1

Mecânica e Campo Eletromagnético

2018/2019 – parte 1

Luiz Pereira
luiz@ua.pt

2

Tópicos

- **Informações Gerais: conteúdos e avaliação**
- **Cinemática de massas pontuais**
  - **Grandezas cinemáticas: generalização 3D**
  - **Posição e trajectória**
  - **Deslocamento e distância**
  - **Velocidade e aceleração**
  - **Equações do movimento obtidas a partir do cálculo**
    - **Casos particulares de movimento rectilíneo**
      - **Uniforme, uniformemente acelerado e retardado**
  - **Movimento de queda livre**
    - **Movimento retilíneo com aceleração constante**
  - **Exemplos de aplicação**

Avaliação Teórico-Prática - Contínua (optativa: Final)

É obrigatória a inscrição no PACO para avaliação final (até 13 de Outubro)

- **Avaliação Contínua**
  Três avaliações
- **25% Laboratório + 75% TTP**
  TTP: 20% AC1 + 20% AC2 + 60% AC3

- **Exame Final**
- **25 % Laboratório + 75% Exame Final**

- **AC1 (45 min) : 15 de Outubro**
- **AC2 (45 min) : 12 de Novembro**
- **AC3 (1:30h) : 10 de Dezembro**

- **Laboratório**
  - Notas anteriores desde 2015/16 válidas
- **50% AC + 50% RI**

Reprovação para faltas > 20% das aulas

Programa

- Capítulo 1. Fundamentos de Mecânica Clássica1.1. Movimento Retilíneo 1D, 2D e 3D
  - 1.1. Cinemática da partícula
  - 1.2. Dinâmica da partícula
  - 1.3. Trabalho e Energia
  - 1.4. Dinâmica de um sistema de partículas
- Capítulo 2 - Sistemas oscilatórios

Programa

- Capítulo 3 - Campos elétrico e magnético
  - 3.1. Campo elétrico
  - 3.2. Potencial elétrico
  - 3.3. Lei de Gauss
  - 3.4. Capacidade e condensadores
  - 3.5. Corrente elétrica e resistência
  - 3.6. Campo magnético
  - 3.7. Indução Eletromagnética
  - 3.8. Equações de Maxwell

- Capítulo 4 – Fenómenos ondulatórios

Trabalhos de Laboratório

1.ª Série – MECÂNICA

- 1 – Dinâmica de Translação (movimento linear)
- 2 – Lançamento de Projéteis (movimento a duas dimensões)
- 3 – Dinâmica de Rotação (mecânica do corpo rígido e rotação)

2.ª Série – CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

- 4 – Condensador de placas paralelas (campo elétrico)
- 5 – Circuitos elétricos: Leis de Kirchoff (corrente elétrica e potencial)
- 6 – Bobinas de Helmoltz (campo magnético)

Bibliografia recomendada

- Dossier pedagógico da Unidade Curricular.
- Apontamentos on-line da Unidade Curricular (http://elearning.ua.pt/) e referência incluídas.
- R. A. Serway - Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Saunders Golden Sunburst Series.
- P.A. Tipler e G. Mosca - Física, Vol I, 5ª ed, Livros técnicos e Científicos Editora, S.A, Rio de Janeiro, 2006.
- Alonso & Finn- Física um curso universitário, Vol I e II, Edgard Bluecher.
- C. Kittel et al.- Curso de Fisica de Berkeley : Mecânica, Vol 1, Edgard Bluecher.
- H. J. Pain, The physics of Vibrations and Waves, Ed. Wiley.
- R. Resnick e D. Halliday - Física, 4ª ed, Livros Técnicos e Científicos Editora.
- R. Kip, Fundamentals of Electricity and Magnetism, McGraw Hill.

	Programa TTP	3ª feira		5ª feira	6ª feira
semana		PN1, PN2	PL1, PL2, PL4, PL5	PNR	PL3
17-21/Set	Apresentação da Unidade Curricular. Capítulo 1.1. Cinemática da partícula		AFG - TE		AFG - TE
24-28/Set	Capítulo 1.2. Dinâmica da partícula	PN-P1		PN-P1	
01-05/Out	Capítulo 1.3. Trabalho e Energia		T1: Dinâmica de translação		feriado
08-12/Out	Capítulo 1.4. Dinâmica de um sistema de partículas	PN-P2		PN-P2	T1
15-19/Out	Capítulo 1.4. Dinâmica de um sistema de partículas **11 OUT AC1**		T2: Movimento de projéteis		T2
22-26/Out	Capítulo 2. Sistemas oscilatórios	PN-P3		PN-P3	
29/Out-02/Nov	Capítulo 3.1. Campo elétrico Capítulo 3.2 Potencial elétrico Capítulo 3.3. Lei de Gauss		T3: Dinâmica de rotação	feriado	T3
05-09/Nov	Capítulo 3.4. Capacidade e condensadores	PN-P4		PN-P4	
12-16/Nov	Capítulo 3.5 Corrente elétrica e resistência **12 NOV AC2**		T4: Condensador de placas paralelas		T4
19-23/Nov	Capítulo 3.5 Corrente elétrica e resistência Capítulo 3.6 Campo magnético	PN-P5		PN-P5	
26-30/Nov	Capítulo 3.6 Campo magnético Capítulo 3.7. Indução eletromagnética		T5: Circuitos de corrente contínua		T5
03-07/Dez	Capítulo 3.7. Indução eletromagnética	PN-P6		PN-P6	
10-14/Dez	Capítulo 4. Fenómenos ondulatórios **10 DEZ AC3**		T6: Bobinas de Helmholtz		T6
17-21/Dez	Capítulo 4. Fenómenos ondulatórios		**Teste individual LAB**		**Teste individual LAB**

*A **Mecânica** é a ciência do movimento. Consiste num conjunto de regras e princípios que se aplicam a todos os tipos de movimento.*

