ANALISIS MATEMATICO I
(RESUMEN)

LIMITES

Lo primero que debemos hacer al realizar un limite es analizar la TENDENCIA esto nos permite ver si el limite da un numero o si el limite se encuentra INDETERMINADO.

Dependiendo del tipo de INDETERMINACION se presentan diferentes maneras de SALVARLO.

RECORDAR
Para que un limite exista sus limites LATERALES deben ser IGUALES

INDETERMINACION $\frac{\to 0}{\to 0}$

Este tipo de indeterminación presenta 3 casos:

1) COEFICIENTE DE POLINOMIOS: En este caso se debe factorizar por metodos como: y simplifico.

(TAMBIEN EXISTE FACTOREO CUADRATICO)
• $A \cdot (X - X_1) \cdot (X - X_2)$ → EXCEPCIONALES
Los mas simples y efectivos

• RUFINNI: TOMANDO la TENDENCIA de la "X" como raiz.

• DIFERENCIA DE CUADRADOS: $(a^2 - b^2) = (a+b) \cdot (a-b)$

Ej: $\lim_{x \to 3} \left(\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 6x + 9}\right) = \frac{3^2 - 7 \cdot 3 + 12}{3^2 - 6 \cdot 3 + 9} = \frac{\to 0}{\to 0}$ } Analizo tendencia y me da indeterminado

SALVO CON RUFFINI (EN ESTE CASO ARRIBA Y ABAJO)

$X^2 - 7X + 12$

"X→3"

	1	-7	12 } COEFICIENTES P(X)
3		3	-12
	1	-4	0 → ✓

BAJO UN GRADO

$(X-3) \cdot (X-4)$

LO MISMO CON EL DE ABAJO

$X^2 - 6X + 9$

	1	-6	9
3		3	-9
	1	-3	0

$(X-3) \cdot (X-3)$

JUNTO

$$\underbrace{\lim_{x \to 3} \frac{\cancel{(x-3)} \cdot (x-4)}{\cancel{(x-3)} \cdot (x-3)}}_{\text{ESTA ES UNA FUNCION EQUIVALENTE A LA PRIMERA}} \overset{\text{SIMPLIFICO}}{=} \lim_{x \to 3} \frac{(x-4)}{x-3} \overset{\text{Y COMPRUEBO TENDENCIA}}{=} \lim_{x \to 3} \frac{3-4}{3-3} = \frac{-1}{0} = \infty$$

} COMPRUEBO POR 3^+ y 3^- y si me da infinito − 1+ entonces es ∞

POR QUE → $\frac{N^\circ}{\to 0} = \infty$

$\frac{+}{+} = +$ | $\frac{\pm}{-} = -$ | $\frac{-}{-} = +$

2) COCIENTES DE IRRACIONALES: En este caso debe RACIONALIZAR multiplicando y dividiendo por el conjugado de la expresión IRRACIONAL (por 1 si hay 1 solo o por las 2 si hay arriba y abajo).

RACIONALIZACIÓN Ej:

$$\lim_{x\to 7}\left(\frac{3-\sqrt{x+2}}{2-\sqrt{x-3}}\right)=\frac{3-\sqrt{9}}{2-\sqrt{4}}=\frac{\to 0}{\to 0}$$ es Indeterminado

1° multiplico y divido por el conjugado (este caso ambos)

$$\lim_{x\to 7}\frac{3-\sqrt{x+2}}{2-\sqrt{x-3}}\cdot\underbrace{\frac{3+\sqrt{x+2}}{3+\sqrt{x+2}}}_{\text{CONJ. NUM.}}\cdot\underbrace{\frac{2+\sqrt{x-3}}{2+\sqrt{x-3}}}_{\text{CONJ. DEN.}}$$

2° DISTRIBUTIVA E INEVITABLEMENTE QUEDAN DIF. CUADRADOS (ARRIBA Y ABAJO)

CAMBIO SIGNO

$$\lim_{x\to 7}\frac{(3)^2-(\sqrt{x+2})^2}{(2)^2-(\sqrt{x-3})^2}\cdot\frac{2+\sqrt{x-3}}{3+\sqrt{x+2}}$$

3° SIMPLIFICO

ME CONVIENE MANTENERLAS SEPARADO

$$\lim_{x\to 7}\frac{9-x-2}{4-x+3}\cdot\frac{2+\sqrt{x-3}}{3+\sqrt{x+2}}$$

$$\lim_{x\to 7}\frac{\cancel{7-x}}{\cancel{7-x}}\cdot\frac{2+\sqrt{x-3}}{3+\sqrt{x+2}}$$

* Recordar que la potencia se distribuye en el producto

4° Analizo TENDENCIA

$$\lim_{x\to 7}\frac{2+\sqrt{7-3}}{3+\sqrt{7+2}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$ es el límite!

