

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



ESCOLA POLITÉCNICA

PMR3401 - MECÂNICA COMPUTACIONAL PARA MECATRÔNICA

Relatório: Exercício Programa 2

*Henrique Yda Yamamoto - 9349502
João Pedro do Patrocínio Ceccarelli - 8932154*

SÃO PAULO - SP

Conteúdo

1	Introdução ao problema	2
2	Equacionamento analítico	3
2.1	Parte I	3
2.1.1	Função corrente	3
2.1.2	Velocidades	7
2.1.3	Pressão	8
2.2	Parte II	9
2.2.1	Distribuição de temperatura no ar	9
2.2.2	Taxa de Calor Retirada do Prédio	15
3	Simulações	16
3.1	Parte I	16
3.1.1	Escolha do tamanho da malha	16
3.1.2	Função de corrente	24
3.1.3	Vetores de velocidade absoluta	25
3.1.4	Variação de pressão ao longo do domínio	25
3.1.5	Variação de pressão ao longo do telhado	27
3.1.6	Força vertical resultante	27
3.2	Parte II	28
3.2.1	Distribuição de temperatura no ar	28
3.2.2	Taxa de calor retirada	28
4	Conclusões	30
5	Códigos	31

1 Introdução ao problema



Figura 1: Telhado de prédio sendo destruído na Sibéria, devido a fortes ventos. Retirado de <https://www.youtube.com/watch?v=2FEoJCCvsxs>

Um dos problemas de regiões com ventos intensos (como na Flórida, EUA) é a possibilidade de destruição dos telhados de casas, galpões, silos, hangares etc devido a diferença de pressão que ocorre ao redor dos telhados em relação ao interior da estrutura. O interior da estrutura permanece com pressão muito próxima da atmosférica enquanto no entorno há aumento do valor, criando forças que empurram o telhado e colapsando-o. A razão para este fenômeno é explicada pela equação de Bernoulli, que demonstra que a carga do escoamento do vento é constante, e como velocidade do vento é bem menor ao redor do telhado (devido a existência da estrutura que não deixa-o fluir livremente) haverá aumento de pressão como compensação.

Enfim, neste problema simularemos, utilizando o método de diferenças finitas implementado com códigos de nossa autoria, como é o escoamento de uma forte ventania indo em direção horizontal a um hangar e plotaremos gráficos de variáveis importantes para deduzirmos nossas conclusões.

2 Equacionamento analítico

2.1 Parte I

2.1.1 Função corrente

Como mencionado no enunciado, considerando que o escoamento do vento seja irrotacional, inviscido, em regime permanente, de ar como fluido compressível, desconsiderando efeitos gravitacionais, com número de Mach desprezível e utilizando as substituições de função corrente tais como vistas no enunciado do exercício, temos a equação do escoamento potencial compressível:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

Sendo $\phi(x, y)$ denominada função corrente. Pode-se encontrar os valores de $\phi(x, y)$ para cada ponto respectivo da malha do problema utilizando a equação de segunda diferença aproximada central, substituída na equação 1:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\psi(x_{i+1}, y_i) - 2\psi(x_i, y_i) + \psi(x_{i-1}, y_i)}{\Delta x^2} + \frac{\psi(x_i, y_{i+1}) - 2\psi(x_i, y_i) + \psi(x_i, y_{i-1})}{\Delta y^2} = 0 \quad (2)$$

Com i sendo a posição da malha para a atual iteração (consequentemente $i+1$ e $i-1$ sendo a próxima posição e a posição anterior, respectivamente) e Δx e Δy o espaçamento entre tais posições em cada uma das direções.

Como será feito $\Delta x = \Delta y$, pode-se obter $\psi(x_i, y_i)$ isolando este valor na equação 2:

$$\psi(x_i, y_i) = \frac{\psi(x_{i+1}, y_i) + \psi(x_{i-1}, y_i) + \psi(x_i, y_{i+1}) + \psi(x_i, y_{i-1})}{4} \quad (3)$$

Analizando o desenho esquemático com as condições de contorno, pode-se aplicar a equação 3 em todos os pontos em branco:

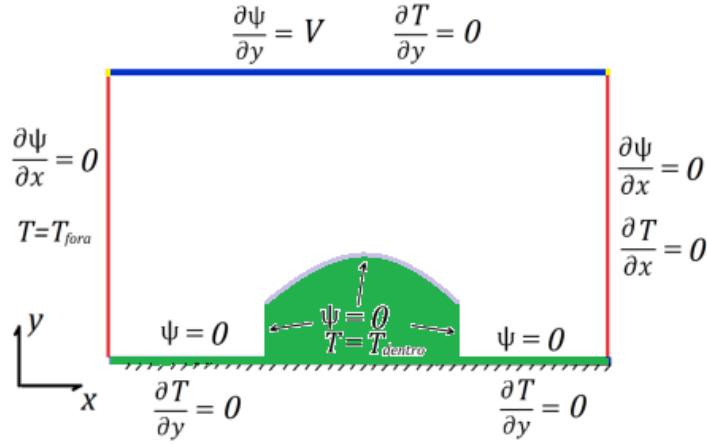


Figura 2: Desenho esquemático com condições de contorno. Obs: $V = 100 \frac{km}{h}$

Outras equações devem ser aplicadas para os pontos de cores diferentes. Para os pontos em verde (dentro do hangar ou o chão, pontos cujos o ar não escoa):

$$\psi(x_i, y_i) = 0 \quad (4)$$

Para os pontos em vermelho não é possível aplicar diferenças finitas na direção horizontal (pois não há, para a borda da esquerda, pontos $\psi(x_{i-1}, y_i)$ e para a borda direita, pontos $\psi(x_{i+1}, y_i)$). Assim, deve-se usar a expansão em série de Taylor de segunda ordem. Para a borda esquerda temos (lembrando que $\frac{\partial\psi}{\partial x} = 0$):

$$\frac{\partial^2\psi(x_i, y_i)}{\partial^2x} = \frac{2(\psi(x_{i+1}, y_i) - \psi(x_i, y_i))}{\Delta x^2} \quad (5)$$

Inserindo este resultado em 1 (com $\Delta x = \Delta y$) e isolando novamente o valor da função corrente para o ponto atual tem-se:

$$\psi(x_i, y_i) = \frac{2\psi(x_{i+1}, y_i) + \psi(x_i, y_{i+1}) + \psi(x_i, y_{i-1})}{4} \quad (6)$$

Obs: analogamente, para a borda direita, na equação 5 obtém-se o termo à esquerda da borda ($\psi(x_{i-1}, y_i)$) e, consequentemente, em 6 teria-se $\psi(x_i, y_i) = \frac{2\psi(x_{i-1}, y_i) + \psi(x_i, y_{i+1}) + \psi(x_i, y_{i-1})}{4}$.

Para o topo, identificado pela cor azul, não há o ponto $\psi(x_i, y_{i+1})$. Aplicando Taylor de segunda ordem novamente (lembrando que $\frac{\partial\psi(x_i, y_i)}{\partial y} = V$):

$$\frac{\partial^2\psi(x_i, y_i)}{\partial^2x} = \frac{2(\psi(x_i, y_{i-1}) + \Delta y \cdot V - \psi(x_i, y_i))}{\Delta y^2} \quad (7)$$

Substituindo o resultado dessa equação em 1:

$$\psi(x_i, y_i) = \frac{2\psi(x_i, y_{i-1}) + 2\Delta y \cdot V + \psi(x_{i+1}, y_i) + \psi(x_{i-1}, y_i)}{4} \quad (8)$$

Para as pontas, coloridas em amarelo, foram somadas as equações 5 e 7. Para a ponta esquerda:

$$\psi(x_i, y_i) = \psi(x_{i+1}, y_i) + \psi(x_i, y_{i-1}) + \Delta y \cdot V \quad (9)$$

Obs: de forma análoga, para a ponta direita deve-se substituir $\psi(x_{i+1}, y_i)$ por $\psi(x_{i-1}, y_i)$ em 9.

Enfim, para a cor lilás, simbolizando o contorno do telhado, há deduções mais complicadas devido às condições de contorno irregular. Vamos analisar a imagem abaixo:

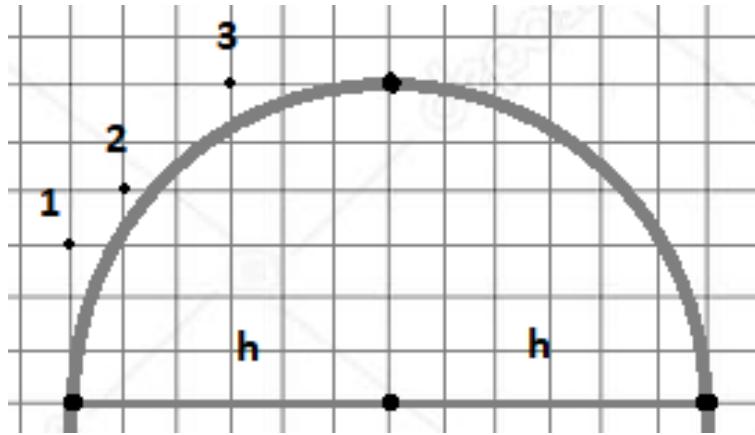


Figura 3: Malha com pontos de exemplo

Na imagem acima temos o domo que representa o telhado do hangar, com raio $h = 3\text{m}$. Temos os pontos 1, 2 e 3 mostrado na figura e nota-se o seguinte:

- Se $(x_i, y_i)_1$ representa as coordenadas do ponto 1, vê-se que o ponto abaixo com coordenadas $(x_i, y_{i-1})_1$ está fora do domo e que o ponto à direita com $(x_{i+1}, y_i)_1$ está dentro.
- Para o ponto 2, ambos os pontos imediatamente abaixo e à direita estão dentro do domo.
- Para o ponto 3, se $(x_i, y_i)_3$ representa suas coordenadas, vê-se que o ponto abaixo com coordenadas $(x_i, y_{i-1})_3$ está dentro do domo e que o ponto à direita com $(x_{i+1}, y_i)_3$ está fora.

