

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

Análisis de Sensibilidad

v. 1.0.1

Renata Mella
`renata.mella.12@sansano.usm.cl`

August 30, 2016



Introducción al Análisis de Sensibilidad

Nociones Básicas

Análisis de Sensibilidad

- Cambios en los coeficientes de la función Objetivo
- Cambios en el lado derecho de una restricción
- Agregar una nueva restricción
- Agregar una nueva variable

Ejercicios



- Un modelo matemático es una representación aproximada de la realidad, por lo que los parámetros tienen cierto grado de incertidumbre.



- ▶ Un modelo matemático es una representación aproximada de la realidad, por lo que los parámetros tienen cierto grado de incertidumbre.
- ▶ Las variaciones pueden corresponder a cambios en el proceso o puede aparecer información nueva. Es conveniente cuantificar las incidencias de estas variaciones en los parámetros.



- ▶ Un modelo matemático es una representación aproximada de la realidad, por lo que los parámetros tienen cierto grado de incertidumbre.
- ▶ Las variaciones pueden corresponder a cambios en el proceso o puede aparecer información nueva. Es conveniente cuantificar las incidencias de estas variaciones en los parámetros.
- ▶ La idea del análisis de sensibilidad es determinar los rangos en los que pueden variar los parámetros para que se mantenga la misma solución óptima (base y valor similar en la función objetivo).



- ▶ Un modelo matemático es una representación aproximada de la realidad, por lo que los parámetros tienen cierto grado de incertidumbre.
- ▶ Las variaciones pueden corresponder a cambios en el proceso o puede aparecer información nueva. Es conveniente cuantificar las incidencias de estas variaciones en los parámetros.
- ▶ La idea del análisis de sensibilidad es determinar los rangos en los que pueden variar los parámetros para que se mantenga la misma solución óptima (base y valor similar en la función objetivo).
- ▶ Debido a la dificultad de analizar cambios simultáneos en parámetros es usual reducir este análisis a variaciones individuales de los parámetros.



Dentro del análisis de sensibilidad observaremos cuatro eventos posibles dentro de un modelo:

- ▶ Cambio en el coeficiente de algunas de las variables en la función objetivo.
- ▶ Cambio en el coeficiente del lado derecho de algunas restricciones.
- ▶ Adición de nuevas restricciones a un modelo.
- ▶ Adición de nuevas variables a un modelo.



Dentro del análisis de sensibilidad observaremos cuatro eventos posibles dentro de un modelo:

- ▶ Cambio en el coeficiente de algunas de las variables en la función objetivo.
- ▶ Cambio en el coeficiente del lado derecho de algunas restricciones.
- ▶ Adición de nuevas restricciones a un modelo.
- ▶ Adición de nuevas variables a un modelo.

Dentro de los 4 eventos anteriores analizaremos lo que sucede con:

- ▶ Región factible.
- ▶ Naturaleza de una restricción.
- ▶ Factibilidad de la solución obtenida.
- ▶ Optimalidad de la solución.



Condiciones

La idea es analizar los precios sombra ($c_j - z_j$)

- ▶ No pueden afectar la forma de la región factible.



Condiciones

La idea es analizar los precios sombra ($c_j - z_j$)

- ▶ No pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante o no limitante).



Condiciones

La idea es analizar los precios sombra ($c_j - z_j$)

- ▶ No pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante o no limitante).
- ▶ No pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.



Condiciones

La idea es analizar los precios sombra ($c_j - z_j$)

- ▶ No pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante o no limitante).
- ▶ No pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.
- ▶ Puede verse afectada la optimalidad de la solución.



Condiciones

La idea es analizar los precios sombra ($c_j - z_j$)

- ▶ No pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante o no limitante).
- ▶ No pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.
- ▶ Puede verse afectada la optimalidad de la solución.

