Tarea #3 Algoritmos y Complejidad

Juan Pablo León, 201473047-0

May 2017

Pregunta 1

Supuestos:

1. Los camiones con containers llegan de a uno, por ende el orden de llegada de los containers puede ser representado de manera precisa por una lista parecida de estructura similar a: $C = [x_1, x_2, ..., x_n]$, donde cada x_i representa el número de serie del container que llega en el lugar i.)

2. Tan pronto llega un container este se debe acomodar en el puerto y no puede ser movido otra vez hasta que se cargue en su barco correspondiente.

3. Debido a que los barcos con menor número de serie zarpan primero (en orden creciente), los containers en las pilas deben seguir obligatoriamente un orden decreciente (o igual) en su número de serie. O sea, el número de serie del container ubicado en la base de una pila debe ser mayor o igual que el del container que tiene encima suyo. De no haber pilas que satisfagan la restricción, se colocará el container en el suelo, creando una nueva pila.

4. No hay límite de altura para las pilas ni cantidad máxima que puede haber.

Problema: a partir de nuestra lista C, organizar los containers en pilas según su orden de llegada, minimizando la cantidad de pilas necesarias.

Decisión a tomar (criterio): revisar, de izquierda a derecha, los topes de las pilas. Elegir la primera pila cuyo número de serie en el tope sea mayor que el número de serie del container que tratamos de ordenar. (Nota, asumir que el suelo tiene número de serie infinito)

Construcción de la solución: el primer container en llegar siempre se ubica en el suelo, luego todos los containers siguientes comparan su número de serie con los topes de las pilas para ir acomodándose ya sea al tope de una pila existente o creando una nueva pila al extremo derecho de la solución (ver figura 1).

Problema 2

Para demostrar la optimalidad del algoritmo debemos demostrar que cumple con Elección Voraz, Estructura Inductiva y Subestructura Óptima.

- **Elección Voraz:** al inicio del problema no hay ningún container en el puerto, por lo que el primer container en llegar siempre deberá estar a ras del suelo en cualquier solución óptima.

- **Estructura Inductiva:** al colocar nuestro container en el puerto (p̂) lo podemos eliminar de nustra lista de containers, teniendo entonces un subproblema a resolver con un container menos (P'). Supongamos que nos entregan una configuración de pilas con los containers restantes que es una solución viable para nuestro subproblema (Π') (solución cuya creación cumple con los supuestos), basta con agregar nuestro primer conteiner a la izquierda de esta solución ($\Pi' \cup \{\hat{p}\}$) para simular el hecho de que nuestro container había llegado antes, generando entonces una solución viable para nuestro problema original (P).

- **Subestructura Óptima:** supongamos que en el caso anterior nos entregaron una solución óptima para nuestro subproblema. Lo único que podemos asegurar de esta solución es que las pilas tienen números de serie decendiente desde sus bases hasta sus topes y que obligatoriamente su primer container ordenado debe estar en la base de una de las pilas (ambas afirmaciones debido a los supuestos del ejercicio). Al incluir nuestro primer container ordenado con esta solución ocurren dos casos: este puede ser colocado abajo de la base de la pila que contiene el primer container ordenado del subproblema o este container debe estar sólo en una pila aparte (esto puede ser posible si se tiene en mente que nuestro primer container **debe** estar siempre tocando el suelo y que el resto de la solucion se construye en base a esta primera pila), esto va a depender del número de serie de nuestro primer container comparado con el del primer container colocado de la solución óptima (segundo container de nuestro problema, primero de nuestro subproblema).

Si el número de serie de nuestro primer container es mayor o igual entonces no habría problema en que este fuese debajo según nuestro criterio y por ende la cantidad de pilas no aumenta.

Si el número de serie fuese menor, en caso de ser el menor número de serie existente este container estaría obligado a estar en una pila aparte solo o debajo de una pila que comparte su mismo número de serie en todos sus containers a lo más se agrega una pila sin importar el criterio debido a los supuestos. En caso contrario debe haber entonces una pila cuyo container base tiene menor número que el nuestro, por lo que según nuestro criterio nuestro container al haber sido colocado antes debería poder estar debajo de este container, reemplazandolo como base y no aumentando el número de pilas.

Llegamos a la conclusión que nuestro criterio original no aumenta el número de pilas salvo en un caso donde cualquier criterio debe generar una pila extra, por ende al agregar nuestra primera elección a una solución óptima lo más aumenta en 1 el número de containers y por ende esto es óptimo.

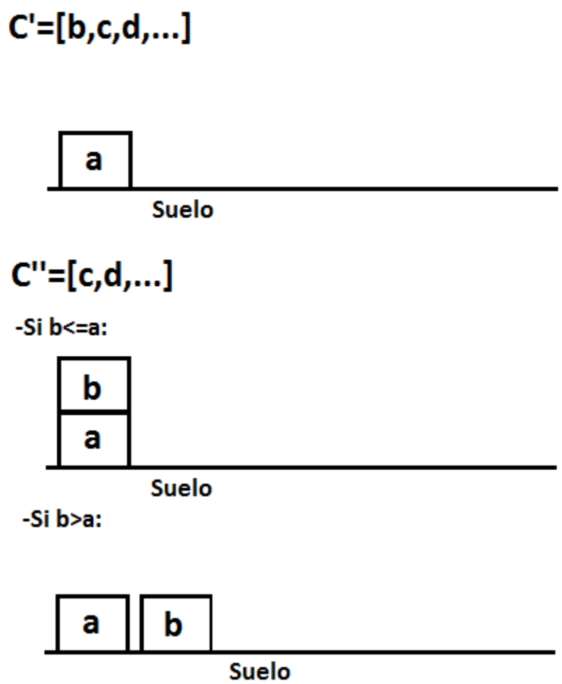

Figura 1: ejemplo de la construcción de la solución