UNIVERSIDADE DE AVEIRO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

3810-193 AVEIRO

Mecânica e Campo Eletromagnético

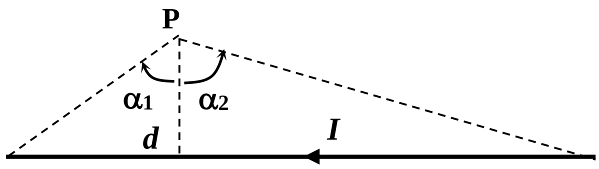
Ano letivo 2015/2016

Capítulo 3. Campos elétrico e magnético

3ª serie

Lei de Biot e Savart

1. Considere um fio condutor retilíneo finito percorrido por uma corrente *I*:

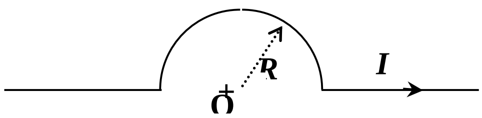


a) Determine o campo magnético criado no ponto P, em função dos parâmetros indicados.

b) Considere o fio muito comprido e calcule agora o campo magnético criado no mesmo ponto.

Solução: a) $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left(\mathrm{sen}\,|\alpha_1| + \mathrm{sen}\,|\alpha_2|\right)$ (T); **b)** $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ (T).

2. Um fio infinito tem um troço semicircular de raio *R*. Este fio é percorrido por uma corrente *I*. Determine o campo magnético no centro da curvatura do troço.



Solução: $B = \frac{\mu_0 I}{4R}$ (T)

3. Considere um anel circular de raio *r* percorrido por uma corrente *I*.

a) Determine o campo magnético no centro do anel.

b) Utilize o resultado da alínea anterior para calcular o campo magnético no centro de um disco isolador de raio *R*, carregado com densidade superficial de carga σ. O disco roda com velocidade angular ω.

c) Determine o campo magnético ao longo do eixo do anel de raio *R*, a uma distância *d* do seu centro. Obtenha uma aproximação para *d*>>*r*.

Solução: **a)** $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$ (T) **b)** $B=\dfrac{\mu_0}{2}\sigma.\omega.R$ (T) **c)** $B=\dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+d^2\right)^{3/2}}$ **;**

$B=\dfrac{\mu_0 I R^2}{2d^3}$ (T)

4. Considere uma espira quadrada de lado *a*, percorrida por uma corrente *I*.

a) Determine o campo magnético no centro da espira.

b) Determine o campo magnético ao longo do eixo da espira, a uma distância *d* do seu centro, numa aproximação válida para *d*>>*a*.

c) Compare os resultados das alíneas 3.c) e 4.b). Introduza nos resultados a grandeza *momento dipolar magnético*, p_m, que é (em módulo) igual ao produto (corrente × área da espira).

Solução: **a)** $B=\dfrac{4\mu_o I}{\sqrt{2}\,\pi a}$ (T) **b)** $B=\dfrac{\mu_o I a^2}{2\pi d^3}$ (T)

5. Um átomo de hidrogénio consiste num protão e num eletrão separados por uma distância de $0{,}5\times10^{-10}$ m. Assumindo que o eletrão se move numa órbita circular em torno do protão com uma frequência de 10^{13} Hz, calcule o campo magnético, no sítio do núcleo, criado pelo movimento do eletrão.

Solução: $B=\dfrac{\mu_0\, e\, f}{2\, r}\approx 2.10^{-2}$ T

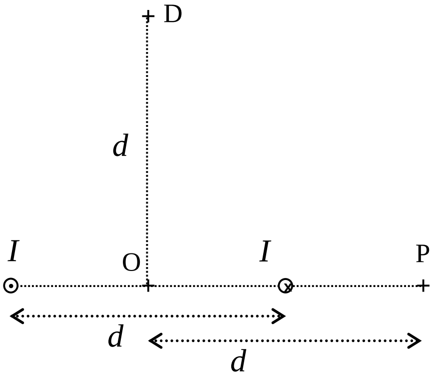
Força magnética:

6. Numa região do espaço coexistem um campo elétrico $\vec{E}=\left(3\hat{i}+5\hat{j}-2\hat{k}\right).10^4\ \mathrm{V/m}$ e um campo magnético desconhecido.