Si la variable es NO BÁSICA

- ▶ El coeficiente de las variables no-basales NO TIENE INFLUENCIA en el valor de la solución óptima dado que la variable tiene valor cero.
- ▶ La solución óptima se ve afectada cuando la variable pasa de ser no-basal a basal (es decir, pasa a tener valor >0).



Maximización

- ▶ Una variable va a ingresar a la base cuando $c'_j - z_j > 0$, donde c'_j es el nuevo coeficiente de la variable.
- ▶ Si $c'_j - z_j < 0$, no afecta a la solución óptima.

Ejemplo: $c_j - z_j = -5$

Para mantener la solución óptima, se tiene que cumplir que:

$$c'_j - z_j = -5 + \delta < 0 \rightarrow \delta < 5$$

- ▶ Cualquier número menor a 5 mantiene la base y, por ende, la solución óptima.
- ▶ Exactamente 5, genera un óptimo alternativo.
- ▶ Mayor a 5, cambia el óptimo y debemos realizar más iteraciones.



Minimización

- ▶ Una variable va a ingresar a la base cuando $c'_j - z_j < 0$, donde c'_j es el nuevo coeficiente de la variable.
- ▶ Si $c'_j - z_j > 0$, no afecta a la solución óptima.

Ejemplo: $c_j - z_j = 5$

Para mantener la solución óptima, se tiene que cumplir que:

$$c'_j - z_j = 5 + \delta > 0 \rightarrow \delta > -5$$

- ▶ Cualquier número mayor a -5 mantiene la base y, por ende, la solución óptima.
- ▶ Exactamente -5, genera un óptimo alternativo.
- ▶ Menor a -5, cambia el óptimo y debemos realizar más iteraciones.



Si la variable es BÁSICA

Los cambios en estos coeficientes tienen un efecto directo en el óptimo puesto que las variables son parte de la solución.

Existen los siguientes casos:

- ▶ La base óptima se mantiene pero el valor de la solución cambia.
- ▶ Se genera un desplazamiento a otro vértice, donde la variable permanece aumentando su valor a costa de la disminución del valor de alguna otra variable.
- ▶ Se genera un desplazamiento a otro vértice; la variable sale de la base permitiendo el ingreso de una nueva variable.



Maximización

Se mantiene la base de la solución si $c_j - z_j < 0$ (óptimo aumenta su valor).



Maximización

Se mantiene la base de la solución si $c_j - z_j < 0$ (óptimo aumenta su valor).

Minimización

Se mantiene la base de la solución si $c_j - z_j > 0$ (óptimo disminuye su valor).



Ejemplo:

Tableau Final (Maximización)

Base	c_j	x_1 $60 + \delta$	x_2 30	x_3 20	s_1 0	s_2 0	s_3 0	b_j
s_1	0	0	-2	0	1	2	-8	24
x_3	20	0	-2	1	0	2	-4	8
x_1	$60 + \delta$	1	1,25	0	0	-0,5	1,5	2
z_j		$60 + \delta$	$35 + 1,25\delta$	20	0	$10 - 0,5\delta$	$10 + 1,5\delta$	280
$c_j - z_j$		0	$-5 - 1,25\delta$	0	0	$-10 + 0,5\delta$	$-10 - 1,5\delta$	



Revisamos que cada uno de los precios sombra sean menor o igual a cero (para mantener el óptimo).

$$-5 - 1,25\delta \leq 0 \rightarrow \delta \geq -\frac{5}{1,25} = -4$$

$$-10 + 0,5\delta \leq 0 \rightarrow \delta \leq \frac{10}{0,5} = 20$$

$$-10 - 1,5\delta \leq 0 \rightarrow \delta \geq -\frac{10}{1,5} = -\frac{30}{3}$$

Por lo tanto, el rango de optimabilidad es: $-4 \leq \delta \leq 20$

El nuevo valor de la función objetivo es: $Z_{nueva} = Z_{actual} + x_1 \cdot \delta$



Posibles Eventos

Ocurren cambios en el valor de alguno de los elementos de la columna b_j

- Pueden afectar la forma de la región factible.



