Física General III

Ayudantía 3

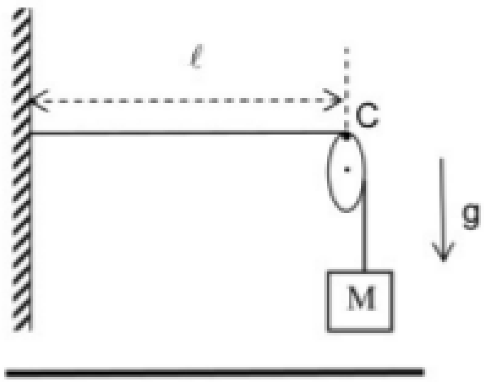
Ondas transversales en cuerdas y sus propiedades

El alumno una vez finalizado la guía debe ser capaz:

- ***Comprender y analizar los fenómenos ondulatorios que se producen en una cuerda***
- ***Describir la propiedades básicas de ondas armónicas: velocidad de propagación, frecuencia y longitud de onda***
- ***Comprender y analizar el principio de superposición o interferencia de ondas***
- ***Describir, derivar y calcular los modos normales de ondas estacionarias en cuerdas, para diferentes condiciones de borde***
- ***Describir y calcular la función de onda usando el principio de superposición y modos normales: series de Fourier.***
- ***Describir y modelar ondas mecánicas armónicas en otros medios.***

Problema 1 Una cuerda está atada a una pared (lado izquierdo) y es tensionada a través de la polea (lado derecho PUNTO C), como lo muestra la figura. La masa del bloque es $M = 80[kg]$ y la cuerda de longitud de $l = 2[m]$ tiene una masa $m_{c.}$

Use: $g = 9{,}8[m/s^2]$ y la $v_{sonido} = 340[m/s]$



a) Se desea excitar el modo fundamental de la cuerda usando un sonido de frecuencia $f_1 \approx 196[Hz]$(nota SOL). Determine la masa de la cuerda.

b) ¿Cuáles son los valores de las longitudes de onda para los dos armónicos superiores? Haga una figura que los represente.

c) Se modifica la longitud de la cuerda, corriendo el punto C en x centímetros, de tal forma de escuchar el sonido de frecuencia $f' = 261[Hz]$(DO). Determine el valor de la longitud de onda correspondiente al nuevo modo fundamental. Determine el valor de "x" y especifique si se alarga o se acorta la cuerda.

d) Calcule la potencia media de una onda que tiene una amplitud de 1 [cm] y longitud de onda de 3 [cm], que viaja en una cuerda con las mismas características que la de este problema.

Problema 2. Demostrar que la superposición de las ondas $y_1 = Asin(kx - \omega t)$ y $y_2 = 3Asin(kx + \omega t)$ es una onda estacionaria más una onda viajera propagándose en la dirección negativa del eje x.

a) Encuentre la amplitud de la onda estacionaria.
b) Encuentre la amplitud de la onda viajera

Problema 3 Dos ondas sinusoidales tienen la misma frecuencia y se propagándose en la misma dirección se combinan (o superponen). Si sus amplitudes son 6 y 8 [cm] y se encuentran desfasadas una de otra en π/2.

a) Determine la amplitud de la onda resultante.

Si ahora se tienen dos ondas sinusoidales con igual amplitud = 6 cm e igual frecuencia pero desfasadas en π/2. Las ondas se propagan en la misma dirección (eje x positivo), de la forma $y_1 = A\sin(kx - \omega t)$.

b) ¿cuál es la amplitud de la onda resultante?
c) ¿Para qué desfases de onda, la amplitud de la onda resultante es igual a 6 cm?