Para a análise e previsão dos movimentos, resultantes de interações conhecidas, foram criados conceitos importantes, como:

- **Quantidade de movimento**
- **Força**
- **Energia**

No entanto, o principio da descrição do movimento baseia-se na cinemática…

Cinemática

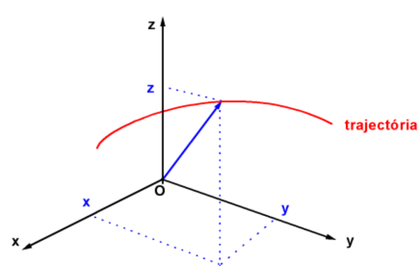
- **Objetivo: descrever o movimento independentemente das causas que o provocam**
  - **Reconhecer a diferença entre posição, espaço e deslocamento**
  - **Reconhecer a diferença entre velocidade e aceleração**
  - **Identificar movimento acelerado e retardado**
  - **Ser capaz de determinar o deslocamento, velocidade e aceleração *usando equações do movimento***
  - **Interpretar gráficos posição *vs* tempo, velocidade *vs* t e aceleração *vs* t**

Estado de Movimento

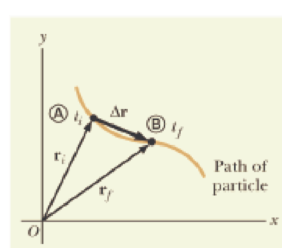
- **Referencial** em relação ao qual o movimento é analisado
- **Vetor posição**: fornece a posição da partícula em qualquer instante [t, $\vec{r}(t)$]

Posição e Trajetória

- **Trajetória – lugar geométrico dos pontos ocupados por um ponto material (partícula) P ao longo do tempo (Ex. 2D)**
- **Deslocamento – grandeza vetorial, variação na posição,**

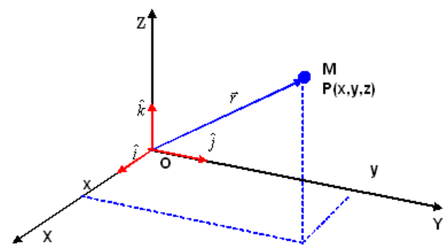


$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i}$$



Posição e Trajetória (ex. 3D)

- **Sistema de coordenadas cartesianas: posição de uma massa pontual M relativamente à origem**

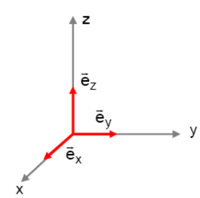


- **Posição**

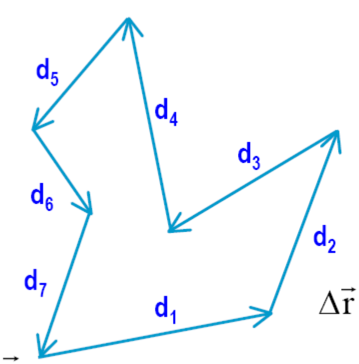
$$\boxed{\begin{aligned}&\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}\\ &r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\end{aligned}}$$

- **Vetores unitários: versores**

$$\hat{\imath},\ \hat{\jmath},\ \hat{k}$$



Deslocamento (r) e distância percorrida (d)



$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i = 0$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i$$

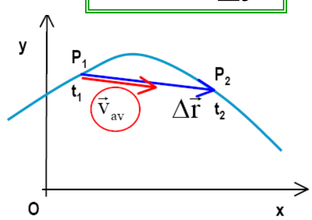
$$d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7$$

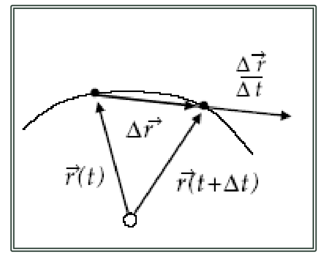
Velocidade

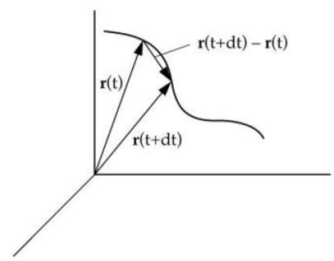
- **Velocidade média**

[L]/[T] **m/s**

$$\boxed{\vec{v}_{méd} = \frac{\Delta\vec{r}(t)}{\Delta t}}$$







Velocidade

- **Velocidade instantânea**

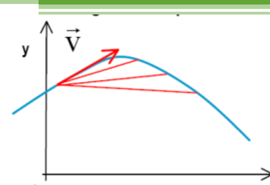
$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}(t)}{\Delta t} =$$

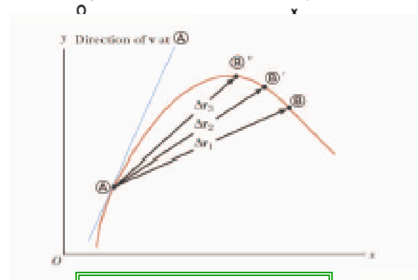
$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} =$$

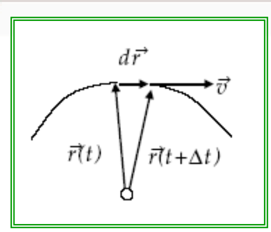
$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}\right)$$

$$= v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$$

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$







Posição, obtida pelo cálculo integral

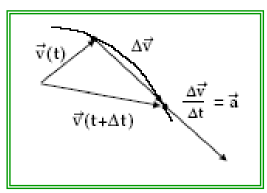
- **Dado que** $$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}}$$
- **Então**

$$\vec{r}(t) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}'(t')\,dt' + \vec{r}(t_0)$$

$$\vec{r}(t) = \left[\int_{t_0}^{t} v_x(t')\,dt' + x(t_0)\right]\hat{i} + \left[\int_{t_0}^{t} v_y(t')\,dt' + y(t_0)\right]\hat{j} + \left[\int_{t_0}^{t} v_z(t')\,dt' + z(t_0)\right]\hat{k}$$

