Fundamentos de Investigación de Operaciones. **18/05/2001-**

<u>Quiz nº4: *"Modelos de P.L. Entera"*.</u>

El consumo diario de energía eléctrica de una ciudad se puede suponer constante durante cuatro períodos. Sea K_i (i=1..4) el valor del consumo eléctrico total de la ciudad en cada período.

Para satisfacer dicho consumo energético se dispone de cuatro generadores petroleros. El costo de encender cada generador es C_j (j=1..4). La capacidad de producir energía de cada generador "j" durante el período "i" es E_{ij}. El costo de mantener funcionando el generador "j" durante el período "i" es P_{ij}. Como forma de evitar el sobrecalentamiento de los equipos, la empresa generadora ha decidido mantener funcionando como máximo dos períodos consecutivos un mismo generador.

Plantee un modelo que permita determinar la combinación óptima de funcionamiento de los motores de forma de minimizar los costos totales. Considere que los motores sólo pueden ser encendidos al comienzo de cada período.

Tiempo: 40 minutos.

ESR/esr

Solución:

Objetivo : Minimizar los costos totales,

10

Variables

y_{ij} : funcionamiento en período "i" de motor "j" , binaria.
z_{ij} : variable binaria auxiliar para el motor "j" en período "i".

Min $\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} z_{ij} \cdot C_j + y_{ij} \cdot P_{ij}$ 10

st.

(1) $\sum_{j=1}^{4} y_{1j} \cdot E_{1j} \geq K_1$ (Se debe suplir la demanda energética del primer período)

$y_{ij} \leq z_{ij} \quad \forall\, j = 1..4$ (Activación de costo de encender cada motor el primer período)

(2) $\sum_{j=1}^{4} y_{2j} \cdot E_{2j} \geq K_2$ (Se debe suplir la demanda energética del segundo período)

$y_{2j} \leq z_{2j} + y_{1j} \quad \forall\, j = 1..4$ (Activación de costo de encender el motor si no ha sido encendido antes)

(3) $\sum_{j=1}^{4} y_{3j} \cdot E_{3j} \geq K_3$ (Se debe suplir la demanda energética del tercer período)

$y_{3j} \leq z_{3j} + y_{2j} \quad \forall\, j = 1..4$ (Activación de costo de encender el motor si no ha sido prendido antes)

$\sum_{i=1}^{3} y_{ij} \leq 2 \quad \forall\, j = 1..4$ (Máximo dos períodos consecutivos puede estar encendido cada motor)

70

(4) $\sum_{j=1}^{4} y_{4j} \cdot E_{4j} \geq K_4$ (Se debe suplir la demanda energética del cuarto período)

$y_{4j} \leq z_{4j} + y_{3j} \quad \forall\, j = 1..4$ (Activación de costo de encender el motor si no ha sido prendido antes)

$\sum_{i=2}^{4} y_{ij} \leq 2 \quad \forall\, j = 1..4$ (Máximo dos períodos consecutivos puede estar encendido cada motor)

(5) $y_{ij}, z_{ij} = \{0,1\} \quad \forall\; i \times j$ (Naturaleza de las variables) 10

ESR/esr

Fundamentos de Investigación de Operaciones. **24/05/2002**

<u>Quiz N°5: *"Programación Lineal Entera"*.</u>

Una cadena de supermercados está estudiando una nueva técnica de comercialización de verduras. Se considera la posibilidad de ofrecer 3 tipos de bandejas conteniendo una ensalada típica cada una: la Ensalada Chilena llevaría 2 tomates y 3 cebollas; la Ensalada Mexicana llevaría 1 tomate, 1 cebolla y 2 paltas; y la Ensalada Rusa llevaría 2 papas y 3 zanahorias.

El precio de venta de cada una sería de $250, $400 y $180 respectivamente. Existen 5 proveedores quienes ofrecen al supermercado cada una de las verduras necesarias. El costo de una unidad de verdura "j" proveniente del proveedor "i" es $Cij. Además, el costo fijo por ordenar al proveedor "i" es $CFi. Por otra parte, cada proveedor "i" exige que, en caso de requerir sus productos, se le encargue un mínimo de $MINi, sin incluir el costo fijo.

