Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo I - Agrupamento IV 2018/2019

Soluções do Exame Final - Época de Recurso

1. (a) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$. Zeros de f: $x = 0$ e $x = \frac{1}{2}$.
   (b) f é estritamente decrescente em $]-\infty, \frac{1}{4}[$ e f estritamente crescente em $]\frac{1}{4}, +\infty[$.
   Como f é contínua, podemos concluir que $x = \frac{1}{4}$ é minimizante local de f e que $\text{arctg}\left(-\frac{1}{8}\right)$ é mínimo local de f.
   (c) $CD_f = [\text{arctg}\left(-\frac{1}{8}\right), \frac{\pi}{2}[$.
   (d) -1
   (e) Sugestão: Usar o Teorema de Lagrange.
2. (a) $\frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \frac{\sqrt{2}}{2}\text{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + C, \quad C \in \mathbb{R}$
   (b) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x} + C, \quad C \in \mathbb{R}$
3. (a) Pelo Teorema Fundamental do Cálculo Integral, g é diferenciável em $\mathbb{R}$ e $g'(x) = -e^{x^2}$.
   (b) Sugestão: integrar por partes e usar a expressão de $g'(x)$ obtida na alínea anterior.
4. (a) Sugestão: mostar que a função g definida por $g(x) = \text{arctg}\, x - x$ é estritamente decrescente.
   (b) $A = \displaystyle\int_0^1 (x - \text{arctg}\, x)dx = \frac{\ln 4 + 2 - \pi}{4}$.
5. (a) $- - --$
   (b) Divergente (Sugestão: o Critério de Comparação e a alínea anterior).
6. (a) Divergente (pela Condição Necessária de Convergência).
   (b) Absolutamente convergente (Sugestão: Estudar a série dos módulos usando o Critério de Comparação).
   (c) Divergente (Sugestão: Usar o Critério da Raiz ou Critério do Quociente).
7. Convergente (Sugestão: Usar o Critério do Limite, comparando com a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n - 1)$).