

# Tarea 1

## Algoritmos y Complejidad

*“Un Crimen de Lesa Humanidad”*

2017-03-17

1. Los babilonios usaban la siguiente técnica iterativa: dado un valor positivo  $a$ , elegían una aproximación  $x_0$  al valor buscado, y luego calculaban:

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{a}{x_n} \right)$$

hasta obtener una aproximación adecuada.

- a) En términos de  $a$ , ¿a qué valor converge, si es que lo hace?
  - b) ¿Para qué valores iniciales  $x_0$  puede garantizar convergencia? Explícite los resultados que usa para determinarlo.
  - c) Resulta que esto corresponde a usar uno de los métodos vistos en clase para resolver la ecuación subyacente. Explique cuál.
2. Dada una iteración con convergencia lineal:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

bajo la suposición que la relación:

$$e_{n+1} = C e_n$$

es exacta, podemos plantear un sistema de ecuaciones para las incógnitas  $x^*$  y  $C$  de dos iteraciones consecutivas, y usar el valor estimado de  $x^*$  como nuevo punto de partida.

- a) Complete el desarrollo esbozado, resultando en la fórmula para la nueva estimación  $x^*$ .
  - b) Dé el algoritmo del caso.
  - c) Derive el orden de convergencia de este método.
3. Nuestra derivación del orden de convergencia del método de Newton no es aplicable si  $x^*$  es un cero doble (vale decir,  $f(x^*) = f'(x^*) = 0$ ).

- a) Halle el orden de convergencia en este caso.
- b) Proponga una modificación simple que reponga la convergencia cuadrática.

4. Considere la ecuación:

$$x^3 - 2x - 5 = 0$$

en el intervalo  $[2, 3]$ . Podemos expresarla como:

$$x = g_1(x) = \frac{x^3 - 5}{2}$$

$$x = g_2(x) = (2x + 5)^{1/3}$$

- a) Experimente con ambas expresiones. ¿Parece converger una de ellas?
- b) Explique los resultados de lo anterior.

## 1. Condiciones de entrega

- La tarea se realizará *individualmente* (esto es grupos de una persona), sin excepciones.
- La entrega debe realizarse vía [Moodle](#) en un *tarball* en el área designada al efecto, bajo el formato `tarea-1-rol.tar.gz` (rol con dígito verificador y sin guión).  
Dicho *tarball* debe contener las fuentes en LaTeX (al menos `tarea.tex`) de la parte escrita de su entrega, además de un archivo `tarea-1.pdf`, correspondiente a la compilación de esas fuentes.
- Además de esto, la parte escrita de la tarea debe en hojas de tamaño carta en Secretaría Docente de Informática (Piso 1, edificio F3).
- Tanto el *tarball* como la entrega física deben realizarse el día indicado en [Moodle](#).

Por cada día de atraso se descontarán 20 puntos y a partir del tercer día de atraso no se reciben más tareas y la nota es automáticamente cero.