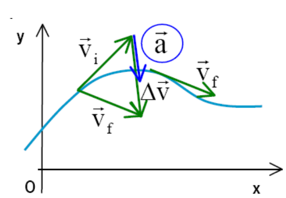
$$\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}'(t')\,dt'$$

Aceleração

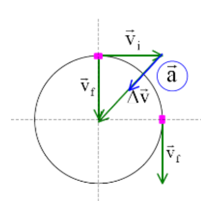


- **Aceleração média**

[L]/[T]^2 **m/s^2**



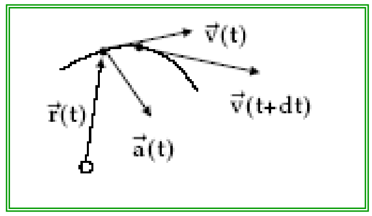
$$\boxed{\vec{a}_{méd} = \frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t}}$$



Aceleração

- **Aceleração instantânea**

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} =$$
$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} =$$
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}\right)$$
$$= a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$
$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$



$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}$$

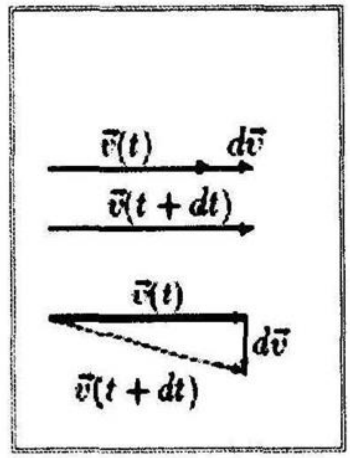
Velocidade, obtida pelo cálculo integral

- **Dado que** $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$
- **Então**

$$\vec{v}(t) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}'(t')\,dt' + \vec{v}(t_0)$$
$$\vec{v}(t) = \left[\int_{t_0}^{t} a_x(t')\,dt' + v_x(t_0)\right]\hat{i} + \left[\int_{t_0}^{t} a_y(t')\,dt' + v_y(t_0)\right]\hat{j} + \left[\int_{t_0}^{t} a_z(t')\,dt' + v_z(t_0)\right]\hat{k}$$
$$\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}'(t')\,dt'$$

Aceleração

- Traduz a variação do vetor velocidade por intervalo de tempo
- Não tem que ter o sentido do movimento



Velocidade e Aceleração

- **Ex. 1D**
- **MRU**
- **MRUA**
- **MRUR**

Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

$$Ex.: \quad \vec{v}(t) = v(t)\hat{i}$$

1) Uniforme ($v=c^{te}$)

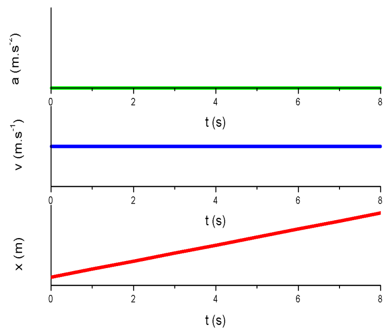
$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(t')dt'$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t')dt'$$

$$x(t) = x_0 + v\int_{t_0}^{t} dt'$$

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$



$$a = 0$$

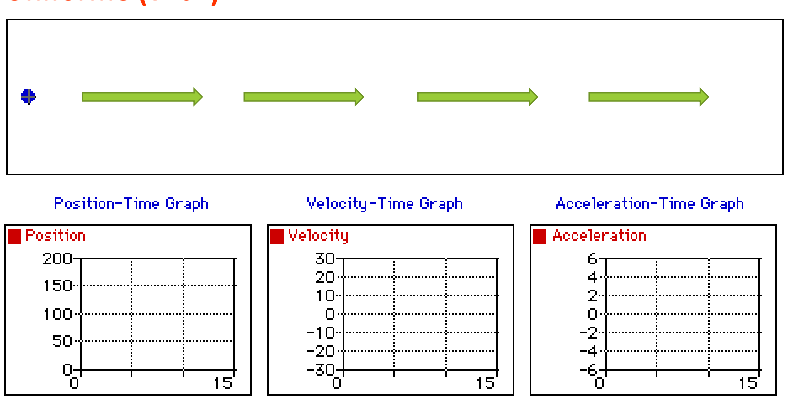
$$v = c^{te}$$

$$x = x_0 + v(t - t_o)$$

Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

http://www.PhysicsClassroom.com

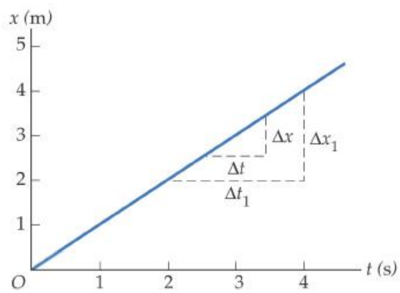
- **Uniforme ($v=c^{te}$)**



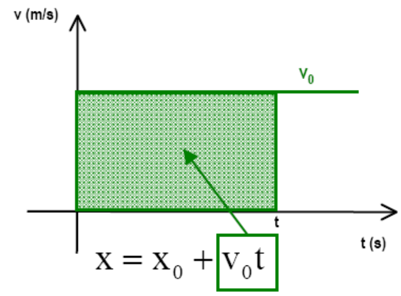
Valores arbitrários
e não correlacionados

Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

- **Uniforme ($v=c^{te}$)**



Cálculo de v



Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

$$\boxed{Ex.:\quad \vec{a}(t) = a(t)\hat{i}}$$

2) Uniformemente variado ($a = c^{te}$): acelerado ou retardado

$$\boxed{a(t) = \frac{dv(t)}{dt}}$$

$$v(t) - v(t_0) = \int_{t_0}^{t} a(t')\, dt'$$

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t')\, dt'$$

$$v(t) = v_0 + a\int_{t_0}^{t} dt'$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} v(t')dt'$$

$$x(t) - x(t_0) = \int_{t_0}^{t} [v_0 + a(t' - t_0)]dt'$$

$$x(t) - x(t_0) = v_0\int_{t_0}^{t} dt' + a\int_{t_0}^{t} (t' - t_0)dt'$$

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}(t - t_0)^2$$

Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

- **Uniformemente variado (a = c^{te}): acelerado ou retardado**

Eliminando *t*:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v = \frac{dx}{dt} = v_o + at \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} \\ substituindo\ em\ x = x_0 + v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right)}$$

Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

- **Uniformemente variado (a = c^{te}): acelerado (retardado)**

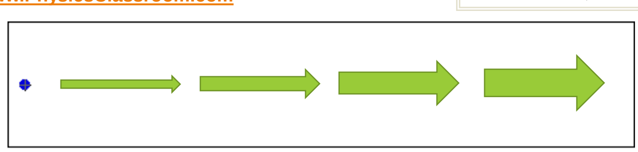
$$\boxed{a = c^{te}}$$

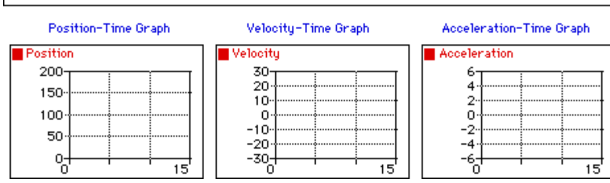
$$\boxed{v(t) = v_0 + a\left(t - t_0\right)}$$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a \left(t - t_0\right)^2}$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\left(x - x_0\right)}$$

http://www.PhysicsClassroom.com

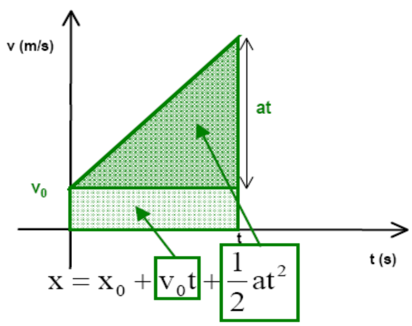




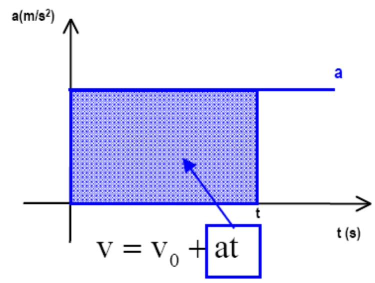
Valores arbitrários e não correlacionados

Casos particulares de movimento a 1D (retilíneo)

- **Uniformemente variado (a = c^{te}): acelerado**



Cálculo de x-x_0



Cálculo de v-v_0

Cinemática 3D (equações cinemáticas)

<u>Genericamente</u>

$$\boxed{\vec{r}(t)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')dt'}$$

$$\Uparrow$$

$$\boxed{\vec{v}(t)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')dt'}$$

$$\Uparrow$$

$$\boxed{\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')dt'}$$

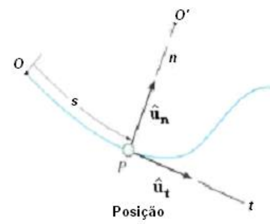
$$\Uparrow$$

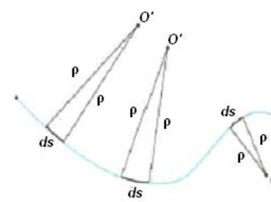
$$\boxed{\vec{a}(t)}$$

Movimento curvilíneo geral

Componentes tangencial e normal

- Quando uma partícula se movimenta ao longo de uma trajetória curvilínea por vezes é conveniente descrever o movimento usando sistemas de coordenadas distintas das cartesianas.
- Quando a trajetória do movimento é conhecida são frequentemente utilizadas as coordenadas nas direções tangente, ***t***, e normal, ***n***, à trajetória
- O referencial pode ser entendido como um sistema de eixos perpendiculares acoplados ao movimento da partícula:
  - ***t*** – sempre na direção do movimento
  - ***n*** – perpendicular ao 1º e sempre dirigido para o centro de curvatura

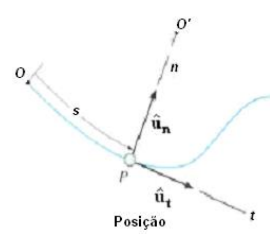


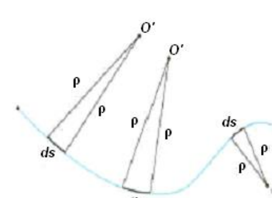


Movimento curvilíneo geral

Componentes tangencial e normal

- O centro de curvatura O' localiza-se sempre do lado côncavo da trajetória; o raio de curvatura ρ é definido como a distância, medida na perpendicular, da curva ao centro de curvatura num dado ponto.
- A posição da partícula, em qualquer instante, pode ser descrita por uma só coordenada medida sobre a curva a partir de uma origem fixa, igual ao comprimento do arco, **s(t).**





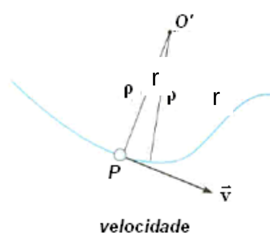
Versores unitários $\hat{\mathbf{u}}_t, \hat{\mathbf{u}}_n$

Movimento curvilíneo geral

Componentes tangencial e normal

- A velocidade da partícula tangente à trajetória em qualquer instante será:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\hat{u}_t = v\,\hat{u}_t}$$



