1. Sea $\vec{F}(x,y)$ una función vectorial en $C(\mathbb{R})$, calcule la funci ón de gradiente y su dominio, si:

   - $\vec{F}(x,y) = (ye^{xy} + 2x, xe^{xy} + 1)$.
   - $\vec{F}(x,y) = \left(\dfrac{y}{x^2+y^2}, \dfrac{-x}{x^2+y^2}\right)$.
   - $\vec{F}(x,y) = \left(3 + \dfrac{1}{x}, -2 + \dfrac{1}{y}\right)$.
   - $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}(x,y,z)$.

2. Sea una partícula, de masa M, que se mueve sobre $\vec{r}(t)$, una curva plana. Calcule la energía aportada, al movimiento de esta partícula, por el campo $\vec{F}(x,y) = (x^2, y^2)$.
$$\vec{r}(t) = \begin{cases} (t,t) & , \quad 0 \leq t \leq 1 \\ (t,t^2) & , \quad 1 < t \leq 2 \\ (2, 6-t) & , \quad 2 < t \leq 6. \end{cases}$$

3. Sea ϕ una función de clase C^1 en todo su dominio, además considere el campo vectorial $\vec{F} = \nabla\phi$ y los puntos A,B y C. Si el trabajo que hace $\vec{F}$ para de A a B es W_1, y de A a C es W_2, ¿cuánto es el trabajo de B a C?.

4. Considere un campo magnético $\vec{B} = \left(\dfrac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2}, \dfrac{-2xy}{(x^2+y^2)^2}\right)$.

   - Encuentre una función escalar $\phi(x,y)$, tal que $\vec{B} = \nabla\phi$.
   - Si el campo $\vec{B}$ es producido por un imán, qué cuadrantes representan el norte (salida de los vectores del campo) y sur (entrada de los vectores del campo).
   - Pruebe la segunda ley de Maxwell, $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, donde $\vec{\nabla} = \left(\dfrac{\partial}{\partial x}, \dfrac{\partial}{\partial y}\right)$.
   - Considere la cuarta ley de Maxwell, $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, donde μ_0 y ε_0 son constantes, $\vec{E}$ el campo eléctrico y $\vec{J}$ la densidad de corriente eléctrica. Calcule $\vec{J}$ para un campo elctrico estacionario (no varía en el tiempo).
   - Idem anterior,pero ahora se aplica un campo $\vec{E} = \left(\left(t + \dfrac{1}{t-1}\right)y + e^{-t}x^2, xt + ye^{-t^2}\right)$, calcule la magnitud de la densidad de corriente en un punto (x,y) para $t \to \infty$.
   - Calcule el trabajo del campo magnético sobre una particula que gira al rededor del $(0,0)$ en sentido antihorario.