

Instituto Tecnológico de Costa Rica



Proyecto 4: SIMPLEX

Investigación de Operaciones

Profesor:

Francisco Jose Torres Rojas

Integrantes:

Jose Pablo Fernandez Jimenez - 2023117752

Diego Durán Rodríguez - 2022437509

Segundo semestre 2025

Algoritmo SIMPLEX

El **algoritmo SIMPLEX** es uno de los métodos más importantes y utilizados en el campo de la optimización lineal. Fue desarrollado por George Bernard Dantzig en 1947, en el contexto de investigaciones relacionadas con la planificación logística y de recursos durante la posguerra. Dantzig, un matemático y científico estadounidense, ideó este método como una herramienta para resolver problemas de programación lineal, un área que busca optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones lineales.

El surgimiento del algoritmo Simplex marcó un antes y un después en la optimización matemática. Antes de su creación, no existía un procedimiento general y sistemático que permitiera resolver eficientemente problemas de gran escala con múltiples variables y restricciones. Dantzig propuso un enfoque geométrico basado en la observación de que la solución óptima de un problema lineal se encuentra en uno de los vértices o puntos extremos del poliedro factible, es decir, del conjunto de soluciones que cumplen todas las restricciones del problema.

El método Simplex avanza de un vértice a otro a través de las aristas del poliedro, mejorando progresivamente el valor de la función objetivo hasta encontrar el óptimo. Cada movimiento corresponde a un cambio de una variable básica en la solución, lo que permite al algoritmo recorrer el espacio factible de manera ordenada y eficiente.

Entre las principales propiedades del algoritmo Simplex destacan las siguientes:

- *Eficiencia práctica:* aunque en teoría su complejidad puede ser exponencial en el peor de los casos, en la práctica el algoritmo es extremadamente eficiente y puede resolver problemas con miles de variables y restricciones en tiempos incluso lineales.
- *Interpretación geométrica clara:* El procedimiento del Simplex se basa en conceptos geométricos simples, lo que facilita su comprensión y visualización en espacios de baja dimensión.
- *Importancia histórica y teórica:* el Simplex no solo revolucionó la programación lineal, sino que también sentó las bases para la aparición de otros métodos de optimización, como los algoritmos de punto interior y técnicas modernas de optimización convexa.

Problema original

Nombre del problema: **Problema 1 P1**

El problema original se puede formular como un problema de programación lineal, donde se busca optimizar una función objetivo sujeta a ciertas restricciones:

$$\text{Maximizar } Z = X_4$$

Sujeto a:

$$5 X_1 + X_2 + 4 X_3 - X_4 \geq 0$$

$$6X_2 + 4 X_3 - X_4 \geq 0$$

$$6X_1 + 4 X_2 + 8 X_3 - X_4 \geq 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

Con $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

Tabla inicial

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	e_1	e_2	e_3	a_1	a_2	a_3	a_4	RHS
1	-0	-0	-0	-1	0	0	0	M	M	M	M	0
0	5	1	4	-1	-1	0	0	1	0	0	0	0
0	0	6	4	-1	0	-1	0	0	1	0	0	0
0	6	4	8	-1	0	0	-1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Tabla final

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	e_1	e_2	e_3	RHS
1	0	2	0	0	0.8	0.2	0	4
0	0	2	1	0	0.2	-0.2	0	1
0	0	2	0	1	0.8	0.2	0	4
0	1	-1	0	0	-0.2	0.2	0	-2.22045e-16
0	0	4	0	0	-0.4	-0.6	1	4

Solución

$$Z = 4$$

Valores de todas las variables

Variable	Valor
X_1	-2.22045e-16
X_2	0
X_3	1
X_4	4
e_1	0
e_2	0
e_3	4

Problema degenerado

Se detectó degeneración durante la ejecución del Simplex.

Definición: una solución básica factible es degenerada cuando alguna variable básica tiene valor cero. Esto puede ocurrir cuando en el test de razón mínima la razón mínima es 0 o cuando hay un empate entre razones.

El programa marca como degeneración cuando dos razones difieren en menos de un epsilon ($1e-09$) o cuando la razón mínima es 0. Para romper el empate se adopta una heurística simple: se selecciona la primera fila con la razón mínima encontrada. Esta elección se documenta en las tablas intermedias (fila pivote seleccionada).

Referencias

- [1] Wikipedia contributors. (2025, 6 octubre). Simplex algorithm. *Wikipedia*. Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/Simplex_algorithm
- [2] Ben-Lowery. (2022, 4 abril). Linear Programming and the birth of the Simplex Algorithm. *Ben Lowery @ STOR-i*. Disponible en: <https://www.lancaster.ac.uk/stor-i-student-sites/ben-lowery/2022/03/linear-programming-and-the-birth-of-the-simplex-algorithm/>
- [3] Libretexts. (2022, 18 julio). 4.2: Maximization by the Simplex method. *Mathematics LibreTexts*. Disponible en: https://math.libretexts.org/Bookshelves/Applied_Mathematics/Applied_Finite_Mathematics