1. Considere la ecuación de Schrödinger $i\hbar\dfrac{\partial\Psi}{\partial t} = -\dfrac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\Psi + V\Psi$, que determina la función de onda $\Psi(\vec{x},t)$ para una particula que es afectada por un potencial $V(\vec{x},t)$, además μ, $\hbar$ son constantes e i es la unidad imaginaria. Resuelva la ecuación para una partícula en un pozo unidimensional con potencial $V(\vec{x},t) = \begin{cases} 0 & , \quad 0 < x < 1,\ t > 0 \\ \infty & , \quad \text{otro caso, } t > 0 \end{cases}$, el cual equivale a las siguientes condiciones de borde: $\Psi(x,0) = 0$, $\Psi(x,1) = 0$, y la condición temporal $\dfrac{\partial\Psi}{\partial x}(x,0) = 5\cos 3\pi x$. Sabiendo que $\Psi\Psi^*$(normalizado, es decir $\displaystyle\int_0^1 \Psi\Psi^* = 1$), donde Ψ^* es el conjugado de Ψ, representa la densidad de probabilidad de encontrar la partícula en el punto, determine los puntos donde es más probable que se encuentre la partícula (use $\dfrac{\hbar^2}{2\mu} = k^2$, para abreviar).

2. Resuelva la ecuación de Laplace, para un tambor de radio 4, que en el borde tiene la forma $f(\theta) = 3\sin\theta - 4\cos 2\theta + \sin^2\theta$. Use las coordenadas adecuadas y recuerde que las soluciones son acotadas, es decir $u(r,\theta) < \infty$.

3. Considere una barra unidimensional de largo L, con distribución de temperatura inicial $f(x) = (L-x)x$, esta barra se comienza a enfriar por el extremo $x = 0$ a razón constante $-Q$, mientras que el extremo $x = L$ se mantiene constante a T_0 gracias a un fluido que circula constantemente por ahí, al enfriarse se produce una reacción en la barra que genera calor, y se estima como $g(x) = x^2$.

   Resuelva la ecuación de calor para este caso $\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} + g(x) = \dfrac{1}{\alpha}\dfrac{\partial T}{\partial t}$, determine la distribución estacionaria de temperatura, recuerde la ley de Fourier $Q = -k\nabla T$.

4. Resuelva la siguiente EDP no homogénea:

$$(EDP)\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{4}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{2x+t} & ,0 \leq x \leq 2 \quad ,t \geq 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 2(t+2)e^t & ,t \geq 0 \\ u(2,t) = (t+2)e^{t+4} & ,t \geq 0 \\ u(x,0) = x^2(2-x) + 2e^{2x} & ,0 \geq x \geq 2 \end{cases}$$

   Utilice un cambio de variable de la forma $u(x,t) = v(x,t) + (t+a)e^{2b+ct}$.

5. Resuelva la siguiente EDP no homogénea, donde k es una constante entera positiva:

$$(EDP)\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1}{k^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + e^{-kx} & ,0 < x < 1 \quad ,t > 0 \\ u(0,t) = -1 & ,t > 0 \\ u(1,t) = 0 & ,t > 0 \\ u(x,0) = -e^{-kx} + xe^{-k} + \sin(k\pi x) & ,0 < x < 1 \end{cases}$$