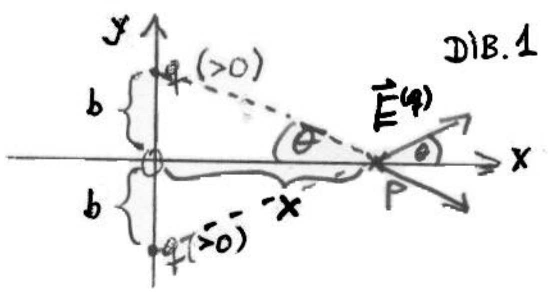
NOMBRE, APELLIDO:

ROL:

Hay 16+2=18 preguntas. 16 respuestas correctas y justificadas representan 100 puntos (nota de 100).
Respuesta correcta y no justificada: -4 puntos
Respuesta correcta y justificada: 100/16 = 6.25 puntos
Respuesta omitida: 1 punto.
Respuesta incorrecta: 0 puntos.
Duración: 120 minutos
REVISE PRIMERO TODOS LOS PROBLEMAS Y RESUELVE PRIMERO LOS QUE LE PARECEN MAS FACILES.

PROBLEMAS 1-3 SE REFIEREN AL DIBUJO 1
Dos cargas eléctricas positivas puntuales ($q > 0$) están ubicadas como muestra la figura.



1.) Para el potencial eléctrico, tomemos la convención $V(r=\infty) = 0$. Los puntos sobre el eje x, en los que el potencial eléctrico creado por estas cargas es la mitad del potencial eléctrico en el origen del sistema de coordenadas, son

(a) $x_1 = b/2$ y $x_2 = -b/2$
(b) sólo $x_1 = b/2$
(c) $x_1 = b\sqrt{3}$ y $x_2 = -b\sqrt{3}$
(d) sólo $x_1 = b\sqrt{3}$
(e) $x_1 = b\sqrt{5}$ y $x_2 = -b\sqrt{5}$

$$V(x) = k \cdot \frac{2q}{(x^2+b^2)^{1/2}} = \frac{1}{2} V(0) \quad \left[k \equiv \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \right]$$
$$= \frac{1}{2} k \cdot \frac{2q}{b} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x^2+b^2)^{\frac{1}{2}} = 2b \Rightarrow x^2+b^2 = 4b^2$$
$$\Rightarrow \boxed{x = \pm b \cdot \sqrt{3}}$$

2.) La magnitud E del campo eléctrico en los puntos del problema anterior es ($k = 1/(4\pi\epsilon_0)$)

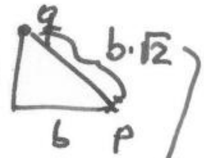
(a) $(\sqrt{3}/2)k(q/b^2)$
(b) $k(q/b^2)$
(c) $\sqrt{2}\, k(q/b^2)$
(d) $(1/\sqrt{2})k(q/b^2)$
(e) $(\sqrt{3}/4)k(q/b^2)$

$$|\vec{E}(x)| = 2|\vec{E}^{(q)}_x(x)| = 2|\vec{E}^{(q)}(x)| \cdot \cos\theta \quad \left(\leftarrow \cos\theta = \frac{|x|}{(x^2+b^2)^{1/2}} \right)$$
$$= 2 \cdot \frac{k \cdot q}{(x^2+b^2)} \cdot \frac{|x|}{(x^2+b^2)^{1/2}} = 2 \cdot \frac{k \cdot q \cdot b\cdot\sqrt{3}}{4 \cdot b^2 \cdot b \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{kq}{b^2}$$

3.) Si una partícula de masa m y de carga $-q$ se suelta en el punto $(b, 0, 0)$ (inicialmente en reposo), su rapidez al pasar por el origen es
(las dos cargas q del dibujo 1 se mentienen fijas en sus lugares)

(a) $\sqrt{2}\,\sqrt{(kq^2)/(mb)}$
(b) $2\sqrt{(1-1/\sqrt{2})}\sqrt{(kq^2)/(mb)}$
(c) $\sqrt{2}\sqrt{(1-1/\sqrt{2})}\sqrt{(kq^2)/(mb)}$
(d) $\sqrt{2}\sqrt{(1+1/\sqrt{2})}\sqrt{(kq^2)/(mb)}$
(e) diferente a las anteriores

