Mecânica e Campo Electromagnético 2015/2016

- Condutores.
- Campo eléctrico no interior de um condutor com uma cavidade com forma arbitrária.
- Capacidade e condensadores
- Condensadores de placas paralelas, cilíndrico e esférico.
- Energia armazenada num condensador.
- Resolução de exercícios.

Maria Rute André

rferreira@ua.pt

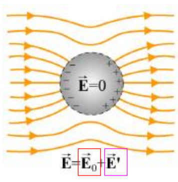
Condutores

Propriedades

1. **Materiais onde as cargas têm uma grande mobilidade.**
2. **Num condutor perfeito, o deslocamento das cargas sob a ação de um campo elétrico pode-se fazer em qualquer direção e sem qualquer obstáculo.**
3. **O campo elétrico no interior de um condutor é nulo.**

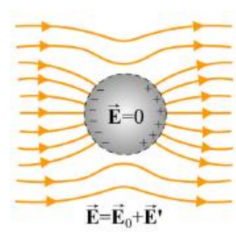
Condutores

Vamos analisar o que acontece a um condutor quando o colocamos na presença de um campo electrostático E_0.



1. **Inicialmente, as cargas do condutor estão em repouso e arbitrariamente distribuídas por todo o condutor;**
2. **Na presença do campo electrostático, as cargas começam a mover-se, de modo a que sejam nulas as forças que nelas actuam ou quando atingem os limites do condutor, originado um campo elécrico no interior do condutor (E');**
3. ***Uma vez que as cargas são móveis, continuarão a mover-se até que E'* anule E_0 no interior do condutor; de tal modo que em equilíbrio electrostático, o campo elétrico no interior do condutor é nulo.**
4. **No exterior do condutor o campo E' criado pela distribuição de cargas corresponde a um campo dipolar, sendo o campo total E= E'+ E_0**

Condutores



Próximo do condutor, as linhas de campo entram radialmente (ou seja, perpendicularmente) à superfície.

Condutores

- **A carga está concentrada na superfície do condutor; logo o campo no interior do condutor é nulo.**
- **O condutor é um corpo equipotencial e a sua superfície é, também, equipotencial**

$$\vec{E} = -gradV$$

O campo elétrico tem de ser perpendicular à superfície em cada ponto

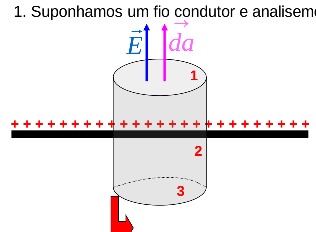
A componente tangencial do campo elétrico na superfície em cada ponto é nula; Caso contrário, originaria um deslocamento de cargas o que implicaria que o condutor estivesse fora do equilíbrio.

Portanto, o campo elétrico no exterior de um condutor pode ser calculado, usando a lei de Gauss

Condutores: campo eléctrico no exterior

EXEMPLO

1. Suponhamos um fio condutor e analisemos a sua superfície carregada, +σ



Superfície de *Gauss*

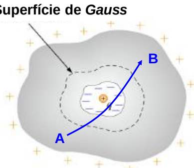
Só existe fluxo na superfície 1, pois o campo no interior é nulo e é perpendicular à superfície do condutor

$$\Phi = \oint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$
$$= E\pi r^2 = \frac{\sigma \pi r^2}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Condutores com cavidades

• **Queremos saber se existe campo elétrico no interior de cavidades em condutores**

Superfície de *Gauss*



Como já sabemos, o campo no interior do condutor é nulo, logo a ***ddp*** entre dois pontos do condutor é, também, zero; ou seja:

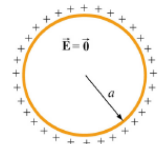
$$V_B - V_A = -\int_A^B Edl = 0$$

Como a ***ddp*** deve ser zero para qualquer caminho escolhido, podemos concluir que o campo eléctrico dentro da cavidade, também, terá de ser nulo.

Condutores

EXEMPLO

1. a) Qual o potencial em todo o espaço devido a uma esfera condutora de raio ***a*** e carregada com carga +Q?
   b) Qual a energia potencial do sistema?



$$\vec{\mathbf{E}} = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\mathbf{r}}, & r > a \\ 0, & r < a \end{cases}$$

Campo eléctrico no interior é nulo

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{s}$$

r>a $\quad V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} dr' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r} = k_e \frac{Q}{r}$

r<a $\quad V(r) - V(\infty) = -\int_\infty^a dr E(r>a) - \int_a^r \cancel{E(r<a)}$

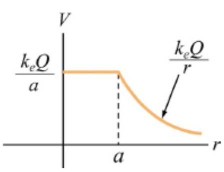
$$= -\int_\infty^a dr \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a} = k_e \frac{Q}{a}$$

Condutores

EXEMPLO

1. a) Qual o potencial em todo o espaço devido a uma esfera condutora de raio ***a*** e carregada com carga +Q?

