Mecânica e Campo Electromagnético
2015/2016

- Potencial eléctrico e energia potencial
- Teorema do fluxo de Gauss
- Resolução de exercícios

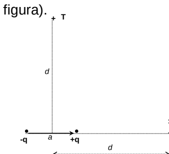
Maria Rute André

rferreira@ua.pt

. Resolução de exercícios

1ª série.

6. Duas cargas iguais e de sinais contrários, com uma distância constante entre si constituem um dipolo (ver figura).



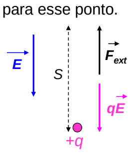
a) Mostre que o campo eléctrico em **S** é paralelo ao vector **a**, e em T tem o sentido contrário.

b) Determine o campo eléctrico em **T** e em **S**, fazendo aproximações adequadas (*d*>>*a*). Introduza no resultado o vector momento dipolar eléctrico $\vec{p} = Q\vec{a}$

c) Mostre que um dipolo colocado num campo eléctrico uniforme fica sujeito a um binário cujo momento é dado por $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

III. Potencial Eléctrico

Potencial eléctrico num ponto: Trabalho externo necessário para trazer uma carga unitária, positiva, a velocidade constante da posição de potencial zero para esse ponto.



Para deslocar a carga *q* de *S*, é necessário aplicar uma força contrária à força eléctrica. É fornecido ao sistema trabalho na forma de energia potencial
(Energia cinética permanece constante)

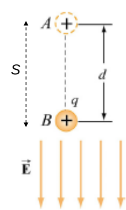
$$W_{ext} = \Delta E_p = E_{p_f} - E_{p_i}$$

Como a carga *q* se move num campo electrostático $\Delta V = \frac{\Delta E_p}{q}$

$$W_{ext} = q\Delta V = q(V_f - V_i)$$

Referência no infinito $V_i = 0, \Rightarrow V_f = \frac{W_{ext}}{q}$

III. Potencial Eléctrico



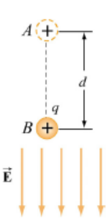
$$\Delta V = -\int_A^B \frac{\vec{F}_e}{q} d\vec{S} = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S}$$

O deslocamento A-B é paralelo ao campo eléctrico

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -E \int_A^B d\vec{S} = -ES \; (<0)$$

III. Potencial Eléctrico



A variação correspondente na energia potencial é de

$$\Delta E_P = E_{P_B} - E_{P_A} = -qES \; (<0)$$

A energia potencial de uma carga positiva decresce, á medida que esta se desloca ao longo do campo.
(Tal como uma massa perde energia potencial à medida que se desloca no sentido da Força gravitacional).

III. Potencial Eléctrico

O deslocamento A-B não é paralelo ao campo eléctrico

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} d\vec{S} \Leftrightarrow$$

$$\Delta V = -ES\cos\theta = -Ey$$

O deslocamento é A-C-B

$$\Delta V = \Delta V_{CA} + \Delta V_{BC}$$

$$\Delta V_{BC} = 0, \; \vec{E} \perp \overline{BC}$$

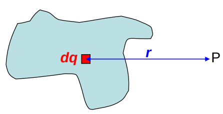
O campo eléctrico é conservativo

III. Potencial Eléctrico

Casos Gerais

1. Como varia o potencial nas vizinhanças de uma carga pontual?

2. Qual o potencial para uma distribuição contínua de cargas ?
   Há duas formas de cálculo:
   a) Considerar a contribuição de um elemento arbitrário de carga dq num ponto P a uma distância r;
   b) Usar a expressão seguinte, quando o campo eléctrico é conhecido, por exemplo usando a lei de *Gauss* (**vamos estudar a seguir**).



$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l}$$

Ver resolução no quadro

. Resolução de exercícios

1ª série.

5. Quatro cargas +q,+q,-q,-q estão colocadas nos vértices dum quadrado de lado a. Determine, para os dois casos de distribuição das cargas, o campo eléctrico e o potencial no centro do quadrado.
Escolha uma linha apropriada e verifique que $\int_\Gamma \vec{E}.d\vec{l} = 0$

8. Um fio semi-circular de raio **R** está uniformemente carregado com uma carga total **Q**. Encontre o vector campo eléctrico no centro de curvatura.

