

Instituto Tecnológico de Costa Rica



Proyecto 4: SIMPLEX

Investigación de Operaciones

Profesor:

Francisco Jose Torres Rojas

Integrantes:

Jose Pablo Fernandez Jimenez - 2023117752

Diego Durán Rodríguez - 2022437509

Segundo semestre 2025

Algoritmo SIMPLEX

El **algoritmo SIMPLEX** es uno de los métodos más importantes y utilizados en el campo de la optimización lineal. Fue desarrollado por George Bernard Dantzig en 1947, en el contexto de investigaciones relacionadas con la planificación logística y de recursos durante la posguerra. Dantzig, un matemático y científico estadounidense, ideó este método como una herramienta para resolver problemas de programación lineal, un área que busca optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones lineales.

El surgimiento del algoritmo Simplex marcó un antes y un después en la optimización matemática. Antes de su creación, no existía un procedimiento general y sistemático que permitiera resolver eficientemente problemas de gran escala con múltiples variables y restricciones. Dantzig propuso un enfoque geométrico basado en la observación de que la solución óptima de un problema lineal se encuentra en uno de los vértices o puntos extremos del poliedro factible, es decir, del conjunto de soluciones que cumplen todas las restricciones del problema.

El método Simplex avanza de un vértice a otro a través de las aristas del poliedro, mejorando progresivamente el valor de la función objetivo hasta encontrar el óptimo. Cada movimiento corresponde a un cambio de una variable básica en la solución, lo que permite al algoritmo recorrer el espacio factible de manera ordenada y eficiente.

Entre las principales propiedades del algoritmo Simplex destacan las siguientes:

- *Eficiencia práctica:* aunque en teoría su complejidad puede ser exponencial en el peor de los casos, en la práctica el algoritmo es extremadamente eficiente y puede resolver problemas con miles de variables y restricciones en tiempos incluso lineales.
- *Interpretación geométrica clara:* El procedimiento del Simplex se basa en conceptos geométricos simples, lo que facilita su comprensión y visualización en espacios de baja dimensión.
- *Importancia histórica y teórica:* el Simplex no solo revolucionó la programación lineal, sino que también sentó las bases para la aparición de otros métodos de optimización, como los algoritmos de punto interior y técnicas modernas de optimización convexa.

Problema original

Nombre del problema: **Problema4**

El problema original se puede formular como un problema de programación lineal, donde se busca optimizar una función objetivo sujeta a ciertas restricciones:

$$\text{Maximizar } Z = 5 X_1 + 3 X_2$$

Sujeto a:

$$4 X_1 + 2 X_2 \leq 12$$

$$4X_1 + X_2 \leq 10$$

$$X_1 + X_2 \leq 4$$

Con $X_1, X_2 \geq 0$

Tabla inicial

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	-5	-3	0	0	0	0
0	4	2	1	0	0	12
0	4	1	0	1	0	10
0	1	1	0	0	1	4

Tablas intermedias

Iteración 1

Cálculo de razones de valores positivos de la columna 1:

Fila	Razón
1	3
2	2.5
3	4

Con 4 como pivote en columna 1.

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	-5	-3	0	0	0	0
0	4	2	1	0	0	12
0	4	1	0	1	0	10
0	1	1	0	0	1	4

Tabla tras canonizar:

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	0	-1.75	0	1.25	0	12.5
0	0	1	1	-1	0	2
0	1	0.25	0	0.25	0	2.5
0	0	0.75	0	-0.25	1	1.5

Iteración 2

Cálculo de razones de valores positivos de la columna 2:

Fila	Razón
1	2
2	10
3	2

Con 1 como pivote en columna 2.

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	0	-1.75	0	1.25	0	12.5
0	0	1	1	-1	0	2
0	1	0.25	0	0.25	0	2.5
0	0	0.75	0	-0.25	1	1.5

Degeneración detectada: razón mínima = 2. Filas empataadas o con razón cero:

Fila	Divisor	Dividendo	Razón
1	1	2	2
3	0.75	1.5	2

Regla usada para romper el empate: se seleccionó la primera fila listada.

Tabla tras canonizar:

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	0	0	1.75	-0.5	0	16
0	0	1	1	-1	0	2
0	1	0	-0.25	0.5	0	2
0	0	0	-0.75	0.5	1	0

Iteración 3

Cálculo de razones de valores positivos de la columna 4:

Fila	Razón
2	4
3	0

Con 0.5 como pivote en columna 4.