Movimento curvilíneo geral

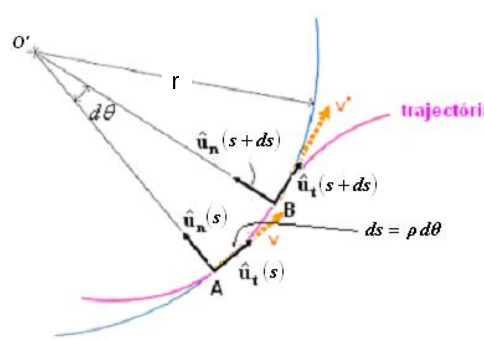
Componentes tangencial e normal

- Num dado intervalo de tempo ***dt*** a partícula movimenta-se de **A** para **B**
- O incremento da variável da trajetória **s** corresponde a

$$ds = r\,d\theta$$

- A *intensidade* da velocidade é então

$$\boxed{v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}}$$

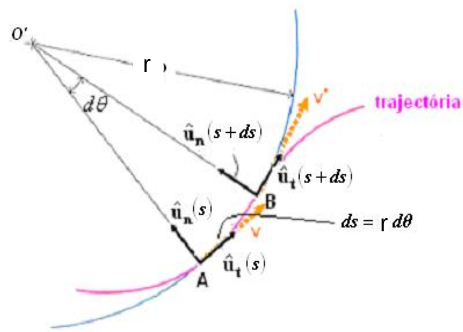


Movimento curvilíneo geral

Componentes tangencial e normal

- O ***vetor velocidade*** é tangente à trajetória em qualquer instante

$$\boxed{\vec{v} = v\,\hat{u}_t \quad com \quad v = \frac{ds}{dt} = r\,\frac{d\theta}{dt}}$$



Movimento curvilíneo geral

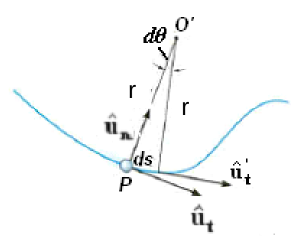
$$\boxed{d\hat{u}_t = d\theta\,\hat{u}_n}$$

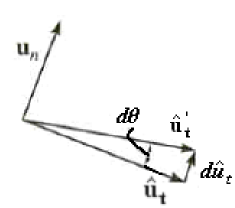
Componentes tangencial e normal

- Para determinar o vetor aceleração temos que diferenciar o vetor velocidade.
- O vetor aceleração reflete a alteração na ***intensidade, direção e sentido da velocidade***

$$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[v\,\hat{u}_t\right] = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t + v\,\frac{d\hat{u}_t}{dt}}$$

$$\frac{d\hat{u}_t}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\hat{u}_n$$





Movimento curvilíneo geral

Componentes tangencial e normal

- Assim, e como $v = r\dfrac{d\theta}{dt}$ então

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t + v\frac{d\hat{u}_t}{dt}$$

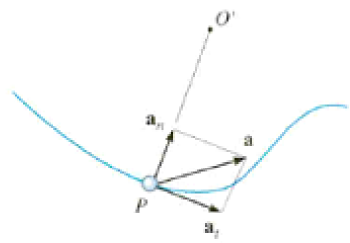
$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t + \frac{v^2}{r}\hat{u}_n \Leftrightarrow \vec{a}(t) = a_t\hat{u}_t + a_n\hat{u}_n$$

$$com$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

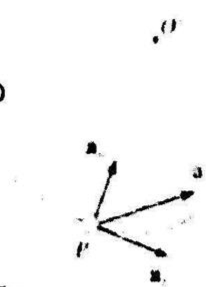


Aceleração

Componentes normal e tangencial do vetor aceleração

a_t
- Traduz a variação no módulo do vector velocidade

a_N
- Traduz a variação na direcção do vector velocidade



Aceleração

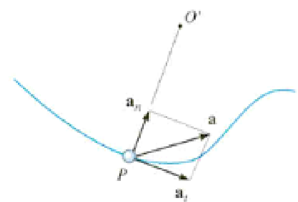
Movimento curvilíneo geral

Casos particulares:

***1.** Movimento retilíneo*

$$\vec{a}(t) = a_t \hat{u}_t + \cancelto{0}{a_n \hat{u}_n}$$

$$\boxed{\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} \neq 0 \\ a_n &= \frac{v^2}{r\,(=\infty)} = 0 \end{aligned}}$$



Aceleração

Módulo de v varia (a_t paralela à velocidade)
Direção do vetor velocidade não se altera e ρ é infinito

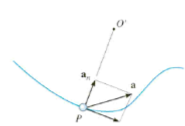
Movimento curvilíneo geral

Casos particulares:

***2.** Movimento ao longo de uma curva com v=c^{te}*

$$\boxed{\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n &= \frac{v^2}{r} \end{aligned}}$$

$$\vec{a}(t) = \cancelto{0}{a_t \hat{u}_t} + a_n \hat{u}_n$$



Aceleração

Módulo de v não varia (a_t nula)
a_n representa a variação no tempo da direção e sentido do vetor velocidade

Movimento curvilíneo geral

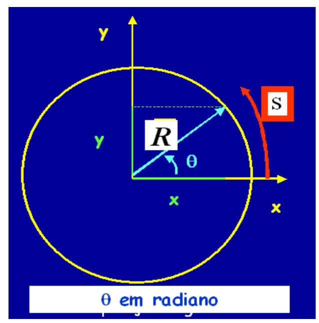
Casos particulares:

2. Movimento ao longo de uma curva com v=c^{te}

$$\boxed{\vec{a}(t) = \cancelto{0}{a_t \hat{u}_t} + a_n \hat{u}_n}$$

$$\boxed{\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n &= \frac{v^2}{R} \end{aligned}}$$

Movimento circular uniforme



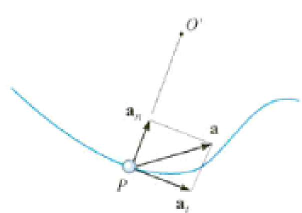
Movimento curvilíneo geral

Casos particulares:

3. Componente tangencial a_t=c^{te}

$$\boxed{\vec{a}(t) = a_t \hat{u}_t + a_n \hat{u}_n}$$

$$\boxed{\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = c^{te} \\ a_n &= \frac{v^2}{r} \end{aligned}}$$



