Matemática IV
Guía Certamen #2
27 Octubre 2016

1. Calcule el área del pedazo del cilindro $x^2 + y^2 = 8y$ que se encuentra dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 64$.

2. Considere la porción S de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, con $z \geq -1$. Sea
$$I = \iint_S (3x + e^{zy}, \sin(x^2 z^3) - y, e^{x^2+y^2} - 2z) \cdot \vec{n} dS$$
, donde $\vec{n}$ es la normal exterior de S. Calcule I usando el teorema de Gauß.

3. Considere una partícula en el espacio que se mueve bajo el campo de vectores $\vec{F}(x, y, z) = (36xz + 6y\cos x)\hat{\imath} + (3 + 6\sin x + z\sin y)\hat{\jmath} + (18x^2 - \cos y)\hat{k}$. Calcule el trabajo que realiza el campo vectorial sobre la particula en el trayecto Γ, la cual es una curva simple que va del origen a $(1, 1, 1)$.

4. Considere el campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (x + yz, x + y, xy + z + 1)$, y sea $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x \leq z\}$. Sea $\vec{G}(x, y, z) = \nabla \times \vec{F}$. Determine el flujo de $\vec{F}$ y $\vec{G}$ sobre S.

5. Calcule la circulación del campo $\vec{F}(x, y, z) = \big(x\cos(x^2) - 2y, y\sin(y^3) - 2z, z\cos(z^4) - 2x\big)$ a lo largo de Γ, que es la intersección de $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{4} = 1$ con $y = z$.