INF221 – Algoritmos y Complejidad

Clase #25
Algoritmo de Kruskal III

Aldo Berrios Valenzuela

9 de noviembre de 2016

1. Algoritmo de Kruskal (continuación de la continuación)

`/* Algoritmo */`

`/* Dibujo de triangulitos */`

Secuencia C de compress en $\mathscr{F} \rightsquigarrow C_+$ sobre $\mathscr{F}_+$, C_- sobre $\mathscr{F}_-$, operaciones `shatter`, asignaciones `parent`$[z] \leftarrow z$. Sean n_+, n_- número de nodos $\mathscr{F}_+$, $\mathscr{F}_-$, m_+, m_- operaciones en C_+, C_--

Sea $T(\mathscr{F}, C)$ el costo (# asignaciones a punteros) al aplicar C a $\mathscr{F}$:

$$T(\mathscr{F}, C) \le T(\mathscr{F}_+, C_+) + T(\mathscr{F}_-, C_-) + m_+ + n \tag{1.1}$$

Sabemos que hay a lo más

$$\frac{n}{2^i}$$

nodos de rank i, por lo que:

$$\begin{aligned} n_+ &\le \sum_{i>s} \frac{n}{2^i} \\ &= \frac{n}{2^s} \end{aligned}$$

Del teorema que vimos la clase pasada, sabemos:

$$\begin{aligned} T(\mathscr{F}_+, C_+) &\le n_+ r \\ &\le \frac{nr}{2^s} \end{aligned}$$

Si elegimos $s = \log_2 r$, queda $T(\mathscr{F}_+, C_+) \le n$. Como (1.1) vale para *todo* $\mathscr{F}$, C, tenemos:

$$\begin{aligned} T(m, n, r) &\le n + T\left(m_-, n_-, \log_2 r\right) + n + m_+ \\ T(m, n, r) - m &\le T\left(m_-, n_-, \log_2 r\right) - m_- + 2n \\ T'(m, n, r) &= T(m, n, r) - m \\ T'(m, n, r) &\le T'\left(m_-, n_-, \log_2 r\right) + 2n \\ &\le T'\left(m, n, \log_2 r\right) + 2n \end{aligned}$$

Sabemos:

$$\begin{aligned} & T'(m, n, r = 0) = T(m, n, 0) - m \le 0 \\ & \rightsquigarrow T'(m, n, r) \le 2n \log_2^* r \end{aligned}$$

`/* El objetivo de esto fue analizar la secuencia de operaciones */`