

**Universidade de Aveiro**  
**Departamento de Matemática**

**Cálculo I - Agrupamento IV**

**2018/2019**

**Soluções do Exame Final - Época Normal de Exames**

1. (a)  $-\infty$ .  
(b)  $D_{f^{-1}} = ]0, \frac{\pi}{2}[$ ,  $CD_{f^{-1}} = \mathbb{R}^-$ ,  $f^{-1}(x) = \ln(\cos x)$ .
2. Sugestão: Utilize o Teorema de Rolle.
3. (a)  $\frac{1}{5}\sin(x^5) + \arctg(\cos x) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .  
(b)  $\frac{4}{3}\left(x^{\frac{3}{4}} - \ln(1 + x^{\frac{3}{4}})\right) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .  
(c)  $2\ln|x| - \ln(4 + x^2) + C$ ,  $C \in \mathbb{R}$ .
4. (a) Pelo Teorema Fundamental do Cálculo Integral,  $F$  é diferenciável em  $\mathbb{R}$  e
$$F'(x) = 2x^3 \ln(1 + e^{x^2}), \quad x \in \mathbb{R}.$$
  
(b)  $F$  é estritamente decrescente em  $\mathbb{R}^-$  e estritamente crescente em  $\mathbb{R}^+$ . Como  $F$  é contínua, podemos concluir que  $F(0) = 0$  é mínimo local de  $F$ .
5.  $\frac{2e - 2}{e}$ .
6. O integral é convergente.
7. (a) A série é absolutamente convergente (Sugestão: utilizar o Critério do Quociente ou o Critério da Raiz).  
(b) A série é simplesmente convergente.
8. (a) A série é divergente (pela condição necessária de convergência).  
(b) A série é divergente.