



1. Resuelva la siguiente integral impropia:

$$\iiint_{\Omega} \frac{e^{-(x^2+y^2+z^2)}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dV, \text{ donde } \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 \geq 1, z \geq 0, y \geq 0\}$$

2. Parametrice las siguientes curvas en  $\mathbb{R}^2$ , en sentido antihorario, en caso de ser cerradas:

- a)  $ax^2 + by^2 = 1$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $a, b > 0$
- b)  $x^{2/3} + y^{2/3} = a$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $a > 0$
- c)  $x^2 - y^2 = 1$ ,  $x > 0$ ,  $y \in \mathbb{R}$

3. Parametrice las siguientes curvas en  $\mathbb{R}^3$ , en sentido antihorario, mirado desde el origen, en caso de ser cerradas:

- a) La intersección de  $x + y + z = 1$  con  $2x + y = 0$ .
- b) La intersección de  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  con  $x + y - z = 0$ .
- c) La intersección de  $4 - (x^2 + y^2) = z$  con  $2y - z + 2 = 0$ .

4. Determine la longitud de arco de la siguiente curva (impropia):

$$(x, y) = e^{-kt}(\cos at, \sin at), t > 0, a, k > 0$$

5. Se tiene un campo escalar  $C(x, y) = x^2 + y^2 - xy$  que representa la concentración de un sustrato en un fluido. Una partícula recorre el plano absorbiendo el sustrato, la trayectoria de la partícula viene dada por:  $y = x^2$  desde  $(0, 0)$  hasta  $(1, 1)$ ,  $y = \sqrt{2x - x^2}$  desde  $(1, 1)$  hasta  $(2, 0)$ ,  $y = x - 2$  desde  $(2, 0)$  hasta  $(0, -2)$  y  $x = 0$  desde  $(0, -2)$  hasta  $(0, 0)$ . Escriba las integrales que permiten calcular la cantidad de sustrato absorbido por la partícula.