Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo I - Agrupamento IV **2018/2019**

Soluções da Ficha de Exercícios 2

1. (a) $x^3+\frac{5}{2}x^2+7x+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (b) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (c) $\frac{x^7}{7}+\frac{x^4}{2}+x+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (d) $\frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (e) $\ln|1+x^3|+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (f) $-\frac{1}{6x^6}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (g) $\frac{1}{8}\ln(2+4x^2)+\frac{\sqrt{2}}{4}\operatorname{arctg}(\sqrt{2}x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (h) $\operatorname{sen} x^4+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (i) $-\sqrt{1-x^2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (j) $-\frac{\cos^6 x}{6}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (k) $-\ln|\cos x|+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (l) $\frac{(\ln x)^2}{2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (m) $e^{\operatorname{tg} x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (n) $\frac{1}{2\ln 7}7^{x^2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (o) $-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\sqrt{2}x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (p) $\frac{x^2}{2}+\ln|x|+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (q) $-\frac{1}{5\sqrt{7+5x^2}}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (r) $\frac{1}{4}\operatorname{arctg}(x^4)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (s) $\frac{5}{3}\operatorname{arcsen}(x^3)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (t) $\frac{\sqrt{7}}{7}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{7}}\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (u) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{2}\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (v) $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(x^2\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (w) $\frac{1}{2}\operatorname{arcsen}\left(x^2\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (x) $-\frac{1}{2}\sqrt{1-x^4}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
2. (a) $e^{\operatorname{arcsen} x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (b) $\operatorname{tg} x-x+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (c) $\operatorname{sen}(\ln x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (d) $-\frac{3}{\ln^2(4x)}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (e) $-\frac{1}{15(e^{3x}-2)^5}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (f) $\frac{\operatorname{tg}^2 x}{2}+\ln|\cos x|+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (g) $\operatorname{arcsen}(\ln x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (h) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+e^x)^3}+c, \quad c\in\mathbb{R}$
   (i) $\ln|\ln x|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(j) $2e^{\sqrt{x}} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(k) $\ln|x + \operatorname{sen} x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(l) $\frac{e}{2}\ln(e^{2x} + 3) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(m) $-\frac{\cos(x^6)}{6} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(n) $-\frac{1}{2}(\arccos x)^2 + \sqrt{1 - x^2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(o) $\frac{1}{2}\operatorname{sen}(\ln(x^2)) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

3. Resolvido

4. $F(x) = 2\ln|x| - \frac{3}{x} - 2$

5. $\frac{\pi}{8}(\sqrt{2} - 2)$

6. $F(x) = -\frac{1}{x} + x - \frac{3}{2}$

7. $F(x) = 3\operatorname{sen}(\ln x) + 2$

8. $g(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{arctg} x) - \operatorname{arctg}(\pi/2)$

9. (a) Resolvido

(b) $x\operatorname{sen} x + \cos x + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(c) $x^2\operatorname{sen} x + 2x\cos x - 2\operatorname{sen} x + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(d) $-\frac{2x+3}{3}e^{-3x} - \frac{2}{9}e^{-3x} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(e) $x(\ln^2 x - 2\ln x + 2) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(f) $x\ln x - x + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(g) $x\ln(x^2 + 1) - 2(x - \operatorname{arctg} x) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(h) $\frac{x^2}{2}\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}(x - \operatorname{arctg} x) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(i) $\frac{x}{2}\cos(\ln x) + \frac{x}{2}\operatorname{sen}(\ln x) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(j) $\frac{-e^{2x}\cos x + 2e^{2x}\operatorname{sen} x}{5} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(k) $\frac{x\operatorname{sen}(\ln x) - x\cos(\ln x)}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(l) $x\operatorname{arcsen} x + \sqrt{1 - x^2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(m) $\frac{x^2}{2}\operatorname{arcsen}(x^2) + \frac{1}{2}\sqrt{1 - x^4} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(n) $\frac{1}{2}e^{x^2}(x^2 - 1) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(o) $x\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(p) $x\operatorname{arctg}\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(q) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3}\ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(r) $\frac{\cos x\cos(3x) + 3\operatorname{sen} x\operatorname{sen}(3x)}{8} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(s) $\frac{\cos x\operatorname{sen} x + x}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(t) $\frac{\sec x tgx + \ln|\sec x + \operatorname{tg} x|}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(u) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \operatorname{arcsen} x + c, \quad c \in \mathbb{R}$