Posibles Eventos

Ocurren cambios en el valor de alguno de los elementos de la columna b_j

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante o redundante).



Posibles Eventos

Ocurren cambios en el valor de alguno de los elementos de la columna b_j

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante o redundante).
- ▶ Pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.



Posibles Eventos

Ocurren cambios en el valor de alguno de los elementos de la columna b_j

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante o redundante).
- ▶ Pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.
- ▶ Puede verse afectada la optimalidad de la solución.



La restricción está activa

- ▶ Si el lado izquierdo y derecho de la desigualdad son iguales cuando el valor óptimo de las variables es substituido en las expresiones NO ESTANDARIZADAS.
- ▶ Si en una restricción del tipo \leq o \geq , su variable de holgura o exceso respectivamente son iguales a 0 en la base de la solución óptima.

La restricción no está activa

- ▶ Si el lado izquierdo y derecho de la desigualdad NO son iguales cuando el valor óptimo de las variables es substituido en las expresiones NO ESTANDARIZADAS.
- ▶ Si en una restricción del tipo \leq o \geq , su variable de holgura o exceso respectivamente se encuentran presentes (diferentes de 0) en la base de la solución óptima.



Si la restricción NO está activa

- ▶ Existe un costo de oportunidad nulo, es decir, no hay costo por no contar con una unidad adicional
- ▶ Si se trata de una variable de HOLGURA \leq se puede DISMINUIR el coeficiente que acompaña a la restricción hasta llevarla a su límite sin alterar la solución óptima, porque se quitan recursos que no se están ocupando.
- ▶ Si se trata de una variable de EXCESO \geq se puede AUMENTAR el coeficiente que acompaña a la restricción hasta llevarla a su límite sin alterar la solución óptima.



$$\text{Max } z = 25x_1 + 25x_2 + 16x_3$$

$$(1) 4x_2 + 8x_3 + s_1 = 1600$$

$$(2) 10x_1 + 2x_2 + a_2 = 2100$$

$$(3) x_3 + s_3 = 300$$

$$(4) x_2 + s_4 = 250$$

Solución óptima:

$$x_3 = 75$$

$$x_1 = 160$$

$$s_3 = 225$$

$$x_2 = 250$$

$$s_1, a_2, s_4 = 0$$

Las restricciones 1, 2 y 4 están activas, mientras que la restricción 3 no es activa.

Análisis de Sensibilidad

Cambios en el coeficiente del lado derecho de una restricción



En el ejemplo anterior:

- ▶ Si s_3 se disminuye hasta en <225 , no se altera el óptimo.



En el ejemplo anterior:

- ▶ Si s_3 se disminuye hasta en <225 , no se altera el óptimo.
- ▶ Si s_3 en 225, el tableau se degenera.



En el ejemplo anterior:

- ▶ Si s_3 se disminuye hasta en <225 , no se altera el óptimo.
- ▶ Si s_3 en 225, el tableau se degenera.
- ▶ Si s_3 disminuye más de 225, el óptimo cambia.



Si la restricción está activa

- ▶ Existe un costo de oportunidad no nulo.
- ▶ Si se trata de una variable de HOLGURA \leq , el precio sombra representa lo que se deja de ganar por no contar con una unidad adicional a la derecha de la restricción.
- ▶ **Holgura:** Nueva Solución = Solución Actual + $\Delta b_j a_{ij}$, donde a_{ij} es el coeficiente de la variable de holgura s_j en cada restricción.
- ▶ **Exceso:** Nueva Solución Solución Actual - $\Delta b_j a_{ij}$, donde a_{ij} es el coeficiente de la variable de exceso e_j en cada restricción.
- ▶ **Artificial:** Nueva Solución = Solución Actual + $\Delta b_j a_{ij}$, donde a_{ij} es el coeficiente de la variable de artificial a_j en cada restricción.
- ▶ El valor de las variables de la nueva solución debe ser positivo por la naturaleza de las variables. De ésta manera encontramos el rango.



