Universidade de Aveiro - Departamento de Matemática

Matemática Discreta 2017/2018 - UC 47166 (1^o Ano/2^o Sem)

Teste T1 (Avaliação Discreta) - 20/04/2018 **Duração: 2h**

1. Supondo p, q e r proposições atómicas, considere as fórmulas bem formadas:

$$F: \ (p \vee q) \Rightarrow r \qquad \text{e} \qquad G: (\neg r \Rightarrow \neg p) \vee (\neg r \Rightarrow \neg q)$$

Averigue, justificando, qual das seguintes respostas é a correta:
   (a) F e G são logicamente equivalentes;
   (b) $F \Rightarrow G$;
   (c) $G \Rightarrow F$;
   (d) Todas as anteriores;
   (e) Nenhuma das anteriores.

2. Seja a relação $\mathcal{R}$ definida em $\mathbb{R}^2$, tal que:

$$(x,y)\mathcal{R}(x',y') \iff y' = y \ \wedge \ x' = qx, \quad \text{para algum } q \in \mathbb{Q}\backslash\{0\}.$$

   (a) Mostre que $\mathcal{R}$ é uma relação de equivalência.
   (b) Determine a classe de equivalência $[(1,1)]_{\mathcal{R}}$ e descreve-a geometricamente.

3. Admita que o universo do discurso é o conjunto dos humanos e considere os seguintes predicados:
   - RNC(x) $\equiv$ "x é um recém-nascido";
   - ILG(x) $\equiv$ "x é ilógico";
   - LCC(x) $\equiv$ "x lida com crocodilos";
   - MNP(x) $\equiv$ "x é menosprezado".

   (a) Usando os predicados acima definidos, represente em lógica de primeira ordem cada uma das seguintes afirmações:
      F1. Os recém-nascidos são ilógicos.
      F2. Quem lida com crocodilos não é menosprezado.
      F3. As pessoas ilógicas são menosprezadas.
   (b) Aplicando o princípio da resolução mostre que a partir de F1, F2 e F3 se pode concluir que os recém-nascidos não conseguem lidar com crocodilos.

4. Considere a permutação π definida por

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

   (a) Encontre a decomposição de π num produto de ciclos e obtenha as permutações associadas a cada um desses ciclos, cada uma delas na forma

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & \sigma_4 & \sigma_5 & \sigma_6 & \sigma_7 \end{pmatrix}.$$

   (b) Determine, justificando, o sinal de π, sgn(π).
   (c) Indique o tipo da permutação π e dê um exemplo de outra permutação desse tipo.

5. Usando indução matemática mostre que $2^{n+1} > n+2$, para $n = 1, 2, 3, \ \ldots$.

6. Mostre que se $S \subseteq [15] = \{1, 2, 3, \ldots, 13, 14, 15\}$ e $|S| > 7$, então há pelo menos dois subconjuntos de S com três elementos com a mesma soma.

Cotações:

1.	**2.(a)**	**2.(b)**	**3.(a)**	**3.(b)**	**4.(a)**	**4.(b)**	**4.(c)**	**5.**	**6.**
2.5	2.5	1.5	2.5	3.0	1.5	1.0	1.0	2.5	2.0