

INF221 – Algoritmos y Complejidad

Ayudantía 6 Programación dinámica

Aldo Berrios Valenzuela

Jueves 22 de septiembre de 2016

1. Ayudantía

/ Dibujo de un grafo */*

Demostración de algoritmo de programación dinámica:

- **Complex choice:** Sea $\hat{p}_i \forall i$ con $i = 1, \dots, n$, las posibles primeras elecciones del algoritmo para el problema P , entonces la solución de P incluye a algún elemento de \hat{p}_i . Para el ejemplo del grafo, se tiene que $\hat{p}_i = \{1, 5, 100\}$.
- **Inductive substructure:** Sea Π'_i la solución del problema P'_i que se genera al escoger \hat{p}_i . Se debe cumplir que $\hat{p}_i \cup \Pi'_i$ es solución factible de P .
- **Optima substructure:** Sean Π'_i las soluciones óptimas de los problemas P'_i al escoger \hat{p}_i dado, entonces algún $\Pi'_i \cup \hat{p}_i$ es óptima de P .

Ejemplo 1.1. */* Descripción de algoritmo */*

/ Dibujo parecido al grafo de pierola */*

Demuestre que es algoritmo de programación dinámica. ■

Demostración. Demostramos las cosas:

- **Complex choice:** Sea C el conjunto de los \hat{p}_i para el problema. Sea n_i el nodo inicial. Entonces n_i y todo n_j conecta $n_i \in C$.

Por contradicción: supongamos que existe una solución Π^* tal que

$$C \cap \Pi^* = \emptyset$$

Entonces $\nexists n_k \in \Pi^*$ que esté conectado a n . Entonces $n_i \cup \Pi^*$ es solución factible de P . Luego

$$|n_i \cup \Pi^*| > |\Pi^*|$$

por lo tanto, Π^* no es óptimo. $\Rightarrow \Leftarrow$. Por lo tanto, algún $n_j \in C$ forma parte de la solución óptima.

- **Subestructura inductiva:** Sea Π_i una solución de P'_i que es el subproblema de P que se genera al escoger \hat{p}_i . Como \hat{p}_i es un nodo escogido para la solución y el algoritmo quita todos los nodos conectados a \hat{p}_i , entonces el problema P'_i es un grafo no conectado a \hat{p}_i , por lo tanto ningún nodo $n_k \in \Pi'_i$ está conectado a \hat{p}_i , por lo que siempre es posible unir \hat{p}_i con Π'_i para generar una solución para P . Entonces cumple para todo \hat{p}_i .
- **Optimal substructure:** Sea Π'_i la solución óptima para el subproblema P'_i que se genera al escoger un \hat{p}_i . Como Π'_i es la mejor solución y al unirla a \hat{p}_i genera una solución aún mejor, entonces, algún $\Pi'_i \cup \hat{p}_i$ debe ser la mejor solución para P , dado que los $\Pi'_i \cup \hat{p}_i$ representa las mejores soluciones para \hat{p}_i dado.

□