Mecânica e Campo Electromagnético 2015/2016

- Distribuições de carga
- Campo eléctrico e linhas de campo
- **Potencial eléctrico e energia potencial**
- **Resolução de exercícios**

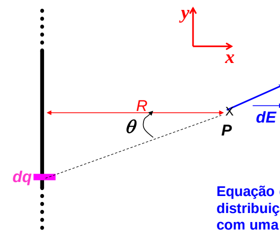
Maria Rute André

rferreira@ua.pt

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais

1. Campo eléctrico a uma distância ***R*** (ponto ***P***) de um fio carregado com uma densidade linear de carga λ (C/m)



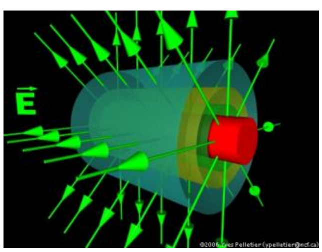
$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\hat{x}$$

Equação do campo eléctrico devida a uma distribuição rectilínea e infinita de um fio com uma densidade linear de carga.

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais: Campo eléctrico a uma distância de um fio carregado com uma densidade linear de carga

Linhas de campo



http://library.thinkquest.org/tml

. Resolução de exercícios

1ª série.

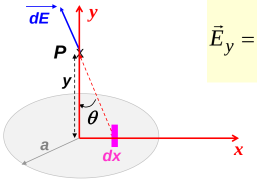
5. **a)** Quatro cargas +q,+q,-q,-q estão colocadas nos vértices dum quadrado de lado a. Determine, para os dois casos de distribuição das cargas, o campo eléctrico e o potencial no centro do quadrado.

Solução: $\vec{E} = \dfrac{q\sqrt{2}}{\pi\,\varepsilon_o\,a^2}\hat{k}$

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais

2. Campo eléctrico a uma distância ***y*** (ponto ***P***) de um disco de raio *a* carregado com uma densidade superficial de carga σ (C/m²)



$$\vec{E}_y = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\left[1-\frac{y}{\left(a^2+y^2\right)^{1/2}}\right]\hat{y}$$

y>>a

$$\vec{E}_y = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 y^2}\hat{y}$$

Equação do campo eléctrico devida a uma carga pontual.

II. Campo Eléctrico

Casos Gerais

3. Campo eléctrico a uma distância ***y*** (ponto ***P***) de um plano infinito carregado com uma densidade superficial de carga σ (C/m²)

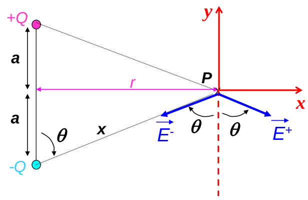
Na equação anterior, fazendo o raio do disco ***a*** $\rightarrow \infty$

$$\lim_{a\to\infty}\vec{E}_y = \lim_{a\to\infty}\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\left[1-\frac{y}{\left(a^2+y^2\right)^{1/2}}\right]\hat{y} = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\hat{y}$$

Equação do campo eléctrico é independente da distância ao plano e tem sempre o mesmo valor

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico: par de cargas iguais e opostas, separadas por uma dada distância (***2a***).

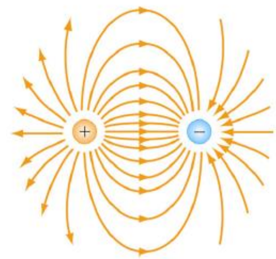


Em módulo o campo eléctrico devido à carga positiva e negativa são iguais.

$$\left\|\vec{E}^+\right\| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (a^2+r^2)} \wedge \left(x^2 = a^2 + r^2\right)$$

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico: Linhas de campo



Simetria: por cada ponto acima da linha que une as duas cargas existe um ponto equivalente abaixo dessa linha; logo as linhas de campo são simétricas.

Na proximidade de cada carga: o campo devido a essa carga domina face ao campo da outra carga; as linhas são radiais;

Longe de cada carga: as linhas de campo aproximam-se das linhas de uma carga pontual; as linhas são radiais (excepto se Q=0)

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico

Princípio da sobreposição, o campo eléctrico total no ponto ***P*** será a soma do campo devido a cada uma das cargas individualmente; a componente segundo *xx'* anula-se, logo:

$$\vec{E}_y = -\left(\vec{E}^+ + \vec{E}^-\right)\cos\theta\,\hat{y} \wedge \cos\theta = \frac{a}{\left(r^2+a^2\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{-2Q.a}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+a^2\right)^{3/2}}\,\hat{y}$$