NOTA

ANTES DE CONTINUAR con la siguiente caso de indeterminación nos conviene saber algo fundamental para la resolución de los próximos límites.

ALGEBRA DE LIMITES

PROPIEDADES IMPORTANTES

- $\lim\limits_{x \to a} [K \cdot F(x)] = K \cdot \lim\limits_{x \to a} f(x)$

- $\lim\limits_{x \to a} [f(x) \pm g(x)] = \lim\limits_{x \to a} f(x) \pm \lim\limits_{x \to a} g(x)$ } FUNCIONA CON SUMA, RESTA, MULTIPLICACION E INCLUSO DIVISION (MIENTRAS EL DE ABAJO NO SEA CERO)

$$= \frac{\lim\limits_{x \to a} f(x)}{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$$

- $\lim\limits_{x \to a} [f(x)]^m = \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]^m$

- $\lim\limits_{x \to a} \left[f(x)^{g(x)}\right] = \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]^{\lim\limits_{x \to a} g(x)}$

- $\lim\limits_{x \to a} [\ln f(x)] = \ln \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]$ si $\lim\limits_{x \to a} f(x) > 0$

Ahora si...

3) FUNCIONES TRIGONOMETRICAS (último caso indeterminación $\frac{\to 0}{\to 0}$)

Para este caso debemos tener en cuenta un par de cosas:

- Si queremos hacer una tabla de valores de un límite trigonométrico entonces debemos trabajar con RADIANES, ya que estos son los valores reales de los ángulos:

$$180° = \pi \quad y \quad \frac{\pi}{2} = R \text{ (RADIAN)}$$

CUANDO ANALIZO/CALCULO LA TENDENCIA LO HAGO EN RADIANES (CALCULADORA)

Pero para salvar estos límites nos ayudaremos de 2 cosas

LIMITE BASICO

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1 = \lim_{x \to 0} \frac{x}{\operatorname{sen}(x)}}$$

CON ESTO NOS PUEDEN SERVIR ESTAS EQUIVALENCIAS:

- $(\operatorname{sen} x)^2 + (\cos x)^2 = 1$
- $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$
- $\operatorname{cosec} = \frac{1}{\operatorname{sen}(x)}$
- $\tan = \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$
- $\operatorname{cotan} = \frac{1}{\tan} = \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$

CAMBIO DE VARIABLE

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{3x} = \lim_{T \to 0} \frac{\operatorname{sen}(T)}{T} = 1$$

$$x \to 0 \Rightarrow T = 3 \cdot 0 = 0 \qquad T \to 0$$

TRANSFORMAMOS NUESTRA VARIABLE EN OTRA QUE NOS AYUDA A PARECERSE MAS AL LIMITE BASICO

También sirve recordar que: $\boxed{\lim_{x\to 0} \frac{Tg(x)}{x} = 1}$ PARECIDO LIM. BASICO

Ej trigonométricas lim:

$$\lim_{x\to 1} \frac{3x-3}{sen(x-1)} = \frac{3\cdot 1-3}{sen(1-1)} = \frac{\to 0}{\to 0} \text{ Indet.}$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{3(x-1)}{sen(x-1)} = 3 \cdot \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)}{sen(x-1)} =$$

C. VARIABLE

$T = x-1$ si $x \to 1$

$T \to 1-1 = 0$

$$= \underbrace{\lim_{T\to 0} \frac{T}{sen(T)}}_{1} \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 3$$

CASO DE INDETERMINACIÓN "$\frac{\infty}{\infty}$"

RECORDAR

- $\lim_{x\to\infty} P(x)$ (POLINOMIO) $\triangleq \lim_{x\to\infty} x^{M.G}$ (x mayor grado)
- Cuando hablo "∞" no existen límites laterales

Si un cociente racional nos da como resultado

- $\frac{\infty}{N°} = \infty$ | $\frac{N°}{\infty} = 0$

Pero si este tiende a $\frac{\infty}{\infty}$ nos encontramos ante una indeterminación que $\frac{\infty}{\infty}$ se resuelve así:

- SE TOMA LA X DE MAYOR GRADO DEL NUM. O DEN, Y DIVIDE A TODOS LOS TERMINOS, LUEGO SE SIMPLIFICAN LAS X Y LAS QUE QUEDAN COMO DENOMINADORAS TIENDEN A Ø AL REEMPLAZAR LA TENDENCIA A ∞.

