Trabalho Prático 1

João Pedro de Abreu Marciano

Questão 1

Testando a função com a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ e o vetor $b = \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \\ 21 \end{bmatrix}$.

A resposta esperada é $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 9 \end{bmatrix}$.

```
--> A = [1 1 0; 2 1 1; 0 4 1];

--> b = [3; 12; 21];

--> x = Gaussian_Elimination_1(A,b)
 x  =

   0.
   3.
   9.
```

Questão 2

A resposta esperada é $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

```
--> A1=[1 -2 5 0; 2 -4 1 3; -1 1 0 2; 0 3 3 1];

--> b1=[1;0;0;0];

--> x1 = Gaussian_Elimination_1(A1,b1)
 x1  =

   Nan
   Nan
   Nan
   Nan
```

Isto ocorre pois em algum momento há um pivo igual a zero.

Questão 3

Figura com o resultado do sistema $A_1 x_1 = b_1$, com A_1 e b_1 definidos na questão 2.

```
--> x1 = Gaussian_Elimination_2(A1,b1)
 x1  =

  -0.3247863
  -0.1709402
   0.1965812
  -0.0769231
```

Figura com o resultado do sistema $A_2 x_2 = b_2$.

```
--> A2=[0 10^(-20) 1;  10^(-20) 1  1;  1 2 1];

--> b2= [1; 0; 0];

--> x2 = Gaussian_Elimination_2(A2,b2)
 x2  =

  -1.000D+20
   0.
   1.
```

Percebe-se que nesse caso houve um erro de aproximação ao calcular o resultado do sistema.

Questão 4

Figura com o resultado do sistema $A_2x_2 = b_2$, com A_2 e b_2 definidos na questão 3.

```
-->x2 = Gaussian_Elimination_3(A2, b2)
 x2  =

   1.
  -1.
   1.
```

O fato de tomarmos o maior pivô fez com que houvesse menos problemas de aproximação nesse caso e encontramos um resultado próximo ao esperado, mas não exato por causa problemas de precisão no número de casas decimais.

Figura com o resultado do sistema $A_3x_3 = b_3$.

```
-->x3 = Gaussian_Elimination_3(A3, b3)
 x3  =

   0.
  -1.
   1.
```

Já nesse caso podemos perceber que os erros de aproximação fizeram com que o resultado seja significativamente diferente do esperado.

Questão 5

Figura com o resultado do sistema $A_3x_3 = b_3$, com A_3 e b_3 definidos na questão 4.

```
-->x3 = Gaussian_Elimination_4(A3, b3)
 x3  =

   1.
  -1.
   1.
```

Ao trocarmos sempre pelo maior pivô coseguimos lidar melhor ainda com problemas de aproximação nas contas. Nesse caso, conseguimos um valor muito próximo ao esperado, mas não exato devido a problemas de precisão nas casas decimais. E, por causa desse problema, não conseguimos diferenciar os resultados x_2 e x_3.

Questão 6

Criei uma função Gaussian_Elimination_4_com_P que é idêntica a Gaussian_Elimination_4 porém retorna também a matriz permutação P. Abaixo estão os testes com as matrizes sugeridas no enunciado.

```
-->[x1, C1, P1] = Gaussian_Elimination_4_com_P(A1, B1(:,1));

-->X1 = Resolve_com_LU(C1, B1, P1)
 X1  =

  -2.034188   -1.9316239   1.4529915   0.8119658  -3.6666667
  -0.6495726  -0.7008547   0.6068376   0.4273504  -1.6666667
   0.5470085   0.9059829  -0.2478632   1.008547    0.6666667
   0.3076923   0.3846154  -0.0769231   0.6923077  -1.


-->A1*X1
 ans  =

   2.          4.  -1.   5.   3.
  -4.441D-16   1.   0.   3.  -3.
   2.          2.  -1.   1.   1.332D-15
   0.          1.   1.   5.  -4.
```

```
-->[x2, C2, P2] = Gaussian_Elimination_4_com_P(A2, B2(:,1));

-->X2 = Resolve_com_LU(C2, B2, P2)
 X2  =

   0.   3.
   0.  -2.
   1.   1.


-->A2*X2
 ans  =

   1.   1.
   1.  -1.
   1.   0.
```

```
-->[x3, C3, P3] = Gaussian_Elimination_4_com_P(A3, B3(:,1));

-->X3 = Resolve_com_LU(C3, B3, P3)
 X3  =

   0.    3.
   0.  - 2.
   1.    1.


-->A3*X3
 ans  =

   1.    1.
   1.  - 1.
   1.    0.
```

O $A_i X_i$ foi calculado para vermos que realmente coincide com a matriz B_i dada (desconsiderando erros de precisão).