Instrucciones

- Resuelve los problemas:
  1. Entre Beto y Enrique
  2. El profesor Stan der Deviation
  3. Las revistas
- Puedes resolver los problemas con la herramienta que consideres más apropiada: R, Excel, a mano (en papel o tablet)
- Si los haces a mano, al concluir, toma foto a tus procedimientos, organizalos en un pdf y súbelos a este espacio (un solo archivo)
- Si los haces en una tablet, transforma tu archivo en pdf (un solo documento) y súbelo en este espacio
- Si lo haces en Excel o R transforma tu archivo en un archivo pdf y súbelo en este espacio (en Excel cuida los márgenes de las hojas para que no queden procedimientos cortados)

1. Entre Beto y Enrique

En un torneo de tenis, la contienda final se disputará entre dos jugadores, Beto y Enrique. Los nomios de apuestas favorecen a Enrique en 1:3 (esto significa que, de 4 juegos realizados, se espera que Beto gane 1 y Enrique 3). La regla para definir la final del campeonato del torneo es que se disputen juegos hasta que surja un ganador. Surgirá un ganador cuando ocurra una de estas dos cosas:

- Uno de los dos logre acumular tres juegos ganados. El ganador será quien logre obtener esos tres triunfos primero.
- Uno de los dos logre ganar dos juegos seguidos. El ganador será aquel que logró ganar dos juegos seguidos.

Contesta:

A. ¿Cuál es la probabilidad de que Beto gane el torneo? (considere todas las posibilidades, se sugiere hacer un diagrama de árbol)
B. Bajo las reglas actuales ¿Cuál es el número de juegos esperado que dure el torneo?

```
Respuesta: 0.1387, 2.6328
```

2. El profesor Stan der Deviation

El profesor Stan der Deviation puede tomar una de dos rutas en el trayecto del trabajo a su casa. En la primera ruta, hay cuatro cruces de ferrocarril. La probabilidad de que sea detenido por un tren en cualquiera de los cruces es de 0.1 y los trenes operan independientemente en los cuatro cruces. La otra ruta es más larga, pero sólo hay dos cruces, independientemente uno de otro con la misma posibilidad de que sea detenido por un tren que en la primera ruta. En un día particular, el profesor Deviation tiene una cita programada en su casa a una hora determinada. Por cualquier ruta que tome, calcula que llegará tarde si es detenido en los cruces por lo menos la mitad de los cruces encontrados.

¿Cuál ruta deberá tomar para reducir al mínimo la probabilidad de llegar tarde a la reunión?

```
Respuesta: 0.0523, 0.19
```

3. Las revistas

Un pequeño mercado ordena ejemplares de cierta revista para su exhibidor de revistas cada semana. Sea X = demanda de la revista, con función de probabilidad dada abajo.

x	1	2	3	4	5	6
P(x)	1/15	2/15	3/15	4/15	3/15	2/15

Suponga que el propietario de la tienda paga $2.00 por cada ejemplar de la revista y el precio para los consumidores es de $4.00.

A. Si las revistas que se quedan al final de la semana no tienen valor de recuperación, ¿es mejor ordenar tres o cuatro ejemplares de la revista? [*Sugerencia*: para tres o cuatro ejemplares ordenados exprese el ingreso neto como función de la demanda X, y luego calcule el ingreso esperado].
B. ¿Y cómo es la esperanza matemática del ingreso si se compran 5 ó 6 revistas? ¿por qué el pequeño mercado tiene la disyuntiva de comprar 3 ó 4 y no 5 ó 6? [*Sugerencia*: conteste con el calculo del valor esperado para 5 y 6 revistas y compárelo con el de 3 y 4 revistas pero también calculando el valor esperado de x].

```
Respuesta: 4.933, 5.333, 4.667, 3.2, 3.8
```

