Matemática IV
Ayudantía #8
10 Noviembre 2016

1. Resuelva el problema de Sturm-Liouville $\eta''(x) - \lambda\eta(x) = 0$, con $0 < x < L$, para las siguientes condiciones de borde:
   a) $\eta(0) = 0, \quad \eta(L) = 0$
   b) $\eta'(0) = 0, \quad \eta(L) = 0$
   c) $\eta(0) = 0, \quad \eta'(L) = 0$
   d) $\eta'(0) = 0, \quad \eta'(L) = 0$
   e) $\eta(0) = \eta(L)$

2. Resuelva las siguientes EDP homogéneas, usando separación de variables:

   a) Considere una barra unidimensional ubicada en $0 < x < 2$, esta barra se calienta hasta alcanzar una distribución de temperatura $2x - x^2$, a partir de ese momento la barra se pone a enfriar colocando 2 flujos refirgerantes, que mantienen los bordes a temperatura 0. Escriba la EDP que modela el enfriamiento de la barra y resuelva.(considere la constante de la EDP de calor igual a 1.)

   b) Una cuerda que vibra entre $x = 0$ y $x = l$, con los extremos fijos, viene dada por $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = k^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, pero en este caso $k = k(t) = t + 1$, si la forma inicial de la cuerda es $f(x) = \sin x$, encuentre $u(x,t)$.

   c) Considere el siguiente caso especial de la ecuación de calor $\dfrac{\partial u}{\partial t} - ku = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, con $-\pi < x < \pi$, $t > 0$, con las siguientes condiciones $u(-\pi, t) = u(\pi, t)$, $\dfrac{\partial u}{\partial x}(-\pi, t) = \dfrac{\partial u}{\partial x}(\pi, t)$ y $u(x, 0) = f(x)$. Encuentre $u(x,t)$, para ello use el cambio $u(x,t) = e^{-kt}v(x,t)$. Encuentre $u(x,t)$ para el caso $k = 1$ y $f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } -\pi < x < 0 \\ x & , \text{ si } 0 \leq x < \pi \end{cases}$.