Dessa forma, precisamos calcular a distância entre o ponto em questão e o telhado para os pontos que ficam dentro dele. Inicialmente escolhe-se o ponto 1:

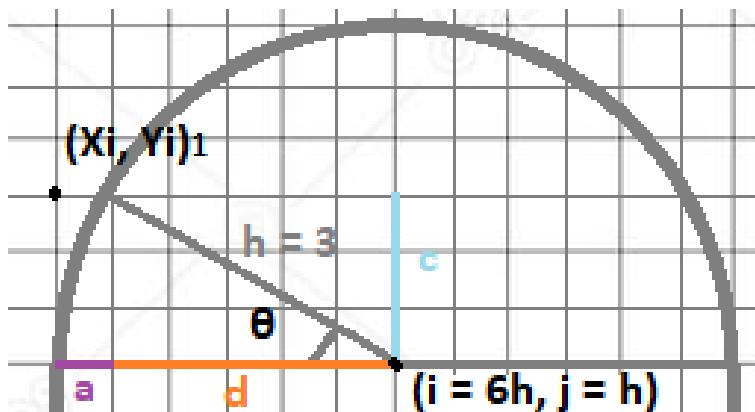


Figura 4: Contorno irregular para o ponto 1

Como pode-se ver a é a distância horizontal entre o ponto 1 e o telhado e possuímos o valor $h = 3\text{m}$. O valor c pode ser encontrado ao resolver-se $c = y_{i1} - h$ (pois sabemos pelo enunciado que o ponto do centro do hangar está nestas coordenadas $x_i = 6h$ e $y_i = h$) e então podemos encontrar

o valor de θ pela fórmula $\theta = \arccos \frac{c}{h}$. Assim, temos que $d = h \cdot \cos(\theta)$ e como visto na imagem 3, $a = (x_{i1} - h) - d$ e encontramos o valor que quer-se para calcular as séries de Taylor de segunda ordem. Procedendo:

$$\psi(x_{i-1}, y_i)_1 = \psi(x_i, y_i)_1 - \Delta x \frac{\partial \psi(x_i, y_i)_1}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 \psi(x_i, y_i)_1}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$0 = \psi(x_i, y_i) + a \frac{\partial \psi(x_i, y_i)_1}{\partial x} + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 \psi(x_i, y_i)_1}{\partial x^2} \quad (11)$$

A equação 10 nos mostra a série de Taylor para o elemento anterior e a equação 11 nos mostra a série de Taylor para a distância entre o ponto e o telhado (obs: ψ no telhado é nulo). Ao multiplicar 10 por a e 11 por Δx , somar tais equações e colocar a segunda derivada parcial em evidência, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \psi(x_i, y_i)_1}{\partial x^2} = \frac{2[a \cdot \psi(x_{i-1}, y_i)_1 - (a + \Delta x) \psi(x_i, y_i)_1]}{a \Delta x^2 + a^2 \Delta x} \quad (12)$$

É possível substituir o resultado de 12 em 1 e obter $\psi(x_i, y_i)_1$ ao isolá-lo (obs: para os pontos verticalmente separados pode-se aplicar a segunda diferença aproximada central):

$$\psi(x_i, y_i)_1 = \frac{(a \Delta x + a^2)[\psi(x_i, y_{i+1})_1 + \psi(x_i, y_{i-1})_1] + 2a \Delta x \cdot \psi(x_{i-1}, y_i)_1}{2(a + \Delta x)^2} \quad (13)$$

Para o ponto 3 o procedimento é análogo porém aplica-se nas coordenadas verticais:

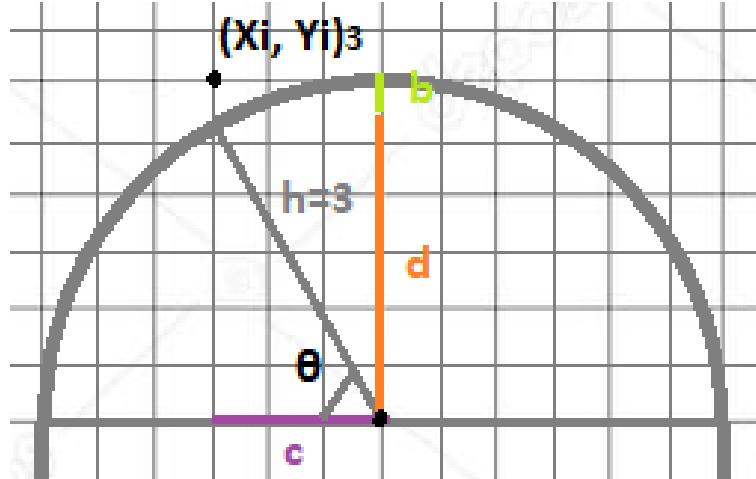


Figura 5: Contorno irregular para o ponto 3

Temos $c = |x_{i3} - 6h|$, $\theta = \arccos \frac{c}{h}$, $d = h \cdot \sin(\theta)$ e $b = (y_{i3} - 6h) - d$.

Depois disso, repete-se analogamente as equações 10, 11 e 12 para o valor b descoberto, resultando em:

$$\psi(x_i, y_i)_3 = \frac{(b \Delta y + b^2)[\psi(x_{i+1}, y_i)_3 + \psi(x_{i-1}, y_i)_3] + 2b \Delta y \cdot \psi(x_i, y_{i+1})_3}{2(b + \Delta y)^2} \quad (14)$$

Enfim, para o ponto 2 aplica-se estas deduções de contorno irregular para ambas as direções (com a sendo a distância horizontal entre $(x_i, y_i)_2$ e o telhado e b a distância vertical entre $(x_i, y_i)_2$ e o telhado, e também considerando $\Delta x = \Delta y$), resultando em:

$$\psi(x_i, y_i)_2 = \frac{(a^2\Delta x + a\Delta x^2)b \cdot \psi(x_i, y_{i+1})_2 + (b^2\Delta x + b\Delta x^2)a \cdot \psi(x_{i-1}, y_i)}{(a^2\Delta x + a\Delta x^2)(b + \Delta x) + (b^2\Delta x + b\Delta x^2)(a + \Delta x)} \quad (15)$$

Para o lado direito ao domo apenas deve-se substituir $\psi(x_{i-1}, y_i)$ por $\psi(x_{i+1}, y_i)$ nas equações acima.

2.1.2 Velocidades

A partir da função corrente pode-se obter as velocidades horizontal ($u(x_i, y_i)$) e vertical ($v(x_i, y_i)$):

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = u \quad (16)$$

Dessa forma, é simples obter as velocidades em cada ponto utilizando a primeira diferença aproximada central:

$$v(x_i, y_i) = \frac{\psi(x_{i-1}, y_i) - \psi(x_{i+1}, y_i)}{2\Delta x} \quad u(x_i, y_i) = \frac{\psi(x_i, y_{i+1}) - \psi(x_i, y_{i-1})}{2\Delta y} \quad (17)$$

As equações acima podem-ser aplicadas nos pontos em branco, vermelho ou azul desde que as condições de contorno existentes sejam respeitadas (ou seja, substituindo o valor de $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ ou $\frac{\partial \psi}{\partial y}$ pelas condições de contorno em cada borda tais como na imagem 2). Nas duas pontas superiores, coloridas em amarelo, o valor das velocidades é substituído diretamente pelas condições de contorno. Dentro do hangar ou no chão, estas áreas coloridas em verde, as velocidades em ambas as direções são nulas. Porém, similarmente para a subseção anterior, no telhado deve-se incluir as condições de contorno irregular para calcular as velocidades na área lilás. O princípio para calcular $u(x_i, y_i)$ e $v(x_i, y_i)$ nesta região é o mesmo para calcular $\psi(x_i, y_i)$ (verificando a distância entre o telhado e o ponto imediatamente fora do telhado para calcular as séries de Taylor a partir dessas distâncias). Caso analisarmos um ponto como o ponto 3 da figura 5 temos:

$$u(x_i, y_i) = \frac{\partial \psi(x_i, y_i)}{\partial y} = \frac{a^2\psi(x_i, y_{i+1}) + (\Delta y^2 - a^2)\psi(x_i, y_i)}{a^2\Delta y + a\Delta y^2} \quad (18)$$

Esta equação foi encontrada realizando expansão em série de Taylor de segunda ordem (tal como nas equações 11 e 10) e multiplicando 10 por $-a^2$ e 11 por Δx^2 , podendo obter assim a velocidade com erro proporcional a $\frac{h^3}{3!}$. A equação para a componente v da velocidade é a mesma que apresentada em 17.