Aceleração

Neste caso, e segundo esta direcção, tem-se

$$\boxed{\begin{aligned} &D(t) = D_0 + v_o(t - t_0) + \frac{1}{2} a_t (t - t_o)^2 \\ &v(t) = v_0 + a_t(t - t_0) \\ &v^2 = v_0^2 + 2a_t(D - D_0) \end{aligned}}$$

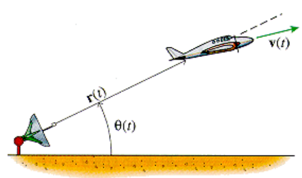
Movimento curvilíneo geral

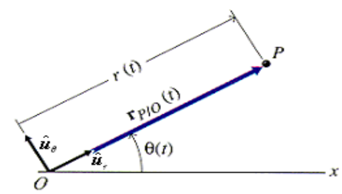
Coordenadas polares

- Uma outra opção na descrição do movimento consiste em localizar a partícula através da distância radial, ***r*** e a posição angular θ em relação a uma direção fixa.

$$\boxed{\vec{r}(t) = r\ \hat{u}_r}$$

Versores unitários $\hat{\boldsymbol{u}}_r\,,\ \hat{\boldsymbol{u}}_\theta$



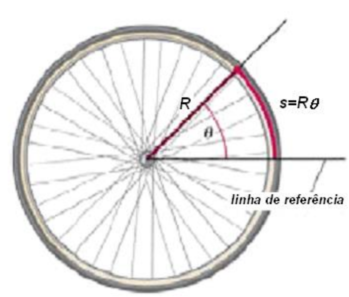


Movimento Circular: Posição angular

Grandezas angulares

- Para este tipo de movimento (caso particular do movimento curvilíneo geral) a distância **(comprimento do arco)** **s**, o raio **R** e o ângulo **θ** relacionam-se por

$$\boxed{\theta = \frac{s}{R}}$$



1 rev = 360° = 2π rad

- θ >0 no sentido contrário ao sentido dos ponteiros de um relógio (anti horário) a partir da linha de referência

- θ é medido em radiano

$$\theta_{rad} = \frac{\pi}{180}\theta_{graus}$$

Movimento Circular: Velocidade angular média

Grandezas angulares

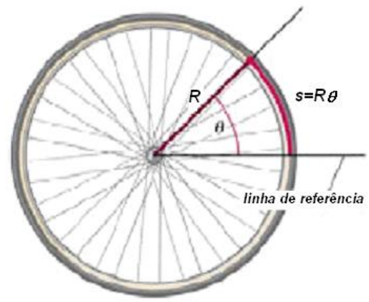
- À medida que o corpo roda θ altera-se com o tempo. Podemos definir o **deslocamento angular** **Δθ**, como

$$\boxed{\Delta\theta = \theta_f - \theta_i}$$

- O que nos permite estabelecer a **velocidade angular média** como

$$\boxed{\omega_{méd} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i}}$$

rad/s = s^{-1}



1 rev = 360° = 2π rad

Movimento Circular: Velocidade angular instantânea

Grandezas angulares

- velocidade angular instantânea

$$\boxed{\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}}$$

rad/s = s^{-1}

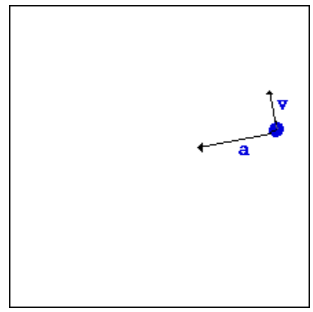
- ω >0 para uma rotação no sentido anti horário
- ω <0 para uma rotação no sentido horário

Movimento Circular: Período do movimento

Movimento periódico

- O **período do movimento, T,** corresponde ao tempo que a partícula demora a efetuar uma rotação completa

$$\boxed{\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned}}$$



$$\omega = 2\pi f \qquad f = \frac{1}{T}$$ **s^{-1} = Hz**

Movimento Circular: Aceleração angular média e instantânea

Grandezas angulares

- Podemos definir,

$$\boxed{\begin{aligned} \alpha_{méd} &= \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} \\ \alpha &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \end{aligned}}$$

$\mathrm{rad/s^2} = \mathrm{s^{-2}}$

Movimento Circular Uniforme

Grandezas angulares versus grandezas lineares

$$\omega = c^{te}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^{t} \omega(t')dt'$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega \int_{t_0}^{t} dt'$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)$$

$$s = R\theta$$

Movimento Circular Uniformemente acelerado ou retardado

Grandezas angulares versus grandezas lineares

$$\alpha = c^{te}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^{t} \omega(t')dt'$$

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^{t} [\omega_0 + \alpha(t' - t_0)]dt'$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

$$s = R\theta$$

$$\omega(t) - \omega(t_0) = \int_{t_0}^{t} \alpha(t')dt'$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega \int_{t_0}^{t} dt'$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha(t - t_0)$$

$$v = R\omega$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

51

Movimento Circular versus movimento linear

Linear	Circular (Rotação)
x	θ
v	ω
a	α
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$x = x_0 + v_0 t + ½at^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + ½\alpha t^2$
$v^2 = v_0^2 + 2a(x-x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta-\theta_0)$

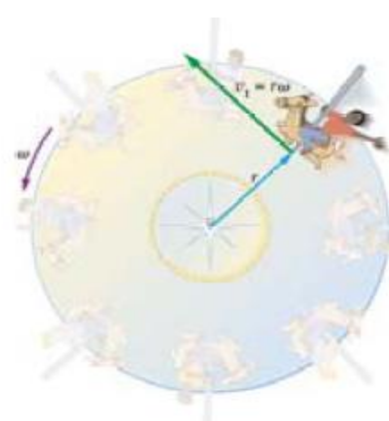
52

Movimento Circular:
Grandezas angulares versus grandezas lineares

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(R\theta) = \omega R$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = \alpha R$$