Por consideraciones de calidad, se estima que cada tipo de verdura debiera ordenarse a un mínimo de 2 y un máximo de 4 proveedores. Finalmente, el personal del supermercado puede clasificar y limpiar un máximo de Lj verduras de tipo "j", pudiendo aumentar en L´j unidades si se paga $Hj en horas extras.

Formule un modelo de programación lineal mixta que permita determinar la estrategia de comercialización que maximiza las utilidades del supermercado. Defina claramente variables, función objetivo y restricciones.

Tiempo: 30 minutos.

CAHC/cahc

Pauta.

Variables (20%)

ECH, EME, ERU	: Cantidad de ensaladas del tipo chilena, mexicana y rusa a producir.
Xij	: Cantidad de verduras del tipo “j” que se compran al proveedor “i”. j=1..5 i=1..5
Wi	: 1 Compro al proveedor “i” 0 Si no compro i=1..5
Yij	: 1 Compro verdura “j” al proveedor “i” 0 Si no compro i=1..5 j=1..5
Zj	: 1 Utilizo horas extras en verdura “j” 0 Si no utilizo

Restricciones

Demanda de verduras (10%)

$$2\ ECH + 1\ EME \leq \sum_{i=1}^{5} Xi1 \qquad \text{(Tomates)}$$

$$3\ ECH + 1\ EME \leq \sum_{i=1}^{5} Xi2 \qquad \text{(Cebollas)}$$

$$2\ EME \leq \sum_{i=1}^{5} Xi3 \qquad \text{(Paltas)}$$

$$2\ ERU \leq \sum_{i=1}^{5} Xi4 \qquad \text{(Papas)}$$

$$3\ ERU \leq \sum_{i=1}^{5} Xi5 \qquad \text{(Zanahorias)}$$

Demanda Mínima (10%)

$$\sum_{j=1}^{5} (Xij * Cij) \geq MINi \qquad \forall\ i=1..5$$

Proveedores mínimos y máximos (10%)

$$\sum_{i=1}^{5} Yij \geq 2 \qquad \forall\ j=1..5$$

$$\sum_{i=1}^{5} Yij \leq 4 \qquad \forall\ j=1..5$$

Horas Extras (10%)

$$\sum_{i=1}^{5} Xij \leq Lj + (L'j * Zj) \qquad \forall\ j=1..5$$

Activación de variables (10%)

$$\sum_{j=1}^{5} Yij \leq 5 * Wi \qquad \forall\ i=1..5$$

$$Xij \leq Yij * M \qquad \forall\ i=1..5,\ j=1..5$$

Naturaleza de las variables (10%)

$Xij \in Z^{+}$

$Yij, Wi, Zj \in \{ 0, 1 \}$

Función Objetivo (20%)

MAX Z=I-C

I = Ingreso por venta de bandejas de ensaladas

I = 250 ECH + 400 EME + 180 ERU

C = Costo de la verdura + Costo fijo + Costo de horas extras

$$C = \sum_{i=1}^{5} \sum_{i=1}^{5} (Xij * Cij) + \sum_{i=1}^{5} (CFi * Wi) + \sum_{j=1}^{5} (Hj * Zj)$$

CAHC/cahc

Fundamento de Investigación de Operaciones. **18/10/02**

Quiz nº5: "Modelo de P.L Entera".

Usted ha decidido dedicarse al negocio de la agricultura, para lo cual posee un capital de $M. Como no tiene tierras optó por arrendar una o más parcelas. Su idea es plantar papas y maíz. Los que venderá a una fábrica a un precio de 50 [$/Kg] y 80[$/Kg] respectivamente.