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$
$$0 + (-q)\cdot V(b,0,0) = \frac{1}{2} m v_f^2 + (-q)\cdot V(0,0,0)$$
$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2}{m}\, q\,[V(0,0,0) - V(b,0,0)]}$$
$$= \sqrt{\frac{2}{m}\cdot q\cdot\left[k\cdot\frac{2q}{b} - k\cdot\frac{2q}{b\cdot\sqrt{2}}\right]}$$

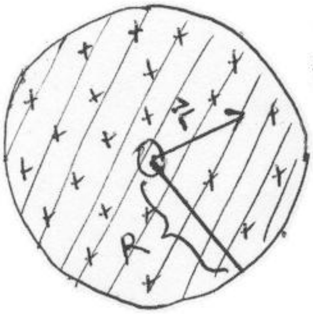


$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{q\cdot k^2}{mb}}\cdot\sqrt{2\cdot\left(2-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)} = \sqrt{\frac{q\cdot k^2}{mb}}\cdot\sqrt{4\cdot(1-1/\sqrt{2})} = \sqrt{\frac{q\cdot k^2}{m\cdot b}}\cdot 2\cdot\sqrt{(1-1/\sqrt{2})}$$

[fin del bloque 1-3]

PROBLEMAS 4-7 SE REFIEREN AL DIBUJO 2

Una bola esférica de material aislador tiene radio R y densidad de la carga eléctrica $\rho(r)(= dq/dV) = \alpha\, r$ $(0 \le r \le R;\ \alpha > 0)$. El centro del sistema de coordenadas es el centro de la bola.



DIB. 2

4.) La carga total de la bola es

(a) $2\pi\alpha R^4$
(b) $\alpha R^4/4$
(c) $\pi\alpha R^4$
(d) $4\pi\alpha R^4$
(e) $(4\pi/3)\alpha R^4$

$$Q_{total} = \int_{r'=0}^{R} \rho(r')\cdot \underbrace{dV'}_{=\,4\pi r'^2 dr'} = \int_0^R \alpha\cdot r'\cdot 4\pi r'^2 dr'$$
$$= 4\pi\alpha\cdot\int_0^R r'^3\, dr' = 4\pi\cdot\alpha\cdot\frac{R^4}{4}$$
$$\Rightarrow \boxed{Q_{tot.} = \pi\alpha\cdot R^4}$$

5.) ¿Cuál es el vector del campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$ dentro de la bola $(r < R)$?

(a) $(1/2)(\alpha/\epsilon_0)r^2\hat{r}$ $\quad(\hat{r} = \vec{r}/r)$
(b) $(1/3)(\alpha/\epsilon_0)r^2\hat{r}$
(c) $(\alpha/\epsilon_0)r^2\hat{r}$
(d) $(1/4)(\alpha/\epsilon_0)r^2\hat{r}$
(e) $(1/3)(\alpha/\epsilon_0)r^3\hat{r}$

$$\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\cdot\hat{r} = E(r)\cdot\hat{n}$$
$\Rightarrow$ ley de Gauss: $E(r)\underbrace{\hat{n}\cdot\hat{n}}_{=1}\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0}\, q_{enc}(r)$

Pero: $q_{enc}(r) = \int_{r'=0}^{r}\rho(r')\,dV' = \int_0^r \alpha r'\cdot 4\pi r'^2 dr' = \pi\alpha r^4$

$$\Rightarrow E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0}(\pi\alpha r^4) \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha}{\epsilon_0}\right) r^2 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha}{\epsilon_0}\right) r^2\cdot\hat{r}$$

6.) El potencial eléctrico $V(r)$, para $r < R$, en la convención $V(r=0) = 0$, es

(a) $-(1/12)(\alpha/\epsilon_0)r^3$
(b) $+(1/6)(\alpha/\epsilon_0)r^3$
(c) $-(1/9)(\alpha/\epsilon_0)r^3$
d) $-(1/6)(\alpha/\epsilon_0)r^3$
(e) $-(1/4)(\alpha/\epsilon_0)r^4$

$$\underset{(r<R)}{V(r)} - \underset{(=0)}{V(0)} = -\int_{r'=0}^{r} \vec{E}(\vec{r}')\cdot d\vec{r}' \underset{\text{por 5.)}}{=} -\frac{\alpha}{4\epsilon_0}\int_{r'=0}^{r} r'^2 \underbrace{(\hat{r}'\cdot d\vec{r}')}_{|d\vec{r}'|=dr'}$$

