REPRESENTAÇÃO E MINIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES BOOLEANAS

Tópicos

- Formas canónicas
- Minimização de funções Booleanas
- Sistematização da aplicação do método de Karnaugh

Definições

Termo mínimo de ordem *i*, m_i:

Produto lógico das *n* variáveis booleanas independentes, em que cada uma delas aparece uma e uma só vez, não complementada ou complementada consoante toma valores **1** ou **0**, respectivamente, na *i*-ésima combinação das variáveis independentes.

Termo máximo de ordem *i*, M_i:

Soma lógica das n variáveis booleanas independentes, em que cada uma delas aparece uma e uma só vez, não complementada ou complementada consoante toma valores **0** ou **1**, respectivamente, na *i*-ésima combinação das variáveis independentes.

Formas canónicas

1ª forma canónica: $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = \sum_{i=0}^{2^n-1} f_i . m_i$

2ª forma canónica: $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = \prod_{i=0}^{2^n-1} (f_i + M_i)$

3ª forma canónica: $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = \left(\prod_{i=0}^{2^n-1} (f_i \cdot m_i)'\right)'$

4ª forma canónica: $f(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) = \left(\sum_{i=0}^{2^n-1} (f_i + M_i)'\right)'$

Exercícios

1. Considere a seguinte função booleana $f(x, y, z) = x' \cdot y + z' + x \cdot y' \cdot z$.

    a. Obtenha directamente da expressão o respectivo mapa de Karnaugh

    b. Determine as formas canónicas através dos termos mínimos identificados no mapa de Karnaugh

    c. Determine de novo as formas canónicas mas agora de forma algébrica partindo da expressão booleana de $f(x, y, z)$.

2. Relativamente às variáveis independentes *x*, *y*, e *z*, determine as formas canónicas das funções booleanas *f*, *g* *h* e *w* expressas na seguinte tabela de verdade:

x	y	z	f	g	h	w
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0	1

3. Determine representações algébricas mínimas das funções representadas nos seguintes mapas de Karnaugh:

K1

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11		1	1	
10		1	1	

K2

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10				

K3

cd \ ab	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

K4

cd \ ab	00	01	11	10
00		1	1	
01			1	
11		1	1	
10		1	1	

4. Recorde os conceitos de implicante e implicante primo essencial. Identifique-os no mapa K4 do exercício anterior.

5. Considere a função $f(a,b,c,d) = a' \cdot c' + b' \cdot c' + a \cdot c \cdot d + a' \cdot b \cdot c'$

   a. Desenhe o respectivo mapa de Karnaugh a partir da expressão.

   b. Obtenha de novo, a partir do mapa de Karnaugh, uma expressão algébrica mínima para *f*.

6. Determine as formas mais simples (em soma de produtos) das duas funções seguintes. Compare os resultados obtidos e comente.

   a. $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m_{x_0,x_1,x_2,x_3}(0,1,4,5,12,13)$

b. $g(x_0, x_1, x_2, x_3) = \prod M_{x_0,x_1,x_2,x_3}\ (2,3,6,7,8,9,10,11,14,15)$

7. Determine as formas mais simples (em soma de produtos) das seguintes funções: (tome nota da ordem das variáveis)

   a. $f(w, x, y, z) = \sum m_{w,x,y,z}\ (0,1,2,4,6,9,11)$

   b. $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m_{x_0,x_1,x_2,x_3}\ (0,2,4,5,6,8,10,12,14)$

   c. $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (0,1,4,5,8,9,10,11,12,14)$

   d. $f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m_{x_4,x_3,x_2,x_1,x_0}\ (0,2,4,5,6,8,9,10,12,14,17,18,20,24,25,28,30)$

8. Por vezes, a saída que corresponde a uma dada combinação das variáveis de entrada que não se conhece ou é irrelevante. Esta circunstância pode ajudar na simplificação da função booleana, pois dá liberdade para se criarem novas adjacências no mapa de Karnaugh. Obtenha a expressão simplificada para as seguintes funções:

K1

c \ ab	00	01	11	10
0		x	x	1
1	1	x	1	

K2

cd \ ab	00	01	11	10
00		1	1	
01	1	x		x
11	x		x	1
10		1	1	

9. Simplifique as seguintes funções com combinações de entrada irrelevantes

   a. $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (4,5,6,8,9,10,13) + \sum d_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (0,7,15)$

   b. $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (1,3,5,7,9) + \sum d_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (6,12,13)$

   c. $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \prod M_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (1,2,3,11,12,14) \cdot \prod d_{x_3,x_2,x_1,x_0}\ (0,7,15)$

10. Mostre, através de um exemplo com 4 variáveis independentes, que uma função booleana pode admitir mais que uma forma mínima.

11. Preencha mapas de Karnaugh de 4 variáveis de forma a encontrar funções que obedeçam aos seguintes critérios:

    a. As formas mínimas SOP e POS têm o mesmo nº de termos e variáveis.

    b. A forma mínima SOP tem menos termos e variáveis que a forma mínima POS.

c. A forma mínima POS tem menos termos e variáveis que a forma mínima SOP.