Uma partícula de carga *Q* =10^{-10} C sofre, num instante em que possui a velocidade de $\vec{v}=10^3\hat{i}$ m/s, uma força $\vec{F}=\left(3\hat{i}+2\hat{j}\right)\cdot10^{-6}$ N. Determine o vetor campo magnético e o ângulo entre este campo e a direção da aceleração da partícula.

Solução: $\vec{B}=B_x\vec{i}+20\vec{j}+30\vec{k}$ (T)**;** $\alpha=\arccos\left(\dfrac{3B_x+40}{\sqrt{13B_x^{\;2}+16900}}\right)$ (rad)

7. Considere dois fios infinitos, paralelos, distanciados de *d*, e percorridos por correntes iguais mas de sentidos opostos.



a) Calcule o campo magnético no ponto P situado a uma distância *d*, do ponto médio entre os fios.

b) Calcule o campo magnético no ponto D sobre a reta perpendicular ao plano que contêm os fios e passa pelo ponto médio, situado a uma distância *d* do plano.

c) Calcule a força por unidade de comprimento que atua em cada fio.

Solução: a) $\vec{B} = \frac{-2}{3}\frac{\mu_0 I}{\pi d}\vec{j}$ (T); **b)** $\vec{B} = \frac{2}{5}\frac{\mu_0 I}{\pi d}\vec{j}$ (T); **c)** $\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}\vec{i}$ (N)

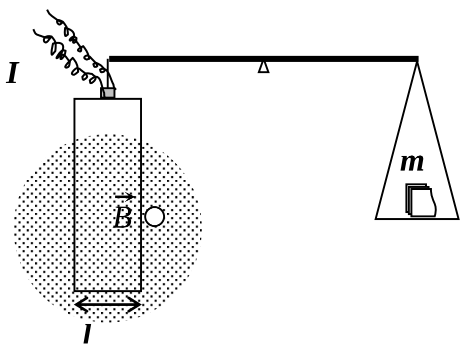
8 . Dois fios condutores retilíneos, paralelos e infinitos, distanciado de *d*, estão percorridos pelas correntes *I* e *I'*. Entre eles e no mesmo plano, coloca-se um terceiro fio condutor de comprimento *L*, percorrido por *I''* e podendo deslocar-se lateralmente.

a) Como devem ser os sentidos das correntes para existir uma posição de equilíbrio do 3º condutor entre os dois primeiros?

b) Qual é a posição de equilíbrio do 3º condutor? Será que o comprimento desse tem uma influência? Discuta a estabilidade do equilíbrio.

Solução: **a)** *I* e *I'* de mesmo sentido **b)** $x = \frac{I}{|I - I'|}d$ (m)

9. Considere a balança indicada na figura, onde um dos pratos está substituído por um quadro condutor por onde passa uma corrente *I* no sentido horário. A balança está em equilíbrio quando se coloca no prato uma massa *m*.

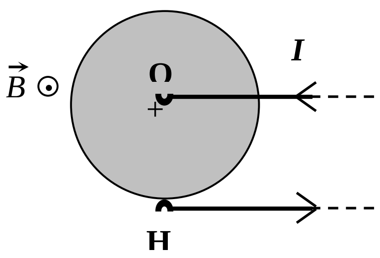


a) Suponha que se cria um campo magnético uniforme perpendicular ao plano do papel. A balança fica em equilíbrio se se adicionar ao outro prato uma massa m_1. Determine o sentido e o módulo do campo aplicado.

b) Se tirar as massas m e m_1, determine o sentido e o módulo do campo magnético capaz de manter a balança em equilíbrio.

Solução: **a)** $B = \frac{m_1 g}{I\,l}$ (T) **b)** $B = \frac{mg}{I\,l}$ (T)

10. Um disco metálico de raio *R*, capaz de rodar livremente sobre o seu eixo, está mergulhado num campo magnético uniforme e paralelo ao seu eixo. Uma corrente *I* circula como indicado na figura, graças a contactos sem atrito, percorrendo o disco radialmente. Este dispositivo é chamado de *roda de Barlow.*



a) Utilizando coordenadas polares no plano do disco, exprima a força elementar dF que atua sobre um elemento de raio *r* e espessura dr do disco. Qual será o sentido de rotação do disco?

b) Calcule o momento relativamente a O das forças magnéticas. Compare com o que se obtém considerando que a corrente circula apenas seguindo o raio OH.