II. Campo Eléctrico

Momento dipolar eléctrico, $\vec{p}$

$$\vec{p} = Q\vec{d}$$

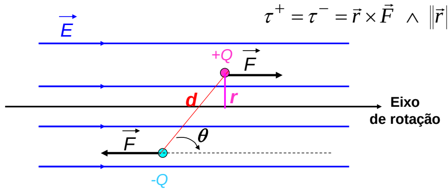
Separação entre as cargas

Direcção: versor que une as cargas
Sentido: carga negativa para a positiva

II. Campo Eléctrico

Dipolo eléctrico numa região de campo eléctrico uniforme; as cargas vão sentir forças iguais em módulo mas com sentidos opostos, logo a força total é nula. No entanto, o dipolo eléctrico tem um torque (τ).

$$\tau^+ = \tau^- = \vec{r}\times\vec{F} \wedge \|\vec{r}\| = \frac{d}{2}sen\theta$$



Em módulo

$$\tau = 2QE\frac{d}{2}sen\theta = pE.sen\theta$$

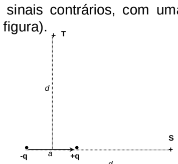
vectorialmente

$$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$$

. Resolução de exercícios

1ª série.

6. Duas cargas iguais e de sinais contrários, com uma distância constante entre si constituem um dipolo (ver figura).



a) Mostre que o campo eléctrico em **S** é paralelo ao vector **a**, e em T tem o sentido contrário.

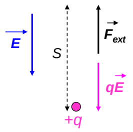
b) Determine o campo eléctrico em **T** e em **S**, fazendo aproximações adequadas (*d*>>*a*). Introduza no resultado o vector momento dipolar eléctrico $\vec{p} = Q\vec{a}$

c) Mostre que um dipolo colocado num campo eléctrico uniforme fica sujeito a um binário cujo momento é dado por $\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$

Campo Electromagnético 207/2008

III. Potencial Eléctrico

Potencial eléctrico num ponto: Trabalho externo necessário para trazer uma carga unitária, positiva, a velocidade constante da posição de potencial zero para esse ponto.



Para deslocar a carga q de S, é necessário aplicar uma força contrária à força eléctrica. É fornecido ao sistema trabalho na forma de energia potencial
(Energia cinética permanece constante)

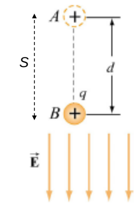
$$W_{ext} = \Delta E_p = E_{p\,f} - E_{p\,i}$$

Como a carga q se move num campo electrostático $\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$

$$W_{ext} = q\Delta V = q\left(V_f - V_i\right)$$

Referência no infinito $V_i = 0, \Rightarrow V_f = \frac{W_{ext}}{q}$

III. Potencial Eléctrico



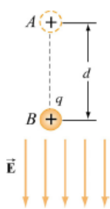
$$\Delta V = -\int_A^B \frac{\vec{F}_e}{q} d\vec{S} = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S}$$

O deslocamento A-B é paralelo ao campo eléctrico

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -E \int_A^B d\vec{S} = -ES \;(<0)$$

III. Potencial Eléctrico



A variação correspondente na energia potencial é de

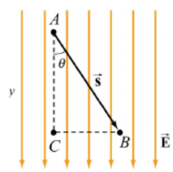
$$\Delta E_P = E_{P\,B} - E_{P\,A} = -qES \;(<0)$$

A energia potencial de uma carga positiva decresce, á medida que esta se desloca ao longo do campo.

(Tal como uma massa perde energia potencial à medida que se desloca no sentido da Força gravitacional).

III. Potencial Eléctrico

O deslocamento A-B não é paralelo ao campo eléctrico



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -ES\cos\theta = -Ey$$

O deslocamento é A-C-B

$$\Delta V = \Delta V_{CA} + \Delta V_{BC}$$

$$\Delta V_{BC} = 0,\; \vec{E} \perp \overline{BC}$$

O campo eléctrico é conservativo?

III. Potencial Eléctrico

Casos Gerais

1. Como varia o potencial nas vizinhanças de uma carga pontual?
2. Qual o potencial para uma distribuição contínua de cargas ?
   Há duas formas de cálculo:
   a) Considerar a contribuição de um elemento arbitrário de carga dq num ponto P a uma distância r;
   b) Usar a expressão seguinte, quando o campo eléctrico é conhecido, por exemplo usando a lei de *Gauss* (**vamos estudar na próxima aula**).

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

Ver resolução no quadro

. Resolução de exercícios

1ª série.

5. Quatro cargas +q,+q,-q,-q estão colocadas nos vértices dum quadrado de lado a. Determine, para os dois casos de distribuição das cargas, o campo eléctrico e o potencial no centro do quadrado.
Escolha uma linha apropriada e verifique que $\oint \vec{E}.d\vec{l} = 0$

8. Um fio semi-circular de raio **R** está uniformemente carregado com uma carga total **Q**. Encontre o vector campo eléctrico no centro de curvatura.

.