

# Mecânica e Campo Eletromagnético

2019/2020 – parte 2

Luiz Pereira

luiz@ua.pt



## Tópicos

- Leis de Newton
- Forças de contacto e ligação.
  - Tensões e outras ligações
  - Forças de atrito
  - Força elástica

**Forças  
(dinâmica)**

**Modificam**

**Corpos  
deformáveis**

**Modificam**

**Movimento  
(cinemática)**

Dinâmica

**Aristóteles**

Para mover um objeto

é preciso aplicar *força*.

**Newton**

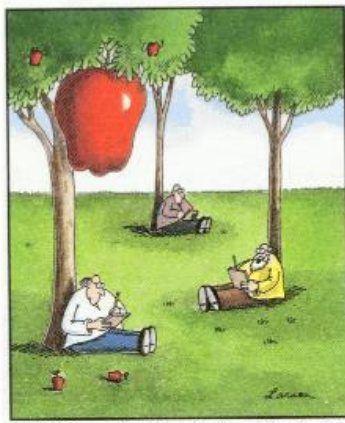
Para um objeto mudar o seu estado de movimento

é preciso aplicar *força*

## Lei da Inércia – 1ª Lei de Newton

Uma partícula **livre move-se com velocidade constante** : movimento em linha reta com velocidade constante ou repouso

## 2ª Lei de Newton: Lei fundamental



"Nothing yet....How about you, Newton?"

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



A soma vetorial de todas as forças que atuam num corpo

## 2ª Lei de Newton: Lei fundamental

Considerando uma partícula, de massa inercial  $m$ :

**Momento Linear**

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$



Massa constante

## 2ª Lei de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

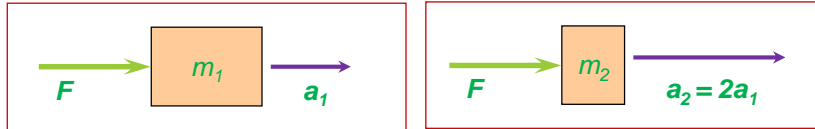
Para cada componente dos vetores

$$\Sigma F_x = ma_x$$

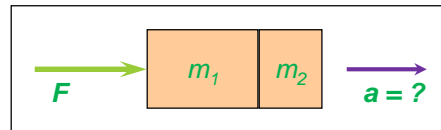
$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$\Sigma F_z = ma_z$$

## Exemplo 2ª Lei de Newton: Movimento retilíneo



- Se encostarmos  $m_1$  and  $m_2$  e aplicarmos a mesma força  $F$  qual será a aceleração do conjunto ?

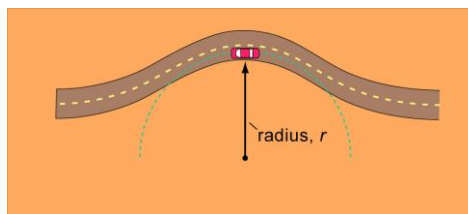


$$a = \frac{2}{3} a_1$$

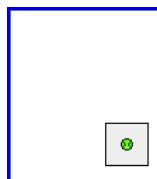
- Qual a força **que**  $m_1$  exerce em  $m_2$  ?

$$F_2 = \frac{1}{3} F$$

## Exemplo: 2ª Lei de Newton: Movimento circular uniforme



A resultante das forças que atuam no carro comportar-se-á como uma força centrípeta permitindo-lhe efetuar a curva  $F_c = mv^2/r$



### 3ª Lei de Newton

#### Forças surgem aos pares

Para cada ação há uma reação de igual intensidade mas oposta.