10. (a) Resolvido

(b) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - x + 2\sqrt{x} - 2\ln|\sqrt{x} + 1| + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(c) $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(d) $-\frac{\sqrt{4+x^2}}{4x} + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(e) $\frac{1}{\sqrt{5}}\operatorname{arccos}\left(\frac{\sqrt{5}}{x}\right) + c, \quad c \in \mathbb{R}$

(f) $-\frac{2}{3}(1-x)\sqrt{1-x}-\frac{2}{7}(1-x)^3\sqrt{1-x}+\frac{4}{5}(1-x)^2\sqrt{1-x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(g) $2\text{arcsen}\,\frac{x}{2}-\frac{x(2-x^2)\sqrt{4-x^2}}{4}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(h) $\arccos\frac{1}{x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(i) $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{x^2+4}}{x}+\frac{2}{x}\right|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(j) $-\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(k) $2\text{arcsen}\,\frac{x+1}{\sqrt{2}}-\frac{(x+1)\sqrt{2-(x+1)^2}}{2}+2\sqrt{2-(x+1)^2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(l) $\frac{\sqrt{x^2-7}}{7x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(m) $\frac{6}{7}x\sqrt[6]{x}-\frac{6}{5}\sqrt[6]{x^5}+2\sqrt{x}-6\sqrt[6]{x}+6\text{arctg}\,\sqrt[6]{x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(n) $\frac{1}{48}(2x+5)^{12}-\frac{5}{44}(2x+5)^{11}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(o) $-\frac{3}{8}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\frac{4}{3}}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(p) $2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(q) $\frac{2}{3}\left(\sqrt{1+\ln x}\right)^3-2\sqrt{1+\ln x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(r) $2\sqrt{\text{tg}\,x-1}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

11. (a) Resolvido

(b) $-\ln|x-2|+\frac{5}{4}\ln|x-3|-\frac{1}{4}\ln|x+1|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(c) $\frac{1}{8}\ln|x-1|-\frac{1}{8}\ln|x+1|+\frac{1}{4(x+1)}+\frac{1}{4(x+1)^2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(d) $\frac{1}{12}\ln|x+2|-\frac{1}{24}\ln(x^2-2x+4)+\frac{\sqrt{3}}{12}\text{arctg}\left(\frac{x-1}{\sqrt{3}}\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(e) $\frac{x^7}{7}-\frac{x^5}{5}+\frac{x^3}{3}-x+\text{arctg}\,x+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(f) $-\ln|x|-\frac{1}{2x^2}+\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(g) $-\frac{2}{x}-\text{arctg}\left(\frac{x}{2}\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(h) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+4x+2\ln|x|+5\ln|x-2|-3\ln|x+2|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(i) $\ln|x-1|-\frac{2}{x-1}-\frac{1}{2(x-1)^2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(j) $-\frac{3}{4}\ln|x|-\frac{1}{4x}+\frac{13}{16}\ln|x-2|+\frac{15}{16}\ln|x+2|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(k) $\frac{1}{3}(2\ln|x-1|-\ln(x^2+x+1))+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(l) $\frac{1}{4}(4x+\ln|x-1|-\ln|x+1|-2\text{arctg}\,x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(m) $\ln|x|-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+\frac{1}{2(x^2+1)}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(n) $\frac{1}{2}\ln(x^2+4x+5)-\text{arctg}\,(x+2)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