Ej: $$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^4+2x^2}{8\underbrace{x^6}_{x.M.G}+3x+2} = \frac{\to\infty}{\to\infty}$$

- DIVIDO X.MG

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x^4}{x^6} + \frac{2x^2}{x^6}}{\frac{8x^6}{x^6} + \frac{3x}{x^6} + \frac{2}{x^6}} =$$

- SIMPLIFICO

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\underbrace{\frac{3}{x^2}}_{\to 0} + \underbrace{\frac{2}{x^4}}_{\to 0}}{8 + \underbrace{\frac{3}{x^5}}_{0} + \underbrace{\frac{2}{x^6}}_{0}} =$$

"$\frac{N°}{\infty} = 0$"

- ANALIZO

$$\lim_{x\to\infty} \frac{0+0}{8+0+0} = \frac{0}{8} = 0$$

TEOREMA COMPROBACIÓN

SI LA X DE M.G SE ENCUENTRA:

- En el NUMERADOR $= \infty$
- En el DENOMINADOR $= 0$
- Igual en el NUM. y DEN. $=$

$$= \frac{\text{COEFICIENTE PRINCIPAL NUM.}}{\text{COEFICIENTE PRINCIPAL DEN.}}$$

LIMITES EXPONENCIALES

Un limite exponencial es todo aquel en cual encontramos a una variable "X" que tiende a "∞" en el exponente del mismo:

$$\boxed{\lim_{x \to \infty} a^x, \quad \text{Si} \quad a > 0 \wedge a \neq 1}$$

Cuando nos encontremos con este caso deberemos tender a $+\infty$ y $-\infty$ de manera separada, y se cumpliera esta tabla:

$\boxed{\text{Si } 0 < a < 1}$	$\boxed{\text{Si } a > 1}$
• $\lim_{x \to +\infty} a^x = 0$	• $\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty$
• $\lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty$	• $\lim_{x \to -\infty} a^x = 0$

RECORDAR

BASE NEGATIVA!
EXPONENTE • PAR = +
• IMPAR = −

Por lo general en este tipo de limites hay que desdoblar

INDETERMINACION DEL TIPO "$+\infty - \infty$"

$$(\to +\infty) - (\to +\infty)$$

Pasamos a un nuevo tipo de indeterminación, "$+\infty - \infty$". Para salvar esta indeterminación:

Ej: $\underbrace{\lim_{x \to 3^-} \left(\frac{2x}{x^2-9} - \frac{4}{5x-15} \right)}$ $= (-\infty) - (\to -\infty) = -\infty + \infty$

En regla general esta indeterminacion lo encontramos de esta manera, una RESTA DE FUNCIONES RACIONALES

1- PARA SALVARLA DEBEMOS RESOLVER ESTA RESTA, PRIMERO FACTORIZEMOS LOS DENOMINADORES

$$\lim_{x \to 3^-} \left(\frac{2x}{x^2-9} - \frac{4}{5x-15} \right) = \lim_{x \to 3^-} \left(\frac{2x}{\underset{\text{DIF. CUADRADOS}}{(x+3)\cdot(x-3)}} - \frac{4}{\underset{\text{FACTOR COMUN}}{5\cdot(x-3)}} \right)$$

ESTE DEBE CONTENER AMBOS TERMINOS
RECORDAR

2- AHORA QUE ESTAN FACTORIZADOS ES MAS FACIL HAYAR EL C.D (COMUN DIVISOR), QUE DIVIDE A CADA DENOM Y MULTIPLICA POR CADA NUMERADOR.

