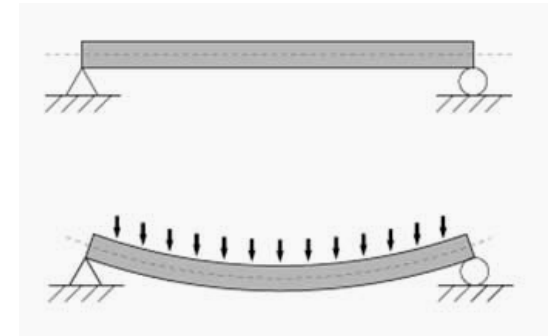


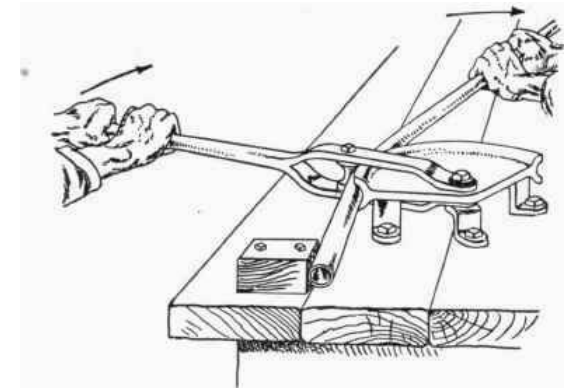


Claudio Dib, sept 2010



# Elasticidad

FIS 130



# Esfuerzo y deformación

- **Esfuerzo (stress):** fuerza/área en sólidos
  - Esfuerzo normal: normal a la superficie

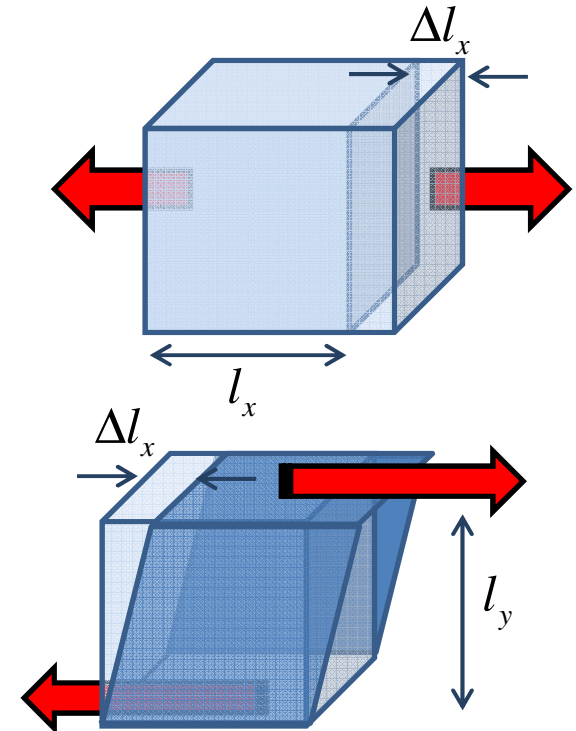
$$\sigma_{xx} = \frac{F_x}{A_x}$$

- Esfuerzo de corte: paralelo a la superficie

$$\sigma_{xy} = \frac{F_x}{A_y}$$

- **Deformación (strain):** cambio unitario de la forma o tamaño:

- Longitudinal:  $\epsilon_{xx} = \frac{\Delta l_x}{l_x}$     Transversal:  $\epsilon_{xy} = \frac{\Delta l_x}{l_y}$





Robert Hooke  
1635-1703



Thomas Young  
1773-1829

# Módulo de Young

- Ley de Hooke: Para pequeñas deformaciones en algunos materiales, la respuesta al esfuerzo es una deformación proporcional (lineal):

$$\frac{F_x}{A_x} = Y \frac{\Delta l_x}{l_x} \quad \rightarrow \quad \sigma_{xx} = Y \epsilon_{xx}$$

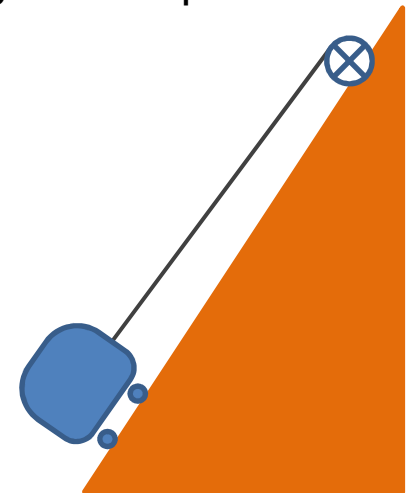
Módulo de Young  
(a veces denotado  $E$ )

- $\epsilon$  es adimensional;  $\sigma$ ,  $Y$  tienen unidades de presión:  $[\text{N/m}^2]$
- Por qué un resorte cortado a la mitad de su largo es el doble de rígido? (rigidez = constante de resorte)

# Valores

material	$Y$ [G Pa]
Goma	0,01
Polietileno	2 – 4
Madera	8 – 12
Concreto (compres)	30
Aluminio	70
Vidrio	50 – 90
Bronce, titanio	100 – 120
Acero	200
Diamante	1220

Estime cuánto se estira un cable de acero sólido, de 1 cm de diámetro y 100 m de largo, al soportar un ascensor de 500 kg en una pendiente de 60 grados.



