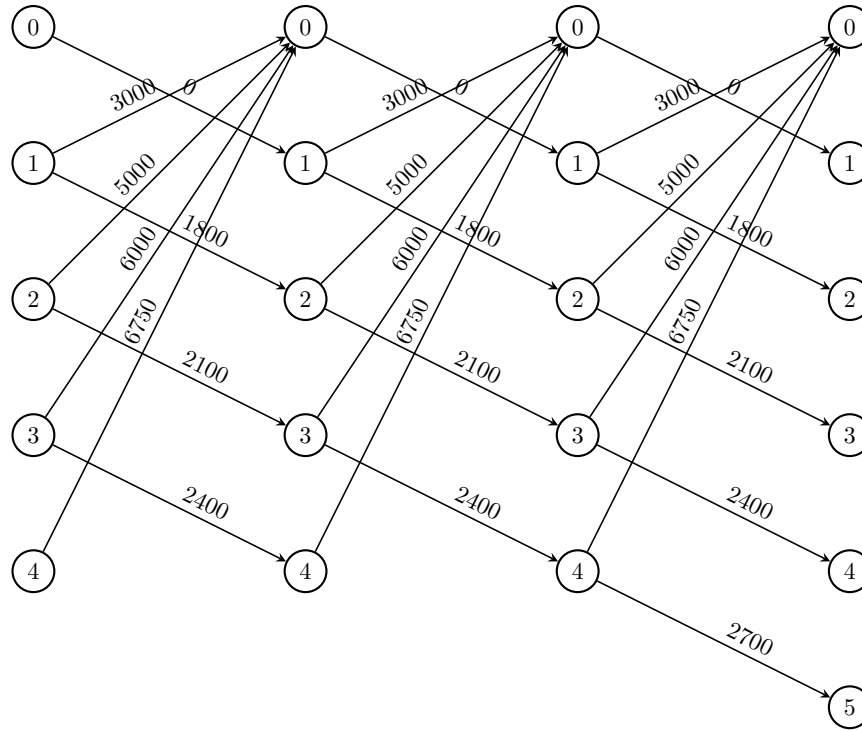


- \*  $Q_1 * X_{11} + Q_2 * X_{12} + Q_3 * X_{13} + Q_4 * X_{14} \geq V_1$
- \*  $Q_1 * X_{21} + Q_2 * (X_{12} + X_{22}) + Q_3 * (X_{13} + X_{23}) + Q_4 * (X_{14} + X_{24}) \geq V_2$
- \*  $Q_1 * X_{31} + Q_2 * (X_{22} + X_{32}) + Q_3 * (X_{13} + X_{23} + X_{33}) + Q_4 * (X_{14} + X_{24}) \geq V_3$
- \*  $Q_1 * X_{41} + Q_2 * (X_{32} + X_{42}) + Q_3 * (X_{23} + X_{33}) + Q_4 * (X_{14} + X_{24}) \geq V_4$
- \*  $Q_1 * X_{51} + Q_2 * X_{42} + Q_3 * X_{33} + Q_4 * X_{24} \geq V_5$
- Consumo eléctrico:
  - \*  $b_1 * X_{11} + b_2 * X_{12} + b_3 * X_{13} + b_4 * X_{14} \geq B + y_1 B'$
  - \*  $b_1 * X_{21} + b_2 * (X_{12} + X_{22}) + b_3 * (X_{13} + X_{23}) + b_4 * (X_{14} + X_{24}) \geq B + y_2 B'$
  - \*  $b_1 * X_{31} + b_2 * (X_{22} + X_{32}) + b_3 * (X_{13} + X_{23} + X_{33}) + b_4 * (X_{14} + X_{24}) \geq B + y_3 B'$
  - \*  $b_1 * X_{41} + b_2 * (X_{32} + X_{42}) + b_3 * (X_{23} + X_{33}) + b_4 * (X_{14} + X_{24}) \geq B + y_4 B'$
  - \*  $b_1 * X_{51} + b_2 * X_{42} + b_3 * X_{33} + b_4 * X_{24} \geq B + y_5 B'$
- Número de bombas necesarias
  - \*  $X_{11} + X_{21} \leq T_1$
  - \*  $X_{21} + X_{31} \leq T_1$
  - \*  $X_{31} + X_{41} \leq T_1$
  - \*  $X_{41} + X_{51} \leq T_1$
  - \*  $X_{12} + X_{22} + X_{32} \leq T_2$
  - \*  $X_{22} + X_{32} + X_{42} \leq T_2$
  - \*  $X_{13} + X_{23} + X_{33} \leq T_3$
  - \*  $X_{14} + X_{24} \leq T_4$
- Baterías Necesarias:
  - \*  $\sum_i \sum_j X_{ij} \leq 4 * N$
- Naturaleza:
  - \*  $X_{ij}, T_j, N \in \mathbb{Z}_0^+$
  - \*  $Y_i \in \{0, 1\}$