12. (a) $\frac{1}{2}\theta-\frac{1}{4}\text{sen}\,(2\theta)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(b) $\frac{3}{8}x-\frac{1}{4}\text{sen}\,(2x)+\frac{1}{32}\text{sen}\,(4x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(c) $-\frac{\cos^3 x}{3}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(d) $-\cos x+\frac{1}{3}\cos^3 x+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(e) $-\frac{\cos^3 x}{3}+\frac{2}{5}\cos^5 x-\frac{\cos^7 x}{7}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(f) $\text{sen}\,x-\frac{\text{sen}^3 x}{3}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(g) $\ln\left|\sqrt{\frac{2+x^2}{2}}+\frac{x}{\sqrt{2}}\right|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(h) $-2\cos\sqrt{x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(i) $3\ln|x-3|-2\ln|x-2|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(j) $\text{arcsen}\,(x-1)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(k) $\frac{(1+x^2)^2\sqrt{1+x^2}}{5}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(l) $x-2\sqrt{x}+2\ln(1+\sqrt{x})+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(m) $\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(n) $\frac{1}{4}x-\frac{1}{8}\ln(e^{2x}+4)+\frac{1}{2}\text{arctg}\,\frac{e^x}{2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(o) $x\text{tg}\,x+\ln|\cos x|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(p) $-\frac{1}{2(1-\cos x)^2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(q) $(\frac{2}{3}x^3+3x)\text{arctg}\,x-\frac{1}{3}x^2-\frac{7}{6}\ln(1+x^2)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(r) $\ln\left|\frac{x+1+\sqrt{(x+1)^2-4}}{2}\right|+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(s) $2\sqrt{1+e^x}+\ln|\sqrt{1+e^x}-1|-\ln(\sqrt{1+e^x}+1)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(t) $2\text{arctg}\,\sqrt{e^x-1}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(u) $\frac{1}{12}\text{sen}\,(6x)+\frac{1}{8}\text{sen}\,(4x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(v) $-2\sqrt{\cos x}+\frac{2}{5}\sqrt{\cos^5 x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(w) $-\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{2}{5}\cos^5 x-\frac{1}{7}\cos^7 x+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(x) $\frac{1}{2}\ln(\ln^2 x+1)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

13. $F(x)=-\ln|\cos x|+3$

14. $f(x)=2\ln(e^x+3)-\ln 4$

15. $f(x)=2x^3+2x+1$

16. (a) $-\frac{1}{2}e^{\cos(2x)}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(b) $4\left(\frac{\sqrt{x}}{2}+\sqrt[4]{x}+\ln(\sqrt[4]{x}-1)\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(c) $\frac{\sqrt{x^2-9}}{9x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(d) $\frac{x^3}{3}\text{arctg}\,x-\frac{x^2}{6}-\frac{1}{6}\ln(1+x^2)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(e) $\frac{1}{2}\ln|\,x\,|-\frac{1}{4}\ln(4+x^2)+\frac{1}{2}\text{arctg}\,(\frac{x}{2})+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(f) $\frac{2}{3}\sqrt{1+x^3}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(g) $-\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(h) $\frac{1}{2}(\ln(x^2+1)-2\ln|x|+6\text{arctg}\,x)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(i) $\frac{1}{1+\text{sen}\,x}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(j) $\frac{x^2+1}{2}\ln(1+x^2)-\frac{x^2}{2}+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(k) $\text{sen}\,x\cdot\ln(\text{sen}\,x)-\text{sen}\,x+c, \quad c\in\mathbb{R}$

(l) $\frac{1}{2}\arccos\left(\frac{2}{x}\right)+c, \quad c\in\mathbb{R}$

17. $f(x)=\ln\left(\frac{x^2-2x+2}{x^2}\right)+3\text{arctg}\,(x-1)-\frac{3\pi}{2}$