A força exercida no corpo 1 pelo corpo 2 é simétrica da força exercida no corpo 2 pelo corpo 1

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad \text{Par ação-reação}$$

### 3ª Lei de Newton

#### Forças surgem aos pares

**Os pares ação-reação:**

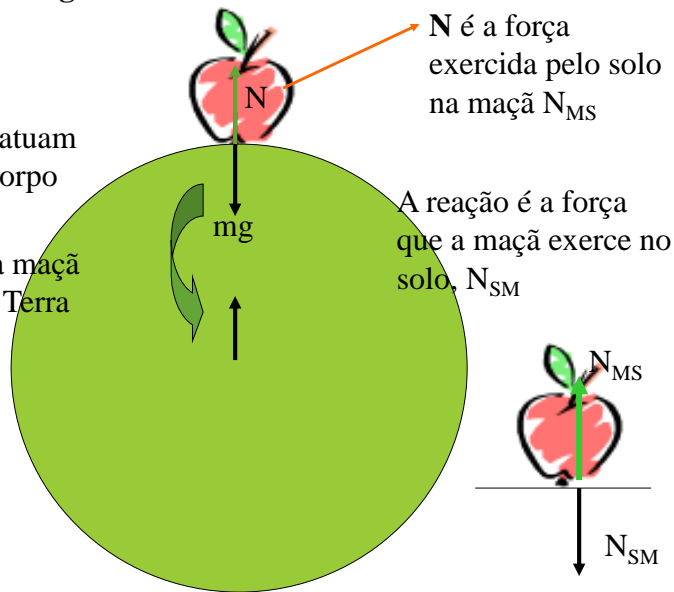
**Atuam SEMPRE em corpos DIFERENTES**

Qual é a reação de  $mg$ ?

Será  $N$ ?

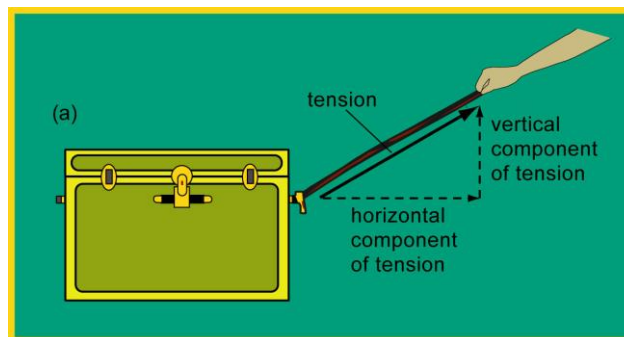
Não!  $N$  e  $mg$  atuam no **MESMO** corpo

É a força que a maçã exerce sobre a Terra



Forças de contacto e ligação

## Tensões e outras ligações



O corpo está sujeito a uma força, a tensão, devida à corda esticada.

Que forças estão aplicadas na corda? E na mão? São par A-R?

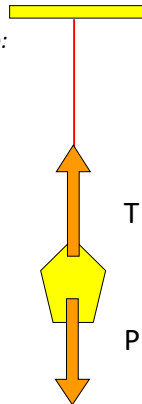
## Tensões e outras ligações

Um candeeiro está suspenso do teto por um cabo (suposto sem peso).

Forças sobre o candeeiro:

P: Peso do candeeiro

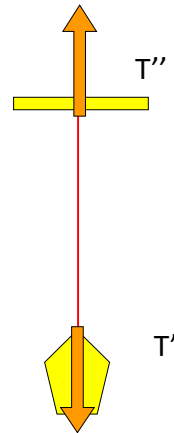
T: Tensão exercida pelo cabo



Forças sobre o cabo:

T'': Tensão exercida pelo tecto, "sustentando" o cabo

T': tensão exercida pelo candeeiro, "puxando" o cabo para baixo



## Tensões e outras ligações

Qual a relação entre as forças? Quais são par ação-reação?

Par ação-reação: T e T'

$$\vec{T} = -\vec{T}'$$

Que mais podemos saber?

Candeeiro em repouso:

$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{0} \Rightarrow \vec{T} = -\vec{P}$$

Cabo em repouso:

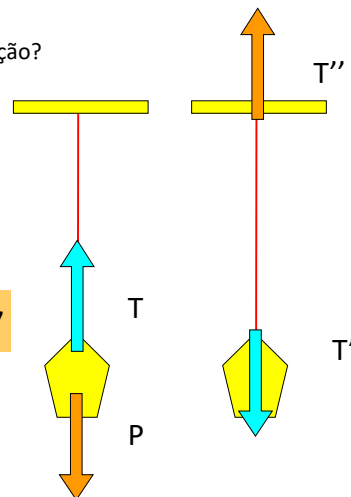
$$\vec{T}'' + \vec{T}' = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}'' = -\vec{T}'$$

Então:

$$\vec{T}'' = -\vec{T}$$

Mas **NÃO** são par ação-reação!

