

## Matemática IV (MAT024)

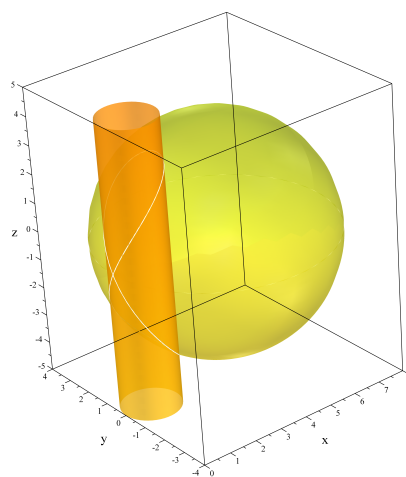
UTFSM

2<sup>do</sup> semestre 2016

Programa de la asignatura

### Resumen

**Asignatura** : Matemática IV  
**Sigla** : Mat024  
**Créditos** : 4  
**Prerrequisito** : Mat023  
**Hrs. Cátedra** : 3  
**Hrs. Ayudantía** : 1.5  
**Hrs. Taller** : 0



### Descripción de la Asignatura

Asignatura teórica práctica de carácter intermedio que entrega los conceptos fundamentales del cálculo integral en varias variables, de las ecuaciones diferenciales parciales y sus aplicaciones

### Requisitos de entrada

- Aplicar de los conceptos del cálculo diferencial de funciones de varias variables
- Aplicar de los conceptos del cálculo integral de funciones reales de variable real.
- Aplicar de los distintos métodos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.

### Contribución al perfil de egreso

- **COMPETENCIAS ESPECIFICAS:** Aplicar los conocimientos matemáticos propios del cálculo integral y diferencial en varias variables, del cálculo vectorial clásico y de la resolución de ecuaciones parciales en la modelación de problemas científicos y tecnológicos y en la búsqueda de sus respectivas alternativas de solución.
- **COMPETENCIAS GENERALES/TRANSVERSALES//DISTINTIVAS:** Colaborar y participar en la búsqueda de soluciones a problemas reales en contextos de trabajo interdisciplinarios.

## Resultados de Aprendizaje que se esperan lograr en esta asignatura

1. Utilizar el lenguaje y las técnicas propias del cálculo integral y diferencial en varias variables.
2. Plantear y calcular integrales múltiples en diferentes sistemas de coordenadas.
3. Caracterizar analítica y geoméricamente curvas y ecuaciones paramétricas.
4. Comprender los conceptos fundamentales de una función vectorial.
5. Comprender y aplicar los conceptos y resultados relativos a integrales de línea y de superficie, especialmente los teoremas de Green, Gauss y Stokes.
6. Modelar situaciones mediante funciones de varias variables.
7. Traducir problemas clásicos en términos de ecuaciones diferenciales parciales.
8. Resolver e interpretar problemas provenientes de los ámbitos físicos, ingenieriles, económicos u otros.

## Contenidos temáticos

1. Derivación de funciones vectoriales.
2. Integrales definidas sobre regiones planas y sólidas
3. El teorema de Green.
4. El teorema de la divergencia y el teorema de Stokes.
5. Ecuaciones diferenciales parciales.

## Contenidos más detallados

### Integración Multidimensional

1. Introducción: Recuerdo y construcción de integrales en 1D (concepto de sumas de Riemann). Motivación de integrales dobles: Cálculo de volumen de un sólido mediante cortes paralelos (principio de Cavalieri).
2. Integrales Dobles: Construcción de integrales dobles cuando el dominio es un rectángulo, sumas de Riemann. Concepto de funciones integrables. Teorema de Fubini. Integrales dobles en dominios generales y propiedades. Teorema del valor medio.
3. Aplicaciones Integrales Dobles: Masa, área, centros de masa y momentos de inercia de una placa.
4. Integrales Triples: Construcción de integrales triples, sumas de Riemann. Extensión a dominios generales, propiedades y Teorema de Fubini.
5. Aplicaciones Integrales Triples: Volumen, masa, centros de masa y momento de inercia.
6. Teorema del cambio de variables: Coordenadas polares y elípticas. Coordenadas cilíndricas, esféricas y cambios de variables en general.
7. Integrales Impropias

## Calculo Vectorial

1. Integrales de Línea: Curvas planas y en el espacio: Parametrización de curvas, vector posición, velocidad, aceleración, normal, binormal, curvas simples, curvas cerradas, curvas regulares y rectificables. Plano normal, osculador y rectificante. Curvatura y torsión. Longitud y masa de una curva (integrales de línea de primera especie). Concepto de trabajo ejercido por una fuerza o integral de trabajo (integrales de línea de segunda especie). Definición de integral de línea, propiedades y la notación diferencial. Campos gradientes, conservativos e independencia de caminos. Concepto de flujo y circulación. Aplicaciones
2. Teorema de Green: Teorema de Green en dominios simple y múltiplemente conexos (caso circulación y flujo). Aplicaciones.
3. Integrales de Superficie: Superficies: Parametrización de superficies, superficies cerradas, orientables y vector normal. área y masa de una superficie. Definición de integrales de superficie y sus propiedades, notación diferencial. Integral de Flujo (concepto de flujo másico y volumétrico). Aplicaciones.
4. Teorema de Stokes: Aplicaciones: Trabajo y flujo. Interpretación Rotacional. Aplicaciones.
5. Teorema de Gauss: Aplicaciones: Calculo de volúmenes, flujos. Interpretación Divergencia. Aplicaciones.