2. Una empresa de alquiler de automóviles se propone planificar su política de reemplazamientos para los próximos 3 años. La adquisición de un coche nuevo le cuesta a la empresa 9.000 euros. Durante su vida útil, los coches incurren costos de mantenimiento que aumentan con su antigüedad, mientras que su valor de venta como coches usados disminuye con su edad. Un coche nuevo no incurre costos de mantenimiento. Para cada coche, la empresa toma decisiones el día 1 de enero de cada año: vender el coche por su valor como coche usado y adquirir uno nuevo, o continuar utilizándolo durante un año más, incurriendo los costos de mantenimiento correspondientes. Los gastos de mantenimiento y el valor de venta de un coche usado, en función de su antigüedad en años, se muestran en la siguiente tabla:

Antigüedad (años)	Costo de mantenimiento	Valor de venta
1	1800	6000
2	2100	4000
3	2400	3000
4	2700	2250

1. Formule como un problema de programación dinámica la planificación para los próximos 3 años y las relaciones de recurrencia.
2. Resuelva el problema y describa la solución óptima obtenida.
3. ¿Debe la empresa reemplazar un coche que tiene inicialmente 4 años?. ¿Y uno que tiene 3 años?



$S \backslash A_3$	$f_3(S, A_3) = C_{S, A_3}$						$f_3^*(S)$	$A_3^*$
	0	1	2	3	4	5		
0	-	0	-	-	-	-	0	1
1	3000	-	1800	-	-	-	1800	2
2	5000	-	-	2100	-	-	2100	3
3	6000	-	-	-	2400	-	2400	4
4	6750	-	-	-	-	2700	2700	5

$S \backslash A_2$	$f_2(S, A_2) = C_{S, A_2} + f_3^*(A_2)$					$f_2^*(S)$	$A_2^*$
	0	1	2	3	4		
0	-	1800	-	-	-	1800	1
1	3000	-	3900	-	-	3000	0
2	5000	-	-	4500	-	4500	3
3	6000	-	-	-	5100	5100	4
4	6750	-	-	-	-	6750	0

