Mecânica e Campo Electromagnético 2015/2016

- **Corrente elétrica e densidade de corrente elétrica. Lei de Ohm.**
- **Resistividade e condutividade elétrica. Efeito de Joule.**
- **Resistência de condutores cilíndricos, esféricos.**
- **Resolução de exercícios.**

Maria Rute André

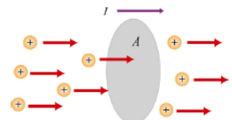
rferreira@ua.pt

Corrente eléctrica: fluxo de cargas
Corrente contínua

Até ao momento, estudámos cargas em repouso (ELECTROSTÁTICA)

Agora, vamos estudar cargas em movimento

Corrente eléctrica (*I*) = fluxo de cargas



Se num instante Δt, passarem ΔQ cargas através de uma secção de *A*

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (A)$$

Corrente eléctrica: fluxo de cargas
Corrente contínua

Se o fluxo de cargas não for constante, então, a corrente elétrica instantânea é

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (A)$$

Nota: **Por convenção, o sentido convencional da corrente (ou seja a direção positiva da corrente) é o sentido das cargas positivas. Isto quer dizer que o sentido da corrente é oposto ao sentido do fluxo das cargas negativas.**

Exemplo: **Para existir movimento de cargas, por hipótese, ao longo de um fio é necessário que esteja aplicada uma ddp aos seus terminais.**

Significa que existe um campo elétrico ao longo do fio e que a corrente flui do potencial mais alta para o potencial mais baixo (*sentido convencional*)

Densidade de corrente eléctrica (*J*)

Como existe um campo elétrico ao longo do fio, os portadores têm uma velocidade (designada, usualmente, por velocidade de *drift*, $\boldsymbol{v_d}$).

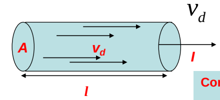
Se existirem ***n*** cargas, por unidade de volume, o número total de cargas dentro de um cilindro de comprimento ***l*** e área ***A*** é dado por:

$$\Delta Q = n(Al)q$$

Se esta carga demorar um tempo Δt para atravessar o cilindro

$$\Delta t = \frac{l}{v_d} \Rightarrow I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nAqv_d$$

Carga do portador



Corrente elétrica escrita em termo da velocidade de *drift*

Densidade de corrente eléctrica (*J*)

Definimos densidade de corrente (***J***), como a corrente por unidade de área, ou seja:

$$J = \frac{I}{A}(Am^{-2}) \Rightarrow \vec{J} = nq\vec{v}_d\,(Am^{-2})$$

Podemos calcular a corrente elétrica através de:

$$I = \int_S \vec{J}\, d\vec{S}\,(A)$$

Válida para densidade de corrente uniforme ou variável no tempo

Densidade de corrente eléctrica (*J*)

Consideremos, agora, uma superfície fechada. O integral de ***J*** através dessa superfície dá-nos o integral de escoamento de cargas, através do volume encerrado pela superfície

$$\int_S \vec{J}\, d\vec{S}\,(A) = -\frac{d}{dt}\int_S \rho dV$$

Aplicando a lei de *Gauss* ea lei da conservação de energia

Podemos encontrar duas situações:

1. Corrente não estacionária: $div\vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$
2. Corrente estacionária: como existe sempre escoamento de cargas para fora do volume, vamos chegar a uma situação em que não existem mais cargas:

$$div\vec{J} = 0$$

Resistência. Lei de Ohm.

Suponhamos que temos uma corrente ***I*** que atravessa um condutor quando existe uma ***ddp*** aplicada. Então, definimos resistência eléctrica do condutor:

$$R = \frac{V}{I}\,(\Omega)$$

A lei de Ohm (***V=RI***) diz que: a tensão aplicada aos terminais de um condutor é proporcional à corrente que o atravessa.

Vamos, agora, analisar esta lei a nível microscópico.

Lei de Ohm: nível microscópico

Como já sabemos, vamos ter um campo elétrico no interior do condutor que induz uma velocidade de *drift*, $\boldsymbol{v_d}$.

O campo elétrico no interior do condutor não é nulo, como dissemos há algumas aulas atrás por quê?

Por que não deixamos o sistema em equilíbrio, existe uma injeção contínua de cargas devido à *ddp* aplicada.

Lei de Ohm: nível microscópico

Como já sabemos, vamos ter um campo elétrico no interior do condutor que induz uma velocidade de *drift*, $\boldsymbol{v_d}$.

Esta velocidade deveria aumentar, mas na realidade, há choques entre os portadores (eletrões, por exemplo) e os iões positivos. Vamos definir τ como o tempo médio entre colisões:

Sabemos que:

$$\Delta\vec{v} = \frac{e\vec{E}}{m}\Delta t \Rightarrow \vec{v}_d = \frac{e\vec{E}\tau}{m}$$

$$(F_{el} = ma)$$

Aceleração do portador

Massa do portador

Força elétrica

Lei de Ohm: nível microscópico

Como:

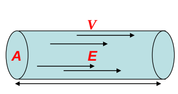
$$\vec{J} = ne\vec{v}_d \Rightarrow \vec{J} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E} \Rightarrow \vec{J} = \sigma\vec{E} \;\wedge\; \sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Condutividade do material

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E} \;\wedge\; \rho = \sigma^{-1} = \frac{m}{ne^2\tau}$$

Resistividade do material

Como afecta a forma do condutor a sua resistência?