## Ecuaciones Diferenciales Parciales

1. Introducción: Motivación de ecuaciones diferenciales parciales. Definición de una ecuación diferencial parcial, conceptos básicos y aplicaciones de EDP.
2. Formas Normales: Clasificación de ecuaciones diferenciales de segundo orden: Ecuaciones parabólicas, hiperbólicas y elípticas. Ecuación característica y formula D'Alembert. Ejemplos: Ecuación hiperbólicas, parabólicas y elípticas.
3. Método de Separación de Variables: Series de Fourier. Ecuación de calor y ecuación de onda. Problemas homogéneos y no homogéneos. Ecuación de Laplace: En coordenadas polares y cartesianas. Método de variación de parámetros.
4. Transformada de Fourier: Definición y propiedades: Linealidad, convolución, delta de dirac, transformada de la transformada, transformada de la derivada, entre otras. Ejemplos: Transformada de senos y cosenos. Aplicación de la transformada de Fourier a EDP en dominios no acotados. Ejemplos: Ecuación de onda, calor y Laplace.

## Metodología de enseñanza y aprendizaje.

- Clases expositivas combinadas con técnicas de aprendizaje cooperativo.
- Experimentación con ciclos cortos de enseñanza – aprendizaje.
- Guías de ejercicios con apuntes del Departamento de Matemática y uso de software adecuado.

## Evaluaciones

3 certámenes, 4 controles, un certamen global y evaluaciones recuperativas.

## Fechas certámenes

1. Sábado 27 de agosto Certamen 1 Integración Múltiple
2. Sábado 29 de octubre Certamen 2 Cálculo vectorial
3. Sábado 26 de noviembre Certamen 3 EDP

## Fechas controles

1. Jueves 18 de agosto Control 1
2. Jueves 22 de septiembre Control 2
3. Jueves 13 octubre Control 3
4. Jueves 17 de noviembre control 4

## Fecha certamen global

Lunes 05 de diciembre **10 hrs.**

## Evaluaciones recuperativas

A los estudiantes que falten a una evaluación durante el semestre y presenten justificativo en dirección de estudios se les tomara una evaluació recuperativa el día **jueves 01 de diciembre a las 10:00 hrs.**

## Ponderaciones

La nota mínima de aprobación del curso es 55. El cálculo de la nota final del curso se realiza de la siguiente manera:

La nota de presentación es

$$N_P = \Omega \left( 0,8 \left( \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3} \right) + 0,2Q \right)$$

donde  $C_i$  es el certamen i-ésimo,  $Q$  es el promedio de las tres mejores notas de controles y  $\Omega$  es el factor de laboratorio voluntario (el cual es 1 si el estudiante no lo realiza).

- Si  $N_p \geq 55$  el estudiante aprueba el curso con nota final  $N_F$  igual a  $N_p$
- Si  $N_p < 40$  el estudiante reprueba el curso con nota final  $N_F$  igual a  $N_p$
- Si  $40 \leq N_p < 55$  entonces el estudiante **debe** rendir el certamen global  $C_G$  cuya nota reemplaza la peor nota de certamen y su nota final  $N_F$  se calcula como

$$N_F = \Omega \left( 0,8 \left( \frac{(C_1 + C_2 + C_3 - \min \{C_1, C_2, C_3\}) + C_G}{3} \right) + 0,2Q \right)$$

si  $N_F$  es mayor o igual a 55 aprueba y si es menor a 55 reprueba (con el valor obtenido  $N_F$ ). El reemplazo es a todo evento, incluso si  $N_F$  es inferior a su nota de presentación.

## Observaciones

- Si un estudiante no está de acuerdo con la corrección de un certamen, dispone de una semana, a partir de la fecha de entrega de la evaluación, para efectuar la apelación correspondiente.
- En el certamen global se evaluarán todos los contenidos vistos en el semestre.
- No se permite el uso de calculadoras, notebook, celulares en las evaluaciones.
- Si algún estudiante no puede rendir un certamen el día sábado por motivos religiosos, comunicar al Coordinador de la asignatura.

## Bibliografía

1. **MARDSDEN J., TROMBA A.** Cálculo vectorial. Editorial Adisson Wesley 1986.
2. **Tyn Myint-U y Lokenath Debnath:** Linear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers Birkhauser. Fourth Edition.
3. PITA RUIZ, CLAUDIO: Cálculo vectorial
4. KREIDER D., KULLER R., OSTBERG D., An Introduction To Linear Analysis, Editorial Fondo Interamericano de Desarrollo, 1973.
5. KREYSZIG E. Matemáticas avanzadas para ingeniería. Volumen I y II, Editorial Limusa, 1994.
6. STEIN S. and BARCELLOS A. Cálculo y Geometría Analítica, Volumen I y II Editorial McGraw-Hill, 1995.
7. STEWART J. Cálculo. Grupo Editorial Iberoamericano 1994.
8. EDWARDS C., PENNEY D. Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Prentice Hall 1994. Cuarta Edición.
9. THOMAS G., FINNEY R. Cálculo con Geometría Analítica. Editorial Adisson-Wesley 1987. Sexta Edición.