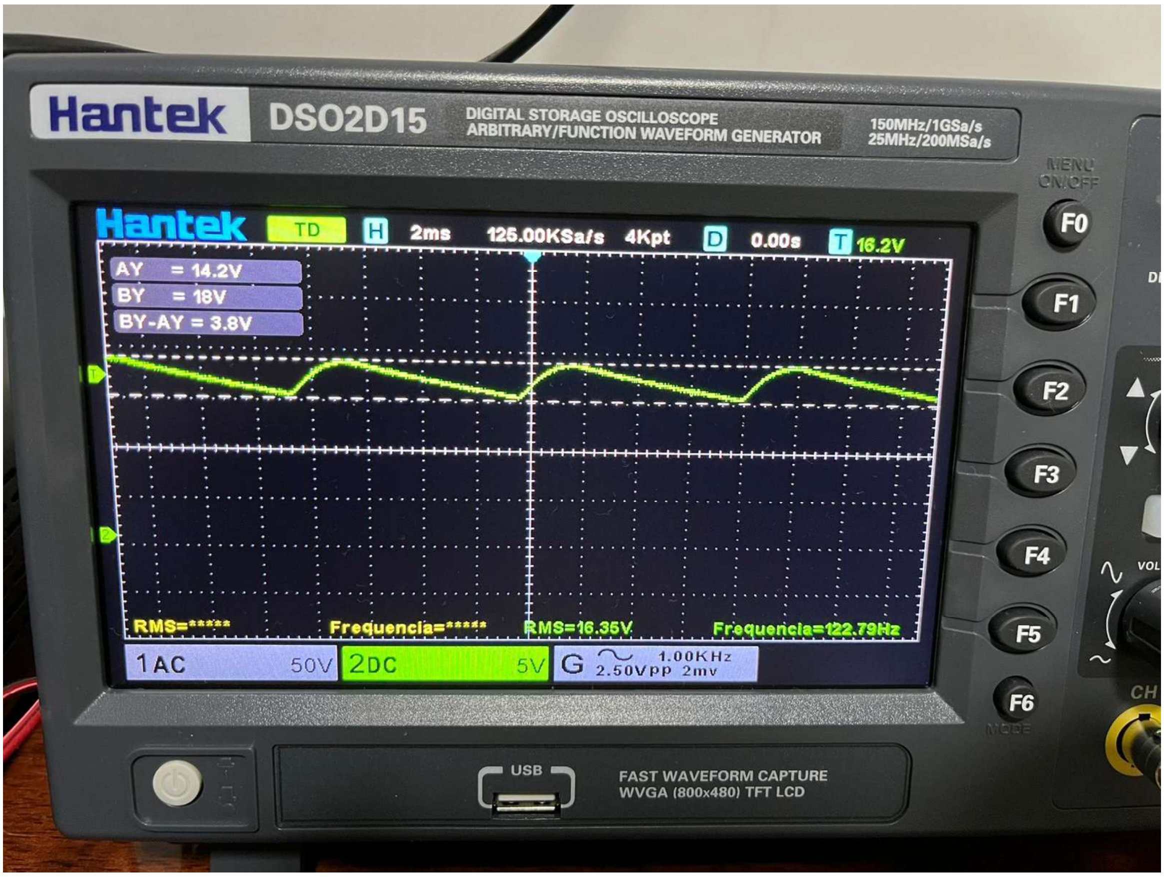


Figure 6: Tensão de saída com filtro capacitivo - Capacitor $47\mu F$

Nota-se que um valor maior para o capacitor acarreta em uma variação de tensão menor sob a carga, de forma que se o valor da capacitância do filtro for suficientemente alto, a ondulação de tensão será muito pequena. Desta forma, é possível entregar uma tensão DC praticamente constante para a carga.

Devido ao fato de o capacitor sustentar a tensão na carga na maior parte do tempo, o perfil de tensão na carga se eleva com o filtro capacitivo pois o mesmo mantém a tensão mais próxima da tensão de pico durante a condução.

3 Corrente de pico no diodo

Um fator de projeto importante para o filtro capacitivo refere-se à corrente de pico nos diodos da ponte retificadora. Além de se atentar com a tensão de pico reversa sob os diodos, é necessário dimensionar a corrente de pico que o capacitor vai acarretar em cima dos mesmos.