1. Para Empezar

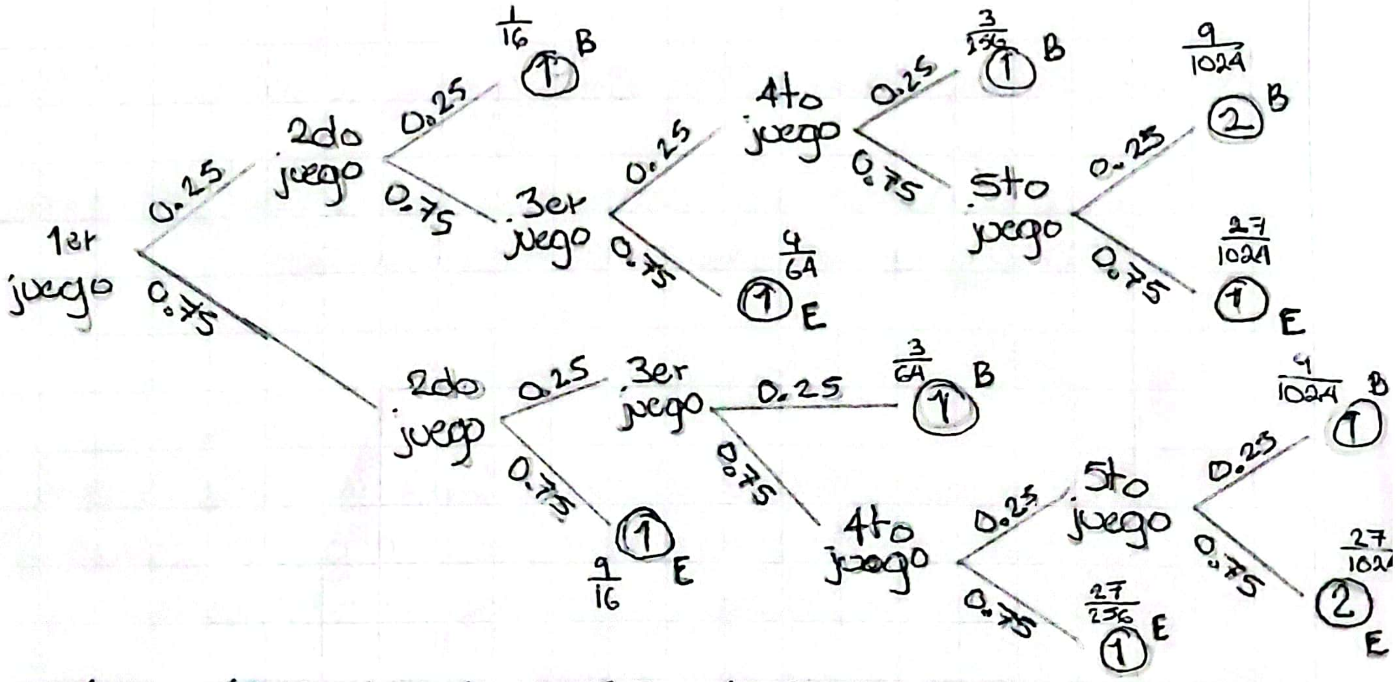
Juan Pablo Bernal Lafarga - A01742342

① Entre Beto y Enrique

- Probabilidad de que Beto gane un juego es de 1/4, es decir, un 25% probabilidades de ganar.
- Probabilidad de que Enrique gane un juego es de 3/4, es decir, un 75% probabilidades de ganar.

El caso ① se da si alguno gana 2 juegos seguidos.

El caso ② se da si alguno gana 3 juegos.



$$P(①) = \left(\tfrac{1}{4}\right)^2 + \tfrac{1}{4}\left(\tfrac{3}{4}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{4}\right)^3\cdot\tfrac{3}{4} + \left(\tfrac{1}{4}\right)^2\left(\tfrac{3}{4}\right)^3 + \left(\tfrac{3}{4}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{4}\right)^2\left(\tfrac{3}{4}\right)$$

$$+ \left(\tfrac{3}{4}\right)^3\left(\tfrac{1}{4}\right) + \left(\tfrac{1}{4}\right)^3\left(\tfrac{3}{4}\right)^2 = \tfrac{1}{16} + \tfrac{9}{64} + \tfrac{3}{256} + \tfrac{27}{1024} + \tfrac{9}{16} + \tfrac{3}{64}$$

$$+ \tfrac{27}{256} + \tfrac{9}{1024} = \tfrac{10}{16} + \tfrac{12}{64} + \tfrac{30}{256} + \tfrac{36}{1024} = \tfrac{640+192+120+36}{1024}$$