Caso apliquemos Taylor para um ponto como 1 em 4:

$$v(x_i, y_i) = -\frac{\partial \psi(x_i, y_i)}{\partial x} = \frac{b^2\psi(x_{i-1}, y_i) + (\Delta x^2 - b^2)\psi(x_i, y_i)}{b^2\Delta x + b\Delta x^2} \quad (19)$$

Caso seja para o lado direito será:

$$v(x_i, y_i) = -\frac{b^2 \psi(x_{i+1}, y_i) + (\Delta x^2 - b^2) \psi(x_i, y_i)}{b^2 \Delta x + b \Delta x^2} \quad (20)$$

A componente u mantém-se tal qual 17. Caso tenhamos um ponto da malha em que ambos os pontos lateral e inferior sejam dentro do telhado, as velocidades são soma dessas equações deduzidas, dependendo se tal ponto for do lado direito ou esquerdo ao telhado.

2.1.3 Pressão

A diferença de pressão ($P(x_y, y_i) - P_{atm}$, sendo P_{atm} a pressão atmosférica) no domínio em relação ao hangar é dada por:

$$P(x_i, y_i) - P_{atm} = \rho \frac{(-\gamma_{ar} + 1)}{\gamma_{ar}} \frac{(u(x_i, y_i)^2 + v(x_i, y_i)^2)}{2} \quad (21)$$

Com $\gamma_{ar} = 1,4$ e $\rho = 1,25 \frac{kg}{m^3}$. Com a matriz resultante pode-se plotar a pressão com direção normal à superfície do telhado e, consequentemente, calcular a força vertical resultante.

A variação de pressão ao longo do telhado foi calculada utilizando um algoritmo que interpola os pontos que possuem variação de pressão nula em relação ao telhado mas que contém pontos laterais e superiores vizinhos (ou seja, com coordenadas $(i+1, j)$, $(i-1, j)$, $(i+1, j+1)$, $(i+1, j)$ e $(i+1, j-1)$, indicando que o ponto está na borda redonda do telhado) com diferença de pressão menor que zero em relação ao interior do hangar. Caso um ponto se enquadre nesta condição o algoritmo irá somar as pressões da vizinhança e calcular a média delas (divididos pelo número de pontos com diferença de pressão não nula presentes). Aí depois a pressão total é separada num componente vertical e outro horizontal de acordo com sua posição em relação ao centro do telhado. Visualmente:

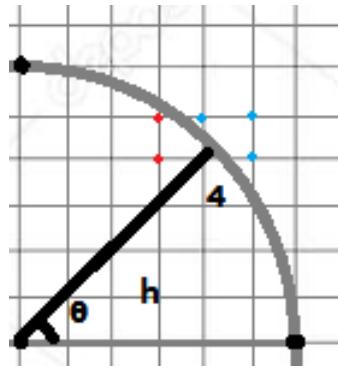


Figura 6: Exemplo para visualizar a interpolação de pressão no telhado

Suponhamos o ponto 4 na imagem 6. Os pontos fora do telhado (em azul) são pontos que o algoritmo considera na soma para calcular a pressão interpolada. Os pontos dentro (em vermelho) não são considerados. Ao final, a pressão para o ponto 4 em específico é a média soma dos pontos em azul dividida pelo número de pontos em azul (3). Depois dividimos a pressão em componentes P_x e P_y de acordo com o θ para o ponto em específico.

$$P_{telhado} = \frac{\sum P_{vizinhana}}{N} \quad (22)$$

$$P_x = P_{telhado} \cdot \cos(\theta) \quad (23)$$

$$P_y = P_{telhado} \cdot \sin(\theta) \quad (24)$$

Sendo N o número de nós vizinhos não nulos.

Com o resultado da variação de pressão ao longo do telhado, pode-se apenas somar todas as componentes verticais da pressão (P_y) e multiplicar isso pela área de atuação da pressão:

$$F = \sum P_y \cdot A_{telhado} \quad (25)$$

2.2 Parte II

A segunda parte consiste em estudar fenômenos de transferência de calor no hangar e nos entornos.

2.2.1 Distribuição de temperatura no ar

Para determinar a distribuição de temperaturas, utiliza-se a equação 26 após determinar o campo de velocidades no item 2.1.2:

$$k\nabla^2T - \rho c_p u \nabla T = 0 \quad (26)$$

A equação 26 é equivalente a:

$$k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) = \rho c_p(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}) \quad (27)$$

Onde u e v são as componentes na direção horizontal e vertical do campo de velocidades respectivamente. Para o lado direito da equação 27 algumas condições importantes para garantir a convergência. Estas condições são descritas abaixo:

- Se $u > 0$, $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x_i, y_j) - T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}$
- Se $u < 0$, $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x_{i+1}, y_j) - T(x_i, y_j)}{\Delta x}$
- Se $v > 0$, $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(x_i, y_j) - T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}$
- Se $v < 0$, $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(x_i, y_{j+1}) - T(x_i, y_j)}{\Delta y}$

Desta forma, cada equação apresentada a seguir possui quatro condições para garantir a convergência:

- Se $u < 0$ e $v < 0$

- Se $u > 0$ e $v < 0$
- Se $u < 0$ e $v > 0$
- Se $u > 0$ e $v > 0$

Na região branca da figura 2, temos as seguintes equações que definem a distribuição de temperatura para cada condição de velocidades e utilizando diferenças centrais para as derivadas duplas:

- Se $u < 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}\right) + \rho c_p u T(x_{i+1}, y_j) + \rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{-\frac{4k}{\Delta x} + \rho c_p u + \rho c_p v} \quad (28)$$

- Se $u > 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}\right) - \rho c_p u T(x_{i-1}, y_j) + \rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{-\frac{4k}{\Delta x} - \rho c_p u + \rho c_p v} \quad (29)$$

- Se $u < 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}\right) + \rho c_p u T(x_{i+1}, y_j) - \rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{-\frac{4k}{\Delta x} + \rho c_p u - \rho c_p v} \quad (30)$$

- Se $u > 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}\right) - \rho c_p u T(x_{i-1}, y_j) - \rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{-\frac{4k}{\Delta x} - \rho c_p u - \rho c_p v} \quad (31)$$

Para a região verde, excluindo a parte de dentro do hangar onde $T(x_i, y_j) = T_{dentro}$, temos que $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$, resultando em:

- Se $u < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - \frac{2kT(x_i, y_{j+1})}{\Delta y} + \rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{-\frac{4k}{\Delta x} + \rho c_p u} \quad (32)$$

- Se $u > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - \frac{2kT(x_i, y_{j+1})}{\Delta y} - \rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{-\frac{4k}{\Delta x} - \rho c_p u} \quad (33)$$

Para as bordas vermelhas, temos que na esquerda a temperatura é $T(x_i, y_j) = T_{fora}$ e que para a direita não é possível aplicar diferenças finitas pois o ponto $T(x_{i+1}, y_j)$ não é definido. Utiliza-se então a expansão em série de Taylor de segunda ordem com a condição $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, resultando nas equações:

- Se $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}\right) - \frac{2kT(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} + \rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{-\frac{4k}{\Delta x} + \rho c_p v} \quad (34)$$

- Se $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}\right) - \frac{2kT(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} - \rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{-\frac{4k}{\Delta x} - \rho c_p v} \quad (35)$$

Para a borda azul no topo o ponto $T(x_i, y_{j+1})$ não é definido. Utiliza-se a expansão em série de Taylor de segunda ordem com a condição $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ resultando nas equações:

- Se $u < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - \frac{2kT(x_i, y_{j-1})}{\Delta y} + \rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{-\frac{4k}{\Delta x} + \rho c_p u} \quad (36)$$

- Se $u > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}\right) - \frac{2kT(x_i, y_{j-1})}{\Delta y} - \rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{-\frac{4k}{\Delta x} - \rho c_p u} \quad (37)$$

Para os pontos amarelos nas pontas no lado esquerdo temos que $T(x_i, y_j) = T_{fora}$, para o lado direito temos que considerar que $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ e $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$. Com isso temos:

- Para o ponto direito superior:

$$T(x_i, y_i) = \frac{T(x_i, y_{j-1}) + T(x_{i-1}, y_j)}{2} \quad (38)$$

- Para o ponto direito inferior:

$$T(x_i, y_i) = \frac{T(x_i, y_{j-1}) + T(x_{i+1}, y_j)}{2} \quad (39)$$

Na borda lilás do telhado do hangar, vamos utilizar equações para contornos irregulares com as distâncias horizontais e verticais calculadas para cada região na seção 2.1.1.

