universidade de aveiro

Teoria da Computação

Segundo Teste

2020–2021

Data: 15 de Janeiro de 2021 — Duração: 60 minutos

Justifique de forma clara e sucinta todas as respostas.

1. (4 valores) Uma linguagem é regular (associada a uma expressão regular) se e só se é gerada por uma gramática linear à direita. Mostre que toda a linguagem gerada por uma gramática linear à esquerda é também gerada por uma gramática linear à direita.

2. (4 valores) Mostre que a linguagem $\left\{a^m b^{m^2+n} c^n :\ m \geq 0 \text{ e } 0 \leq n \leq m\right\}$ não é Independente do Contexto.

3. (5 valores) Construa um autómato de pilha determinista que reconheça a linguagem $L = \{w \in \{a,b\}^\star :\ \#_a(w) \neq \#_b(w)\}$. Indique a modalidade de reconhecimento.

4. (5 valores) Considere os problemas de decisão $\mathrm{E}_{\mathrm{MT}} = \{\langle M \rangle :\ \mathcal{L}(M) = \emptyset\}$ e

$$\mathrm{EQ}_{\mathrm{MT}} = \{\langle M_1, M_2 \rangle :\ M_1 \text{ e } M_2 \text{ são máquinas de Turing e } \mathcal{L}(M_1) = \mathcal{L}(M_2)\}\,.$$

   Mostre que $\mathrm{EQ}_{\mathrm{MT}}$ é indecidível, por redução do problema E_{MT} (assumido como indecidível) ou por aplicação do Teorema de Rice.

5. (2 valores) Seja $A = (Q_A, \Sigma_A, \Gamma_A, \delta_A, s_A, Z_0, F_A)$ um qualquer Autómato de Pilha Determinista. Defina uma máquina de Turing $M = (Q_M, \Sigma_M, \Gamma_M, \delta_M, s_M, f_M)$ que decida $\mathcal{L}(A)$ por estados de aceitação. (Descreva o funcionamento da MT, o alfabeto da fita, o alfabeto de entrada, etc).

FIM.

Formulário:

Para $A, B, C \in V$, $a \in T$ e $\alpha \in T^*$,

Linear à esquerda: $A \to \alpha$; $A \to B\alpha$.

Linear à direita: $A \to \alpha$; $A \to \alpha B$.

Regular: $A \to \varepsilon$; $A \to aB$.

Lema da Bombagem para LIC:

Se L é uma linguagem independente do contexto então $\exists n > 0 :\ \forall z \in L :\ |z| \geq n$, $\exists u, v, w, x, y \in \Sigma^\star :$ (i) $z = uvwxy$; (ii) $|vwx| \leq n$; (iii) $|vx| > 0$; (iv) $\forall k \geq 0,\ uv^kwx^ky \in L$.

Teorema de Rice.

Consideremos o conjunto $\mathcal{M} = \{\langle M \rangle :\ M$ é uma MT sobre o alfabeto de entrada $\Sigma\}$ e seja $\mathcal{P} \subset \mathcal{M}$ uma linguagem tal que: (i) $\mathcal{P} \neq \emptyset$; (ii) $\mathcal{P} \neq \mathcal{M}$; (iii) Dadas duas quaisquer MT M_1 e M_2 tais que $\mathcal{L}(M_1) = \mathcal{L}(M_2)$, ou $\langle M_1 \rangle \in \mathcal{P}$ e $\langle M_2 \rangle \in \mathcal{P}$ ou $\langle M_1 \rangle \notin \mathcal{P}$ e $\langle M_2 \rangle \notin \mathcal{P}$. Nestas condições, a linguagem $\mathcal{P}$ é indecidível.