Solução: **a)** $dF = B.I.dr$ (N) **b)** $\vec{M}_O = -\frac{I\,R^2}{2}\vec{B}$ (T)

11. Uma pequena esfera de massa m e carga q pode-se mover livremente no plano *xy* encontrando-se inicialmente (t < 0) em (x,y) = (0,0). Existe no espaço um campo magnético uniforme $\vec{B} = B_Z\,\hat{k}$. No instante t = 0 estabelece-se no espaço um campo elétrico uniforme $\vec{E} = E_x\,\hat{i}$.

a) Determine a velocidade da esfera como função do tempo.

b) Escreva um conjunto de equações paramétricas (parâmetro t – tempo), que traduzam a posição da esfera no plano *xy* em função do tempo.

Solução: **a)** $\vec{v}(t) = \frac{E_x}{B_Z}\left[\hat{i}.\text{sen}(\omega t) + \hat{j}(\cos(\omega t) - 1)\right]$ (m/s) com $\omega = \frac{q.B_z}{m}$ (rad/s)

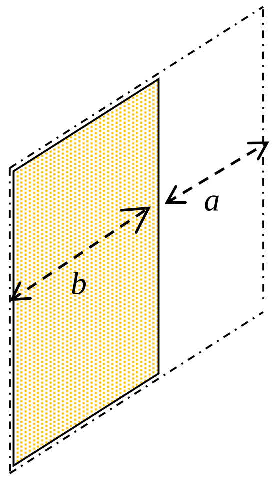
b) $x(t) = \frac{E_x}{wB_z}(1 - \cos(\omega t))$ (m) ; $y(t) = \frac{E_x}{B_z}\frac{1}{\omega}\text{sen}(\omega t)$ (m)

Lei de Ampère

12. Usando a Lei de Ampére calcule o campo $\vec{B}$, criado por um fio infinito percorrido por uma corrente *I*. Calcule a circulação de $\vec{B}$ ao longo de uma circunferência de raio *d* centrada no ponto médio entre dois fios paralelos, distanciados de *d*, e percorridos por correntes iguais mas de sentidos opostos.

Solução: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\phi}$ (T) ; $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$

13. Uma longa e fina superfície condutora de largura *b* é percorrida uniformemente por uma corrente *I*. Determine o campo magnético num ponto no mesmo plano da superfície condutora, mas fora dela, à distância *a* como mostra a figura.



Solução: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}.\log\left(\frac{a+b}{a}\right)$ (T)

14. Um condutor de secção circular de raio *a* é percorrido por uma corrente cuja densidade é dada por $j = \alpha r$. Determine o campo magnético em todo o espaço (dentro e fora do condutor).

Solução: dentro: $B = \frac{\mu_0 \alpha.r^2}{3}$ (T) ; fora : $B = \frac{\mu_0 \alpha.a^3}{3r}$ (T)

15. Um solenóide é constituído por um fio enrolado uniformemente sobre um corpo de superfície cilíndrica. Considere um solenóide de raio *R*, comprimento *L* ($L >> R$) e *N* voltas por metro. Calcule o campo magnético num ponto do eixo do solenóide, no interior deste.

Solução: $B = \mu_0 \dfrac{N}{L} I$ (T)

16. Um fio condutor está enrolado sobre um toróide de eixo vertical □ e de raio *b*. As espiras formam círculos de raio *a* ($a \langle b$) e são juntas, de modo que se conta *N* espiras/rad. Determine o campo magnético no interior das espiras, e no exterior, quando o fio está percorrido por uma intensidade *I*.

Solução: $\vec{B}_{int} = \mu_0 \dfrac{NI}{r} \vec{u}_\theta$; $\vec{B}_{ext} = \vec{0}$ (T)

17. Num sistema de eixos cartesiano considere um condutor plano vertical e infinito de espessura *a*, paralelo ao plano *yOz* com $x \in [-a/2 \; ; +a/2]$. Está percorrido por uma corrente uniforme de densidade $\vec{j} = j\,\hat{z}$.

a) Determine a direção e a expressão do campo magnético em todo o espaço.

b) Considere um segundo condutor plano paralelo ao anterior, de mesma espessura e centrado em $x = d$, percorrido pela corrente oposta. Determine o campo magnético produzido pelo conjunto em todo o espaço :