Utilizando a distância a obtida da figura 4 calcula-se as séries de Taylor de segunda ordem:

$$T(x_{i+1}, y_j) = T(x_i, y_j) + a \frac{\partial T(x_i, y_j)}{\partial x} + \frac{a^2}{2} \frac{\partial^2 T(x_i, y_j)}{\partial x^2} \quad (40)$$

$$T(x_{i-1}, y_j) = T(x_i, y_j) - \Delta x \frac{\partial T(x_i, y_j)}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2} \frac{\partial^2 T(x_i, y_j)}{\partial x^2} \quad (41)$$

Como $T(x_{i+1}, yj) = T_{fora}$ e multiplicando a equação 40 por Δx e a equação 41 por a, obtemos:

$$\frac{\partial^2 T(x_i, y_j)}{\partial x^2} = \frac{\Delta x T_{fora} + a T(x_{i-1}, y_j) - (a + \Delta x) T(x_i, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} \quad (42)$$

Utilizando a equação acima na equação 26, temos para o ponto 1 da figura 3 para cada situação do campo de velocidades:

- Se $u < 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k \left(\frac{\Delta x T_{dentro} + a T(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} \right) - k \left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2} \right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{a} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k \frac{(a + \Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} + \frac{\rho c_p u}{a} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (43)$$

- Se $u > 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k \left(\frac{\Delta x T_{dentro} + a T(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} \right) - k \left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2} \right) - \frac{\rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k \frac{(a + \Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} - \frac{\rho c_p u}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (44)$$

- Se $u < 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k \left(\frac{\Delta x T_{dentro} + a T(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} \right) - k \left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2} \right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{a} - \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}}{-k \frac{(a + \Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} + \frac{\rho c_p u}{a} - \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (45)$$

- Se $u > 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k \left(\frac{\Delta x T_{dentro} + a T(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} \right) - k \left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2} \right) - \frac{\rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}}{-k \frac{(a + \Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} - \frac{\rho c_p u}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (46)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, chega-se às seguintes equações para o ponto 2 da figura 3:

- Se $u < 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k \left(\frac{\Delta x T_{dentro} + a T(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} \right) - k \left(\frac{\Delta y T_{dentro} + b T(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} \right) + \frac{\rho c_p u T_{dentro}}{a} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k \frac{(a + \Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k \frac{(b + \Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} + \frac{\rho c_p u}{a} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (47)$$

- Se $u > 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentre} + aT(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentre} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) - \frac{\rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} - \frac{\rho c_p u}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (48)$$

- Se $u < 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentre} + aT(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentre} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) + \frac{\rho c_p u T_{dentre}}{a} - \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{b}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} + \frac{\rho c_p u}{a} - \frac{\rho c_p v}{b}} \quad (49)$$

- Se $u > 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentre} + aT(x_{i-1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentre} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) - \frac{\rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{b}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} - \frac{\rho c_p u}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v}{b}} \quad (50)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, chega-se às seguintes equações para o ponto 3 da figura 3:

- Se $u < 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x^2}\right) - k\left(\frac{bT(x_i, y_{j+1}) + \Delta y T_{dentre}}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-\frac{2k}{\Delta x^2} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} + \frac{\rho c_p u}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (51)$$

- Se $u > 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x^2}\right) - k\left(\frac{bT(x_i, y_{j+1}) + \Delta y T_{dentre}}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) - \frac{\rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-\frac{2k}{\Delta x^2} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} - \frac{\rho c_p u}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (52)$$

- Se $u < 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x^2}\right) - k\left(\frac{bT(x_i, y_{j+1}) + \Delta y T_{dentre}}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v T_{dentre}}{b}}{-\frac{2k}{\Delta x^2} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} + \frac{\rho c_p u}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v}{b}} \quad (53)$$

- Se $u > 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{T(x_{i+1}, y_j) + T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x^2}\right) - k\left(\frac{bT(x_i, y_{j+1}) + \Delta y T_{dentre}}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) - \frac{\rho c_p u T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v T_{dentre}}{b}}{-\frac{2k}{\Delta x^2} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} - \frac{\rho c_p u}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v}{b}} \quad (54)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, chega-se às seguintes equações para o ponto simétrico ao 2 no lado direito da figura 3:

- Se $u < 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentro} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} + \frac{\rho c_p u}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (55)$$

- Se $u > 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentro} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) - \frac{\rho c_p u T_{dentro}}{a} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} - \frac{\rho c_p u}{a} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (56)$$

- Se $u < 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentro} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v T_{dentro}}{b}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} + \frac{\rho c_p u}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v}{b}} \quad (57)$$

- Se $u > 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{\Delta y T_{dentro} + bT(x_i, y_{j+1})}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}}\right) - \frac{\rho c_p u T_{dentro}}{a} - \frac{\rho c_p v T_{dentro}}{b}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - k\frac{(b+\Delta y)}{\frac{b^2 \Delta y}{2} + \frac{\Delta y^2 b}{2}} - \frac{\rho c_p u}{a} - \frac{\rho c_p v}{b}} \quad (58)$$

Seguindo o mesmo raciocínio, chega-se às seguintes equações para o ponto simétrico ao 1 no lado direito da figura 3:

- Se $u < 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2}\right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} + \frac{\rho c_p u}{\Delta x} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (59)$$

- Se $u > 0$ e $v < 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2}\right) - \frac{\rho c_p u T_{dentro}}{a} + \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j+1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} - \frac{\rho c_p u}{a} + \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (60)$$

- Se $u < 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2}\right) + \frac{\rho c_p u T(x_{i+1}, y_j)}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} + \frac{\rho c_p u}{\Delta x} - \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (61)$$

- Se $u > 0$ e $v > 0$ temos:

$$T(x_i, y_i) = \frac{-k\left(\frac{\Delta x T_{dentro} + aT(x_{i+1}, y_j)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}}\right) - k\left(\frac{T(x_i, y_{j+1}) + T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y^2}\right) - \frac{\rho c_p u T_{dentro}}{a} - \frac{\rho c_p v T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}}{-k\frac{(a+\Delta x)}{\frac{a^2 \Delta x}{2} + \frac{\Delta x^2 a}{2}} - \frac{2k}{\Delta y^2} - \frac{\rho c_p u}{a} - \frac{\rho c_p v}{\Delta y}} \quad (62)$$

Com estas equações cobrimos todos os casos para a malha de temperatura do problema. Desta forma é possível obter a distribuição de temperatura para todos os pontos do domínio.

2.2.2 Taxa de Calor Retirada do Prédio

O fluxo de calor é calculado pela seguinte equação:

$$\vec{Q} = -(k \nabla T \cdot \vec{n}) \vec{n} \quad (63)$$

Temos que $\vec{n} = \|\vec{n}\| \cos(\theta) \vec{i} + \|\vec{n}\| \sin(\theta) \vec{j}$ onde θ são os ângulos obtidos nas figuras 4 e 5 e $\|\vec{n}\| = 1$ (versor normal, ou seja, norma unitária), logo a equação 63 fica:

$$\vec{Q} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial T}{\partial y} \sin(\theta) \right) \vec{n} \quad (64)$$

As derivadas parciais acima são calculadas de acordo com as condições abaixo:

- Se $u > 0$, $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x_i, y_j) - T(x_{i-1}, y_j)}{\Delta x}$
- Se $u < 0$, $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x_{i+1}, y_j) - T(x_i, y_j)}{\Delta x}$
- Se $v > 0$, $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(x_i, y_j) - T(x_i, y_{j-1})}{\Delta y}$
- Se $v > 0$, $\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T(x_i, y_{j+1}) - T(x_i, y_j)}{\Delta y}$

A quantidade de calor é calculada utilizando o resultado da equação 64:

$$q = \int_A \vec{Q} \cdot \vec{n} dA \quad (65)$$

3 Simulações

3.1 Parte I

3.1.1 Escolha do tamanho da malha

Vamos analisar as plotagens da função corrente para cada divisão $\Delta x = \Delta y$ (plotagens realizadas com a função *mesh*). Lembrando que os eixos x e y dos gráficos são dados em metros:

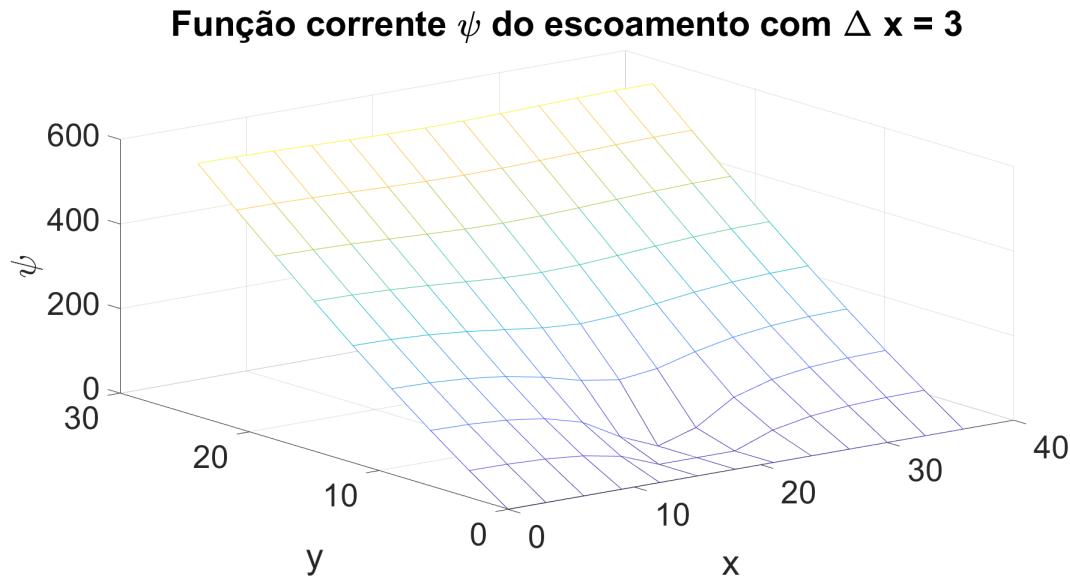


Figura 7: Plotagem de ψ com $\Delta x = 3.0$

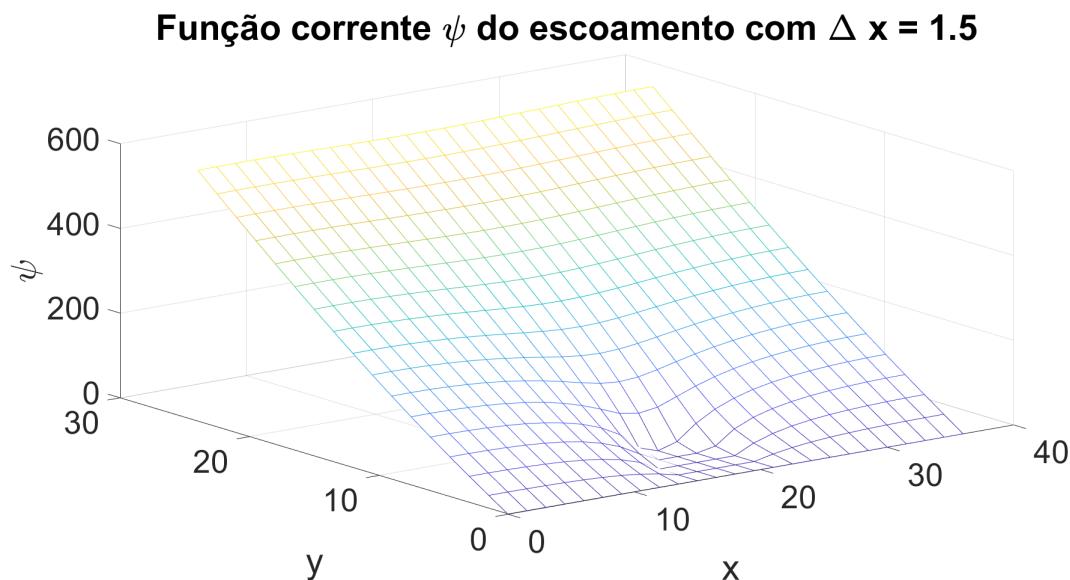


Figura 8: Plotagem de ψ com $\Delta x = 1.5$

Função corrente ψ do escoamento com $\Delta x = 1$

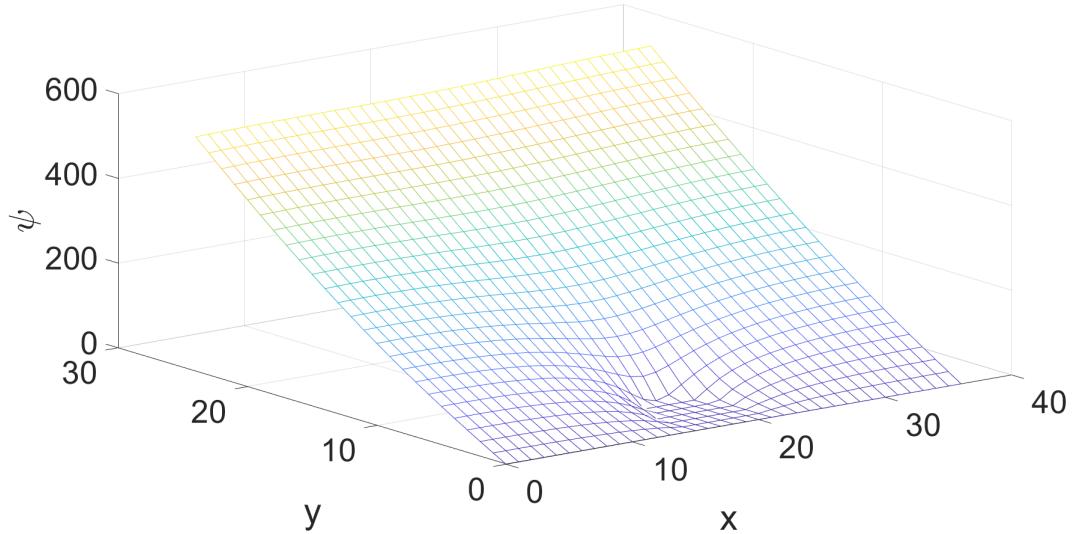


Figura 9: Plotagem de ψ com $\Delta x = 1.0$

Função corrente ψ do escoamento com $\Delta x = 0.75$

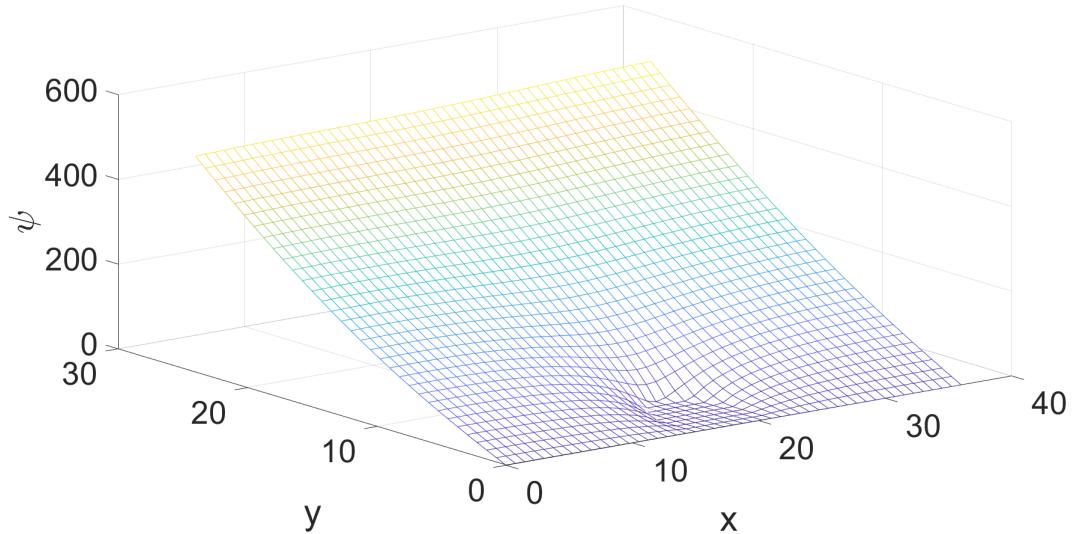


Figura 10: Plotagem de ψ com $\Delta x = 0.75$

Função corrente ψ do escoamento com $\Delta x = 0.5$

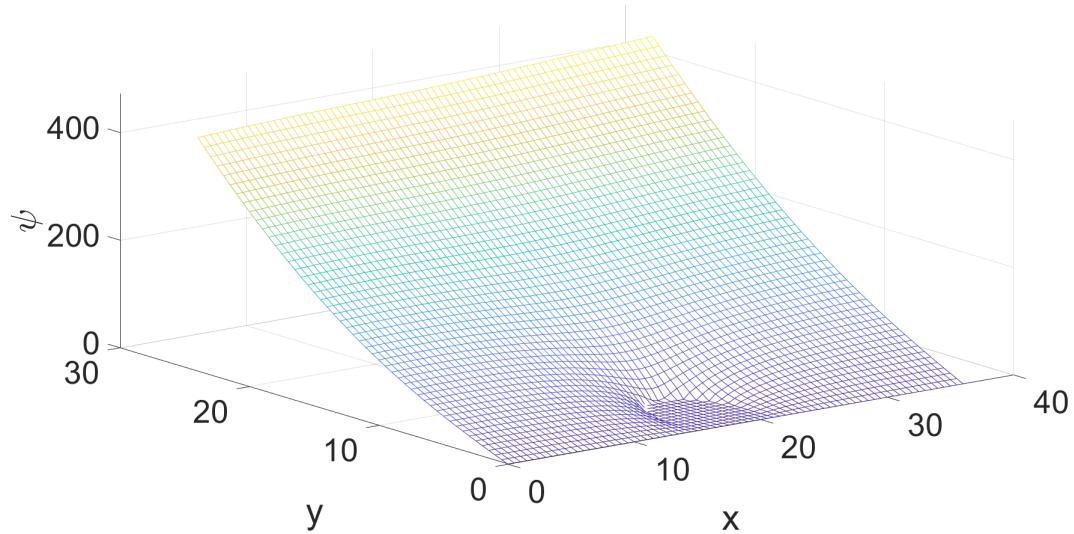


Figura 11: Plotagem de ψ com $\Delta x = 0.5$

Função corrente ψ do escoamento com $\Delta x = 0.375$

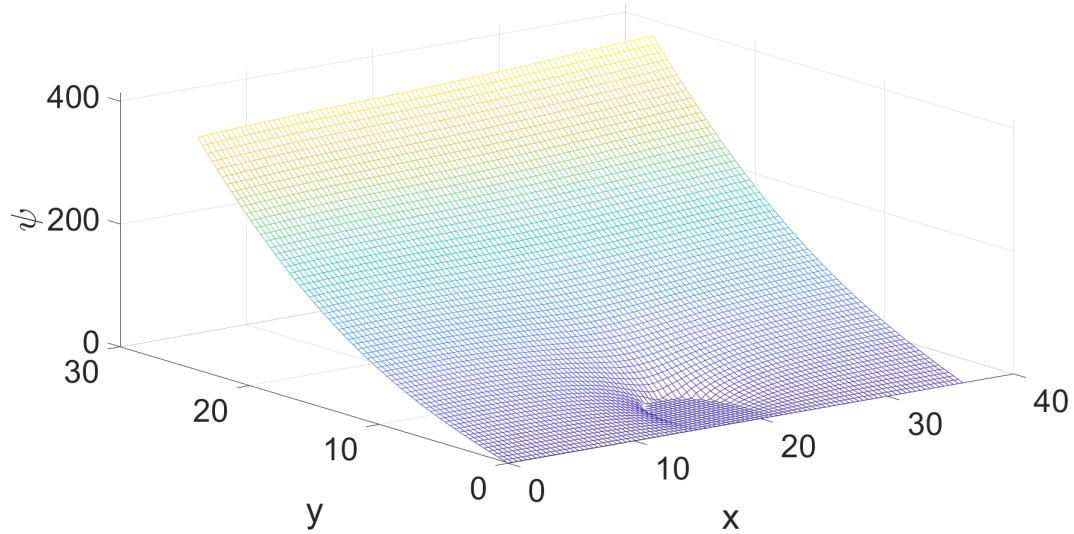


