

Segundo Certamen Introducción a la Informática Teórica

2 de agosto de 2008

1. Determine cuáles de los siguientes conjuntos sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$ son de contexto libre. Justifique sus respuestas.

- a) $\{a^m b^n a^{m^2+n^2} : 1 \leq n, m \leq 100\}$
- b) $\{a^{3i} b^{2j} c^i : i, j \geq 1\}$
- c) $\{a^k b^{k^2} : k \geq 1\}$

(30 puntos)

2. Uno de los temas clásicos en teoría de lenguajes es determinar si una clase de lenguajes es cerrada respecto de ciertas operaciones. Así, interesa saber si los lenguajes recursivamente enumerables son cerrados respecto de:

- a) Unión ($\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$)
- b) Intersección ($\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$)
- c) Concatenación ($\mathcal{L}_1 \cdot \mathcal{L}_2$)
- d) Complemento (\mathcal{L})
- e) Estrella de Kleene (\mathcal{L}^*)

Repita lo anterior para los lenguajes recursivos.

(30 puntos)

3. Respecto de las operaciones de la pregunta 2, defina que un lenguaje tiene la propiedad \mathcal{P}_a si se puede expresar como la unión de dos lenguajes, y así sucesivamente para las demás operaciones. ¿Cuáles de estas propiedades de los lenguajes recursivamente enumerables son decidibles?

(15 puntos)

4. Diseñe una máquina de Turing que reconozca el lenguaje sobre $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$$\mathcal{L} = \{ab^n c^n : n \geq 1\} \cup \{a^i b^j c^k : i \geq 2 \text{ y } j, k \geq 1\}$$

Explique su diseño.

(15 puntos)

5. Un estudiante desesperado por aprobar *Introducción a la Informática Teórica*, dice poder demostrar que $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$. Tiene problemas P_1 y P_2 , donde P_1 se reduce polinomialmente al problema P_2 , que es NP -completo. Dice que si aprueba con una bien merecida nota 100 en el ramo dará detalles de su construcción. Comente si debe aceptarse esta oferta.

(20 puntos)