Posibles Eventos

- Pueden afectar la forma de la región factible.



Posibles Eventos

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante o redundante).



Posibles Eventos

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante o redundante).
- ▶ Pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.



Posibles Eventos

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante o redundante).
- ▶ Pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.
- ▶ Puede verse afectada la optimalidad de la solución.



Pueden ocurrir dos casos:

- ▶ **La solución óptima actual satisface la nueva restricción** La restricción no modifica la región factible o al menos no excluye al punto extremo óptimo actual. Hay que tener claro que la incorporación de una nueva restricción no puede generar una mejora de la función objetivo, en el mejor de los casos solo mantiene el óptimo. Se calcula el valor de las nuevas variables artificiales.
- ▶ **La solución óptima actual NO satisface la nueva restricción** Si la restricción no satisface la solución óptima, se debe buscar un Tableau cuyas bases si acepten la nueva restricción y continuar las iteraciones desde allí. En el peor de los casos se debe comenzar desde el Tableau inicial.



Posibles Eventos

- Pueden afectar la forma de la región factible.



Posibles Eventos

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante).



Posibles Eventos

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante).
- ▶ Pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.



Posibles Eventos

- ▶ Pueden afectar la forma de la región factible.
- ▶ Puede cambiar la naturaleza de una restricción (limitante, no limitante).
- ▶ Pueden afectar la factibilidad de la solución obtenida.
- ▶ Puede verse afectada la optimalidad de la solución.



- ▶ Cuando se agrega una nueva variable x_k , esta incluye un coeficiente c_j en la función objetivo y coeficientes a_{ij} para toda restricción i del problema.
- ▶ Como toda variable, incluye una ganancia o aporte a la función objetivo y un costo de agregarla.
- ▶ Se estudia la diferencia entre el beneficio entregado y el costo por los recursos empleados (por cada restricción):

$$\Delta z = c_k - \sum_{j=1} a_{ik} \cdot (c_j - z_j)$$



Considere el siguiente modelo de programación lineal:

$$\text{Max } z = x_1 + \frac{5}{3}x_2 - \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_4 + \frac{1}{3}x_5$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_3 + x_4 \geq 30$$

$$x_4 + 4x_5 - x_2 \leq 10$$

$$x_4 - x_3 + x_5 \leq 60$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 100$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

y el tableau final:

Base	C_j	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	e_2	a_2	s_3	s_4	s_5	b_j
		1	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	$-M$	0	0	0	
x_2	$\frac{5}{3}$	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	10
x_3	$-\frac{1}{3}$	-1	0	1	0	-4	-1	-1	1	-1	0	0	10
x_4	$\frac{2}{3}$	1	0	0	1	4	1	0	0	1	0	0	20
s_4	0	-2	0	0	0	-7	-2	-1	1	-2	1	0	50
s_5	0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	1	60
Z_j		$\frac{8}{3}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	4	$\frac{8}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	1	0	0	$\frac{80}{3}$
$C_j - Z_j$		$-\frac{5}{3}$	0	0	0	$-\frac{11}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-M + \frac{1}{3}$	-1	0	0	



- Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_4 para que salga de la base?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_4 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 15, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_4 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 15, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_4 = \frac{b_4}{2}$? ¿Cuáles son los nuevos valores?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_4 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 15, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_4 = \frac{b_4}{2}$? ¿Cuáles son los nuevos valores?
- ▶ Se define una restricción $x_1 + x_4 + 4x_5 \leq 20$ y otra $x_3 - x_5 + x_4 \geq \frac{67}{2}$. Determine qué efecto tiene cada una en la base del problema.



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_4 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 15, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_4 = \frac{b_4}{2}$? ¿Cuáles son los nuevos valores?
- ▶ Se define una restricción $x_1 + x_4 + 4x_5 \leq 20$ y otra $x_3 - x_5 + x_4 \geq \frac{67}{2}$. Determine qué efecto tiene cada una en la base del problema.
- ▶ Sea y una nueva variable tal que $c_y = \frac{1}{3}$, $a_{1y} = -1$, $a_{4y} = 1$ y $a_{5y} = -2$. Determine si esta variable puede ser parte de la solución óptima.



