定理 1 (素数判定)**.** *每个整数$n \geq 2$或是素数或是一些素数的乘积。*

证明.假设结论不成立，则存在“反例”，即一定存在整数 $n \geq 2$ 既不是素数也不是一些素数的乘积. 根据最小反例，可令 m 是这些整数中最小的一个，因为 m 不是素数，则 m 是合数，因此存在因子分解 $m = ab$， $2 \leq a < m$，$2 \leq b < m$（因为 a 是整数，所以由 $1 < a$ 可知 $2 \leq a$.

因为 m 是最小反例，所有 a 和 b 都使定理成立，即

$$a = pp'p'' \cdots, \ b = qq'q'' \cdots$$

其中因子 p, p', p'' 和 q, q', q'' 都是素数，因此

$$m = ab = pp'p'' \cdots qq'q'' \cdots$$

是一些（至少两个）素数的乘积，矛盾. □

Stephen CUI 写于 2023 年 08 月 18 日