

Estructuras Discretas

Tarea #3

“Demostrando y contando”

Funda Dream Team

19 de abril de 2015

Preguntas

Se piden demostraciones claras y completas de cada una de las siguientes.

1. Demuestre la *propiedad telescópica de la suma*:

$$\sum_{0 \leq k \leq n} (f(k+1) - f(k)) = f(n+1) - f(0)$$

(15 puntos)

2. Demuestre que:

$$\sum_{1 \leq k \leq n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Puede hacerse de dos formas:

- a) Directamente por inducción
b) Usando:

$$\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

y la propiedad telescópica

(30 puntos)

3. Los *números de Fibonacci* se definen mediante:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \quad \text{si } n \geq 2$$

Demuestre que cumplen:

$$(3/2)^{n-2} \leq F_n \leq 2^n$$

(20 puntos)

4. Describa paso a paso cómo resuelve las siguientes:

- a) ¿En cuántas de las permutaciones de n números aparece el 1 antes que el 2?
b) ¿En cuántas de las permutaciones de n números no aparecen contiguos 1 y 2?

(15 puntos)

5. Considere un conjunto \mathcal{S} de n elementos. ¿Cuántos pares de conjuntos \mathcal{A} y \mathcal{B} hay, tales que $\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \mathcal{S}$?

(20 puntos)

Condiciones Generales

- La tarea se realizará *individualmente* (esto es grupos de una persona), sin excepciones.
- La tarea debe ser entregada impresa o manuscrita en la Secretaría Docente de Informática (Piso 1, edificio F3) el día indicado en [Moodle](#).
- Opcionalmente, puede desarrollar la tarea en \LaTeX , lo cual tiene una bonificación de 10 puntos. Para obtener la bonificación, junto con entregar la tarea impresa en hojas tamaño carta deberá depositar copia de los fuentes \LaTeX de su solución en un *tarball* en el área designada al efecto en [Moodle](#) bajo el formato `tarea3-rol.tar.gz`. El archivo debe contener el directorio `tarea3-rol`, en el cual están los archivos de su solución (al menos `tarea3.tex`). Tiene derecho a la bonificación sólo si el *tarball* tiene el nombre y contenido correctos, y los fuentes \LaTeX (y posibles otros archivos anexos) se procesan correctamente en el ambiente que ofrece el Laboratorio de Computación del Departamento de Informática, y están escritos en forma legible.

Si la entrega es en manuscrito, está afecta a descuento de hasta 20 puntos por desorden o ilegibilidad.

- Por cada día de atraso se descontarán 20 puntos. A partir del tercer día de atraso no se reciben más tareas y la nota es automáticamente cero.
- La nota de la tarea puede ser según lo entregado, o (en el caso de algunos estudiantes elegidos al azar) el resultado de una interrogación en que deberá explicar lo entregado. No presentarse a la interrogación significa automáticamente nota cero.

Sobre la nota de la interrogación se aplican los descuentos por atraso si proceden, y la bonificación por entrega en \LaTeX o los descuentos por desorden.