Se não confundir, podemos usar a mesma letra



**O módulo de todas as forças é igual ao do peso**



**equilíbrio**      **Massa m em equilíbrio**

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$$

Massa m

$T$

$T=mg$

$m$

$mg$

Ponto Q

$T_1$

$T_2$

$T_1 \sin \theta$

$T_2 \sin \theta$

$T_1 \cos \theta$

$T_2 \cos \theta$

$T=mg$

$i$

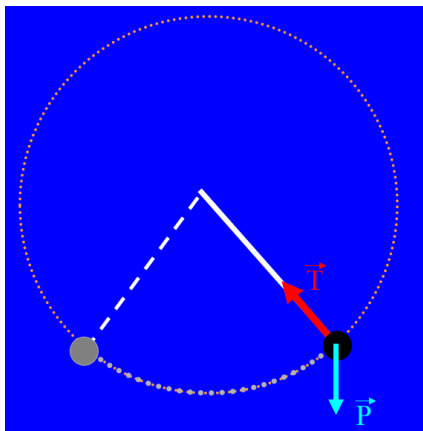
$j$

$$F_{x, \text{Res.}} = T_1 \cos \theta - T_2 \cos \theta = 0$$

$$F_{y, \text{Res.}} = T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta - mg = 0 \quad \rightarrow \quad T_1 = T_2 = \frac{mg}{2 \sin \theta}$$

<http://www.walter-fendt.de/ph11e/equilibrium.htm>

## Pêndulo simples (movimento no plano vertical)



Trajetória circular

Forças:  $\vec{P}$      $\vec{T}$

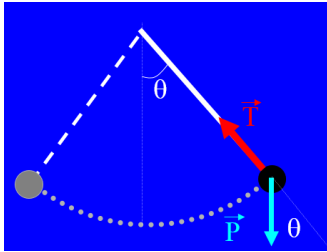
Em qualquer posição:

$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/Pendulum/Pendulum.html>

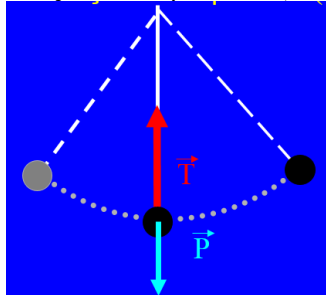
Posição extrema ( $v=0$ )



$$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a} \quad \vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{T}| - |\vec{P}| \cos \theta = m|\vec{a}_n| \\ |\vec{P}| \sin \theta = m|\vec{a}_t| \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} |\vec{T}| - |\vec{P}| \cos \theta = m \frac{v^2}{L} = 0 \\ |\vec{P}| \sin \theta = m|\vec{a}_t| \end{array} \right.$$

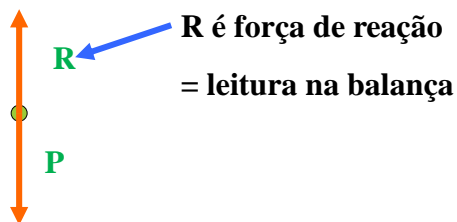
Posição de equilíbrio ( $\theta=0$ )



$$\begin{aligned} |\vec{T}| - |\vec{P}| &= m \frac{v^2}{L} & \text{Máxima tensão!} \\ |\vec{a}_t| &= 0 \end{aligned}$$

Um homem de pé sobre uma balança:

No elevador.....