Vamos considerar um campo elétrico uniforme num fio

$$E = \frac{V}{l} \wedge J = \frac{I}{A} = \sigma E$$ então $$I = \frac{A}{\rho l}V \Leftrightarrow V = \rho\frac{l}{A}I$$

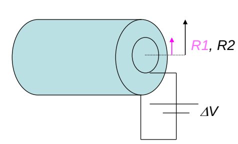
Pela lei de Ohm, a resistência do fio será:

$$R = \rho\frac{l}{A}$$

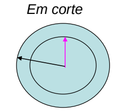
Conclusão: a resistência do fio é diretamente proporcional ao comprimento e inversamente proporcional à sua secção

Resistência de condutores cilíndricos

Temos 2 condutores cilíndricos, concêntricos de raios *R1* e *R2*, separados por uma substância de resistividade ρ. Qual a resistência entre as duas superfícies?



Em corte



A corrente tem a direção dos potenciais decrescentes, logo vai fluir do centro para fora. Esta corrente atravessa uma superfície cilíndrica de raio variável *r: R1<r<R2*

$$J = \frac{I}{A} \Leftrightarrow J = \frac{I}{2\pi rl} \wedge J = \sigma E$$

$$\Rightarrow E = \frac{I}{\sigma 2\pi rl}$$

Resistência de condutores cilíndricos

Vamos calcular a *ddp* entre os cilindros

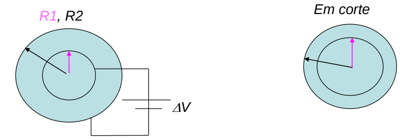
$$\Delta V = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}d\vec{r} = \int \frac{I}{\sigma 2\pi r l} dr = \frac{I}{\sigma 2\pi l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Pela lei de Ohm

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Resistência de condutores esféricos

Temos 2 condutores esféricos, concêntricos de raios *R1* e *R2*, separados por uma substância de resistividade ρ. Qual a resistência entre as duas superfícies?



A corrente vai fluir do interior para exterior (radialmente, no sentido dos potenciais decrescentes). Esta corrente atravessa uma superfície esférica de raio variável *r: R1<r<R2*

$$J = \frac{I}{A} \Leftrightarrow J = \frac{I}{4\pi r^2} \quad \wedge J = \sigma E \Rightarrow E = \frac{I}{\sigma 4\pi r^2}$$

$$\Delta V = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}d\vec{r} = \int \frac{I}{\sigma 4\pi r^2} dr = \frac{I}{\sigma 4\pi}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R2}\right]$$

Pela lei de Ohm

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\rho}{4\pi R_1}\left[1 - \frac{R_1}{R_2}\right]$$

Resistência de condutores cilíndricos (outro processo)

$$dR = \frac{\rho}{2\pi r l} dr \Leftrightarrow R = \frac{\rho}{2\pi l}\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi r l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Resistência de condutores esféricos (outro processo)

$$dR = \frac{\rho}{2\pi r^2} dr \Leftrightarrow R = \frac{\rho}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho}{4\pi R_1}\left[1 - \frac{R_1}{R_2}\right]$$

Resistividade *vs* temperatura

$$\rho = \rho_0\left(1 + \alpha\left(T - T_0\right)\right)$$

Por exemplo: Cu
ρ0=1,68×10^{-8} Ωm
α=0.0068 C^{-1}

Conclusão: um aumento da temperatura, implica um aumento do número de choques entre portadores, logo temos maior resistividade

Energia dissipada numa resistência: efeito de *Joule*

Na ausência de campo elétrico, os portadores de carga permanecem em equilíbrio térmico com a rede do condutor.

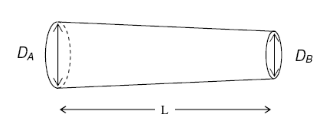
Ao aplicarmos um campo elétrico, os portadores adquirem energia cinética e entre colisões partilham essa energia com a rede; por isso o condutor aquece. Este é o efeito de *Joule*.

$$P = \frac{V^2}{R} = RI^2$$

Potência dissipada por efeito de Joule

. Resolução de exercícios (2ª série)

11. Na figura seguinte está representado um corpo em forma de cone truncado, alongado, feito de um material com resistividade ρ.



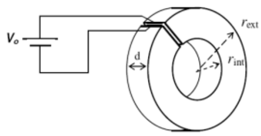
a) Calcule a resistência entre os dois topos do corpo.

b) Qual deverá ser o diâmetro de um cilindro do mesmo material, e com o mesmo comprimento, para que tenha a mesma resistência?

Solução: **a)** $R = \frac{4\rho L}{\pi D_A D_B}$ **b)** $D = \sqrt{D_A \cdot D_B}$

✎. Resolução de exercícios (2ª série)

12. Uma coroa circular de espessura **d**, constituída por um material condutor de resistividade $\boldsymbol{\rho}$, possui uma ranhura radial estreita. Uma bateria está ligada às faces dessa ranhura. Supondo que a corrente flui circularmente, calcule a intensidade de corrente total.



Solução: $I = \dfrac{dV_0}{2\pi\rho} \ln \dfrac{r_{ext}}{r_{int}}$