(porque $\hat{r}' \parallel d\vec{r}'$: así escogimos la trayectoria conveniente)

$$\Rightarrow \underset{(r\leq R)}{V(r)} = -\frac{\alpha}{4\epsilon_0}\int_{r'=0}^{r} r'^2\, dr' = \boxed{-\frac{\alpha}{12\cdot\epsilon_0}\cdot r^3}$$

7.) El potencial eléctrico $V(r)$, para $r > R$, en la convención antes mencionada ($V(r=0) = 0$), es

(a) $(\alpha R^3/\epsilon_0)[-(1/4)(R/r) + (1/3)]$
(b) $(\alpha R^3/\epsilon_0)[(1/4)(R/r) - (1/3)]$
(c) $(\alpha R^3/\epsilon_0)[(R/4)(1/r) + (1/3)]$
(d) $(\alpha R^4/\epsilon_0)(1/4)(1/r)$
(e) $(\alpha R^3/\epsilon_0)(1/3)(1/r)$

$r>R$: $\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\cdot\hat{r} = E(r)\cdot\hat{n}$;

por la ley de Gauss: $\underset{(r>R)}{E(r)\cdot 4\pi r^2} = \frac{Q_{tot}}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{Q_{tot.}}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\cdot\hat{r}}$$ (como $\vec{E}$ de una carga $Q_{tot.}$ en el origen)

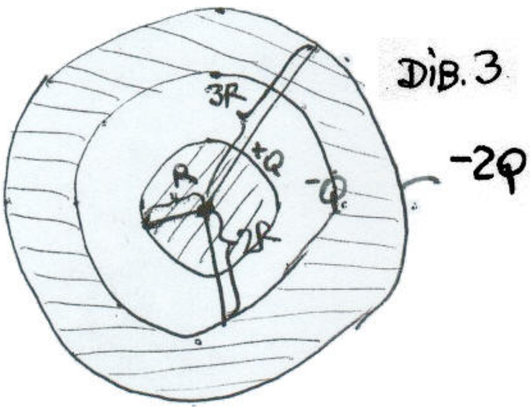
$$\Rightarrow \underset{r\geq R}{V(r)} = \frac{Q_{tot.}}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r} + \underset{\text{una constante}}{C};$$ $V(r)$ es continuo siempre $\Rightarrow$ también en $r=R$ $\Rightarrow$

por 6.): $\frac{Q_{tot}}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R} + C = -\frac{\alpha}{12\epsilon_0}R^3$

[fin del bloque 4-7] $\Rightarrow C = -\frac{\alpha}{3\epsilon_0}R^3$ (nota: $Q_{tot.} = \pi\alpha R^4$) $\Rightarrow \boxed{\underset{(r\geq R)}{V(r)} = \frac{\alpha R^3}{\epsilon_0}\left(\frac{1}{4}\frac{R}{r} - \frac{1}{3}\right)}$

PROBLEMAS 8-9 SE REFIEREN AL DIBUJO 3

Una bola esférica conductora de radio R tiene una carga Q ($Q > 0$). Está rodeadada de un cascarón esférico conductor (concéntrico con la bola) de radio interno $2R$ y externo $3R$. La carga neta del cascarón es $-3Q$.



DIB. 3

8.) El vector del campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$, cuando $r > 3R$, es

(a) $-[Q/(2\pi\epsilon_0)](1/r^2)\hat{r}$
(b) $[Q/(2\pi\epsilon_0)](1/r^2)\hat{r}$
(c) $-[Q/(4\pi\epsilon_0)](1/r^2)\hat{r}$
(d) $-[3Q/(4\pi\epsilon_0)](1/r^2)\hat{r}$
(e) $[Q/(4\pi\epsilon_0)](1/r^2)\hat{r}$