Queda livre

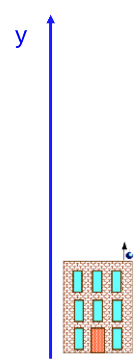
- Corpos em queda livre movimentam-se com aceleração constante
- Objetos com diferentes massas caem com a mesma aceleração constante desde que a resistência do ar seja suficientemente pequena de tal modo que possa ser desprezada
- Nesta aproximação desprezam-se ainda
  - os efeitos da rotação da Terra
  - e da variação da aceleração da gravidade com a latitude e altitude de um lugar

Queda livre

- **Aceleração da gravidade, na Terra** $\vec{g}$

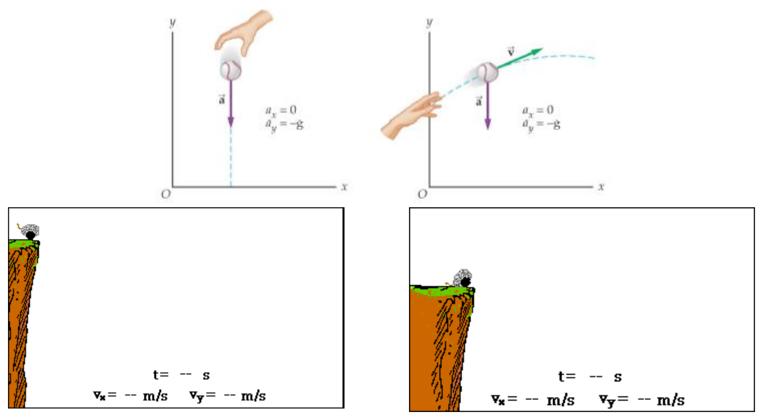
$$\boxed{g \sim 9.8\ \mathrm{m/s^2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\vec{g} = -9.8\,\hat{j} \\ &v = v_0 - g\left(t - t_0\right) \\ &y = y_0 + v_0\left(t - t_0\right) - \frac{1}{2} g \left(t - t_0\right)^2 \end{aligned}}$$



Projétil lançado obliquamente

caso particular de movimento curvilíneo no plano



Relembrar

movimento curvilíneo no plano
(ex. xy) descrito em componentes retangulares

- Usando componentes retangulares a posição, velocidade e aceleração podem ser representadas na sua forma cartesiana como:

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{i} + y(t)\,\hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\hat{i} + \frac{dy(t)}{dt}\hat{j} = v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\hat{j} = \frac{dv_x(t)}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y(t)}{dt}\hat{j} = a_x(t)\hat{i} + a_y(t)\hat{j}$$

Relembrar

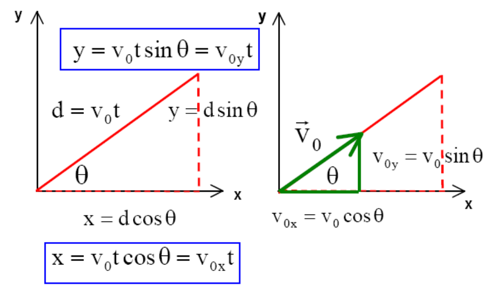
v=c^{te}

movimento curvilíneo no plano
(ex. xy) descrito em componentes retangulares

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t \end{cases}$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 = v_{0x}\,\hat{\imath} + v_{0y}\,\hat{\jmath} = (v_0 \cos\theta)\hat{\imath} + (v_0 sen\,\theta)\hat{\jmath}$$



Relembrar

a=c^{te}

movimento curvilíneo no plano
(ex. xy) descrito em componentes retangulares

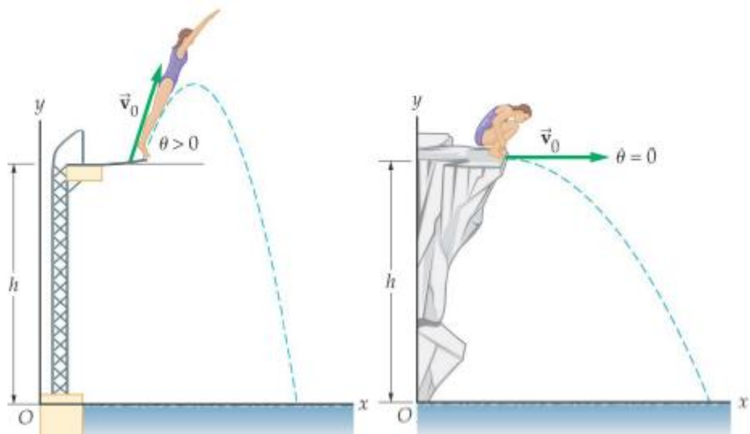
$$\vec{a}(t) = a_x\,\hat{\imath} + a_y\,\hat{\jmath} \longrightarrow \begin{cases} a_x = c^{te} \\ a_y = c^{te} \end{cases}$$

$$\vec{v}(t) = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath} \longrightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{\imath} + y(t)\,\hat{\jmath} \longrightarrow \begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

Projétil lançado obliquamente

caso particular de movimento curvilíneo no plano a=c^{te}

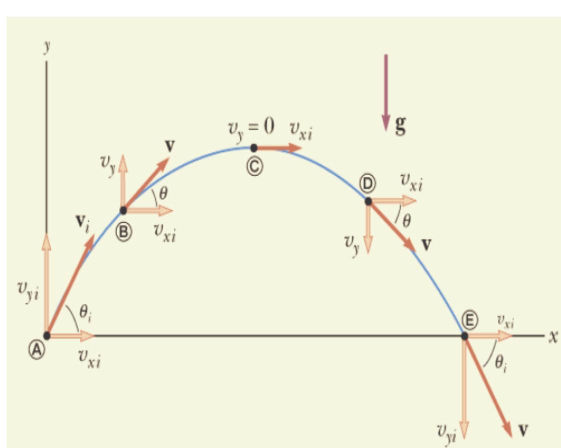


Projétil lançado obliquamente

resistência do ar ignorada
aceleração gravítica c^{te} e dirigida para o centro da Terra
rotação da Terra ignorada

