

Instituto Tecnológico de Costa Rica



Proyecto 4: SIMPLEX

Investigación de Operaciones

Profesor:

Francisco Jose Torres Rojas

Integrantes:

Jose Pablo Fernandez Jimenez - 2023117752

Diego Durán Rodríguez - 2022437509

Segundo semestre 2025

Algoritmo SIMPLEX

El **algoritmo SIMPLEX** es uno de los métodos más importantes y utilizados en el campo de la optimización lineal. Fue desarrollado por George Bernard Dantzig en 1947, en el contexto de investigaciones relacionadas con la planificación logística y de recursos durante la posguerra. Dantzig, un matemático y científico estadounidense, ideó este método como una herramienta para resolver problemas de programación lineal, un área que busca optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones lineales.

El surgimiento del algoritmo Simplex marcó un antes y un después en la optimización matemática. Antes de su creación, no existía un procedimiento general y sistemático que permitiera resolver eficientemente problemas de gran escala con múltiples variables y restricciones. Dantzig propuso un enfoque geométrico basado en la observación de que la solución óptima de un problema lineal se encuentra en uno de los vértices o puntos extremos del poliedro factible, es decir, del conjunto de soluciones que cumplen todas las restricciones del problema.

El método Simplex avanza de un vértice a otro a través de las aristas del poliedro, mejorando progresivamente el valor de la función objetivo hasta encontrar el óptimo. Cada movimiento corresponde a un cambio de una variable básica en la solución, lo que permite al algoritmo recorrer el espacio factible de manera ordenada y eficiente.

Entre las principales propiedades del algoritmo Simplex destacan las siguientes:

- *Eficiencia práctica:* aunque en teoría su complejidad puede ser exponencial en el peor de los casos, en la práctica el algoritmo es extremadamente eficiente y puede resolver problemas con miles de variables y restricciones en tiempos incluso lineales.
- *Interpretación geométrica clara:* El procedimiento del Simplex se basa en conceptos geométricos simples, lo que facilita su comprensión y visualización en espacios de baja dimensión.
- *Importancia histórica y teórica:* el Simplex no solo revolucionó la programación lineal, sino que también sentó las bases para la aparición de otros métodos de optimización, como los algoritmos de punto interior y técnicas modernas de optimización convexa.

Problema original

Nombre del problema: **Problema8**

El problema original se puede formular como un problema de programación lineal, donde se busca optimizar una función objetivo sujeta a ciertas restricciones:

$$\text{Maximizar } Z = 36 X_1 + 30 X_2 - 3 X_3 - 4 X_4$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 - X_3 \leq 5$$

$$6X_1 + 5 X_2 - X_4 \leq 10$$

Con $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

Tabla inicial

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	-36	-30	3	4	0	0	0
0	1	1	-1	0	1	0	5
0	6	5	0	-1	0	1	10

Tablas intermedias

Iteración 1

Cálculo de razones de valores positivos de la columna 1:

Fila	Razón
1	5
2	1.66667

Con 6 como pivote en columna 1.

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	-36	-30	3	4	0	0	0
0	1	1	-1	0	1	0	5
0	6	5	0	-1	0	1	10

Tabla tras canonizar:

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	0	0	3	-2	0	6	60
0	0	0.166667	-1	0.166667	1	-0.166667	3.33333
0	1	0.833333	0	-0.166667	0	0.166667	1.66667

Iteración 2

Cálculo de razones de valores positivos de la columna 4:

Fila	Razón
1	20

Con 0.166667 como pivote en columna 4.

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	0	0	3	-2	0	6	60
0	0	0.166667	-1	0.166667	1	-0.166667	3.33333
0	1	0.833333	0	-0.166667	0	0.166667	1.66667

Tabla tras canonizar:

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	0	2	-9	0	12	4	100
0	0	1	-6	1	6	-1	20
0	1	1	-1	0	1	0	5

Iteración 3

Cálculo de razones de valores positivos de la columna 3:

Fila	Razón
------	-------

No se encuentran candidatos a pivote en columna 3.

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	0	2	-9	0	12	4	100
0	0	1	-6	1	6	-1	20
0	1	1	-1	0	1	0	5

Tabla final

Z	X_1	X_2	X_3	X_4	s_1	s_2	
1	0	2	-9	0	12	4	100
0	0	1	-6	1	6	-1	20
0	1	1	-1	0	1	0	5

Solución

El problema es no acotado.

La columna candidata para entrar era la columna 3 (variable X_3).

En esa columna ya no existen coeficientes positivos en las filas de las restricciones (todas las entradas relevantes son ≤ 0), por lo que no existe una fila pivote válida que permita continuar el algoritmo.

Interpretación: la función objetivo puede aumentar (o disminuir, según el sentido) indefinidamente en la dirección asociada a esa variable, lo que significa que la región factible no acota el crecimiento de la función objetivo.

Posibles causas: falta de restricciones que limiten esa dirección (el modelo es incompleto), o restricciones mal planteadas (signos o coeficientes incorrectos en las ecuaciones). Revise las restricciones y los signos para corregir la formulación.

Referencias

- [1] Wikipedia contributors. (2025, 6 octubre). Simplex algorithm. *Wikipedia*. Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/Simplex_algorithm
- [2] Ben-Lowery. (2022, 4 abril). Linear Programming and the birth of the Simplex Algorithm. *Ben Lowery @ STOR-i*. Disponible en: <https://www.lancaster.ac.uk/stor-i-student-sites/ben-lowery/2022/03/linear-programming-and-the-birth-of-the-simplex-algorithm/>
- [3] Libretexts. (2022, 18 julio). 4.2: Maximization by the Simplex method. *Mathematics LibreTexts*. Disponible en: https://math.libretexts.org/Bookshelves/Applied_Mathematics/Applied_Finite_Mathematics