Se  $a = 0 \Rightarrow |\vec{R}| = |\vec{P}|$  'peso' normal

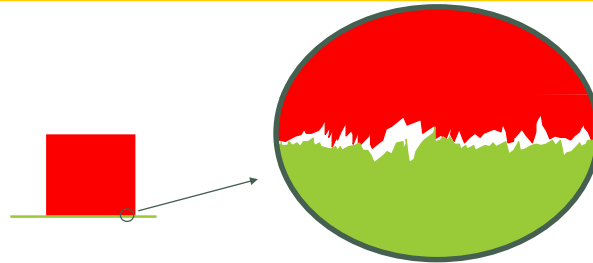
Na subida  $\Rightarrow |\vec{R}| = |\vec{P}| + m|\vec{a}|$  'peso' maior

Na descida  $\Rightarrow |\vec{R}| = |\vec{P}| - m|\vec{a}|$  'peso' menor

## Força de atrito (sólido)

### Superfícies de dois materiais em contato

A força de atrito tende a impedir o movimento relativo das superfícies

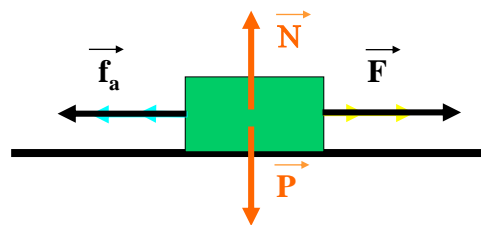


Microscopicamente a força tem origem elétrica

Lubrificação separa as superfícies

## Força de atrito (estático)

Consideremos um corpo sobre uma superfície plana, horizontal, com atrito e ao qual se aplica uma força  $F$ , horizontal, para o tentar pôr em movimento, sem sucesso



O corpo não se move e assim

$$\vec{f}_a = -\vec{F}$$

À medida que  $F$  aumenta a força de atrito também aumenta, até uma situação limite, em que o corpo inicia o movimento.

## Força de atrito (estático)

Na situação limite, em que a força de atrito estático atinge o valor máximo, verifica-se que:

a força de atrito estático máxima é proporcional à normal exercida entre as superfícies

$$f_{a.e.max} = \mu_E N$$

$\mu_E$  é o **coeficiente de atrito estático**, para as duas superfícies

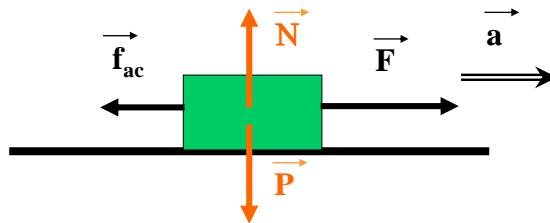
Em geral, temos:

$$f_{a.e.} \leq \mu_E N$$

Normalmente, a força de atrito não depende da área de contato

## Força de atrito (cinético)

Quando o corpo entra em movimento, temos uma situação com atrito cinético e verifica-se que:

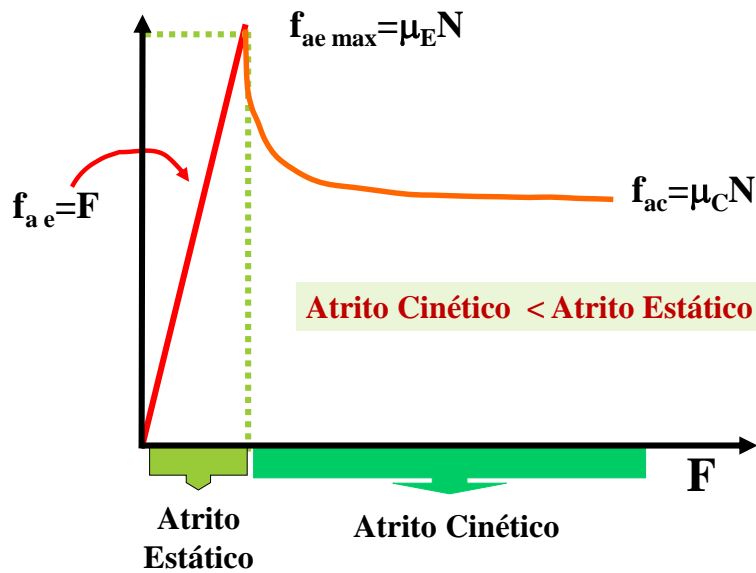


$$f_{a.c.} = \mu_C N$$

$\mu_C$  é o **coeficiente de atrito cinético**, para as duas superfícies

Normalmente, a força de atrito não depende da área de contato

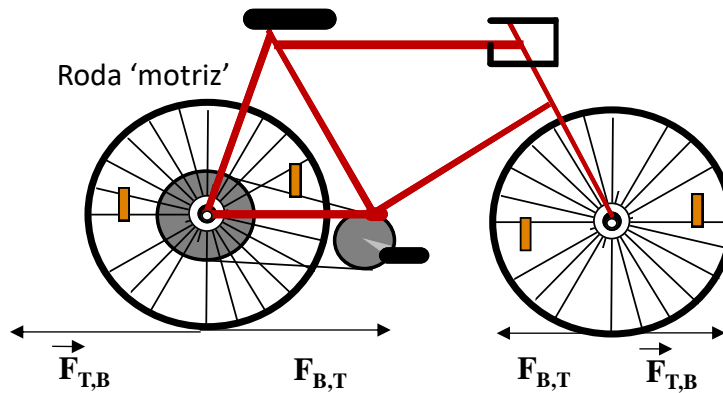
Como varia a força de atrito com  $F$



Que força empurra o carro?

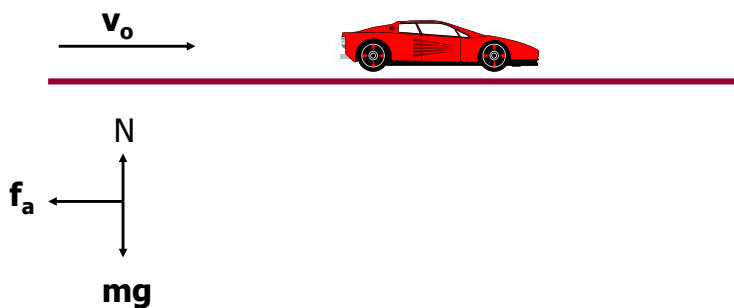


O atrito permite o movimento da bicicleta!



Apenas estão representadas forças na direção do movimento!

Travagem segura.....



aceleração máxima quando  $f_a$  é máximo  $f_{a,\max} = \mu_E N = \mu_E mg$

$$\Sigma F = ma \rightarrow -f_{a,\max} = -\mu_E mg = ma_{\max}$$

$$\rightarrow a_{\max} = -\mu_E g$$

Distância de travagem (até  $v=0$ ) num M.R.U.R.

$$d_{v=0} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

$$d = \frac{1}{2} at^2; a = v/t; t^2 = v^2/a^2$$

Vem então:  $d_{\min} = \frac{v_0^2}{2|a_{\max}|} \rightarrow d_{\min} = \frac{v_0^2}{2\mu_E g}$

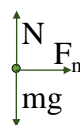
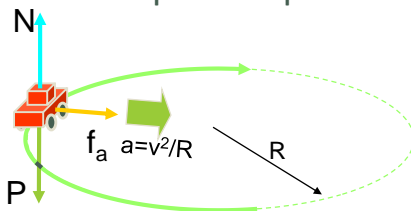
**$d_{\min}$  depende de  $v^2$ . Muito sensível a  $v$ !!**

Se  $v_0 = 90 \text{ kmh}^{-1}$  ( $25 \text{ m s}^{-1}$ )

e  $\mu = 0.6 \Rightarrow d \approx 50 \text{ m}!!$

*Para que serve  
o ABS?*

Curvar numa superfície plana



$$F_n = \frac{mv^2}{r}$$

O atrito atua como  $F_n$

Se não houver derrapagem o atrito é estático

$$F_n = f_{ae} \leq \mu_E N$$

$$\frac{mv^2}{r} \leq \mu_E N$$

$$\frac{mv^2}{r} \leq \mu_E mg$$

$$v_{\max}^2 = \mu_E gr$$

A velocidade máxima não depende de  $m$ !



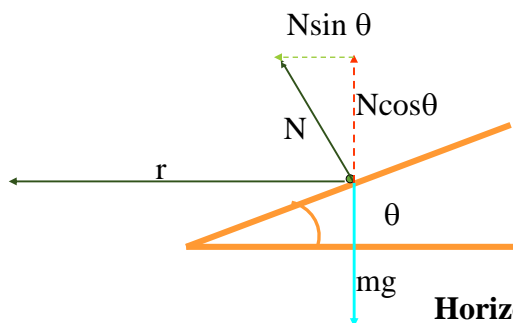
$$v_{max}^2 = \mu_E g r$$

Para um dado  $\mu_E$  (que traduz a qualidade do pneu) e  $r$ , há uma velocidade máxima de segurança.