.

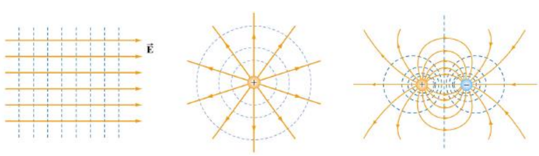
III. Potencial Eléctrico

Superfícies equipotenciais

1. Superficie que contém pontos de igual potencial

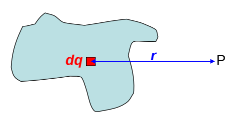
2. as linhas de campo são perpendiculares às superfícies equipotenciais

3. o trabalho para deslocar uma carga entre quaisquer pontos de uma equipotencial é nulo (pois, todos os pontos têm o mesmo potencial)



Exemplos de linhas de campo eléctrico (linha a cheio) e de superfícies equipotenciais (linhas a tracejado)

Função Potencial



O potencial eléctrico depende da posição do ponto P:

$$V(x,y,z) = -\int_A^B \vec{E}(x,y,z)\vec{dl}$$

O campo eléctrico tem 3 componentes:

$$E_x = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}$$

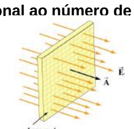
$$E_y = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -gradV$$

Fluxo eléctrico através de uma superfície *A*: proporcional ao número de linhas de campo que atravessam uma superfície

Campo eléctrico ($\vec{E}$) uniforme



$$\Phi_E = \vec{E}.\vec{A}$$

Vector normal à superfície *A*

Campo eléctrico não uniforme ou superfície não ser plana

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}.d\vec{a}$$

Vector normal a cada elemento de superfície *da*

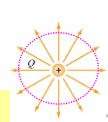
IV. Lei de Gauss:

O fluxo total através de uma superfície fechada é igual a $1/\varepsilon_0$ vezes a carga total (Q^T) encerrada pela superfície, ou seja:

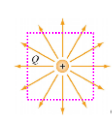
$$\Phi_E = \oint \vec{E}.d\vec{a} = \frac{Q_T}{\varepsilon_0}$$

Para apliucar a lei de Gauss, há que identificar primeiro identificar a respectiva superfície onde, facilmente, se pode aplicar a lei.

Qual a superfície a escolher no caso de uma carga pontual?



Em qualquer ponto da esfera o campo é igual

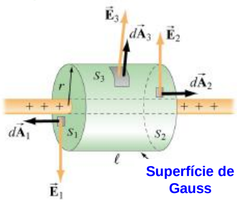


Nos vértices a distância à carga é maior, logo o campo é diferente

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

1. Campo eléctrico devido a um fio carregado com uma densidade linear de carga λ *(C/m)*



$$\vec{E}_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\hat{x}$$

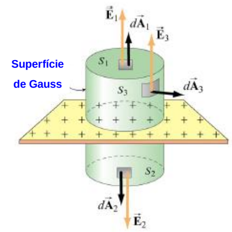
Expressão já encontrada, usando a lei de *Coulomb* (Aula 2)

Ver resolução no quadro

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

2. Campo eléctrico de uma distribuição plana e infinita de carga com densidade superficial σ *(C/m²)*



$$\vec{E}_y = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{y}$$

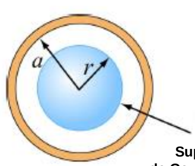
Expressão já encontrada, usando a lei de *Coulomb* (Aula 2)

Ver resolução no quadro

IV. Lei de Gauss

Casos Gerais

3. Campo eléctrico de uma distribuição esférica de carga com densidade volúmica de carga ρ *(C/m²)*



Superfície de Gauss esférica

$$E = \frac{\rho r^3}{3\varepsilon_0 a^2}$$

$$\vec{E} \perp d\vec{a}$$

Ver resolução no quadro