Instituto Tecnológico de Costa Rica

Proyecto 2: Problema de la Mochila

Investigación de Operaciones

Profesor:

Francisco Jose Torres Roja

Integrantes:

Jose Pablo Fernandez Jimenez - 2023117752

Diego Durán Rodríguez - 2022437509

Segundo semestre 2025

Algoritmo de la Mochila

El problema de la mochila es un problema clásico de optimización combinatoria en el que se busca seleccionar un subconjunto de objetos de un conjunto dado, cada uno con un peso y un valor, de manera que el valor total de los objetos seleccionados se maximice sin exceder la capacidad de la "mochila". Este problema tiene varias versiones según las restricciones sobre la cantidad de veces que un objeto puede ser incluido:

0/1 Knapsack (Mochila 0/1): En esta variante, cada objeto puede ser incluido como máximo una vez. La decisión de incluir o no un objeto es binaria (0 o 1).

Bounded Knapsack (Mochila acotada): Aquí, cada objeto puede ser incluido hasta un número limitado de veces.

Unbounded Knapsack (Mochila ilimitada): En esta versión, no hay límite en la cantidad de veces que un objeto puede ser incluido (cada objeto puede ser incluido infinitas veces).

Algoritmo utilizado

Para resolver el problema de la mochila implementamos un algoritmo de programación dinámica basado en la ecuación de Bellman. Este enfoque permite calcular de manera eficiente el valor óptimo de la mochila para cada capacidad y conjunto de objetos posibles.

El procedimiento general es el siguiente:

1. Inicializar una tabla donde cada fila representa una capacidad de la mochila y cada columna representa los objetos disponibles.

2. Para cada capacidad i y cada objeto j, se calcula el mejor valor posible considerando todas las cantidades k de ese objeto que se pueden incluir, respetando las restricciones de cantidad (0/1, acotada o ilimitada).

3. Se almacena el mejor valor encontrado en la tabla, junto con el número de copias utilizadas y si existe un empate entre distintas elecciones.

4. Una vez completada la tabla, se realiza un backtracking para reconstruir todas las soluciones óptimas posibles.

Problema

Capacidad de la mochila: $W = 10$
Número de objetos: $n = 4$

- Objeto 1: $c_1 = 2$, $v_1 = 10$, $q_1 = 3$

- Objeto 2: $c_2 = 3$, $v_2 = 3$, $q_2 = 1$

- Objeto 3: $c_3 = 7$, $v_3 = 15$, $q_3 = 1$

- Objeto 4: $c_4 = 4$, $v_4 = 4$, $q_4 = 1$

Tabla de trabajo

Color: verde = se toma el objeto, rojo = no se toma, amarillo = empate.

Objeto 1

Peso	Obj 1
0	0 (k=0)
1	0 (k=0)
2	10 (k=1)
3	10 (k=1)
4	20 (k=2)
5	20 (k=2)
6	30 (k=3)
7	30 (k=3)
8	30 (k=3)
9	30 (k=3)
10	30 (k=3)

Objeto 2

Peso	Obj 1	Obj 2
0	0 (k=0)	0 (k=0)
1	0 (k=0)	0 (k=0)
2	10 (k=1)	10 (k=0)
3	10 (k=1)	10 (k=0)
4	20 (k=2)	20 (k=0)
5	20 (k=2)	20 (k=0)
6	30 (k=3)	30 (k=0)
7	30 (k=3)	30 (k=0)
8	30 (k=3)	30 (k=0)
9	30 (k=3)	33 (k=1)
10	30 (k=3)	33 (k=1)

Objeto 3

Peso	Obj 1	Obj 2	Obj 3
0	0 (k=0)	0 (k=0)	0 (k=0)
1	0 (k=0)	0 (k=0)	0 (k=0)
2	10 (k=1)	10 (k=0)	10 (k=0)
3	10 (k=1)	10 (k=0)	10 (k=0)
4	20 (k=2)	20 (k=0)	20 (k=0)
5	20 (k=2)	20 (k=0)	20 (k=0)
6	30 (k=3)	30 (k=0)	30 (k=0)
7	30 (k=3)	30 (k=0)	30 (k=0)
8	30 (k=3)	30 (k=0)	30 (k=0)
9	30 (k=3)	33 (k=1)	33 (k=0)
10	30 (k=3)	33 (k=1)	33 (k=0)

Objeto 4

Peso	Obj 1	Obj 2	Obj 3	Obj 4
0	0 (k=0)	0 (k=0)	0 (k=0)	0 (k=0)
1	0 (k=0)	0 (k=0)	0 (k=0)	0 (k=0)
2	10 (k=1)	10 (k=0)	10 (k=0)	10 (k=0)
3	10 (k=1)	10 (k=0)	10 (k=0)	10 (k=0)
4	20 (k=2)	20 (k=0)	20 (k=0)	20 (k=0)
5	20 (k=2)	20 (k=0)	20 (k=0)	20 (k=0)
6	30 (k=3)	30 (k=0)	30 (k=0)	30 (k=0)
7	30 (k=3)	30 (k=0)	30 (k=0)	30 (k=0)
8	30 (k=3)	30 (k=0)	30 (k=0)	30 (k=0)
9	30 (k=3)	33 (k=1)	33 (k=0)	33 (k=0)
10	30 (k=3)	33 (k=1)	33 (k=0)	34 (k=1)

Soluciones óptimas

El valor óptimo es de $Z = 34$ con las siguientes cantidades de cada objeto:

- $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 1$

Referencias

[1] colaboradores de Wikipedia. (2024, 23 febrero). Problema de la mochila. Wikipedia, la Enciclopedia Libre.
https://es.wikipedia.org/wiki/Problema$_d e_l a_m ochila$