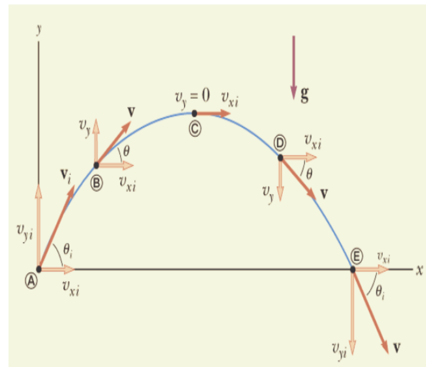
$$\vec{a} = \vec{g}$$
$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{g}\,(t - t_o)$$
$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_o)^2$$

$$\vec{a}(t): \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$



Projétil lançado obliquamente

$$\vec{a} = \vec{g}$$
$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{g}\,(t - t_o)$$
$$\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}_o(t - t_o) + \frac{1}{2}\vec{g}(t - t_o)^2$$

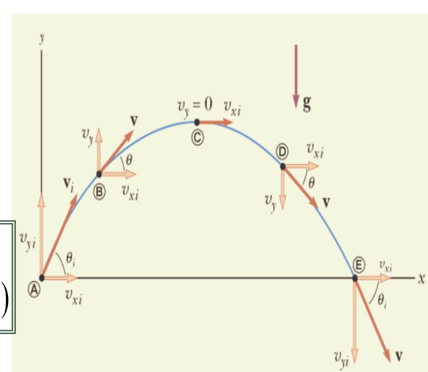


$$\vec{a}(t): \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\vec{v}(t): \begin{cases} v_x = v_{x,0} = v_0 \cos\theta_i = c^{te} \\ v_y = v_{y,0} - g\,(t - t_0) = v_0 sen\theta_i - g\,(t - t_0) \end{cases}$$

Projétil lançado obliquamente

$$\vec{a}(t): \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

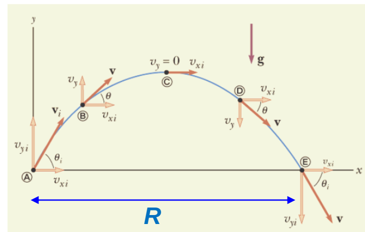


$$\vec{v}(t): \begin{cases} v_x = v_{x,0} = v_0 \cos\theta_i = c^{te} \\ v_y = v_{y,0} - g\,(t - t_0) = v_0 sen\theta_i - g\,(t - t_0) \end{cases}$$

$$\vec{r}(t): \begin{cases} x = x_0 + v_{x,0}(t - t_0) = x_0 + (v_0 \cos\theta_i)(t - t_0) \\ y = y_0 + v_{y,0}(t - t_0) - \frac{1}{2} g\,(t - t_0)^2 = y_0 + (v_0 sen\theta_i)(t - t_0) - \frac{1}{2} g\,(t - t_0)^2 \end{cases}$$

Projétil lançado obliquamente

Qual o alcance máximo, $x_{máx}$=R?



$$v_{x,0} = v_0 \cos\theta; \quad v_{y,0} = v_0 \sin\theta$$

$$R = 2v_{x,0}t; \quad 0 = v_{y,0} - gt; \quad t = v_{y,0} / g$$

$$R = 2v_{x,0}v_{y,0} / g = 2v_0^2 \sin\theta\cos\theta / g$$

$$\boxed{R = (v_0^2 / g)\sin 2\theta}$$

Projétil lançado obliquamente

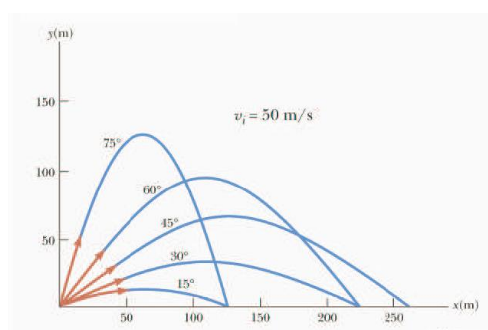
Qual o alcance máximo, $x_{máx}$=R?

$$\boxed{R = (v_0^2 / g)\sin 2\theta}$$

$$\boxed{(x_0, y_0) = (0,0)}$$

Alcance máx θ_0 =45º

sen ($2\theta_0$)=1 ; $2\theta_0$ =90º



Projétil lançado obliquamente

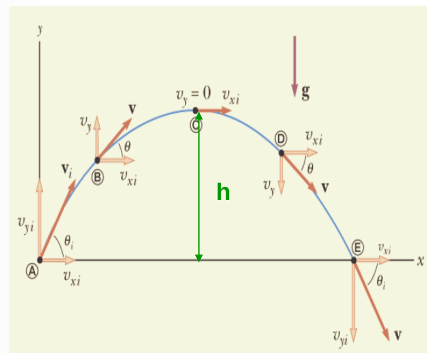
Qual a altura máxima, $y_{máx}=h$?

$$v_{x,0} = v_0 \cos\theta; \quad v_{y,0} = v_0 \sin\theta$$

$$t = v_{y,0} / g$$

$$h = h_0 + v_{y,0}\left(v_{y,0}/g\right) - \frac{1}{2} g \left(v_{y,0}/g\right)^2$$

$$h = h_0 + \frac{v_{y,0}^2}{2g} = h_0 + \boxed{\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}}$$



Projétil lançado obliquamente

Equação da trajectória

$$(x_0 = 0;\ h_0 = 0)$$

$$x = x_0 + v_{x,0}(t - t_0); \quad h = h_0 + v_{y,0}(t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2$$

$$v_{x,0} = v_0 \cos\theta_0; \quad v_{x,0} = v_0 \sin\theta_0$$

$$\boxed{h = x(\tan\theta) - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\theta}}$$

Projétil lançado obliquamente: exemplos