Las parcelas disponibles para arrendar presentan las siguientes características:

PARCELA	Tamaño (Ti) [ha]	Producción [Ton/ha]	
		Papas (Ppi)	Maíz (Pmi)
1	100	5	7
2	150	8	3
3	200	5	5
4	50	4	6
5	70	7	2

Los costos de arriendo, plantación y cosecha, y la distancia a la fabrica, se muestran a continuación.

PARCELA	Costo Arriendo (CAi) [$]	Costo Plantación y Cosecha		Distancia a la Fábrica (Di)[Km]
		Fijo (CFi)[$]	Variable (CVi) [$/ha]	
1	10.000.000	600.000	120.000	80
2	9.000.000	600.000	200.000	100
3	12.000.000	600.000	110.000	120
4	6.000.000	600.000	90.000	70
5	7.000.000	600.000	100.000	60

- El costo de transportar la cosecha es S[$/Ton-Km]
- Si arrienda más de 2 parcelas debe pagar un permiso especial al SAG equivalente a $K.
- El arriendo se paga por adelantado, pero el resto de los costos se puede pagar con lo ganado en la cosecha.
- Para no degradar la tierra le exigen, en cada parcela, que el terreno ocupado por cada cultivo no supere al otro en un 20%.
- La parcela 2 y la 5 pertenecen al mismo dueño y solo arrienda las 2 juntas.
- Usted decide que no arrendará más de 4 parcelas.
- La Fábrica le comprará como máximo A[ton] de papas y B[ton] de maiz.
- Si arrienda la Parcela 1 y la 3 entonces debe arrendar la 4.
- Solo arrendará las parcelas una temporada.

Para tomar la decisión más acertada formule un modelo de Programación lineal entera que represente el problema.

Tiempo: 45[min]

MCB/mcb

RESOLUCIÓN QUIZ 5

Yi : Arriendo o no parcela "i".
XPi : Cantidad de hectáreas de papas que planto en parcela "i".
XMi : Cantidad de hectáreas de maíz que planto en parcela "i".
Z : Pago o no al SAG.

Función Objetivo. :
Maximizar Utilidades

Max U= Ingresos – Gastos.

Ingresos = $M + \sum_{i=1}^{5}(50.000 \cdot XPi \cdot Ppi + 80.000 \cdot XMi \cdot Pmi)$

Gastos = $\sum_{i=1}^{5}\left[(CAi + CFi) \cdot Yi + (XPi \cdot CVi + XMi * CVi) + (XMi \cdot Pmi + XPi \cdot Ppi) \cdot Di \cdot S - K \cdot Z\right]$

Sujeto a:

$M \geq \sum_{i=1}^{5} CAi$ Dinero para pagar arriendo por adelantado

$XPi + XMi \leq Ti \quad i = 1:5$ Terreno cultivado menor o igual a terreno total de la parcela

$\sum_{i=1}^{5} Yi \leq 4$ Máxima cantidad de parcelas que se arrendará.

$\sum_{i=1}^{5} \leq 2 + 3 \cdot Z$ Inicialización para pago del SAG

$Y_1 = Y_5$ Solo se arriendan juntas parcela 1 y parcela 2

$Y_2 + Y_3 \leq Y_4 + 1$ Si arriendo parcela 2 y 3, entonces tengo que arrendar parcela 4.

$1.2 \cdot XPi \geq XMi$ Condición para que cultivo de maíz no sea mayor que el cultivo de papas, aumentado en un 20%

$1.2 \cdot XMi \geq XPi$ Condición para que cultivo de papas no sea mayor que el cultivo de maíz, aumentado en un 20%

$\sum_{i=1}^{5} XPi \cdot Ppi \leq A$ Máxima cantidad de papa que comprará la Fábrica.

$\sum_{i=1}^{5} XMi \cdot Pmi \leq B$ Máxima cantidad de maíz que comprará la Fábrica.

$XPi \leq MYi$ Inicialización de variables.

$XMi \leq MYi$

$XPi \geq 0$

$XMi \geq 0$

$Yi, Z \in \{0,1\}$