



1. Evaluación de integrales

- (a) $\int_0^\pi \int_0^\pi |\cos(x+y)| dA$ **Rpta:** 2π
- (b) $\iint_E e^{x+y} dA$, donde $E = \{|x| + |y| < 1\}$
- (c) $\iint_E 2^{[x+y]} dA$, donde $E = [-1, 1] \times [-1, 2]$
- (d) $\iint_E e^{[\sin(x-y)]} dA$, donde $E = [-3\pi/2, 3\pi/2] \times [-2\pi, 2\pi]$
- (e) $\iint_E ||x| - |y| - 1| dA$, sobre $D = E_1 \cup E_2$, donde $E_1 = [0, 3] \times [-2, 2]$ y E_2 es el triángulo formado por las rectas $x = 0$, $y = 2$, $y = 8 - 2x$ **Rpta:** 52

2. Cambio de orden de integración

- (a) Si $A = \int_0^1 e^{-t^2} dt$ y $B = \int_0^{1/2} e^{-t^2} dt$. Calcule $I = \int_{-1/2}^0 \int_x^{-1} e^{-y^2} dy dx$,
Rpta: $\frac{1}{2}(A + B + 1 - e^{-1/4})$.
- (b) Compruebe que:
$$\int_{-\frac{1}{4}}^0 \int_{\frac{1}{2} - \sqrt{x+1/4}}^{\frac{1}{2} + \sqrt{x+1/4}} e^{y^2} dy dx + \int_0^2 \int_{-1 + \sqrt{x+1}}^{\frac{1}{2} + \sqrt{x+1/4}} e^{y^2} dy dx + \int_2^8 \int_{-1 + \sqrt{x+1}}^2 e^{y^2} dy dx = \frac{3}{2}(e^4 - 1).$$
- (c) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{y/x} dx dy$ **Rpta:** $1/2$.
- (d) $\int_0^{a \operatorname{sen}(c)} \int_{\sqrt{a^2 - y^2}}^{\sqrt{b^2 - y^2}} f(x, y) dx dy + \int_{a \operatorname{sen}(c)}^b \int_{y \operatorname{ctg}(c)}^{\sqrt{b^2 - y^2}} f(x, y) dx dy$, con $0 < a < b$,
 $0 < c < \pi/2$. Además grafique la región de integración.
- (e) $\int_0^{\sqrt{3}} \int_{\operatorname{arctg} x}^{\pi/3} \left(1 + \frac{1}{1+x^2}\right) dy dx$ **Rpta:** $\frac{\pi^2}{18} + \ln 2$
- (f) Compruebe que: $\int_1^2 \int_{\sqrt{x}}^x \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx + \int_2^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{2y}\right) dy dx = \frac{4(\pi+2)}{\pi^3}$

3. Cambio de variable

- (a) Calcular $\iint_E (x^2 + y^2) dA$, donde E es el paralelogramo con vértices $(1, 1)$, $(5, 2)$, $(6, 5)$, $(2, 4)$.
Sug: $(x, y) = (1, 1) + u(4, 1) + v(1, 3)$ **Rpta:** $517/2$
- (b) $\int_0^1 \int_0^x \sqrt{x^2 + y^2} dy dx$
1. Mediante coordenadas polares.
2. Usando $x = u$, $y = uv$ **Rpta:** $(\sqrt{2} + \ln(\sqrt{2} + 1))/6$
- (c) Calcular $\iint_E \sqrt{\frac{2x+3y}{x+y}} e^{\sqrt{\frac{x+y}{2x+3y}}} dA$, donde E es el triángulo limitado por la recta $y = (4 - 2x)/3$ y los ejes coordenados. Sug: $u = 2x + 3y$, $v = x + y$
Rpta: $16(e^{1/\sqrt{2}} - e^{1/\sqrt{3}})$
- (d) Calcular $\iint_E \frac{y^2 \cos(xy)}{x} dA$ donde E es la región acotada por las parábolas $x^2/y = 1$, $y^2/x = 1$, $x^2 = 4y$, $y^2 = 4x$. Sug: $u = x^2/y$, $v = y^2/x$
Rpta: $(5 \cos(4) - \cos(16) - 4 \cos(1))/12$
- (e) Evaluar $\iint_E \frac{|xy|}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ sobre la región E acotada por la elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a, b > 0$. **Rpta:** $\frac{4a^2 b^2}{3(b+a)}$