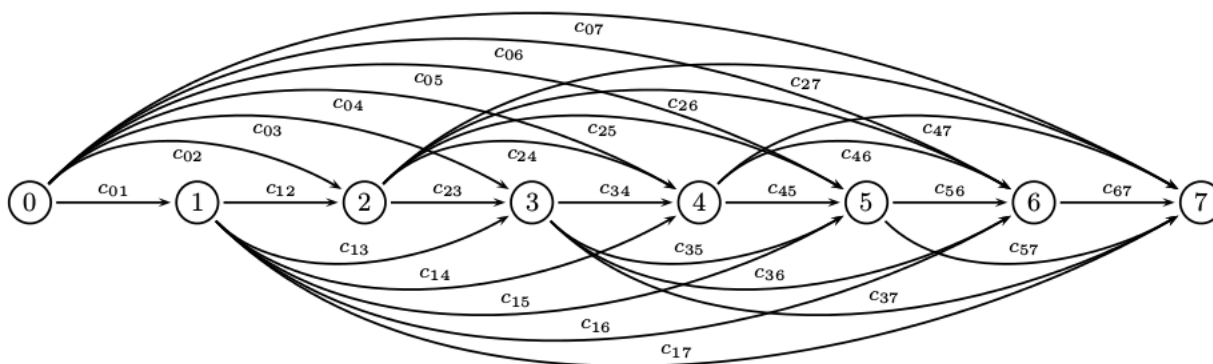
$S \backslash A_1$	$f_1(S, A_1) = C_{S, A_1} + f_2^*(A_1)$					$f_1^*(S)$	$A_1^*$
	0	1	2	3	4		
0	-	4800	-	-	-	4800	1
1	4800	-	6600	-	-	4800	0
2	6800	-	-	7500	-	6800	0
3	7800	-	-	-	9450	7800	0
4	8550	-	-	-	-	8550	0

0  $\rightarrow$  1  $\rightarrow$  0  $\rightarrow$  1  
 1  $\rightarrow$  0  $\rightarrow$  1  $\rightarrow$  2  
 2  $\rightarrow$  0  $\rightarrow$  1  $\rightarrow$  2  
 3  $\rightarrow$  0  $\rightarrow$  1  $\rightarrow$  2  
 4  $\rightarrow$  0  $\rightarrow$  1  $\rightarrow$  2

- 3) Para ambos casos se debe reemplazar el auto
3. Un jardinero debe comprar maceteros para una serie de plantas. El jardinero ha clasificado las plantas en 7 tamaños. El precio del macetero de tamaño mínimo necesario para cada tipo y el total de plantas de cada tipo se muestran en la siguiente tabla:

Tipo de planta	1	2	3	4	5	6	7
Precio del macetero	\$3300	\$3000	\$2600	\$2400	\$1900	\$1800	\$1700
Cantidad de plantas	4	3	5	7	2	4	2

Evidentemente, el precio del macetero es proporcional a su tamaño. Una planta puede ser plantada en un macetero de tamaño mayor, pero no en uno de tamaño menor. El jardinero dispone de tierra y abono suficiente, por lo que sólo le interesa minimizar el costo de los maceteros. El problema consiste en que cada tipo de macetero es vendido en un lugar distinto. El jardinero estima en \$1000 el costo de movilización por ir a comprar a cualquiera de las tiendas. Plantee y resuelva un modelo de grafos que permita definir cuántos maceteros de cada tipo deben ser comprados.



# Investigación de Operaciones I

## Certamen # 2

Profesores: Carlos Castro & Sergio Campos

28 de marzo de 2012

### Instrucciones:

- Responda cada pregunta en una hoja separada identificada con nombre y rol UTFSM.
- En caso de no responder una pregunta entregue una hoja en blanco bien identificada.
- Escriba las respuestas con tinta para tener derecho a eventuales correcciones.
- Ponderación de cada pregunta:

Pregunta	Porcentaje
1	25 %
2	25 %
3	25 %
4	25 %

- Tiempo: 150 minutos.
- No se permite ningún material de apoyo.

