

# Pauta de Corrección

## Segundo Certamen

### Introducción a la Informática Teórica

26 de noviembre de 2011

1. Primeramente, sabemos que los lenguajes regulares son un subconjunto de los de contexto libre. En consecuencia, si un lenguaje es regular automáticamente es de contexto libre; y el contrapositivo de éste es que si no es de contexto libre no es regular.

- a) Este lenguaje es finito, y por lo tanto regular. Como es regular, es de contexto libre.
- b) Es de contexto libre. Una gramática que lo genera es:

$$\begin{aligned}S &\rightarrow aaaAc \\A &\rightarrow aaaAc|B \\B &\rightarrow bbB|bb\end{aligned}$$

No es regular (hay relación entre un par de números de símbolos). Aplicamos el lema de bombeo para lenguajes regulares: Supongamos que el lenguaje fuera regular, y sea  $N$  la constante del lema. Elegimos  $\sigma = a^{3N}bbc^N$  en el lenguaje, suficientemente largo para que se aplique el lema y que así podemos dividir en  $\sigma = xyz$  con  $|xy| \leq N$  con  $y \neq \epsilon$  tal que para todo  $k \geq 0$  el string  $xy^kz$  es parte del lenguaje. Con estas condiciones,  $xy$  está formado sólo por  $a$ , y eligiendo  $k = 0$  queda corto de  $a$ , no pertenece al lenguaje. Esta contradicción demuestra que no es regular.

- c) Pareciera no ser de contexto libre, así que usamos el lema de bombeo respectivo para demostrar esto. Supongamos que el lenguaje es de contexto libre, es aplicable el lema de bombeo para lenguajes de contexto libre. Sea  $N$  la constante del lema, elegimos  $\sigma = a^N b^{N^2}$  en el lenguaje y suficientemente largo. Entonces por el lema podemos escribir  $\sigma = uvxyz$  tal que  $vy \neq \epsilon$  y para todo  $k \geq 0$  el string  $uv^kxy^kz$  está en el lenguaje. Veamos cada uno de los casos posibles:

- Si  $v$  ó  $y$  contienen símbolos  $a$  y  $b$ , al repetirlo el resultado deja de estar en  $a^+b^+$ , esto es imposible.
- Si  $v$  e  $y$  contienen sólo  $a$  o sólo  $b$ , al repetirlos se rompe la relación entre el número de  $a$  y  $b$ . Nuevamente falla.
- Usemos  $v, y$  para representar los largos de los strings respectivos. Entonces debiera ser para todo  $k \geq 0$ :

$$(N + (k - 1)v)^2 = N^2 + (k - 1)y$$

Esto es absurdo, se reduce a una ecuación para  $k$  que a lo más tiene dos soluciones, cuando por el lema debiera valer para todo  $k$ .

Como no es de contexto libre, no puede ser regular.

### Puntajes

<b>Total</b>		<b>30</b>
a)		10
Finito, luego regular	5	
Regular, luego de contexto libre	5	
b)		10
De contexto libre (p.ej. vía CFG)	5	
No es regular (lema de bombeo)	5	
c)		10
No es de contexto libre (lema de bombeo)	5	
Como no es de contexto libre, no es regular	5	

2. a) En la forma normal de Chomsky, todas las producciones tienen una de las formas  $A \rightarrow BC$  con  $A, B, C \in N$  ó  $A \rightarrow a$ , con  $A \in N$  y  $a \in \Sigma$ . Cada vez que se aplica una de las producciones del primer tipo la forma sentencial se alarga en 1, para llegar a largo  $n$  se requieren  $n - 1$  de éstas; además deben aplicarse  $n$  producciones del segundo tipo para llevar los no-terminales a terminales. El número de producciones es fijo, y es  $n - 1 + n = 2n - 1$ .
- b) Cada vez que se aplica una de las producciones de la gramática en forma normal de Greibach se introduce exactamente un terminal. Para introducir  $n$  terminales se requieren por lo tanto  $n$  pasos.

### Puntajes

<b>Total</b>		<b>25</b>
a)		15
Forma normal de Chomsky	5	
Razonamiento	10	
b)		10
Razonamiento	10	

Incluir monito [Explicar un poquito]

### **Puntajes**

**Total** 20