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	0	0	1.75	-0.5	0	16
0	0	1	1	-1	0	2
0	1	0	-0.25	0.5	0	2
0	0	0	-0.75	0.5	1	0

Degeneración detectada: razón mínima = 0. Filas empáticas o con razón cero:

Fila	Divisor	Dividendo	Razón
3	0.5	0	0

Regla usada para romper el empate: se seleccionó la primera fila listada.

Tabla tras canonizar:

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	0	0	1	0	1	16
0	0	1	-0.5	0	2	2
0	1	0	0.5	0	-1	2
0	0	0	-1.5	1	2	0

Tabla final

Z	X_1	X_2	s_1	s_2	s_3	
1	0	0	1	0	1	16
0	0	1	-0.5	0	2	2
0	1	0	0.5	0	-1	2
0	0	0	-1.5	1	2	0

Solución

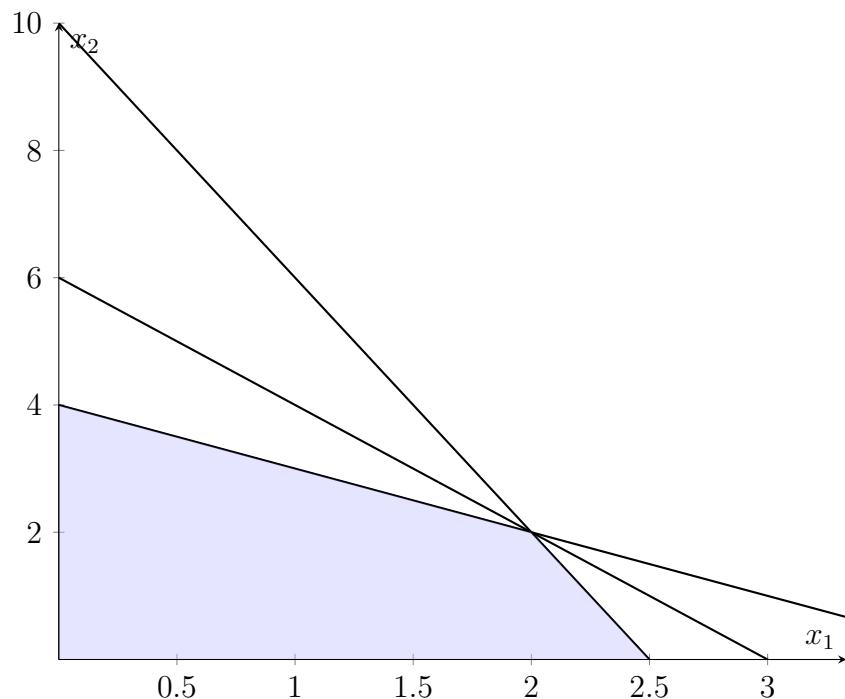
$$Z = 16$$

Valores de todas las variables

Variable	Valor
X_1	2
X_2	2
s_1	0
s_2	0
s_3	0

Gráfico de la región factible (solo para 2 variables)

A continuación se muestra la región factible en el plano (x_1, x_2) junto con las rectas de las restricciones.



Problema degenerado

Se detectó degeneración durante la ejecución del Simplex.

Definición: una solución básica factible es degenerada cuando alguna variable básica tiene valor cero. Esto puede ocurrir cuando en el test de razón mínima la razón mínima es 0 o cuando hay un empate entre razones.

El programa marca como degeneración cuando dos razones difieren en menos de un epsilon (1e-09) o cuando la razón mínima es 0. Para romper el empate se adopta una heurística simple: se selecciona la primera fila con la razón mínima encontrada. Esta elección se documenta en las tablas intermedias (fila pivote seleccionada).

Referencias

- [1] Wikipedia contributors. (2025, 6 octubre). Simplex algorithm. *Wikipedia*. Disponible en: https://en.wikipedia.org/wiki/Simplex_algorithm
- [2] Ben-Lowery. (2022, 4 abril). Linear Programming and the birth of the Simplex Algorithm. *Ben Lowery @ STOR-i*. Disponible en: <https://www.lancaster.ac.uk/stor-i-student-sites/ben-lowery/2022/03/linear-programming-and-the-birth-of-the-simplex-algorithm/>
- [3] Libretexts. (2022, 18 julio). 4.2: Maximization by the Simplex method. *Mathematics LibreTexts*. Disponible en: https://math.libretexts.org/Bookshelves/Applied_Mathematics/Applied_Finite_Mathematics