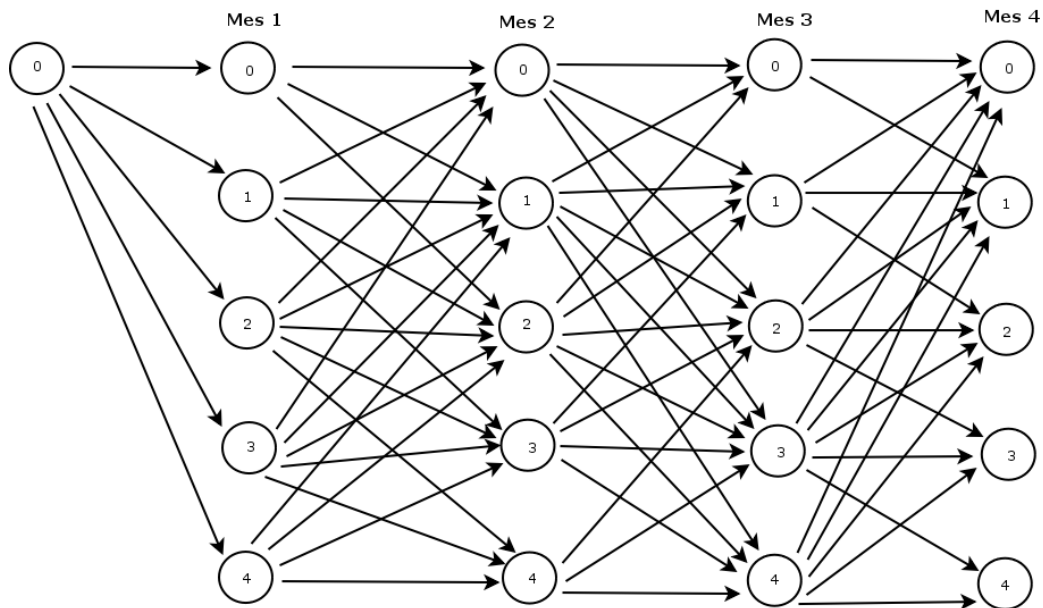
1. RentCar está desarrollando un plan de reemplazo para su flota de vehículos considerando un horizonte de planificación de cinco años. Al principio de cada año se debe tomar una decisión acerca de si se debe mantener un vehículo en operación o si se debe reemplazar. Un vehículo debe estar en servicio por lo menos un año pero se debe reemplazar a más tardar al cabo de tres años. La siguiente tabla proporciona el costo de reemplazo como una función del año en el cual se adquiere y la cantidad de años en operación.

Año de adquisición	Costo del reemplazo según años de operación		
	1	2	3
1	4.000	5.400	9.800
2	4.300	6.200	8.700
3	4.800	7.100	—
4	4.900	—	—

Desarrolle un modelo de grafos y determine la estrategia óptima de reemplazo de vehículos. Muestre todos los resultados parciales e interprete claramente los resultados finales.

2. Una compañía sabe que la demanda de su producto durante cada uno de los próximos cuatro meses es como se indica: mes 1, 1 unidad; mes 2, 3 unidades; mes 3, 2 unidades; y mes 4, 4 unidades. La compañía debe determinar cuántas unidades tiene que fabricar en el mes corriente. Durante un mes en el cual se producen algunas unidades, se incurre en un costo preliminar de 3 dólares. Además, hay un costo variable de 1 dólar por cada unidad que se fabrica. Al final de cada mes, se genera un costo de almacenamiento de 50 centavos (0,5 dólar) por cada unidad disponible. Las limitaciones en la capacidad permiten producir durante cada mes un máximo de 5 unidades. Las dimensiones de la bodega de la compañía restringen el inventario final de cada mes a 4 unidades, cuanto mucho. La empresa desea determinar un plan de producción que cumpla con toda la demanda a tiempo y minimice la suma del costo de producción y del costo por almacenamiento durante los cuatro meses. Suponga que se dispone de 0 unidades al comienzo del primer mes.
3. Un fabricante de chips tiene que planificar la producción para los próximos tres meses. Los costos de producción por chip son de 10 unidades monetarias en los dos primeros meses y de 15 en el tercero, ya que se ha previsto una subida de la materia prima para este último mes. El departamento de marketing

2. El grafo es el siguiente: (20 puntos)



Donde las etapas son los meses, los estados es el nivel de inventario y las decisiones son las unidades a producir.

