Mecânica e Campo Electromagnético 2015/2016

- Teorema do fluxo de Gauss.
- Forma diferencial da lei de Gauss.
- Resolução de exercícios

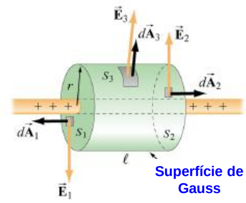
Maria Rute André

rferreira@ua.pt

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

1. Campo eléctrico devido a um fio carregado com uma densidade linear de carga λ *(C/m)*



$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\hat{x}$$

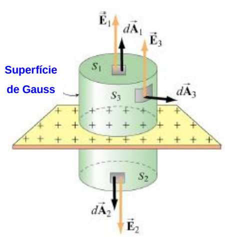
Expressão já encontrada, usando a lei de *Coulomb* (Aula 2)

Ver resolução no quadro

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

2. Campo eléctrico de uma distribuição plana e infinita de carga com densidade superficial σ *(C/m²)*



$$\vec{E}_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{y}$$

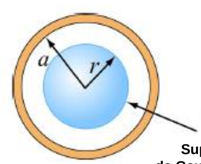
Expressão já encontrada, usando a lei de *Coulomb* (Aula 2)

Ver resolução no quadro

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

3. Campo eléctrico de uma distribuição esférica de carga com densidade volúmica de carga ρ *(C/m²)*



Superfície de Gauss esférica

$$E = \frac{\rho r^3}{3\varepsilon_0 a^2}$$

$$\vec{E} \perp d\vec{a}$$

Ver resolução no quadro

Teorema de Gauss, permite estender um integral de suprfície a um integral de volume, ou seja:

$$\int_S \vec{F} d\vec{a} = \int_V div\vec{F} dV$$

Forma diferencial da lei de Gauss

$$\int_S \vec{E} d\vec{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \int_V \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV$$

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Para o caso de não existir carga num dado ponto *(x,y,z)* o campo *E(x,y,z)* é tal que:

$$div\vec{E} = 0$$

O campo eléctrico é conservativo

Aplicações da lei de Gauss

Forma integral

$$\int_S E dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Lei não-local, pois diz respeito a uma região finita

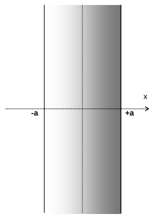
Forma diferencial

$$\nabla E = div E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Lei local, no sentido em que relaciona o comportamento do campo eléctrico na vizinhança infinitesimal de um dado ponto com o valor da densidade de carga nesse mesmo ponto.

. Resolução de exercícios

18. Considere que no espaço limitado por dois planos infinitos e paralelos (***x=a*** e ***x=-a***), existe uma distribuição de carga **r =ax**.

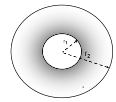


a) Determine a carga por unidade de área existente entre os planos.
b) Mostre que o campo no exterior é nulo.
c) Determine o campo em cada ponto no interior dos planos.
d) Represente graficamente $|\vec{E}|$ em função de ***x***.

e) Que densidade de carga σ deveria ter a superfície dos planos, sem carga no interior, para o campo ter o mesmo valor em ***x=0*** que na situação anterior?

. Resolução de exercícios

19. Considere uma coroa esférica de raios interno r_1 e externo r_2 com uma densidade de carga $\rho = \frac{\alpha}{r}$



a) Determine o campo eléctrico em qualquer ponto do espaço.
b) Que tipo de distribuição poderia criar um campo uniforme no interior da coroa esférica?

24. Um longo cilindro de raio **a** tem uma carga uniforme por unidade de comprimento **Q** C/m. Encontre a d.d.p. entre dois pontos situados à distância **r1** e **r2** do eixo do cilindro (**a** < **r1** < **r2**).