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{5\cdot 2x - 4\cdot(x+3)}{5\cdot(x-3)\cdot(x+3)} = \lim_{x \to 3^-} \frac{10x - 4x - 12}{5\cdot(x-3)\cdot(x+3)} = \lim_{x \to 3^-} \frac{6x - 12}{5\cdot(x-3)\cdot(x+3)} =$$

3- EL LIMITE YA NO ESTA INDETERMINADO SI ANALIZAMOS LA TENDENCIA

$$\lim_{x \to 3^-} \frac{6\cdot 3 - 12}{5\cdot(3-3)\cdot(3+3)} = \frac{6}{\to 0^-} = -\infty$$

PORQUE EL 3^-, ENTONCES $\frac{\text{NUM}+}{\text{DENOM}-} = -$

LIMITES DEL NUMERO "e"

CASO DE INDETERMINACIÓN 1^∞

Los casos de indeterminación 1^∞ son los mismos que los del numero "e" esto es debido a que para salvarlos debemos utilizar un metodo parecido al de las trigonometricas, un LIMITE BASICO y CAMBIO DE VARIABLE.

LIMITE BASICO

$$\boxed{\lim_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e}$$

$$= \boxed{\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e}$$

TIPS: Para conseguir el 1 de la formula
* SUMAR 1 y RESTAR 1
* SUMAR AL NUMERADOR LO NECESARIO PARA QUE APAREZCA EL MISMO DENOMINADOR ARRIBA Y LUEGO DISTRIBUIR FAVORABLEMENTE Y OBTENER 1.
** SI ME QUEDA UN NUMERO QUE NO ES 1 ARRIBA, PUEDO PONER 1 Y DIVIDIR AL DENOM POR LO QUE ESTABA ARRIBA.

∴ Y LUEGO SE APLICA ALGEBRA DE LIMITES Y CAMBIO DE VARIABLE:

Ej:
$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+4}{x+2}\right)^x = \frac{\infty}{\infty}^\infty \quad \text{SALVO} \quad \frac{\frac{\cancel{1x}}{\cancel{x}}+\frac{4}{x}}{\frac{\cancel{1x}}{\cancel{x}}+\frac{2}{x}} = 1^\infty \text{ es indeterminado} ✓$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2-2+4}{x+2}\right)^x = \lim_{x\to+\infty}\left(\cancel{\frac{x+2}{x+2}}+\frac{-2+4}{x+2}\right)^x = \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{-2+4}{x+2}\right)^x =$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x+2}\right)^x = \lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x+2}{2}}\right)^x =$$

PROPIEDADES POTENCIA

- $a^{2+5} = a^2\cdot a^5$
- $a^{2-5} = a^2/a^5$
- $(a^2)^5 = a^{2\cdot 5} = a^{10}$

C. VARIABLE

$$T = \frac{x+2}{2} \Rightarrow T\cdot 2 = x+2 \Rightarrow 2T-2$$

Si $x\to+\infty$

$$T\to\frac{+\infty+2}{2} = T\to+\infty$$

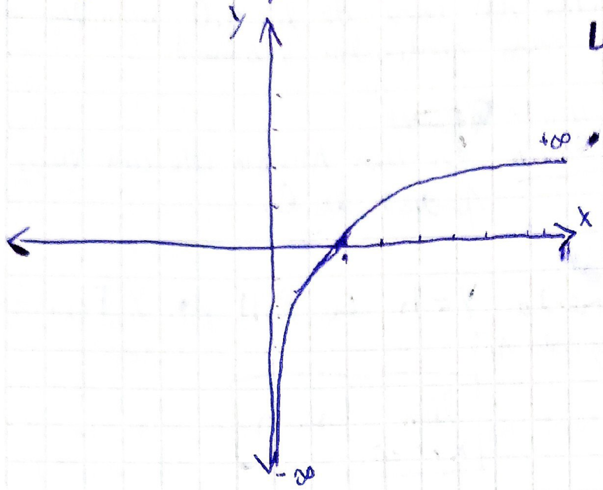
$$\lim_{T\to+\infty}\left(1+\frac{1}{T}\right)^{2T-2} = \frac{\lim_{T\to+\infty}\left(1+\frac{1}{T}\right)^{2T}}{\lim_{T\to+\infty}\underbrace{\left(1+\frac{1}{T}\right)^{-2}}_{1^{-2}=1}} = \frac{\lim_{T\to+\infty}\left(1+\frac{1}{T}\right)^{2T}}{1} = \lim_{T\to+\infty}\left[\left(1+\frac{1}{T}\right)^T\right]^2 =$$

$$= \left[\lim_{T\to+\infty}\left(1+\frac{1}{T}\right)^T\right]^2 = e^2 ✓$$

NOTA

LIMITES LOGARITMICOS

La funcion logaritmica es la inversa de la exponencial, miremos este grafico:



La F(x): $y = \ln(x)$ tiene la siguiente forma de la que podemos deducir 2 cosas

- El dom es de $(0; +\infty)$, ya que no admite valores negativos en X
- Y el siguiente cuadro

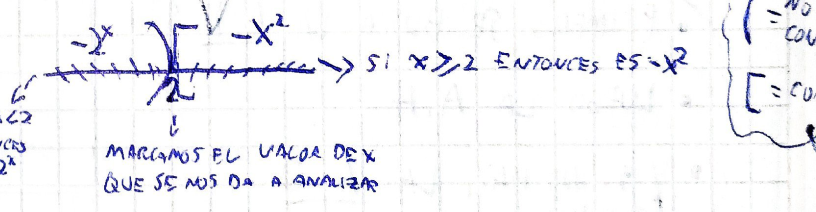
$$\boxed{\begin{array}{l} * \text{ si } x \to 0^+ \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty \\ \\ * \text{ si } x \to +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty \end{array}}$$

LIMITES DE FUNCIONES A TRAMOS

Estos limites suceden cuando se nos da una funcion a analizar su limite que tiene 2 TRAMOS:

- Lo mas CONVENIENTE para resolverlo es: analizar los tramos sobre una RECTA.

Ej: $F(x) \begin{cases} -2^x & \text{si } x < 2 \\ -x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$



COMO NOS PIDE QUE ANALIZEMOS $\lim\limits_{x \to 2} F(x)$, la X TIENDE A 2 tanto por IZQ como por DER. ya que no especifica.

ENTONCES HAY QUE ANALIZAR POR AMBOS LADOS, TENIENDO EN CUENTA LA RECTA

$L_1 = \lim\limits_{x \to 2^-} (-2^x) = -2^2 = -4$

PORQUE POR LA IZQ ERA ESTE TRAMO

$L_2 = \lim\limits_{x \to 2^+} (-x^2) = -2^2 = -4$

$L_1 = L_2 \Rightarrow \exists \lim\limits_{x \to 2} F(x)$

En este caso son iguales

* Hay muchos casos que los limites laterales no dan iguales, entonces no existirá el limite

ASINTOTAS

Hay 2 clases de ASINTOTAS

VERTICAL:

La recta $X=k$ es A.H de $y=F(x)$ si y solo si:

$$\boxed{\lim_{x \to k^{\pm}} F(x) = \pm\infty}$$

(si k por Izq o Der. tiende a mas o menos infinito)

Ej: $F(x)\ \frac{x+4}{x-2}$ Buscamos en $x \to 2$ porque 2 no pertenece al Dom.

AV

$$\lim_{x \to 2} \frac{x+4}{x-2} = \frac{2+4}{2-2} = \frac{6}{0} = \infty$$

Desdoblo

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x+4}{x-2} = \frac{6}{\to 0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{x+4}{x-2} = \frac{6}{\to 0^-} = -\infty$$

Por lo tanto $X=2$ es A.V

- PRIMERO SE BUSCA LA A.V
- LUEGO LA A.H
- Y SI NO HAY, LA A.O (EMPEZANDO A BUSCAR LA m)

OBLICUA:

Dentro del caso de la A.O encontramos un caso particular llamado

ASINTOTA HORIZONTAL: Es una ASINTOTA OBLICUA cuya pendiente es Ø.

La recta $Y=h$ es A.H de $Y=F(x)$ si y solo si:

$$\boxed{\lim_{x \to \pm\infty} F(x) = h}$$

Ej: ← mismo al caso

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x+4}{x-2} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow Y=1 \text{ es A.H}$$

• Volvamos a la OBLICUA en general:

La recta $Y = mx + b$ es A.O de $Y = F(x)$ si y solo si:

$$\boxed{\lim_{x \to \pm\infty} [F(x) - (mx+b)] = 0}$$

Y para hallar "m" y "b", utilizamos las siguientes formulas

$$\boxed{m = \lim_{x \to \infty} \frac{F(x)}{x} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} \cdot F(x)}$$ PENDIENTE

$$\boxed{b = \lim_{x \to \infty} [F(x) - mx]}$$

Ej A.O $F(x) = \frac{x^2+3x}{x+4}$

1° Busco m

$$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{x^2+3x}{x+4}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+3x}{x^2+4} = \frac{1}{1} = 1 \text{ es "m"}$$