$$= \tfrac{988}{1024} \approx 0.9648$$

$$P(②) = \left(\tfrac{1}{4}\right)^3\left(\tfrac{3}{4}\right)^2 + \left(\tfrac{3}{4}\right)^3\left(\tfrac{1}{4}\right)^2 = \tfrac{9}{1024} + \tfrac{27}{1024} = \tfrac{36}{1024} \approx 0.0351$$

$$P(①) + P(②) = \tfrac{988+36}{1024} = \tfrac{1024}{1024} = 1$$

Juan Pablo Bernal Lafarga - A01742342

La probabilidad de que uno de ellos gane en el caso ① es del 96.48%

La probabilidad de que uno de ellos gane en el caso ② es del 3.52%

Ahora, la probabilidad de que Beto gane se obtiene sumando la probabilidad de sus casos favorables.

$$P(\text{Beto Gana}) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} + \frac{3}{256} + \frac{9}{1024} + \frac{3}{64} + \frac{9}{1024}$$

$$= \frac{64+12+18+48}{1024} = \frac{142}{1024} \approx 0.1387 \rightarrow 13.87\%$$

Ⓐ La probabilidad de que Beto gane el torneo es del 13.87%

Ahora, el número de juegos esperado durante el torneo se obtiene con la esperanza matemática.

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Donde n es el número de casos donde el torneo acaba, x es el número de juegos hasta que acabe el torneo y p es la probabilidad de que ese caso suceda.

Ⓑ $$E(X) = 2\left(\frac{1}{16}\right) + 2\left(\frac{9}{16}\right) + 3\left(\frac{9}{64}\right) + 3\left(\frac{3}{64}\right) + 4\left(\frac{3}{256}\right) + 4\left(\frac{27}{256}\right) + 5\left(\frac{4}{1024}\right) + 5\left(\frac{9}{1024}\right) + 5\left(\frac{27}{1024}\right) + 5\left(\frac{27}{1024}\right)$$