$Q_{enc.}^{(r>3R)} = Q - 3Q = -2Q < 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \underset{(r>3R)}{\vec{E}(\vec{r})} = -|\vec{E}(\vec{r})|\hat{r} = -|\vec{E}(\vec{r})|\hat{n}; \Rightarrow \vec{E}(\vec{r})\cdot\hat{n} = -|\vec{E}(r)|$$

$\Rightarrow$ por la ley de Gauss:

$$\underset{(r>3R)}{-|\vec{E}(r)|\cdot 4\pi r^2} = \frac{(-2Q)}{\epsilon_0} \leftarrow Q_{enc}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}(r)| = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}(-\hat{r})}$$

($R < r < 2R$: $\vec{E}(\vec{r}) = +\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\hat{r}$ por Gauss)

9.) La diferencia del potencial eléctrico $V(r_2) - V(r_1)$, con $r_1 < R$ y $r_2 > 3R$, es

(a) $[Q/(4\pi\epsilon_0)][1/R - 1/r_2]$
(b) $[Q/(2\pi\epsilon_0)][1/(2r_1) - 1/r_2]$
(c) $[Q/(4\pi\epsilon_0)][1/(2R) - 4/r_2]$
(d) $[Q/(2\pi\epsilon_0)][1/(12R) - 1/r_2]$
(e) $[Q/(2\pi\epsilon_0)][1/r_1 - 4/r_2]$

$$V(r_2)-V(r_1) = -\int_{r=r_1}^{r_2} \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = -\int_{r=R}^{2R} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\cdot dr - \int_{r=3R}^{r_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\cdot(-1)dr$$

escojamos la trayectoria radial ($d\vec{r} = \hat{r}\cdot dr$)

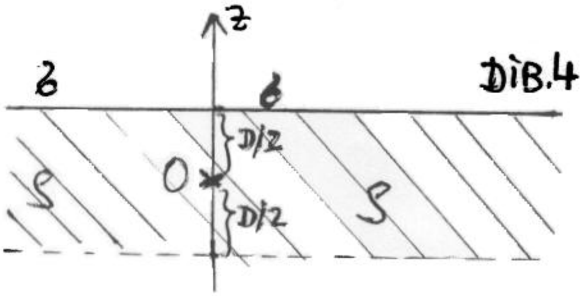
$(-\hat{r})\cdot d\vec{r} = (-1)\cdot 1\cdot|d\vec{r}| = -dr$ por 8.)

$$\Rightarrow V(r_2)-V(r_1) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2R}\right) + \frac{Q}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{3R}-\frac{1}{r_2}\right)$$
$$= +\frac{Q}{24\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{R} - \frac{Q}{2\pi\epsilon_0}\cdot\frac{1}{r_2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0}\left(+\frac{1}{12R}-\frac{1}{r_2}\right)$$

[fin del bloque 8-9]

PROBLEMAS 10-11 SE REFIEREN AL DIBUJO 4

El plano $z = D/2$, de un material aislador, tiene una densidad de carga superficial σ (constante). El espacio $z > D/2$ está vacío (o: aire), como también el espacio $z < -D/2$. El espacio $-D/2 < z < D/2$ es otro material aislador con una densidad volumétrica $dq/dV = \rho$ ($\rho > 0$, constante). No hay materiales conductores en el problema.



10.) Si $\vec{E}(z) = 0$ cuando $z \gg D/2$, la relación entre σ y ρ es
[Sugerencia: $\vec{E}$ es suma de contribuciones de una lámina con espesor cero y de otra lámina con espesor prácticamente despreciable.]

(a) $\sigma = -\rho D/2$
(b) $\sigma = \rho D$
(c) $\sigma = -\rho D$
(d) $\sigma = -\rho D/4$
(e) $\sigma = \rho D/4$

$\vec{E}$ de una lámina aisladora con $\frac{dq}{dA} = \sigma$ es: $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\cdot\hat{n}$

$\vec{E}(z)$ para $z \gg D/2$ consiste de contribuciones de dos láminas, una con $\sigma_1 = \sigma$, y otra con $\sigma_2 = \rho\cdot D$ $(= \frac{dq_2}{dA})$ $[\frac{dq_2}{dA\cdot D} = \frac{dq_2}{dV} = \rho]$