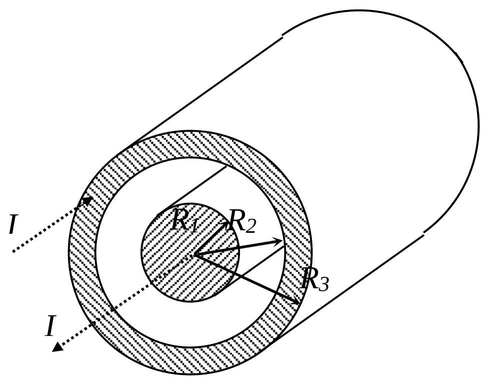
   (i) por sobreposição dos dois casos

   (ii) diretamente pela lei de Ampère

Solução: a) $\vec{B}_{int} = \mu_o\, j\, x\, \hat{y}$; $\vec{B}_{ext} = \pm \mu_o\, j \dfrac{a}{2}\, \hat{y}$ (T)

x	$-\infty$ $-a/2$	$+a/2$	$d-a/2$	$d+a/2$	$+\infty$
$\vec{B}_{tot}$	$\vec{0}$	$\mu_o j\left(x+\dfrac{a}{2}\right)\hat{y}$	$\mu_o\, j\, a\, \hat{y}$	$\mu_o j\left(d+\dfrac{a}{2}-x\right)\hat{y}$	$\vec{0}$

18. Um cabo coaxial é formado por um cilindro condutor sólido de raio R_1, envolvido por um cilindro condutor oco concêntrico com raio interno R_2 externo R_3.



Na prática a corrente *I* é enviada pelo fio interno e retorna pela parte externa.

a) Usando a lei de Ampère determine o campo magnético para todos os pontos, dentro e fora do condutor. Faça o gráfico de *B* em função de *r*. Suponha que a densidade de corrente é uniforme.

b) Suponha que o condutor interior está ligeiramente descentrado. Determine o campo magnético no plano perpendicular aos condutores, ao longo da reta que passa pelos eixos de ambos.

Solução: $r < R_1 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{R_1^2}$ (T) ; $R_1 < r < R_2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}$ (T)

$R_2 < r < R_3 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}\left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2}\right)$ (T) ; $r > R_3 \Rightarrow B = 0$ (T)

Divergência do campo magnético

19. Um anel circular de raio *R* é percorrido por uma corrente de intensidade *I*.

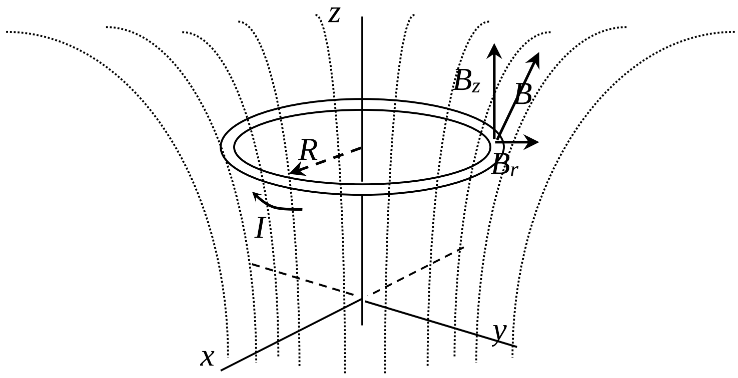
a) Calcule o valor do campo magnético num ponto genérico *P* situado no eixo do anel a uma distância **z** deste. Verifique que em todos os pontos sobre o eixo do anel, $B=B_z(z)$.

b) Faça uma análise quantitativa de $\vec{B}$ num ponto próximo do eixo do anel mas não pertencente a este. Verifique que neste caso o campo não tem só componente segundo *z*, e que do facto de $div\,\vec{B} = 0$, o campo tem simetria axial, sendo a componente radial dada por $B_r = -\frac{r}{2}\frac{\partial Bz}{\partial z}$.

c) Ao produto (*corrente*)×(*área*) damos o nome de momento dipolar magnético do anel de corrente, p_m. Verifique que para distâncias muito grandes comparadas com o raio do anel, o campo determinado na alínea a) é dado aproximadamente por: $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2p_m}{z^3}$.

Solução: **a)** $B = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{\left(z^2 + R^2\right)^{3/2}}$ (T)

20. Considere um anel de corrente de raio *R*, e massa *m***,** percorrido pela corrente *I*.



a) Determine a componente radial de um campo magnético capaz de equilibrar o anel no campo gravítico, e qual o sentido do mesmo.

b) Mostre que esse campo radial tem de ter uma componente B_z não nula, e determine-a.

Solução: **a)** $B_r = \frac{m\,g}{2\pi RI}$ (T) **b)** $B_z = \frac{-z}{r}\frac{mg}{2\pi RI} + C$ (T)