

Primer Certamen

Introducción a la Informática Teórica

11 de mayo de 2013

(AN UNMATCHED LEFT PARENTHESIS
CREATES AN UNRESOLVED TENSION
THAT WILL STAY WITH YOU ALL DAY.

1. Determine si los lenguajes siguientes son regulares, de contexto libre, o ninguna de las anteriores:

- a) $\mathcal{L}_a = \{\text{bin}(n) : n \in \mathbb{N}\}$, donde $\text{bin}(n)$ es la representación en binario del número natural n .
- b) \mathcal{L}_b es el conjunto de strings formados con símbolos de $\Sigma = \{a, b, c\}$ que comienzan ab ó ac , y que no contienen aa ni abc .
- c) Con $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\mathcal{L}_c = \{w : \#a + \#b = \#c\}$, donde $\#a$ es el número de a en w .

(30 puntos)

2. Diseñe una gramática de contexto libre para $\mathcal{L} = \{a^i b^{i+j} c^j : i, j \geq 1\}$. Explique su construcción.

(20 puntos)

3. Sea \mathcal{L}_1 regular y \mathcal{L}_2 de contexto libre. Determine si $\mathcal{L}_3 = \{x_1 y_1 x_2 y_2 \dots x_n y_n : n \geq 1 \wedge x_i \in \mathcal{L}_1 \wedge y_i \in \mathcal{L}_2\}$ es de contexto libre.

(20 puntos)

4. Para strings $\sigma_1 = a_1 a_2 \dots a_n$ y $\sigma_2 = b_1 b_2 \dots b_n$ se define

$$\text{SHUFFLE}(\sigma_1, \sigma_2) = a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_n b_n$$

Esta operación se extiende a lenguajes mediante:

$$\text{SHUFFLE}(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2) = \{\text{SHUFFLE}(\sigma_1, \sigma_2) : \sigma_1 \in \mathcal{L}_1 \wedge \sigma_2 \in \mathcal{L}_2\}$$

Demuestre usando propiedades de clausura que si \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 son ambos lenguajes regulares sobre Σ , entonces $\text{SHUFFLE}(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2)$ es regular.

(25 puntos)

5. Dada la gramática:

$$S \rightarrow (L) \mid a$$

$$L \rightarrow SL \mid \epsilon$$

- a) Encuentre un árbol de derivación para $(aa(a))$
- b) ¿Cuál es el resultado de eliminar ϵ de esta gramática?
- c) Construya un PDA que acepte el lenguaje generado por esta gramática. Explique su construcción.

(25 puntos)