2° Busco b

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^2+3x}{x+4} - 1 \cdot x = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+3x - [(x+4) \cdot x]}{x+4} = \lim_{x \to \infty} \frac{-x}{x+4} = -1 \text{ es b}$$

$$\boxed{Y = 1x - 1 \text{ es A.O}}$$

NOTA

CONTINUIDAD

Una función $Y = F(x)$ es continua en $X = C$ si y solo si cumple con estas 3 condiciones a la vez:

I) $\exists\ F(c)$

II) $\exists \lim_{x \to c} F(x)$ (FINITO)

III) $\lim_{x \to c} F(x) = F(c)$

Si no se cumple alguna de estas condiciones la función es DISCONTINUA, y hay 2 tipos de discontinuidad

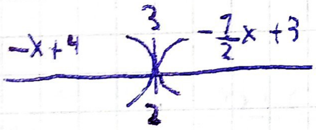
- DISCONTINUIDAD EVITABLE si $\exists \lim_{x \to c} F(x)$ (FINITO)
- DISCONTINUIDAD ESENCIAL si $\nexists \lim_{x \to c} F(x)$

Entonces si la función en un punto $X = C$ es discontinua pero se cumple la condición II) → ES EVITABLE

Ej: Estudia la continuidad en

$$F(x) = \begin{cases} -x+4 & x < 2 \\ 3 & x = 2 \\ -\frac{1}{2}x+3 & x > 2 \end{cases}$$

en $X = 2$



I) $F(2) = 3$

II) $\lim_{x \to 2} F(x)$ → $\lim_{x \to 2^+} -\frac{1}{2}x + 3 = 2$; → $\lim_{x \to 2^+} -x + 4 = 2$; $L_1 = L_2$ $\exists \lim_{x \to 2} F(x)$

III) $3 \neq 2 \Rightarrow$ La FUNCION es DISCONTINUA porque no se cumple la condición III), pero es EVITABLE ya que se cumple la II)

RECTA TANGENTE Y NORMAL

ECUACION RECTA

$$\boxed{y = m(x - x_0) + y_0}$$

Para sacar $m_T = F'(x_0)$

$Y_0 = F(x_0)$

X_0 = PUNTO QUE NOS DAN

Para sacar m_N = INVIERTO LA FRACCION DE m_T Y CAMBIO SIGNO

Y el RESTO es lo MISMO $(x - x_0) - y_0$

REGLA DE L'HOPITAL

Esta regla es utilizada para resolver facilmente limites del tipo:

- $\boxed{\frac{\to 0}{\to 0}}$ o • $\boxed{\frac{\infty}{\infty}}$

En este caso lo que nos dice la regla es que:

$$\boxed{\lim_{x\to a} \frac{F(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{F'(x)}{g'(x)}}$$

(Ojo que derivamos tanto al DENOMINADOR como al NUMERADOR)

* Si al derivar vemos que sigue quedando indeterminado, entonces continuamos aplicando L'H hasta que no lo este.

Como dijimos solo se puede aplicar L'H en 2 casos de indeterminacion, por lo tanto para resolver el resto, primero debemos llevarlos a estos 2 tipos de indeterminacion:

- Indeterminacion "$\infty - \infty$":

| Aplico COMUN DENOMINADOR y cuando quede $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$ aplico L'H

- Indeterminacion "$0 \cdot \infty$":

| Se transforma el $\boxed{\lim_{x\to a} A \cdot B}$ a $\boxed{\lim_{x\to a} \frac{A}{\frac{1}{B}}}$ donde "B" es el termino que vale "0" ya que al invertirlo "$\frac{1}{\to 0}$" vale "∞" → mas facil obtener "$\frac{\infty}{\infty}$"

- Indeterminacion "$0^{\infty}, \infty^{0}, 1^{\infty}$":

| Se aplica lo siguiente $\boxed{\lim_{x\to a} U^{V}} = \boxed{e^{\lim_{x\to a}[V \cdot \ln(U)]}}$ y esto ya se termina resolviendo incluso sin L'H

Teorema de Rolle

El teorema dice lo siguiente:
Sea F(x) una función CONTINUA en un intervalo cerrado y derivable en todo punto interior a dicho intervalo, tal que tomo valores iguales en los extremos del mismo. Si esto sucede existe al menos un valor "C" perteneciente al intervalo abierto de manera tal que se verifica $F'(c)=0$.