A corrente I_C pode ser expressa em função da frequência ωt por:

$$I_C(\omega t) = \omega C \frac{dV_{out}(\omega t)}{d(\omega t)}$$

$$V_{out}(\omega t) = \begin{cases} -\frac{V_m \sin\theta}{R} e^{\frac{-(\omega t \theta)}{\omega RC}} & para\ \ \theta < \omega t < \pi + \alpha \text{ diodo ligado} \\ \omega C V_m \cos\omega t & para\ \ \pi + \alpha < \omega t < \pi + \theta \text{ diodo desligado} \end{cases}$$

Considerando que a corrente no diodo $I_D = I_R + I_C$, tem-se que a corrente de pico no diodo ocorre em $\omega t = \pi + \alpha$ no momento que o mesmo entra em condução. Portanto a corrente de pico no diodo será determinada por:

$$I_{D,pico} = I_{R,pico} + I_{C,pico}$$

$$I_{C,pico} = \omega C \cos(\pi + \alpha) = -\omega C \cos(\alpha)$$

$$I_{R,pico} = \frac{V_m \sin(\pi + \alpha)}{R} = -\frac{V_m \sin(\alpha)}{R}$$

Portanto, a corrente de pico no diodo é dada por:

$$I_{D,pico} = \left| -\omega C \cos(\alpha) - \frac{V_m \sin(\alpha)}{R} \right| = V_m \left(\omega C \cos(\alpha) + \frac{\sin(\alpha)}{R} \right)$$

A forma de onda da corrente que circula nos diodos é ilustrado como segue.

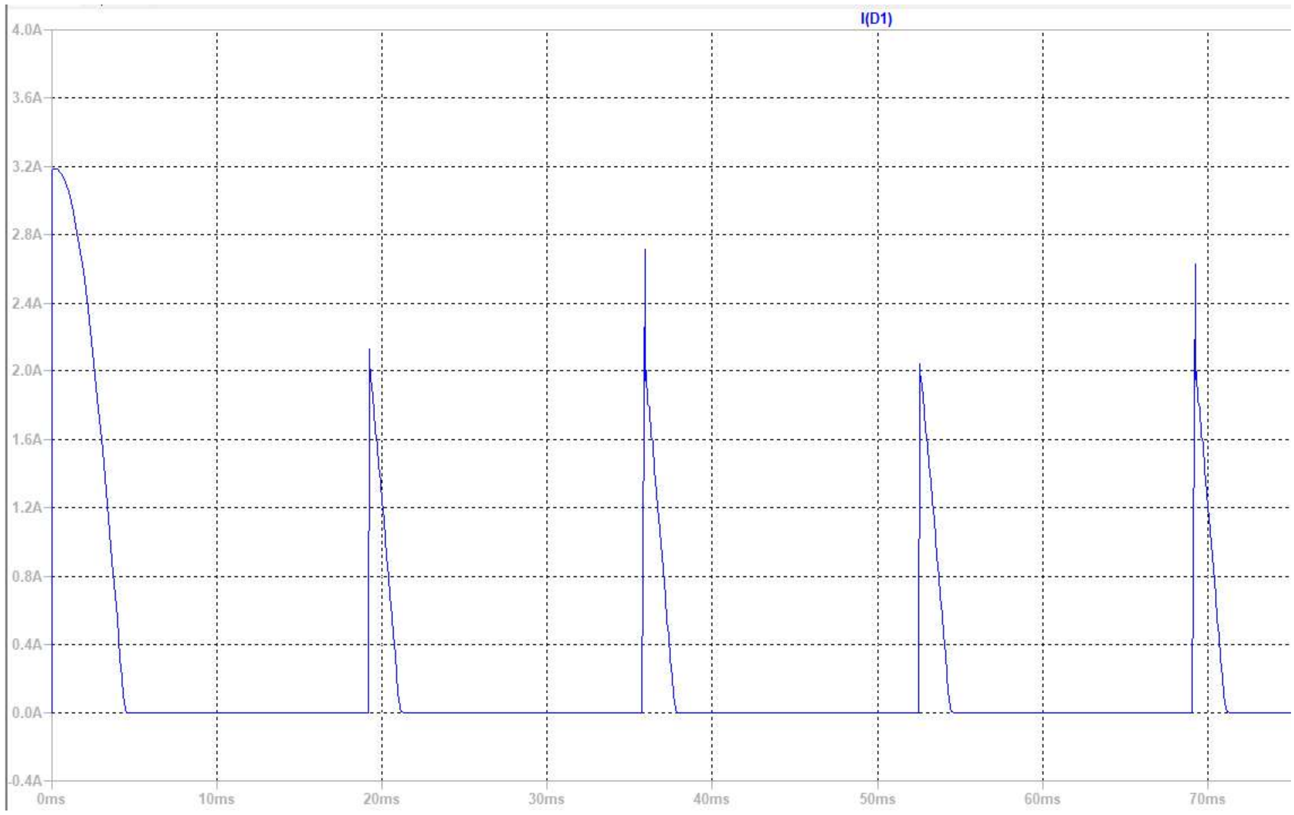


Figure 7: Corrente de pico no diodo

O valor alto de corrente de partida em cima do diodo é comum devido à energização do circuito. No entanto, é necessário dimensionar de forma correta os diodos da ponte retificadora de forma a garantir que os mesmos vão suportar esta corrente de pico que o filtro capacitivo impõe ao funcionamento do circuito.