



1. Se tiene una placa elíptica de ecuación $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} \leq 1$, la densidad de la placa viene dada por la función $\delta(x, y) = 1 - \left(\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36}\right)$. Se desea hacer una perforación circular, con centro en $(0, 1)$, ¿Cuál deberá ser el diámetro máximo de la perforación para que la placa tenga como mínimo $\frac{851}{225}\pi$ unidades de masa?.
2. Sea la región $\Omega : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x - 2| + 3|y + 3| \leq 1\}$, además considere la densidad $\delta(x, y) = \begin{cases} -1 & , x + y > -1 \\ 1 & , x + y \leq -1 \end{cases}$, exprese las integrales que permiten calcular la masa de la región y calcule.
Sug: use el cambio $x = u + 2$, $y = \frac{v}{3} - 3$.
3. Determine el centro de inercia de la región $R : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 3(1 - x^2) \geq y, y \geq 0\}$. Si la región posee una densidad $\delta(x, y) = |xy|$, dónde se encuentra el nuevo centro de inercia.
4. Se tiene la región $\Omega : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y \geq 1, x + y \leq 3, x^2 - y \geq 1, x^2 - y \leq 3, x > 0\}$. Esta región irradia $kx(x + 1)(2x + 1)[kW/m^2]$, donde x está en metros y k en $1/[m]$, determine la constante $k \in \mathbb{R}$ tal que la región irradie $1[kW]$.
5. Esteban quiere equilibrar una placa plana con un dedo. Al apoyar el centro con su dedo, la placa se cae, por lo que hace mediciones y se da cuenta que la densidad de la placa es $\delta(x, y) = 3xy^2 + 6x^4y + x^k$, $k \in \mathbb{Z}$, solo si el centro coincide con el $(0, 0)$, las medidas de la placa son 4 en x y 6 en y . hallar $k \in \mathbb{Z}$, tal que la masa de la placa sea $\frac{384}{5}$, luego calcule el centro de gravedad.
6. Considerando la región del plano $\Omega : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^{2/3} + y^{2/3} \leq a^{2/3}\}$. Acote la integral
$$\iint_{\Omega} \frac{x^2 + y^2}{a^2 + x^2 + y^2} dA.$$