Rigidez: Capacidad de un objeto de resistir esfuerzos sin deformarse.  
(Mayor módulo de Young  $\rightarrow$  mayor rigidez)

# Coeficiente de Poisson

- Material estirado, no sólo se estira sino también se adelgaza:

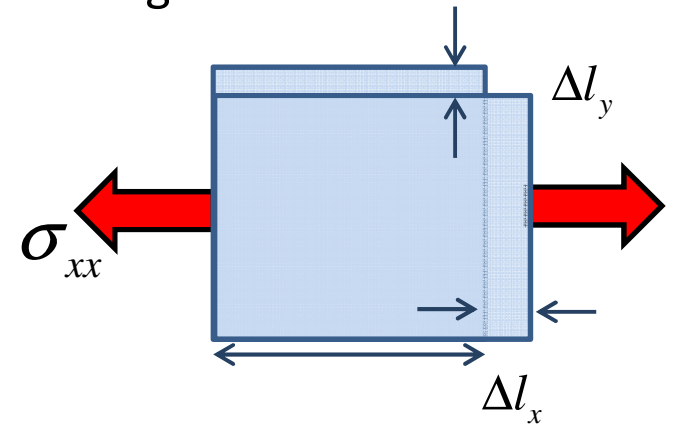
$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{Y} \sigma_{xx} \quad \varepsilon_{yy} = -\frac{\nu}{Y} \sigma_{xx}$$

- En materiales isotrópicos, ocurre lo mismo en cualquier dirección: suma de deformaciones:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{Y} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy} - \nu \sigma_{zz})$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{Y} (-\nu \sigma_{xx} + \sigma_{yy} - \nu \sigma_{zz})$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{Y} (-\nu \sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$$



# Valores

material	$\nu$ (Poisson)
Goma	$\sim 0,5$
Corcho	$< 0,05$
Oro	0,42
Concreto (compres)	0,2
Aluminio	0,33
Vidrio	0,2 – 0,3
Titanio	0,34
Acero	$\sim 0,3$
Arcilla saturada	0,4 – 0,5

- Una cañería de acero de 4 cm de diámetro interior y 1 mm de espesor, y 50 m de largo, se llena con un gas a presión de 200 atm.
  - Determine en cuánto se acorta la cañería.
- Si en vez de usar corcho como tapón en botellas de vino, se usaran tapones de goma, qué problema tendríamos para cerrar la botella?

# Módulo de Volumen

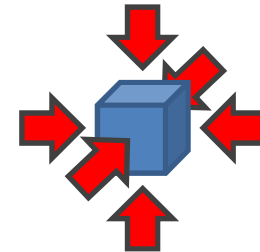
- Sólido, líquido o gas sometido a presión (esfuerzo normal igual en todas las superficies) sufre una contracción de su volumen:

$$\Delta p = -B \frac{\Delta V}{V}$$

donde  $\Delta p$  es el aumento de presión respecto a un valor inicial y  $\Delta V$  es el cambio de volumen respecto a su valor a la presión inicial. Note el signo.

- Para un sólido con módulo de Young  $Y$  y coef de Poisson  $\nu$ , determine el módulo de volumen  $B$ .