Figura 12: Plotagem de ψ com $\Delta x = 0.375$

Função corrente ψ do escoamento com $\Delta x = 0.2$

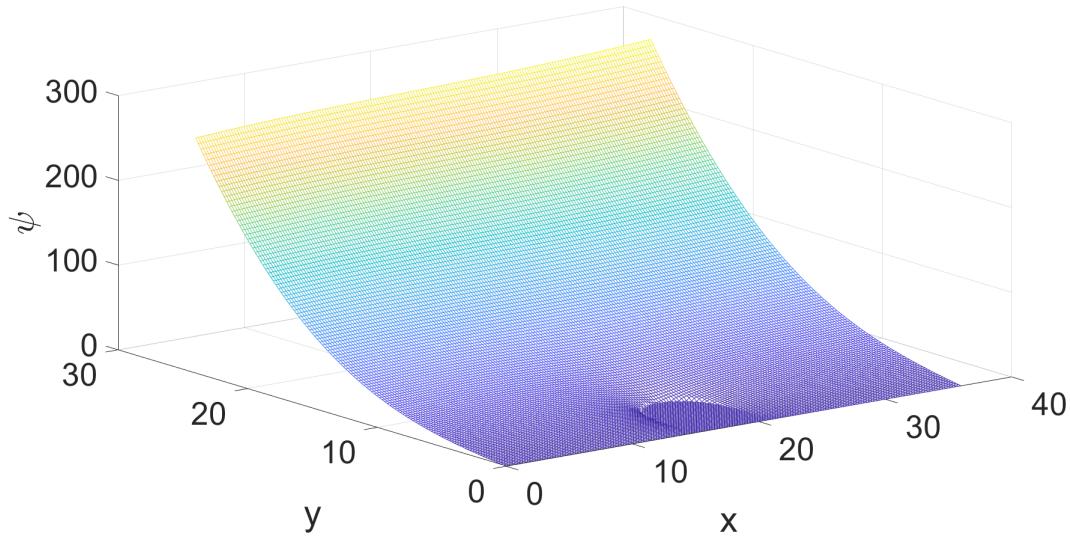


Figura 13: Plotagem de ψ com $\Delta x = 0.2$

Função corrente ψ do escoamento com $\Delta x = 0.1$

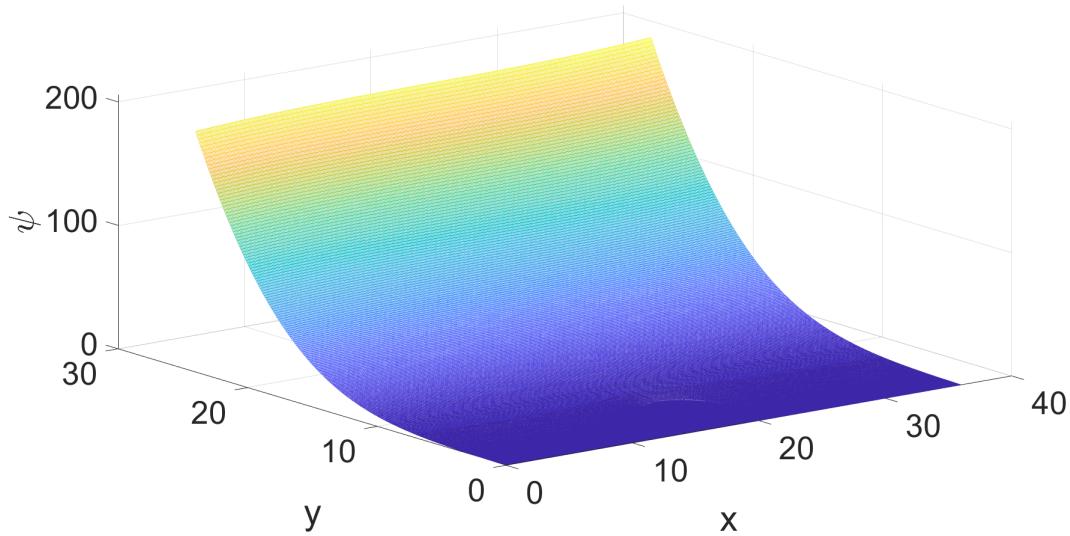


Figura 14: Plotagem de ψ com $\Delta x = 0.1$

Notamos que a visualização do gráfico apenas é difícil em $\Delta x = 0, 1$. Portanto, devemos escolher um valor maior. Analisemos também o gráfico da pressão para cada $\Delta x = \Delta y$:

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 3$

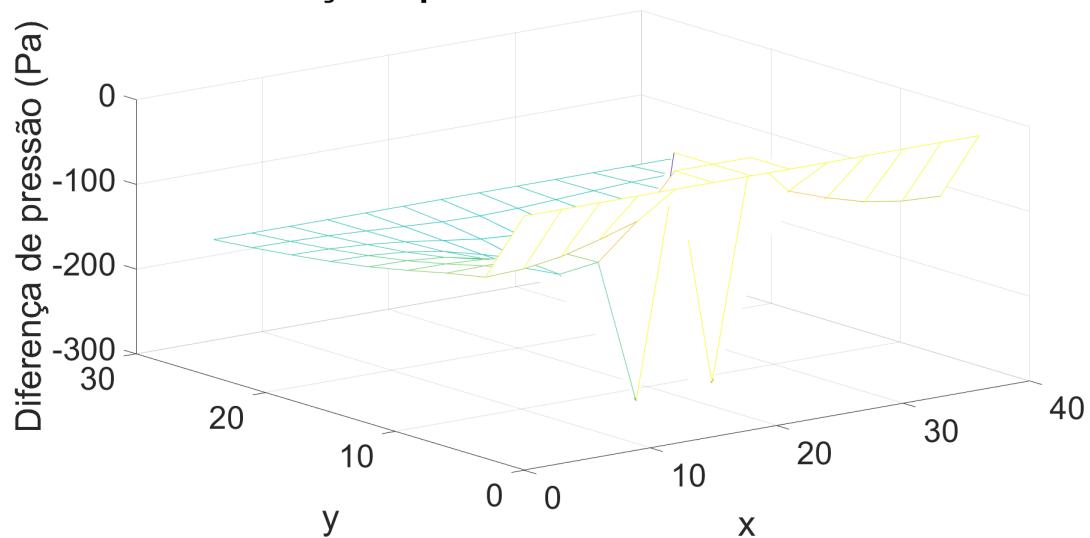


Figura 15: Plotagem da pressão com $\Delta x = 3.0$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 1.5$

