Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Matemática

Matemáticas III (MAT 023)

Ayudantía n°3

1$^{\text{er}}$ Semestre de 2015

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por:

$$f(x,y) = \begin{cases} -2y^2 & , \quad (x,y) \in A \\ 0 & , \quad (x,y) = (0,0) \\ \dfrac{(x^2+y^2)}{x^2+|y|} \sin(x+y) & , \quad (x,y) \in A^C \wedge (x,y) \neq (0,0) \end{cases}$$

en donde:

$$A = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \wedge y > 0 \right\}$$

(a) ¿Es f continua en $(0,0)$?

(b) Calcule $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ y $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

(c) ¿Es diferenciable f en $(0,0)$?

2. Suponga que $u : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función de clase C^2 en todo $\mathbb{R}^3$ la cual satisface

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = x^2 + y^2 + z^2,$$

Demuestre o refute que si:

$$\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta \\ z &= z \end{aligned}$$

entonces se tiene que:

$$r\frac{\partial u}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + r^2\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = r^4 + r^2 z^2.$$

3. Considere las superficies:

$$S_1 : \; z - 1 = 4x^2 + y^2 \qquad \wedge \qquad S_2 : \; x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$$

Sean π_1 y π_2 los planos tangentes a S_1 y S_2 en $(1,0,5)$ y $(0,0,2)$, respectivamente. Hallar la ecuación de la recta de intersección de ambos planos.