$$= 2.6328$$

16

El número de juegos esperados es 2.6328 juegos para que acabe el torneo

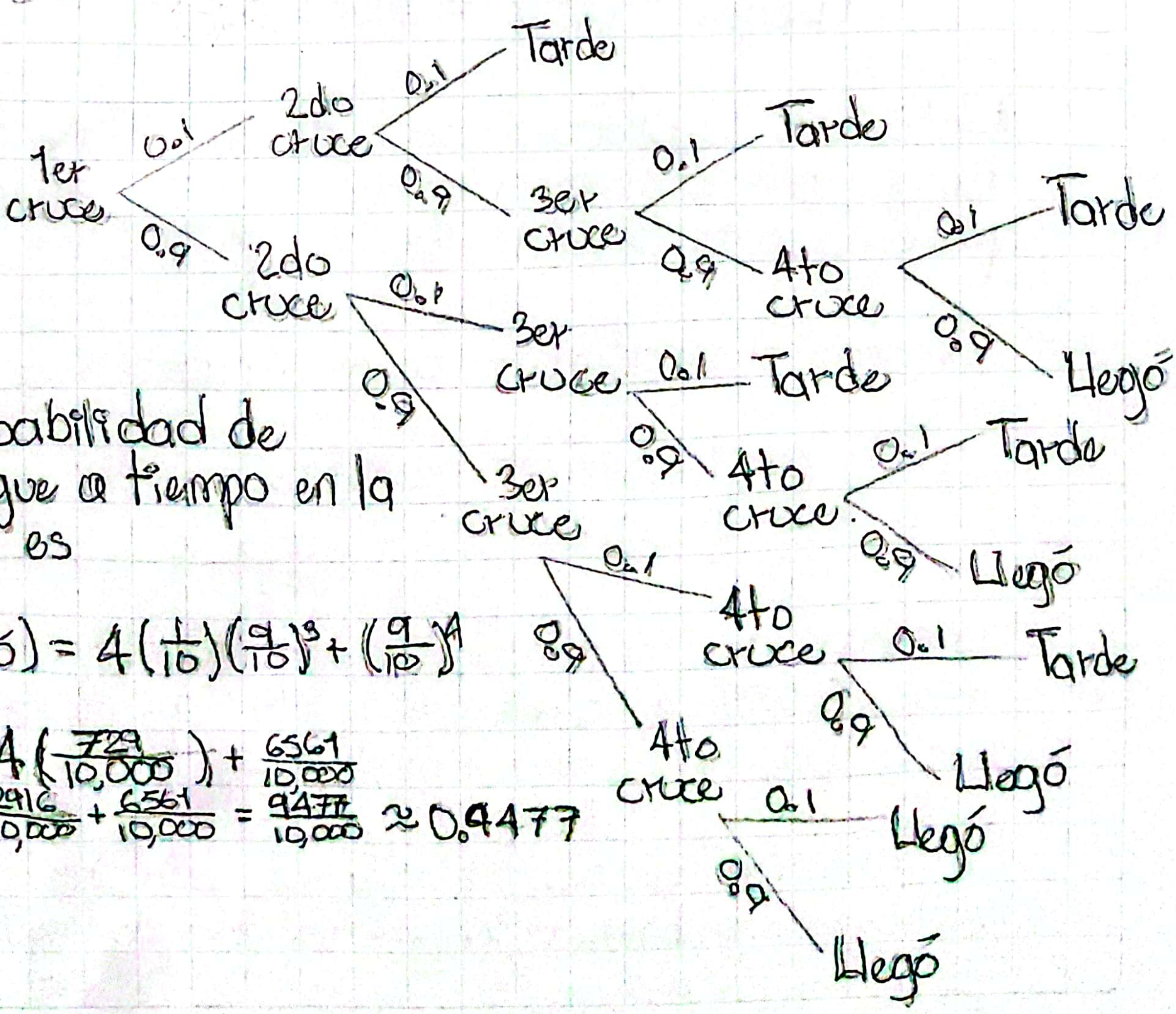
Juan Pablo Bernal Lafarga - A01742342

② El profesor Stan der Deviation

Si hay dos rutas con 4 y 2 cruces, y la probabilidad de que sea detenido en cualquiera de los cruces es del 0.1, es decir, del 10%. Obtenemos los siguientes diagramas de árbol.

(Nota: Además, no olvidamos que si el profesor queda detenido por la mitad de los cruces en cualquier ruta, entonces llegará tarde.

Ruta A (4 cruces)



La probabilidad de que llegue a tiempo en la ruta A es

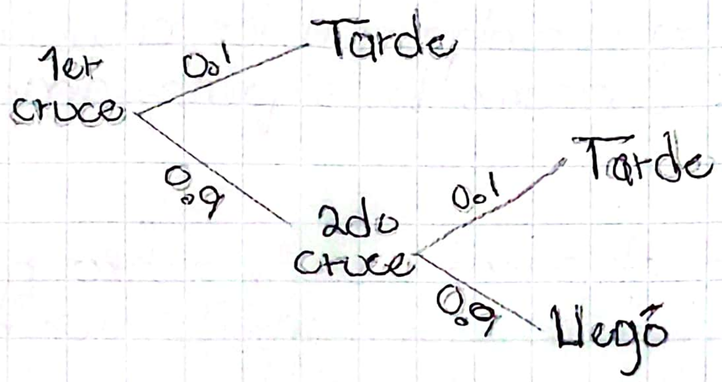
$$P(\text{Llegó}) = 4\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{9}{10}\right)^3 + \left(\frac{9}{10}\right)^4$$

$$= 4\left(\frac{729}{10{,}000}\right) + \frac{6561}{10{,}000}$$

$$= \frac{2916}{10{,}000} + \frac{6561}{10{,}000} = \frac{9477}{10{,}000} \approx 0.9477$$

Juan Pablo Bernal Lafarga - A01742342

Ruta B (2 cruces)



La probabilidad de que llegue a tiempo en la ruta B es

$$P(\text{Llegó}) = \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \frac{81}{100} \approx 0.81$$

Entonces, la probabilidad de que llegue a tiempo por la ruta A es del 94.77%, mientras que en la ruta B es del 81%.

Tomando el complemento de ambos casos

Ⓐ $1 - 0.9477 = 0.0523$
Ⓑ $1 - 0.81 = 0.19$

notamos que la probabilidad de que llegue tarde es de 5.23% en la ruta A y 19% en la ruta B. por lo que, es mejor la ruta A.

El profesor debería tomar la ruta con 4 cruces para reducir al mínimo la probabilidad de llegar tarde.