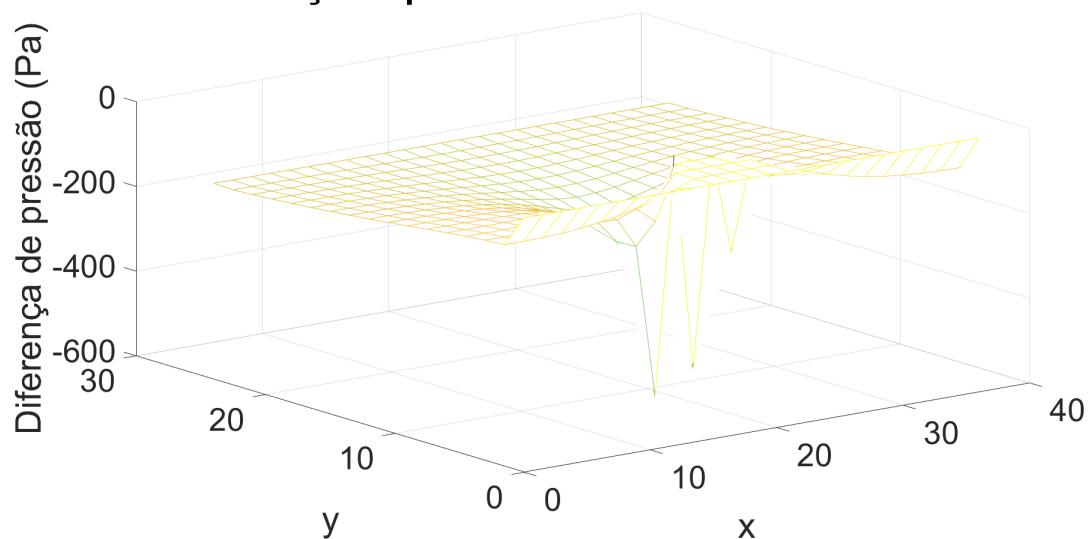


Figura 16: Plotagem da pressão com $\Delta x = 1.5$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 1$

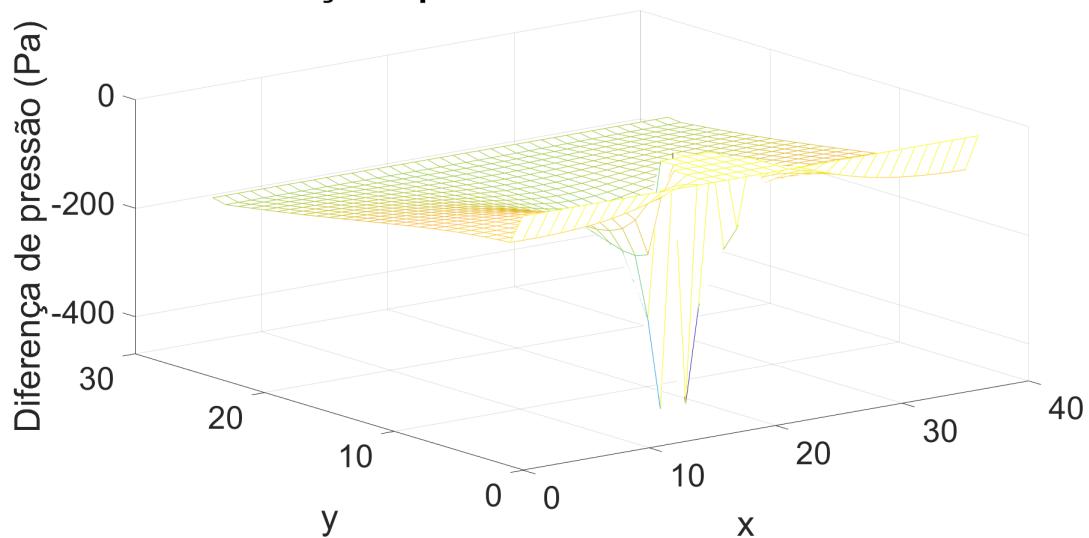


Figura 17: Plotagem da pressão com $\Delta x = 1.0$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 0.75$

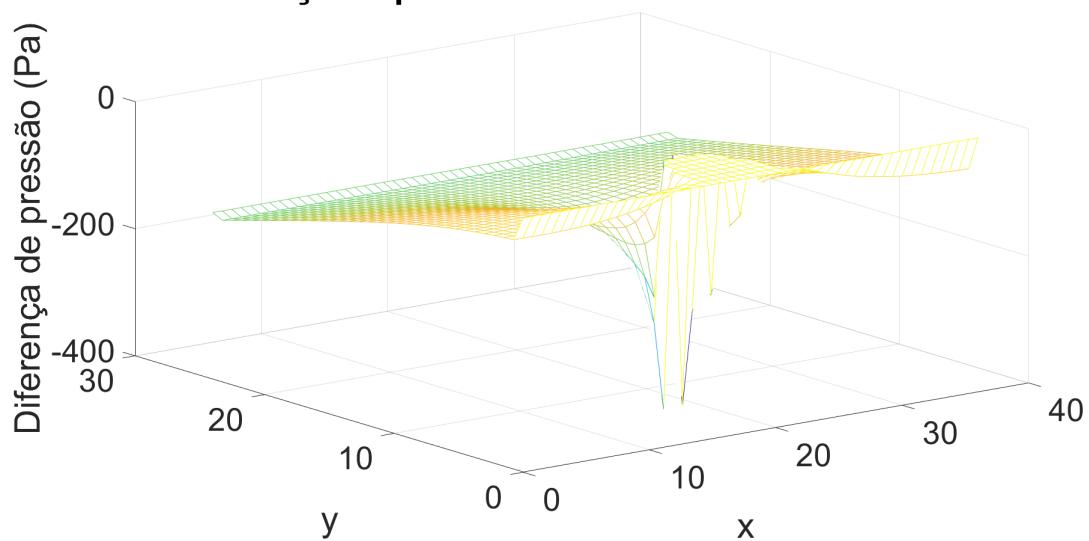


Figura 18: Plotagem da pressão com $\Delta x = 0.75$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 0.5$

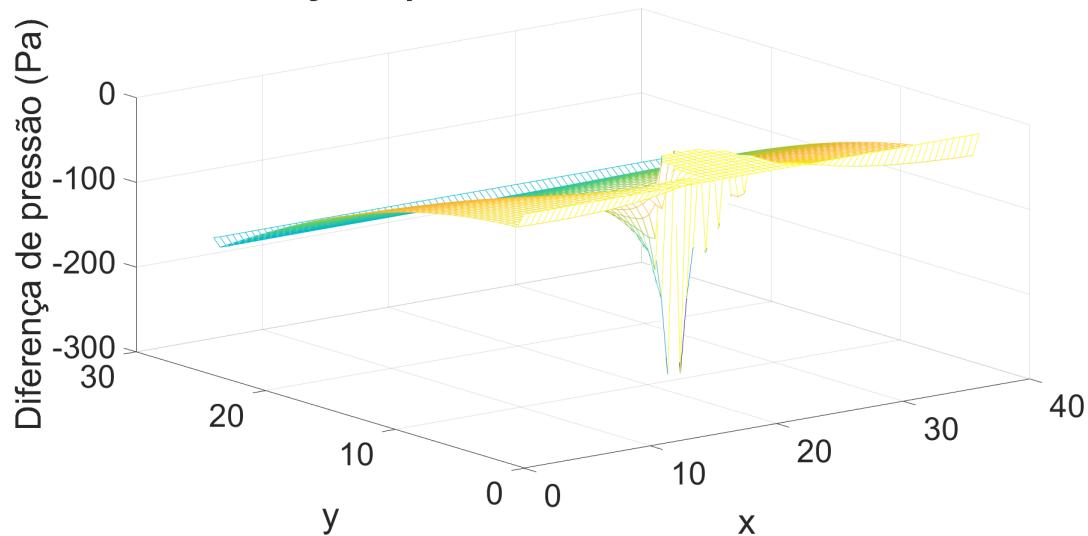


Figura 19: Plotagem da pressão com $\Delta x = 0.5$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 0.375$

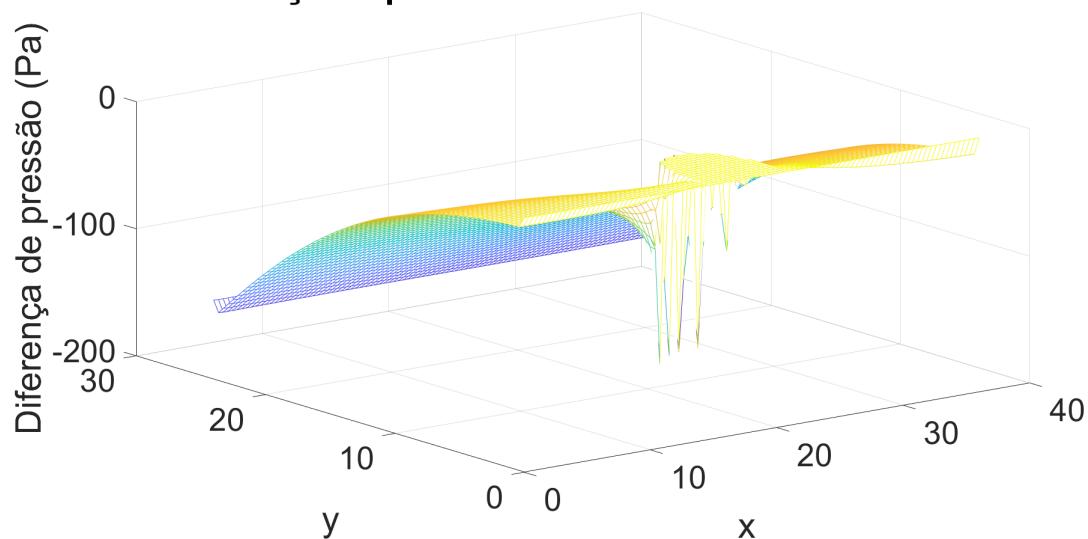


Figura 20: Plotagem da pressão com $\Delta x = 0.375$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 0.2$