RESUMIDO:
Se debe cumplir esta HIPOTESIS:

- $F(x)$ es CONTINUA en $[a;b]$
- $F(x)$ es DERIVABLE en $(a;b)$
- $F(a) = F(b)$

Si se cumplen, entonces se verifica la TESIS:

- $\exists\, c \in (a;b) \,/\, F'(c)=0$

(Aquí se debe plantear la ecuación para descubrir "C" y ver si pertenece al intervalo abierto)

Teorema de Lagrange

El teorema dice:
Si una función F(x) es CONTINUA en el intervalo $[a;b]$ y diferenciable en su interior $(a;b)$ entonces existe al menos un valor "C" en $(a;b)$ que cumple
$\dfrac{F(b)-F(a)}{b-a} = F'(c)$

RESUMIDO:
Se debe cumplir HIPOTESIS:

- $F(x)$ es CONTINUA en $[a,b]$
- $F(x)$ es DERIVABLE en $(a;b)$

Entonces se verifica que:

$$\underbrace{\frac{F(b)-F(a)}{b-a}}_{m \text{ de } R_S} = \underbrace{F'(c)}_{m \text{ de } R_T}$$

(A partir de esta igualdad luego despejo la "C" (la x en mi derivada))

GRAFICAR LAGRANGE:
Para graficar lagrange debemos graficar 3 cosas:

1. La funcion dentro de los intervalos dados (a;b)

2. RECTA TANGENTE

3. RECTA SECANTE

OBTENER R_T y R_S

· RECTA TANGENTE

$$y = \underbrace{m}_{F'(c)}(x - \underbrace{x_0}_{c}) + \underbrace{y_0}_{F(c)}$$

* Las pendientes son las mismas debido a que son rectas paralelas

· RECTA SECANTE

$$m = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}$$

PUNTO QUE ME DA $(x; y) = (a; F(a))$

$$y = mx + b$$

Se obtiene despejando la igualdad

ESTUDIO DE FUNCION

Para realizar el estudio debo buscar las siguientes cosas en este orden:

1. DOMINIO: Lo determino viendo la funcion. Ej: Todos los $\mathbb{R}$ o $\mathbb{R} - \{0\}$

2. ASINTOTAS:

A.V

$$\boxed{\lim_{x \to c} F(x)}$$

· $x = c$ es A.V

A.H

$$\boxed{\lim_{x \to \infty} F(x) = c}$$

· $y = c$ es A.H

A.O

$$\boxed{m = \lim_{x \to \infty} \frac{F(x)}{x}} \quad \boxed{b = \lim_{x \to \infty} F(x) - m(x)}$$

· $y = mx + b$

3. CORTES CON LOS EJES

· CORTE CON EJE X

Corte $X = \boxed{F(x) = 0}$

· CORTE CON EJE Y

Corte $Y = \boxed{F(0)}$

NOTA

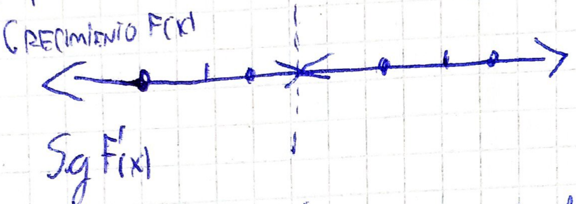
4 y 5. CRECIMIENTO y DECRECIMIENTO + Max/min

Hago la F'(x), luego la igualo a 0:

$$\boxed{F'(x) = 0}$$

Los valores de "x" que halle son posibles Max o min

Luego grafico el Dom y busco un punto para cada intervalo creado por Asíntotas, posibles Max, posibles min.



Y ahora busco el Signo de F'(x) para cada punto tomado y evalúo los intervalos de "crecimiento" y "decrecimiento" y los "Max" y "min"

6 y 7. CONCAVIDAD + Puntos de INFEEXION

Realizo lo mismo que con CREC. y DECREC. pero con F''(x), la derivada segunda. En vez de posibles M/m me va a dar posibles P.I.

Al hacer la recta evalúo intervalos de CONCAVIDAD HACIA ARRIBA "◡" y CONCAVIDAD HACIA ABAJO. "◠"

Y eso es P.I (Hay un cambio de CONCAVIDAD de un lado del punto crítico al otro).

8. GRAFICO todo y listo ✓

INTEGRALES

FRACCIONES SIMPLES

* El Grado de abajo debe ser mas más grande que el de arriba, sino divido y aplico

$$\text{cociente} + \frac{\text{Resto}}{\text{Divisor}}$$