Ayuda: $$\sin\theta_1 + \sin\theta_2 = 2\cos\frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2)\sin\frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2)$$

Problema 4. La ecuación del segundo armónico de una onda estacionaria en una cuerda de 10 m de longitud y sometida a una tensión de 50 N, está dada por:

$$y_2(x,t) = 8\sin(0{,}2\pi x)\cdot\sin(20\pi t) \qquad x\ en\ m; \quad y\ en\ cm\ ; \quad t\ en\ s$$

a) Determinar la frecuencia y velocidad de propagación de las ondas viajeras cuya interferencia produce la onda estacionaria en esta cuerda y calcular la densidad lineal de masa.
b) Escribir la ecuación de onda del término fundamental. Hallar la máxima velocidad de vibración de un punto de la cuerda en este modo, suponiendo que la amplitud máxima es igual que la del segundo armónico.
c) Determinar las posiciones de los nodos del cuarto armónico.
d) Basado en cómo se producen las ondas estacionarias, encuentre una expresión adecuada para ello. Además un análisis físico de lo anterior

Problema 5. Una ola da agua es llamada ola de agua profunda si la profundidad del agua es más que un cuarto de la longitud de la onda (ola). La velocidad de la ola de ***agua profunda*** depende del largo de la ola:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

Olas más largas viajan más rápido. Apliquemos lo anterior a olas estacionarias. Considerando una piscina de clavados de 5 m de profundidad y 10 m de ancho. Las olas estacionarias de agua pueden establecerse a través del ancho de la piscina. Debido a que el agua se mueve hacia arriba y abajo en los costados de la piscina, las condiciones de frontera exigen antinodos en x = 0 y x = L. Así, una ola de agua de sonido estacionaria se asemeja a una onda sonora de pie en un tubo abierto-abierto.

a) ¿Cuáles son los largos de la ola en los tres primeros modos estacionarios del agua en la piscina? ¿Satisfacen la condición para ser olas de agua profunda? Haga un dibujo para cada una de ellas.
b) ¿Cuáles son las velocidades de ola para cada uno de los modos estacionarios?
c) Encuentre una expresión general para las frecuencias f_m de las posibles olas estacionarias. La expresión debe contener los términos m,g y L.
d) ¿Cuáles son los periodos de oscilación de los tres primeros modos estacionarios?

Si ahora H es la profundidad y se genera una Ondas de superficial a 60 kms de la orilla:

$$v = \sqrt{g\, H}$$

e) Determine como cambia la rapidez de la onda si esta se produce a 4.5 km de profundidad y al llegar a la orilla se tiene una profundidad de 4 metros
f) Cuanto se demora en llegar y que relación de longitud de onda se desarrolla. Cada cuanto tiempo tendríamos un máximo?
g) Estime la amplitud de la onda de orilla si asumimos conservación de energía.

Problema 6. Se tiene una cuerda homogénea de longitud L y densidad μ, a una tensión T, con sus dos extremos fijos (x = 0 y x = L). A t = 0 se la perturba de forma tal que:

$$y(x,0) = 2A\begin{cases} x/L & 0 \le x \le L/2 \\ 1 - x/L & L/2 \le x \le L \end{cases}$$

Se suelta la cuerda desde el reposo; considerar h << L

a) Dibuje como es la perturbación inicial de la cuerda
b) Demostrar que la onda se puede representar como una combinación lineal de modos normales

c) Hallar ψ(x,t) y demostrar que siempre es posible escribir esta solución como una superposición de una onda que se propaga hacia la derecha y una que se propaga hacia la izquierda.

Problema 7. La ecuación de una onda viene dada por la siguiente expresión:

$$y(x,t) = 0{,}05\cos(10\pi t - \pi x) \qquad x, y\ en\ m; t\ en\ s$$

a) Calcular la diferencia de fase que existirá entre dos puntos del medio de propagación separados por una distancia de 0,25 m.
b) ¿con qué velocidad se propaga la onda?
c) ¿Cuánto tiempo tarda la onda en recorrer la distancia que separa los puntos citados?

Problema propuesto

a) La frecuencia de una onda estacionaria en una cuerda es f cuando la tensión en la cuerda es T. Si la tensión se cambia en una *pequeña cantidad* ΔT, sin cambiar el largo, demostrar que la frecuencia cambia en Δf tal que:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}$$

b) Dos cuerdas idénticos vibran a 500 Hz cuando están bajo la misma tensión. ¿En qué porcentaje incrementará en la tensión si uno de las cuerdas produce 5 vueltas por segundo cuando las dos cuerdas vibran simultáneamente?