$\Rightarrow \vec{E}(z) = 0 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}\hat{n} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}\hat{n} = \frac{1}{2\epsilon_0}\hat{n}\cdot(\sigma + \rho D) \Rightarrow \sigma + \rho D = 0 \Rightarrow \boxed{\sigma = -\rho\cdot D}$ (<0)

11.) $\vec{E}(z = 0)$ es igual a

(a) $(1/2)(\rho D/\epsilon_0)\hat{z}$
(b) $-(1/2)(\rho D/\epsilon_0)\hat{z}$
(c) cero
(d) $(\rho D/\epsilon_0)\hat{z}$
(e) $-(\rho D/\epsilon_0)\hat{z}$

$\vec{E}(z=0) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}$ (porque la lámina con ρ contribuye cero en $z=0$, por simetría)

$\hat{n} = -\hat{z}$ (en $z=0$, respecto al plano $z = D/2$)

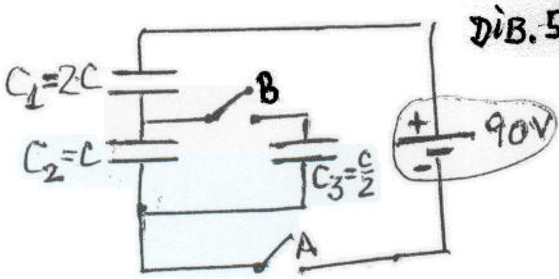
& $\sigma = -\rho D$ (por 10.) $\Rightarrow \vec{E}(z=0) = \frac{(-\rho D)}{2\epsilon_0}(-\hat{z}) = \frac{\rho D}{2\epsilon_0}\hat{z}$

[fin del bloque 10-11]

PROBLEMAS 12-14 SE REFIEREN AL DIBUJO 5

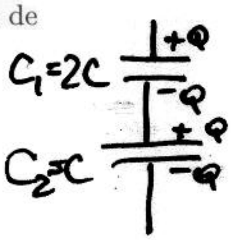
En el diagrama mostrado, los tres condensadores (capacitores) tienen capacitancias: $C_1 = 2C$; $C_2 = C$; $C_3 = C/2$. La batería suministra la diferencia total de potencial eléctrico $|\Delta V|_{\text{bat.}} = 90\ V$.

DIB.5



12.) Estando los condensadores inicialmente descargados, y mientras el interruptor B está abierto, el A se cierra y luego se abre cuando los condensadores están plenamente cargados. La diferencia $|\Delta V|_2$ de potencial eléctrico en C_2 es de

(a) 60 V
(b) 140 V
(c) 160 V
(d) 80 V
(e) 90 V



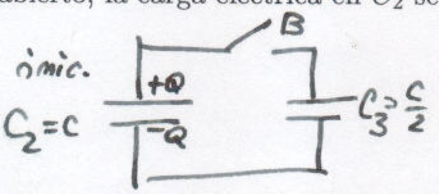
$$|\Delta V|_1 + |\Delta V|_2 = |\Delta V|_{bat.}$$

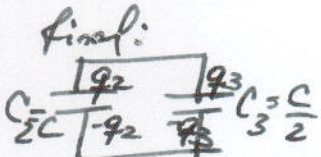
$$\frac{Q}{2C} + \frac{Q}{C} = |\Delta V|_{bat.} \Rightarrow \frac{3}{2}\frac{Q}{C} = |\Delta V|_{bat.}$$

$$\Rightarrow |\Delta V|_2 = \frac{Q}{C} = \frac{2}{3}|\Delta V|_{bat} = \frac{2}{3}\cdot 90V = \underline{\underline{60V}}$$

13.) Si después se cierra el interruptor B, ¿cuál es la diferencia de potencial eléctrico en C_3? [Sugerencia: la carga eléctrica en el condensador C_1 no puede cambiar durante el proceso, porque el interruptor A está abierto; la carga eléctrica en C_2 se redistribuye entre C_2 y C_3 cuando se cierra B.]

(a) 10 V
(b) 20 V
(c) 30 V
(d) 40 V
(e) 60 V





$$q_2 + q_3 = Q$$

$$|\Delta V|_2 = |\Delta V|_3 \Rightarrow \frac{q_2}{C} = \frac{q_3}{(C/2)}$$

$$\Rightarrow q_2 = 2q_3$$

$$\Rightarrow 3q_3 = Q \Rightarrow q_3 = \frac{Q}{3};\ q_2 = \frac{2Q}{3}$$

$$\Rightarrow |\Delta V|_{C_3} = \frac{q_3}{(C/2)} = \frac{(Q/3)}{(C/2)} = \frac{2}{3}\frac{Q}{C} = \frac{2}{3}60V = \underline{\underline{40V}}$$

(por 12.)