Juan Pablo Bernal Laforga - A01742342

3 Las revistas

Sea X = demanda de la revista

$$P(X=0)=0$$
$$P(X=1)=1/15$$
$$P(X=2)=2/15$$
$$P(X=3)=3/15$$
$$P(X=4)=4/15$$
$$P(X=5)=3/15$$
$$P(X=6)=2/15$$

Las revistas se compran a \$2 y se venden a \$4

Si la demanda es de 3 revistas, entonces el ingreso esperado será

Gasto de las 3 revistas $\rightarrow -\$6$

~~Venta~~ Demanda	Ingreso	Prob	Probable ingreso
1	$4-6=-2$	$1/15$	$\rightarrow -2/15$
2	$8-6=2$	$2/13$	$\rightarrow 4/15$
3	$12-6=6$	$3/15$	$\rightarrow 18/15$
4	$12-6=6$	$4/15$	$\rightarrow 24/15$
5	$12-6=6$	$3/13$	$\rightarrow 18/15$
6	$12-6=6$	$2/15$	$\rightarrow 12/15$

$74/15 \approx 4.9333$

El ingreso esperado por una demanda de 3 revistas es de \$4.9333

Si la demanda es de 4 revistas, entonces el ingreso esperado será

Gasto de las 4 revistas $\rightarrow -\$8$

Juan Pablo Bernal Lafarga - A01742342

Demanda	Ingreso	Probabilidad	Probable ingreso
1	4-8=-4	1/15	→ -4/15
2	8-8=0	2/15	→ 0
3	12-8=4	3/15	→ 12/15
4	16-8=8	4/15	→ 32/15
5	16-8=8	3/15	→ 24/15
6	16-8=8	2/15	→ 16/15

$\frac{80}{15} \approx 5.3333$

El ingreso esperado si se compran 4 revistas es de $5.3333

(A) Es mejor ordenar 4 ejemplares de la revista, pues dan un ingreso mayor a comprar 3.

Ahora, el ingreso esperado por ordenar 5 ejemplares sería:

Gasto de las 5 revistas → -$10

Demanda	Ingreso	Probabilidad	Probable ingreso
1	4-10=-6	1/15	→ -6/15
2	8-10=-2	2/15	→ -4/15
3	12-10=2	3/15	→ 6/15
4	16-10=6	4/15	→ 24/15
5	20-10=10	3/15	→ 30/15
6	20-10=10	2/15	→ 20/15

$\frac{70}{15} \approx 4.667$

Y, el ingreso esperado por ordenar 6 ejemplares sería:

Gasto de las 6 revistas → -$12

Demanda	Ingreso	Probabilidad	Probable ingreso
1	4-12=-8	1/15	→ -8/15
2	8-12=-4	2/15	→ -8/15
3	12-12=0	3/15	→ 0
4	16-12=4	4/15	→ 16/15
5	20-12=8	3/15	→ 24/15
6	24-12=12	2/15	→ 24/15

$\frac{48}{15} = 3.2$

Juan Pablo Bernal Lafarga - A01742342

Ahora sabemos que los ingresos esperados por comprar 5 ó 6 revistas son \$4.667 y \$3.2 respectivamente.

(B) Notemos que comprar 3 ó 4 revistas nos regresa mejor ingreso esperado que comprar 5 ó 6 revistas, pues

$$\underset{\text{4 revistas}}{\$5.3333} > \underset{\text{3 revistas}}{\$4.9333} > \underset{\text{5 revistas}}{\$4.667} > \underset{\text{6 revistas}}{\$3.2}$$

Y, además, el ingreso esperado de comprar 6 revistas es incluso menor al valor esperado de x que es.

$$E(X) = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = (1)\left(\frac{1}{15}\right) + (2)\left(\frac{2}{15}\right) + (3)\left(\frac{3}{15}\right) + 4\left(\frac{4}{15}\right) + 5\left(\frac{3}{15}\right) + 6\left(\frac{2}{15}\right)$$

$$= \frac{1}{15} + \frac{4}{15} + \frac{9}{15} + \frac{16}{15} + \frac{15}{15} + \frac{12}{15} = \frac{57}{15} \approx 3.8$$

Pues $\$3.8 > \$3.2$.

$\therefore$ El mercado elige comprar 3 ó 4 revistas porque dan mejores ganancias y se encuentran arriba del valor esperado.