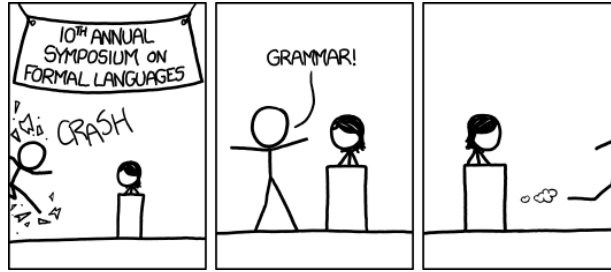


Segundo Certamen

Introducción a la Informática Teórica

7 de septiembre de 2013



1. Defina *brevemente* los siguientes términos:

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| a) Lenguaje regular | b) Problema en NP | c) Lenguaje recursivamente enumerable |
| d) Lenguaje recursivo | e) Reducción polinomial | |

(20 puntos)

2. Demuestre (informalmente) que el lenguaje $A_{DFA} = \{\langle M, \omega \rangle : M \text{ es un DFA, } \omega \text{ un string, y } M \text{ acepta } \omega\}$ es decidable.

(15 puntos)

3. El lenguaje $E_{TM} = \{M : M \text{ es una TM y } \mathcal{L}(M) = \emptyset\}$ no es decidable. Usando esto, demuestre (informalmente) que no es decidable el lenguaje:

$$EQ_{TM} = \{\langle M_1, M_2 \rangle : M_1 \text{ y } M_2 \text{ son TM y } \mathcal{L}(M_1) = \mathcal{L}(M_2)\}$$

Pista: Considere M_2 que no acepta nunca.

(20 puntos)

4. Definimos lenguajes recursivos, recursivamente enumerables y no recursivamente enumerables. Para un lenguaje \mathcal{L} de cada uno de estos tipos explique cuáles son las opciones para su complemento $\overline{\mathcal{L}}$.

(25 puntos)

5. El *problema de correspondencia de Post* es dada una colección de n pares (α, β) de strings sobre un alfabeto Σ , determinar si hay una secuencia finita de índices $\langle i_1, i_2, \dots, i_k \rangle$ tal que $\alpha_{i_1} \alpha_{i_2} \dots \alpha_{i_k} = \beta_{i_1} \beta_{i_2} \dots \beta_{i_k}$. Se sabe que este problema no es decidable. Use esto y la gramática con producciones:

$$S \rightarrow A \mid B$$

$$A \rightarrow a_0 \mid a_i A \alpha_i \quad \text{para } 1 \leq i \leq n$$

$$B \rightarrow a_0 \mid a_i B \beta_i \quad \text{para } 1 \leq i \leq n$$

donde $a_0, \dots, a_n \notin \Sigma$ son terminales para demostrar que determinar si una CFG es ambigua no es decidable.

(20 puntos)

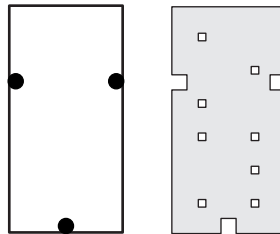


Figura 1: Caja y tarjeta

6. La figura 1 muestra una caja y una tarjeta. Las tarjetas tienen perforaciones en dos columnas, y pueden ponerse en la caja en dos posiciones dadas por las guías en ella. Demuestre que determinar si hay forma de ubicar un conjunto de tarjetas tal que no haya un agujerito por el que se ve el fondo es NP-completo.

Pista: Considere una fórmula lógica ϕ en CNE, y cómo puede representar ϕ mediante tarjetas, una para cada variable, de forma que se vea el fondo dependiendo del valor de ϕ .

(25 puntos)