14.) ¿Cuál es la pérdida $\Delta U = U_f - U_i$ (< 0) de la energía almacenada en los condensadores durante el proceso de la pregunta anterior, si $C = 1\ mF$? [La energía perdida $|\Delta U|$ es el calor producido por los alambres durante la redistribución aludida de las cargas.]

(a) $-10^3\ J$
(b) $-10^{-2}\ J$
(c) $-0.6\ J$
(d) $-1.8 \cdot 10^{-2}\ J$
(e) $-5\ J$

$$\Delta U = U_f - U_i = \left[\frac{1}{2}\frac{q_2^2}{C} + \frac{1}{2}\frac{q_3^2}{(C/2)}\right] - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \left[\frac{1}{2}\frac{(2Q/3)^2}{C} + \frac{1}{2}\frac{(Q/3)^2}{(C/2)}\right] - \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

(por 13.)

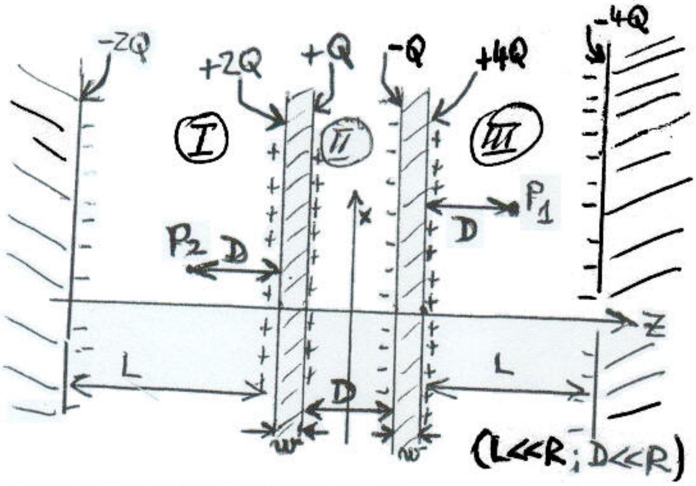
$$= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\cdot\left\{\frac{4}{9} + \frac{2}{9} - 1\right\} = -\frac{1}{6}\frac{Q^2}{C} = -\frac{1}{6}\underbrace{\left(\frac{Q}{C}\right)^2}_{=(60V)^2 \text{ por 12)}} C = -\frac{1}{6}(60V)^2\cdot 10^{-3}F$$

$$= -600\cdot 10^{-3}J = \underline{\underline{-0.6\ J}}$$

[fin del bloque 12-14]

PROBLEMAS 15-17 SE REFIEREN AL DIBUJO 6

Dos placas circulares grandes, de material conductor, de radio R ($R \to \infty$; $A = \pi R^2$) y de espesor w cada una, están dispuestas de forma perpendicular al eje z que pasa por el centro de cada una, con una distancia D entre ellas ($w, D \ll R$). Las cargas en las superficies se mantienen con los valores demostrados en el dibujo (por ejemplo, por otras cargas en las superficies conductoras a la extrema izquierda y a la extrema derecha en el dibujo, que también tienen superficies circulares de radio R). El dibujo demuestra la sección en el plano xz. Tome en cuenta que el campo eléctrico dentro de conductores es cero.