- Sol.: 
$$B = \frac{Y}{3(1-2\nu)}$$

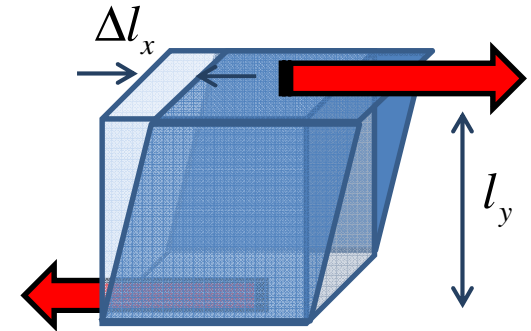


# Esfuerzo de corte o cizalla

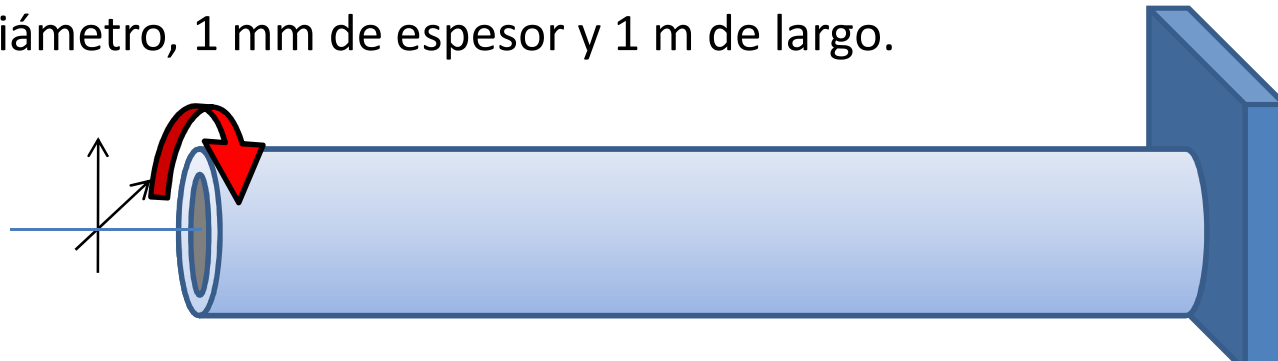
- Esfuerzo en el que la fuerza es paralela a la superficie de aplicación, y genera una deformación angular del material:

$$\frac{F_x}{A_y} = S \frac{\Delta l_x}{l_y}$$

$$\sigma_{xy} = S \varepsilon_{xy}$$



- Note que  $\varepsilon_{xy} = \theta$  corresponde al ángulo de deformación.
- Determine la relación Torque-ángulo en la torsión de un tubo de acero de 2 cm de diámetro, 1 mm de espesor y 1 m de largo.



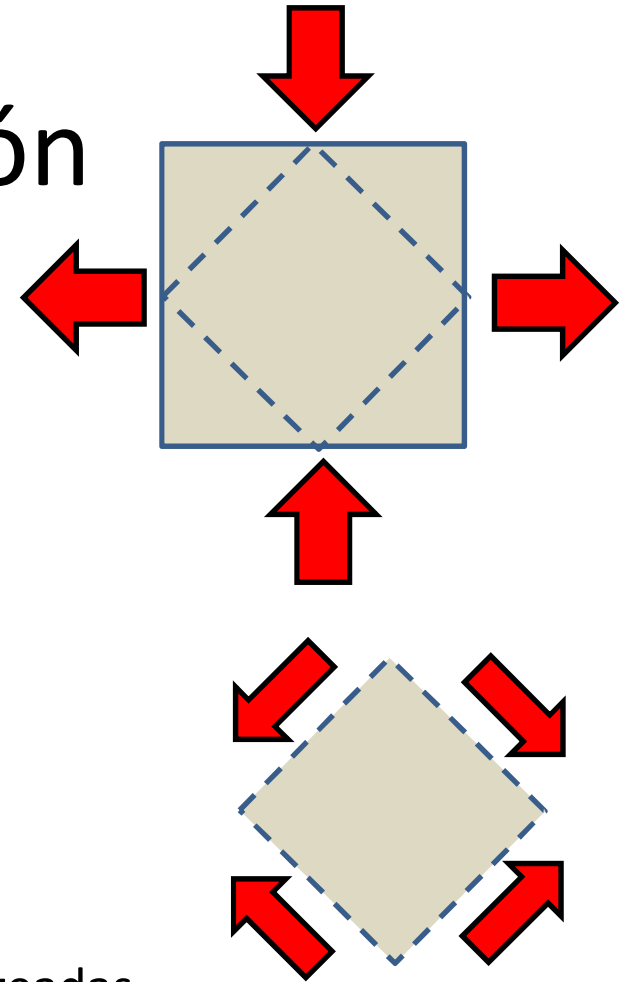


# Corte vs. tracción

- Aplicando esfuerzos de compresión y tracción iguales (ver fig.), demuestre que en las superficies punteadas los esfuerzos son de corte.
- Demuestre que las deformaciones de elongación y contracción (ejes x e y) son iguales, de valor

$$\varepsilon = \frac{1+\nu}{Y} \sigma_{xx}$$

- Demuestre que cada esfuerzo de corte es igual al esfuerzo de tracción.
- Demuestre que el ángulo entre las diagonales punteadas cambia en  $\theta = 2\varepsilon$
- Demuestre que el módulo de corte es  $S = \frac{Y}{2(1+\nu)}$



# fin

- El tema de elasticidad se puede ver en más profundidad para tratar:
  - flexiones y torsiones de barras con distintas formas de sección
  - relación esfuerzo-deformación en materiales anisotrópicos (tensores)
  - relación esfuerzo-deformación en materiales no lineales
  - elasticidad vs plasticidad, dureza, rigidez, fragilidad, ductilidad, maleabilidad, tenacidad y otros conceptos del área llamada *Resistencia de Materiales*.