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 aumenta en $\frac{1}{2}$, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_4 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 15, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_4 = \frac{b_4}{2}$? ¿Cuáles son los nuevos valores?
- ▶ Se define una restricción $x_1 + x_4 + 4x_5 \leq 20$ y otra $x_3 - x_5 + x_4 \geq \frac{67}{2}$. Determine qué efecto tiene cada una en la base del problema.
- ▶ Sea y una nueva variable tal que $c_y = \frac{1}{3}$, $a_{1y} = -1$, $a_{4y} = 1$ y $a_{5y} = -2$. Determine si esta variable puede ser parte de la solución óptima.
- ▶ ¿Cómo afecta la modificación de un coeficiente a_{ij} la naturaleza de alguna restricción?



Considere el siguiente modelo de programación lineal:

$$\text{Min } z = 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

$$x_3 \geq 3$$

$$x_4 + 4x_5 - x_1 - x_2 \geq 10$$

$$x_4 - x_3 + x_5 \geq 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$



y el tableau final:

Base	c_j	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	e_2	a_2	e_3	a_3	e_4	a_4	e_5	a_5	b_j
s_1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	10
e_5	0	-1	-1	0	0	0	0	-2	2	0	0	-1	1	1	-1	2
x_5	1	0	0	0	1	1	0	-1	1	0	0	-1	1	0	0	9
e_3	0	1	1	0	3	0	0	-4	4	1	-1	-4	4	0	0	26
x_3	-1	0	0	1	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	3
Z_j		0	0	-1	1	1	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	6
$c_j - Z_j$		3	5	0	1	0	0	0	M	0	M	1	$M - 1$	0	M	



- Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_5 para que salga de la base?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_5 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 16, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_5 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 16, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_2 = 2b_2 + 1$? ¿Cuáles son los nuevos valores?



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_5 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 16, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_2 = 2b_2 + 1$? ¿Cuáles son los nuevos valores?
- ▶ Se define una restricción $x_3 + 2x_4 + 5x_5 \geq 20$ y otra $x_3 - x_5 + x_4 \geq \frac{44}{7}$. Determine qué efecto tiene cada una en la base del problema.



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_5 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 16, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_2 = 2b_2 + 1$? ¿Cuáles son los nuevos valores?
- ▶ Se define una restricción $x_3 + 2x_4 + 5x_5 \geq 20$ y otra $x_3 - x_5 + x_4 \geq \frac{44}{7}$. Determine qué efecto tiene cada una en la base del problema.
- ▶ Sea y una nueva variable tal que $c_y = 1$. Por requerimiento se agrega $-3y$ en la segunda restricción y $+y$ en la cuarta. Determine si esta variable puede ser parte de la solución óptima.



- ▶ Considere que el coeficiente de x_1 se reduce en 2, ¿Cambia esto la base?
- ▶ ¿Qué valores debería tomar el coeficiente de x_5 para que salga de la base?
- ▶ El valor de la tercera restricción pasa a ser 16, ¿Cómo cambia esto la solución óptima?
- ▶ ¿Como varían la base si $b'_2 = 2b_2 + 1$? ¿Cuáles son los nuevos valores?
- ▶ Se define una restricción $x_3 + 2x_4 + 5x_5 \geq 20$ y otra $x_3 - x_5 + x_4 \geq \frac{44}{7}$. Determine qué efecto tiene cada una en la base del problema.
- ▶ Sea y una nueva variable tal que $c_y = 1$. Por requerimiento se agrega $-3y$ en la segunda restricción y $+y$ en la cuarta. Determine si esta variable puede ser parte de la solución óptima.
- ▶ ¿Cómo afecta la modificación de un coeficiente a_{ij} la región factible del modelo?