DiB. 6

Los regiones I, II y III son simplemente los interiores de capacitores con cargas 2Q, Q, y 4Q, respectivamente

15.) El campo $\vec{E}^{(I)}$ en la región I (a la izquierda de las placas) es

(a) $[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(b) $6[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(c) $-4[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(d) $4[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(e) $-2[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$

$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$ donde $\sigma = \frac{dq}{dA} = \frac{q}{A}$ en la superficie del conductor más cercano al punto considerado

$\Rightarrow \vec{E}^{(I)} = \frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{(+2Q)}{A}\cdot(-\hat{z}) = \underline{\underline{(-2)\frac{Q}{\epsilon_0 A}\hat{z}}}$

$(\hat{n} = -\hat{z})$

16.) El campo $\vec{E}^{(III)}$ en la región III (a la derecha de las placas) es

(a) $[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(b) $6[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(c) $-4[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(d) $-2[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$
(e) $4[Q/(\epsilon_0 A)]\hat{z}$

Como en el problema 15.) $\Rightarrow$

$\vec{E}^{(III)} = \frac{1}{\epsilon_0}\cdot\frac{(+4Q)}{A}\cdot(+\hat{z}) = \underline{\underline{(+4)\frac{Q}{\epsilon_0 A}\hat{z}}}$

$(\hat{n} = +\hat{z})$

17.) Para trasladar una partícula (con una masa y con carga eléctrica $q_0 > 0$ ($q_0 \ll Q$) desde el punto P_1 hasta el punto P_2 (en ambos puntos la partícula está prácticamente en reposo), un agente externo necesita hacer el trabajo $W_{\text{ext.}}(P_1 \to P_2)$ que es igual a

(a) $7(q_0 QD)/(\epsilon_0 A)$
(b) $3(q_0 QD)/(\epsilon_0 A)$
(c) $-7(q_0 QD)/(\epsilon_0 A)$
(d) $-3(q_0 QD)/(\epsilon_0 A)$
(e) $5(q_0 QD)/(\epsilon_0 A)$

$W_{ext}(P_1 \to P_2) = (\underbrace{K_2}_{0} + U_2) - (\underbrace{K_1}_{0} + U_1) = U_2 - U_1 = q_0 (V(P_2) - V(P_1))$

$= q_0 \cdot (-1)\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = q_0\cdot(-1)\cdot\{-|\vec{E}^{(III)}| - |\vec{E}^{(II)}| + |\vec{E}^{(I)}|\}\cdot D$

$= q_0\cdot(-1)\{-4\frac{Q}{\epsilon_0 A} - \frac{Q}{\epsilon_0 A} + 2\frac{Q}{\epsilon_0 A}\}\cdot D$

[Como en 15.) & 16.) $\Rightarrow \vec{E}^{(II)} = +\frac{Q}{\epsilon_0 A}\cdot\hat{z}$]

$\Rightarrow \boxed{W_{ext}(P_1 \to P_2) = +3\frac{q_0 \cdot Q \cdot D}{\epsilon_0 A}}$

[fin del bloque 15-18]

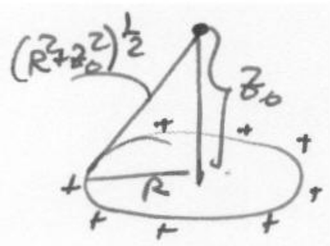
18.) Un aro de radio $R = 1\ m$ está situado en el plano xy, con su centro en el origen. Está cargado con carga eléctrica de densidad constante $\lambda = 10\ C/m$. Un electrón se suelta en el punto $(0, 0, z_0)$ ($z_0 = 1\ m$). La energía cinética cuando pasa por el centro del aro es aproximadamente
[Electrón tiene carga eléctrica $q = -e_0 = 1.6 \cdot 10^{-19}\ C$.]

(a) $10^{-5}\ J$
(b) $3 \cdot 10^{-7}\ J$
(c) $2.5 \cdot 10^{-8}\ J$
(d) $7.5 \cdot 10^{-10}\ J$
(e) $1.5 \cdot 10^{-11}\ J$

$Q_{tot} = 2\pi R\lambda$

$$V(z_0) = \frac{Q_{tot}}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{(R^2+z_0^2)^{1/2}} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R}{(R^2+z_0^2)^{1/2}}$$

$$V(0) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\cdot 1$$



$\underbrace{K_i}_{=0} + U_i = K_f + U_f$ (porque no hay fuerzas externas, sólo la eléctrica)

$$\Rightarrow K_f = U_i - U_f = (-e_0)\cdot(V(z_0)-V(0)) =$$
$$= (-e_0)\left[\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{R}{(R^2+z_0^2)^{1/2}} - \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\right]$$
$$= \frac{e_0\cdot\lambda}{2\varepsilon_0}\left[1-\underbrace{\frac{R}{(R^2+z_0^2)^{1/2}}}_{=\frac{1}{\sqrt2}=\frac{\sqrt2}{2}}\right] = \frac{e_0\cdot\lambda}{2\varepsilon_0}\frac12(2-\sqrt2)$$