Los valores de los arcos son: (10 puntos)

Arco	Mes 1	Mes 2	Mes 3	Mes 4
0-0	$3+1=4$	$3+3=6$	$3+2=5$	$3+4=7$
0-1	$3+2+0,5=5,5$	$3+4+0,5=7,5$	$3+3+0,5=6,5$	$3+5+0,5=8,5$
0-2	$3+3+1=7$	$3+5+1=9$	$3+4+1=8$	
0-3	$3+4+1,5=8,5$		$3+5+1,5=9,5$	
0-4	$3+5+2=10$			
1-0		$3+2=5$	$3+1=4$	$3+3=6$
1-1		$3+3+0,5=6,5$	$3+2+0,5=5,5$	$3+4+0,5=7,5$
1-2		$3+4+1=8$	$3+3+1=7$	$3+5+1=9$
1-3		$3+5+1,5=9,5$	$3+4+1,5=8,5$	
1-4			$3+5+2=10$	
2-0		$3+1=4$	0	$3+2=5$
2-1		$3+2+0,5=5,5$	$3+1+0,5=4,5$	$3+3+0,5=6,5$
2-2		$3+3+1=7$	$3+2+1=6$	$3+4+1=8$
2-3		$3+4+1,5=8,5$	$3+3+1,5=7,5$	$3+5+1,5=9,5$
2-4		$3+5+2=10$	$3+4+2=9$	
3-0		0		$3+1=4$
3-1		$3+1+0,5=4,5$	0	$3+2+0,5=5,5$
3-2		$3+2+1=6$	$3+1+1=5$	$3+3+1=7$
3-3		$3+3+1,5=7,5$	$3+2+1,5=6,5$	$3+4+1,5=8,5$
3-4		$3+4+2=9$	$3+3+2=8$	$3+5+2=10$
4-0				0
4-1		$0+0,5=0,5$		$3+1+0,5=4,5$
4-2		$3+1+1=5$	0	$3+2+1=6$
4-3		$3+2+1,5=6,5$	$3+1+1,5=5,5$	$3+3+1,5=7,5$
4-4		$3+3+2=8$	$3+2+2=7$	$3+4+2=9$

Los tableau son los siguientes:

**Etapla 4**(15 puntos)

$S_4 \backslash X_4$	$f_4(s_4, x_4) = f_4^*(s_4)$	$f_4^*(s_4)$	$X_4^*$
0	7	7	0
1	6	6	0
2	5	5	0
3	4	4	0
4	0	0	0

**Etapla 3**(15 puntos)

$S_3 \backslash X_3$	0	1	2	3	4	$f_3^*(s_3)$	$X_3^*$
0	5+7	6,5+6	8+5	9,5+4	-	12	0
1	4+7	5,5+6	7+5	8,5+4	10+10	10	4
2	0+7	4,5+6	6+5	7,5+4	9+10	7	0
3	-	0+6	5+5	6,5+4	8+10	6	1
4	-	-	0+5	5,5+4	7+10	5	2

**Etapla 2**(15 puntos)

$S_2 \backslash X_2$	0	1	2	3	4	$f_2^*(s_2)$	$X_2^*$
0	6+12	7,5+10	9+7	-	-	16	2
1	5+12	6,5+10	8+7	9,5+6	-	15	2
2	4+12	5,5+10	7+7	8,5+6	10+5	14	2
3	0+12	4,5+10	6+7	7,5+6	9+5	12	0
4	-	0,5+10	5+7	6,5+6	8+5	10,5	1

**Etapla 1:**(15 puntos)

$S_1 \backslash X_1$	0	1	2	3	4	$f_1^*(s_1)$	$X_1^*$
0	4+16	5,5+15	7+14	8,5+12	10+10,5	20	0

Entonces, la solución es: el mes 1 producir 1, el mes 2 producir 5, el mes 3 no producir y el mes 4 producir 4.(10 puntos)

**Nota:** Se puede hacer el supuesto que la última etapa termina solo es un nodo, pensando que obviamente el óptimo incluye la opción de no terminar con inventario.