Esta margem de segurança é muito sensível a  $v$  pois a expressão vem com  $v^2$

Exemplo:  $\mu_E = 0,8$  e  $r = 20\text{m}$   
 $v_{max} = 38 \text{ km/h}$

## Curva inclinada sem atrito



### Vertical

$$\Sigma F_y = m a_y = 0$$

$$N \cos \theta = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos \theta}$$

### Horizontal

$$N \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$$

$$mg \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = m \frac{v^2}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

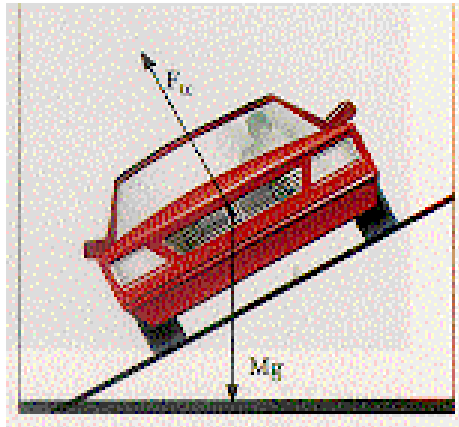
Para um dado  $\theta$  há uma velocidade de segurança  $v$ .

lembrar  $\tan \theta = \mu_E$ !!

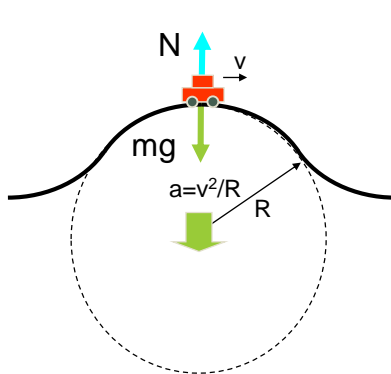




A inclinação da curva permite ao carro curvar sem necessidade de recorrer às forças de laterais de atrito



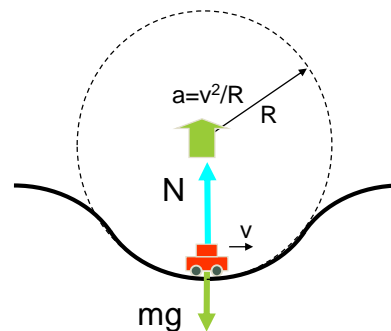
Lombas e valetas...



$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{ma} = mv^2/R$$

$$mg - N = mv^2/R$$

$$N = mg - mv^2/R$$



$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{ma} = mv^2/R$$

$$N - mg = mv^2/R$$

$$N = mg + mv^2/R$$

## Força elástica: proporcional ao alongamento

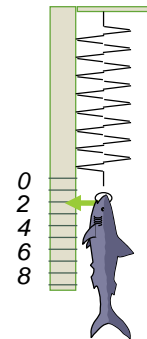
$$\vec{F}_{el.} = -k(\vec{x} - \vec{x}_o) \Leftrightarrow$$

**Lei de Hooke**

$$F_{el.} = -k(x - x_o)$$

$k$  – constante elástica da mola

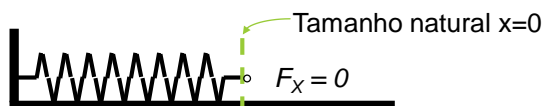
$x_o$  – posição do extremo da mola quando esta está no seu tamanho natural



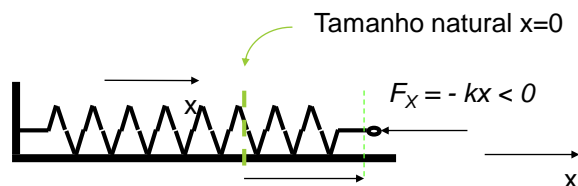
Se consideramos  $x_o=0$   $F_{el.} = -kx$

## Força elástica: proporcional ao alongamento

**relaxada**



**alongada**



**comprimida**

