

INF221 – Algoritmos y Complejidad

Clase #29

Algoritmos Aleatorizados

Aldo Berrios Valenzuela

Miércoles 23 de noviembre de 2016

1. Algoritmos Aleatorizados

Idea: El algoritmo toma decisiones según valores aleatorios. Por lo tanto, la ejecución varía, incluso con los mismos datos de entrada.

Clasificación:

- Monte Carlo: Tiempo de ejecución fijo, puede fallar.
- Las Vegas: Tiempo de ejecución variable; no falla.

Paradigmas:

- Frustrar a un adversario.
- Muestreo.
- Abundancia de testigos.
- Huellas digitales.
- Reordenar.
- Balance de carga.
- Quebrar simetrías.

Ejemplo 1.1 (Balance de Carga). Sitio social, 24000 peticiones por 10 minutos. Cada petición se procesa en promedio $1/4$ [s], máximo 1 [s]. Unidad de trabajo: 1 [s] entonces son 6000 unidades por 10 minutos, en 10 minutos un servidor puede hacer 600, esto es, 10 servidores al 100%. ¿Cuántos más?, Chernoff al rescate. . .

Acotamos la probabilidad de que el servidor 1 (de m) se sobrecargue. Si son m servidores, y la carga se distribuye por igual, la carga promedio de 1 es

$$\frac{10}{m} \cdot 600$$

Nos interesa la probabilidad que la carga del servidor 1 sea mayor que 600. Definimos $0 < t_i \leq 1$ (recuerde que una tarea demora a lo más 1 segundo) el tiempo dedicado por el servidor 1 a la tarea i . Sea:

$$T = \sum_{1 \leq i \leq 24000} t_i \quad \mathbb{E}[T] = \frac{6000}{m} = \frac{10}{m} \cdot 600; \quad c = \frac{10}{m}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} \Pr[\text{servidor 1 se sobrecarga}] &= \Pr[T \geq 600] \\ &= \Pr[T \geq \mathbb{E}[T]] \\ &\leq e^{-\beta(c) \cdot \frac{6000}{m}} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\Pr[\text{algún servidor se cae}] &\leq \sum_{1 \leq k \leq m} \Pr[\text{servidor } k \text{ se cae}] \\ &= m \Pr[\text{servidor 1 se cae}] \\ &\leq m e^{-\beta(c) \cdot \frac{6000}{m}}\end{aligned}$$

Algunos valores de la cantidad de servidores que necesitamos se pueden ver en el Cuadro 1.

Valor de m	Probabilidad de que al menos 1 servidor se caiga
11	0,784...
12	0,000999...
13	0,0000000760...

Cuadro 1: Tabla de probabilidades de que al menos 1 servidor se caiga con una cantidad de m servidores.

