Matemática IV
Ayudantia #2
25 Agosto 2016

1. Resuelva las siguientes integrales:

   - $\displaystyle\iiint_{\Omega} |xyz|dV$, donde Ω es un cubo de lado 2, centrado en $(0,0,0)$.
   - $\displaystyle\iiint_{\Gamma} e^{max(k,\sqrt{x^2+y^2+z^2})}dV$, con $0<k<1$ y Γ es una esfera de radio 1, centrada en $(0,0,0)$.
   - $\displaystyle\int_0^1\int_0^{\sqrt{z}}\int_x^1 e^{y^2}dydxdz$

2. Exprese las integrales iteradas, en coordenadas cilindricas $(drdzd\theta)$ y esféricas $(d\rho d\phi d\theta)$, que permiten calcular el volumen de la región Ω dada por:
   $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/z\geq 0, |x|+|y|+|z|\geq 1, x^2+y^2\leq z, x^2+y^2+z^2\leq 1\}$

3. Sea $k<1$, exprese en su forma integral (sin calcular) la masa del cuerpo homogéneo limitado por las superficies

   - $x^2+y^2\geq kz^2$
   - $x^2+y^2-z^2\leq 1$
   - $x^2+y^2+z^2\leq 25$
   - $z\geq 0$.

   Exprese dicha masa en la forma $drdzd\theta$.
   Analice además el resultado para distintos valores de k en los reales y vuelva a expresar la masa a través de integrales.

4. Se tiene un estanqu de forma cilindrica (de radio 1,base en $z=0$ y centro $x=0, y=0$), el estanque contiene agua hasta el borde superior del cilindro, el resto es aire. Por encima posee una tapa de la forma $k-(x^2+y^2)=z$. ¿Cuál debe ser el valor de k para que el volumen de agua sea igual al del aire?. Se cambia el agua por un líquido de densidad variable $\delta(x,y,z)=\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$, el aire tiene densidad ρ,¿Cuál será el centro de gravedad del estanque?.