$$\Rightarrow K_f = \frac{(1.6\cdot10^{-19})\cdot10}{2\cdot(8.85\cdot10^{-12})}\frac12(0.59)\,J$$
$$= \frac{(1.6)\cdot(0.59)}{4\cdot(8.85)}\cdot10^{-6}\,J \approx \frac14\cdot\frac19\cdot10^{-6}\,J \approx (0.2)\cdot\frac{1}{10}\cdot10^{-6}\,J \approx 0.2\cdot10^{-7}\,J$$

$$\Rightarrow K_f \approx 2\cdot10^{-8}\,J$$

LISTA DE ALGUNAS FORMULAS
fis-120, 1.sem.2005, C1, UTFSM, 8 de abril de 2005

Una carga q situada en $\vec{r}' = 0$ produce:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad (\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}) \ , \qquad V(\vec{r}) = k\frac{q}{r} \ ; \qquad \text{donde} : k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \ , \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\frac{C^2}{Nm^2} \ . \tag{1}$$

Una distribución de cargas $dq(\vec{r}')$ produce en el punto $\vec{r}$:

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\int \frac{dq(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2}\frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \ , \qquad V(\vec{r}) = k\int \frac{dq(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \ . \tag{2}$$

La relación general entre V y $\vec{E}$:

$$V(\vec{r}_f) - V(\vec{r}_i) = -\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \ , \qquad \vec{E}(\vec{r}) = -\nabla V(\vec{r}) \tag{3}$$

$V(\vec{r})$ es una función de $\vec{r}$ *sin* discontinuidades.
Si hay simetría esférica: $V(\vec{r}) = V(r)$, y $\vec{E}(r) = -[dV(r)/dr]\hat{r}$.
Si hay simetría cilíndrica: $V(\vec{r}) = V(r_\perp)$, y $\vec{E}(r_\perp) = -[dV(r_\perp)/dr_\perp]\hat{r}_\perp$.
La energía potencial electrostática de una carga q_0 en $\vec{r}$ es: $U(\vec{r}) = q_0 V(\vec{r})$.
La energía potencial de un conjunto de cargas q_j $(j = 1, 2, \ldots n)$ es: $U = k\sum q_i q_j/|\vec{r}_i - \vec{r}_j|$, donde la suma corre por todos los pares diferentes $q_i q_j$.

Ley de Gauss:

$$\epsilon_0 \oint_{\partial\Omega} E_\perp dA = q_{\text{enc.}}^{(\Omega)} \ , \qquad \text{donde} : \ E_\perp = \vec{E} \cdot \hat{n} \ . \tag{4}$$

Campo eléctrico cerca de un conductor (fuera): $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{n}$, donde: $\sigma = dq/dA$.
Campo eléctrico cerca de una lámina delgada (de material aislador): $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{n}$, donde: $\sigma = dq/dA$.
Condensadores (capacitores):

$$Q = CV \quad (V = |\Delta V|) \ , \quad U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \tag{5}$$

$$C_{\text{eq.}} = \sum_{j=1}^{n} C_j \quad (\text{en paralelo}) \ , \qquad \frac{1}{C_{\text{eq.}}} = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j} \quad (\text{en serie}) \ . \tag{6}$$

Densidad (por volumen) de energía electrostática:

$$u = \frac{dU}{d\text{Vol.}} = \frac{1}{2}\epsilon_0 \vec{E}^2 \tag{7}$$

Condensador de placas paralelas conductoras (área de placas A, separación de placas D; $\sqrt{A} \gg D$):

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A\epsilon_0} \ , \quad V(\equiv |\Delta V|) = ED \ , \qquad C = \frac{\epsilon_0 A}{D} \ . \tag{8}$$

Si hay material dieléctrico: $E_0 \mapsto E = E_0/\kappa_e$; $C_0 \mapsto C = \kappa_e C_0$ $(\epsilon_0 \mapsto \kappa_e\epsilon_0)$. Aquí, $\kappa_e > 1$ es constante dieléctrica.