1. Admita que o universo do discurso é um conjunto de objetos que fazem parte de um dado jogo. Considere definidos os seguintes predicados:

   - $Cubo(x) \equiv$ "x é um cubo";
   - $Triang(x) \equiv$ "x é um triângulo";
   - $MesmaCol(x, y) \equiv$ "x está na mesma coluna que y";

   (a) Usando os predicados definidos traduza na lógica de primeira ordem (LPO) as afirmações:
   A1. Não é verdade que o cubo a esteja na mesma coluna que o cubo b.
   A2. a está na mesma coluna que b, exceto se forem ambos triângulos.

   (b) Sejam conhecidos os seguintes factos na LPO, onde a, b e c são constantes:
   F1. $MesmaCol(a, b) \;\Rightarrow\; \forall x \;(\; Cubo(x) \;\Rightarrow\; \exists y \, \neg Triang(y) \;)$;
   F2. $MesmaCol(a, b) \;\wedge\; Cubo(c)$.
   Aplicando o princípio da resolução mostre que a partir de F1 e F2 se pode concluir $\exists z \, \neg Triang(z)$.

2. Determine, justificando, o número de elementos dos seguintes conjuntos:

   (a) Conjunto de *passwords* de 6 caracteres, formadas a partir de um alfabeto de 11 letras e 4 digítos, contendo exatamente dois digítos. Note que, tanto as letras como os digítos podem repetir-se.

   (b) Conjunto de sacos de 7 peças de fruta que podem ser escolhidas de uma coleção de ameixas, bananas, laranjas, maçãs e pêras.

3. Determine a sucessão $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ que tem como função geradora $f(x) = \dfrac{x}{(1-x)^3}$.

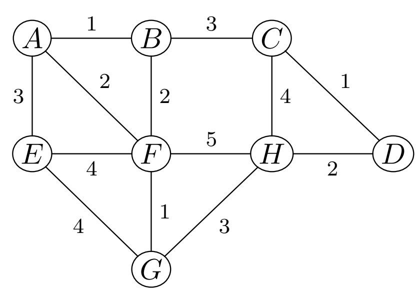
4. Seja H um grafo cuja sequência dos graus dos seus seis vértices é $(1, 2, 2, 3, 4, 4)$ e $\mathcal{R}$ uma relação binária definida no conjunto dos vértices de H, V_H, tal que:

   $u \mathcal{R} v$ se e só se $d(v) = m\, d(u)$, para algum $m \in \mathbb{N}$, sendo $d(u), d(v)$ os graus dos vértices $u, v \in V_H$.

   (a) Classifique $\mathcal{R}$ quanto às propriedades de reflexividade, simetria, antissimetria e transitividade.

   (b) $\mathcal{R}$ é uma relação de ordem em V_H? Justifique.

5. Considere o grafo $\mathcal{G}$ com custos positivos nas arestas representado por:



   Usando o algoritmo de Prim determine uma árvore abrangente de $\mathcal{G}$ de custo mínimo e diga, justificando, se a árvore ótima a que chegou é a única que se pode obter (com custo mínimo).

6. Seja $x \in \mathbb{Q}$ (conjunto dos números racionais) e $y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \mathbb{I}$ (conjunto dos números irracionais). Mostre, por redução ao absurdo (contradição), que $x + y$ é irracional.

Cotações:

1.(a)	1.(b)	2.(a)	2.(b)	3.	4.(a)	4.(b)	5.	6.
2.5	3.0	1.5	1.5	2.5	2.5	1.0	3.5	2.0