

Recuperación Segundo Certamen Introducción a la Informática Teórica

6 de diciembre de 2011

1. Determine cuáles de los siguientes lenguajes sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$ son regulares o de contexto libre.
a) $\{a^i b^j c^{i+j} : i, j \geq 1\}$ b) $\{a^{3i} b^{2j} c^k : i, j, k \geq 1\}$ c) $\{a^k b^{2k} c^{3k} : k \geq 1\}$
(30 puntos)
2. La gramática de contexto libre $G = (N, \Sigma, P, S)$ está en *forma k-normal* si las producciones toman las formas:
 $A \rightarrow \sigma$ donde $\sigma \in \Sigma^+, |\sigma| \leq k$
 $A \rightarrow \sigma \nu$ donde $\sigma \in \Sigma^k, \nu \in N^+$
Determine cuál es el mínimo y máximo número de pasos de derivación de un string $\alpha \in \mathcal{L}(G)$ si $|\alpha| = n$ si G está en forma k -normal.
(20 puntos)
3. Diseñe un autómata apilador que reconoce el lenguaje $\mathcal{L} = \{(ab)^i c^i a^j : i, j \geq 1\}$ sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$. Expréselo en nuestra notación gráfica, y explique su diseño.
(15 puntos)
4. Diseñe una gramática de contexto libre para el lenguaje de la pregunta 3.
(10 puntos)
5. Un lenguaje aceptado por una máquina de Turing se llama *recursivamente enumerable*, y es llamado *recursivo* si la máquina de Turing siempre se detiene. El nombre de la primera clase viene de una máquina de Turing multicinta que enumera los elementos del lenguaje separados por blanco sin repeticiones en una cinta de salida en la que sólo avanza.
 - a) Demuestre que si \mathcal{L} y su complemento son recursivamente enumerables, son ambos recursivos.
Pista: Considere una máquina de Turing que alternativamente ejecuta una movida para enumerar \mathcal{L} y una para enumerar su complemento.
 - b) Demuestre que si \mathcal{L} es recursivamente enumerable pero no recursivo entonces su complemento no es recursivamente enumerable.
 - c) Demuestre que nuestro problema de detectar "Hola, mundo" es recursivamente enumerable pero no recursivo.
Pista: Considere generar programas en orden lexicográfico, e ir ejecutando un paso adicional de cada uno de los ya generados cada vez que se genera uno nuevo.
(35 puntos)
6. Defina los términos:
 - a) Reducción
 - b) Reducción polinomial
 - c) Problema en \mathcal{P}
 - d) Problema en \mathcal{NP}
 - e) Problema \mathcal{NP} -duro
 - f) Problema \mathcal{NP} -completo
(30 puntos)