b) Qual a energia potencial ***U*** do sistema? É o trabalho necessário para carregar a esfera com carga ***Q***.



$$dW_{ext} = Vdq = \left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)dq$$

trabalho devido a um elemento ***dq***

$$W_{ext} = \int_0^Q dq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$$

trabalho total

$$\begin{cases} V = Q/4\pi\varepsilon_0 a \\ W_{ext} = U \end{cases}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}QV}$$

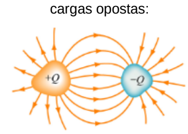
Capacidade e Condensadores

• **Definimos capacidade de um condutor como a razão entre a sua carga e o potencial, relativamente ao infinito:**

$$C = \frac{Q}{V} \quad (F)$$

Um condensador é um dispositivo que armazena carga e energia elétrica

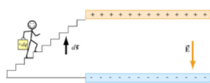
Um condensador pode ter diversas formas e tamanhos, sendo a sua configuração básica definida por dois condutores com a mesma quantidade de cargas opostas:



Aplicações: armazenar energia potencial elétrica, atrasar alterações de potencial quando acoplados a elementos resistivos, filtragem de sinais com frequência não desejadas, circuitos ressonantes….

Capacidade e Condensadores

No estado não carregado, a carga em cada condutor é zero. Durante o processo de carga, uma carga *Q* é movida de um condutor para outro, ficando um condutor carregado com *+Q* e o outro com *–Q*. Cria-se uma *ddp*, tal que o condutor carregado *+Q* está a um potencial superior àquele carregado com *–Q*. NOTA: tanto no estado carregado como no estado não carregado a carga total no condensador é nula.



Definimos capacidade de um condensador como sendo uma medida da habilidade de armazenar carga e energia eléctrica.

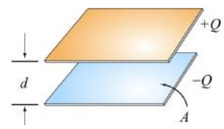
Como um condensador é formado por dois (ou mais) condutores separados por uma dada distância, a capacidade pode, também, ser definida como a razão entre a carga total e a ddp dos condutores:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \quad (F)$$

Para o caso de dois condutores

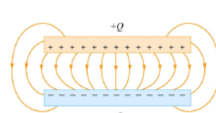
Condensador de placas paralelas

Considere um condensador de placas paralelas, cada uma com uma área *A* e carga *+Q* e *–Q*, separadas de uma distância *d*, tal que *d<<<<A* (ou seja, o campo é uniforme entre as placas).



$$V_1 - V_2 = \int_0^d Edl = Ed = \frac{dQ}{\varepsilon_0 A}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

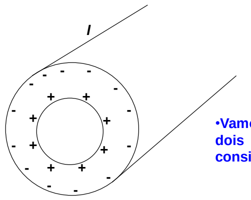


Linhas de campo elétrico

Condensador Cilíndrico

Considere um condensador cilíndrico: temos um condutor central de raio a envolvido por um condutor cilíndrico de raio separados por uma distância *(b-a)*.
O condutor exterior está ligado à massa.

Ou seja, inicialmente está descarregado mas devido à presença do condutor interior os electrões fluem da terra até à sua superfície.



- **O campo no interior do condutor do meio é nulo;**
- **O campo é radial *(b-a)<<<l***

•Vamos calcular o campo eléctrico entre os dois condutores, usando a lie de Gauss, considerando um cilindro de raio *r*: *a<r<b*

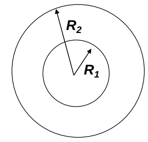
$$\int Eda = E2\pi rl \Rightarrow E = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0 r}$$

•A *ddp* entre os condutores será:

$$V_b - V_a = \int Edl = \frac{\sigma a}{\varepsilon_0}\ln\frac{a}{b} \Rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{a}{b}},\ onde\ Q = \sigma 2\pi al$$

Condensador Esférico

Considere uma esfera de raio R_1 e carga +*Q* envolvida por outra esfera de raio R_2 e carga –*Q* separadas por uma distância *(R_2 - R_1)*.



- **O campo é radial;**
- **O campo a uma distância *r*: *R_1<r<R_2*, *pode ser calculado usando a lei de Gauss***

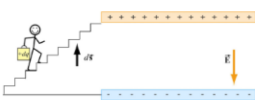
$$E = \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 r^2}$$

$$V_2 - V_1 = -\int_{R_1}^{R_2} Edl = \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) \Rightarrow C = \frac{R_1 R_2 4\pi\varepsilon_0}{R_1 - R_2}$$

Energia armazenada num condensador

Por definição, é igual ao trabalho necessário para carregá-lo.

•Consideremos que numa dada altura, a carga em qualquer placa é *q* e que está associada um *ddp*, tal que *V=q/C*.
•O trabalho necessário para transportar uma carga infinitesimal *dq* da placa negativa para a placa positiva, será



$$dW = \frac{q}{C}dq \Rightarrow W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Trabalho total

O trabalho é armazenado na forma de energia potencial eléctrica *U* e sendo ***Q=CV***,

$$U = \frac{CV^2}{2}$$