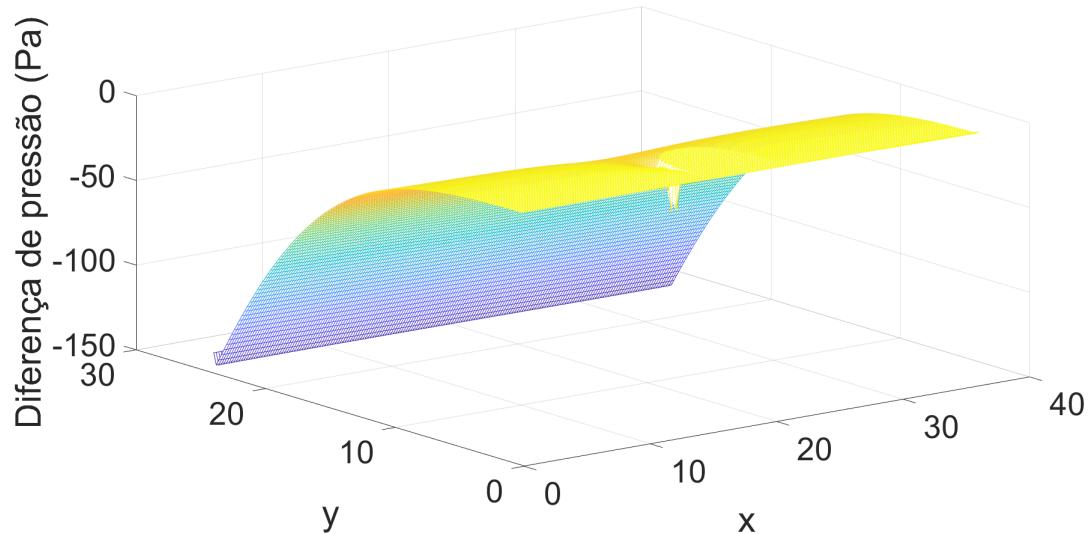


Figura 21: Plotagem da pressão com $\Delta x = 0.2$

Diferença de pressão no domínio com $\Delta x = 0.1$

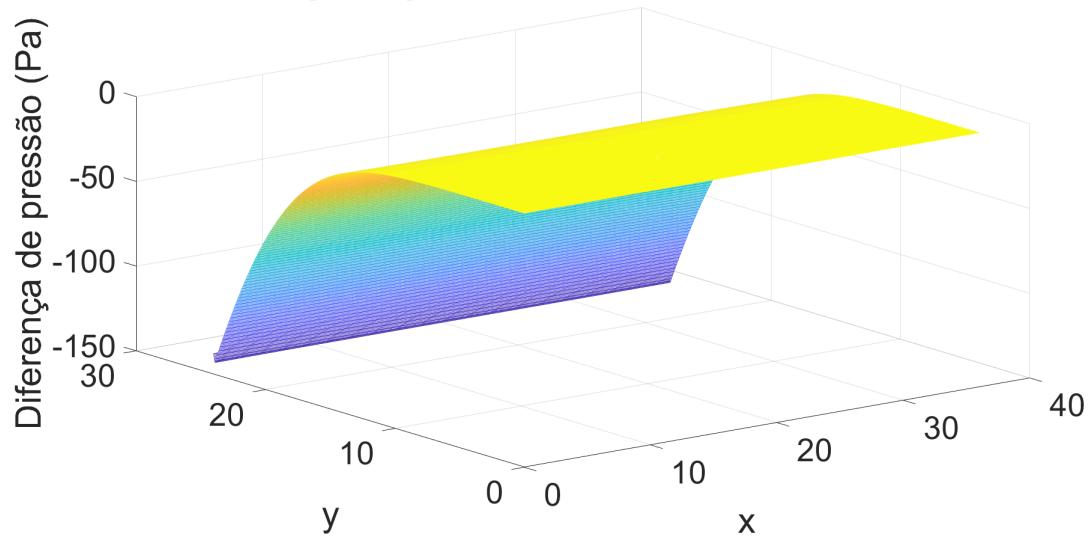


Figura 22: Plotagem da pressão com $\Delta x = 0.1$

Devida a difícil visualização da pressão a partir de $\Delta x = 0.2$, utilizaremos $\Delta x = 0.375$, até porque dessa forma a comparação com a parte II do exercício é simplificada (visto que nela apenas é usada esta divisão de malha).

3.1.2 Função de corrente

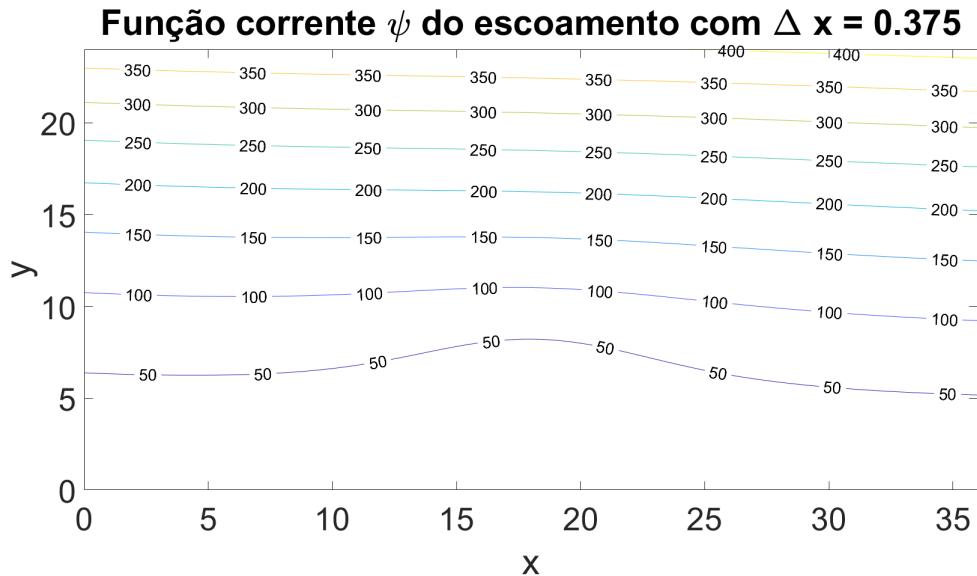


Figura 23: Plotagem do valor de ψ utilizando *contour*

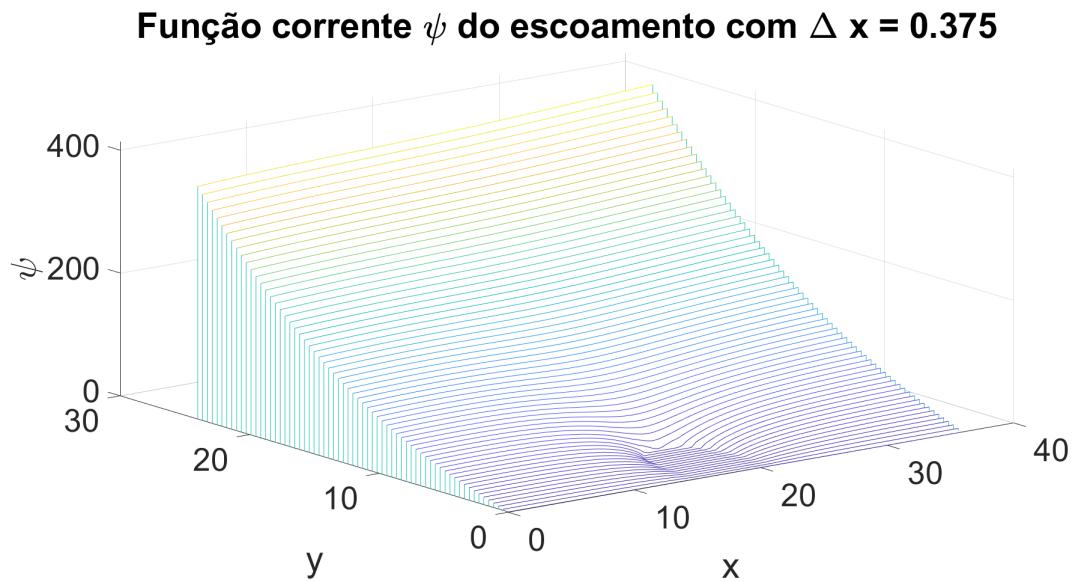


Figura 24: Plotagem do valor de ψ utilizando *waterfall*

Em adição à imagem 12, notamos que a função corrente possui uma concavidade na região do hangar, o que consequentemente irá causar os efeitos indesejáveis no telhado.

3.1.3 Vetores de velocidade absoluta

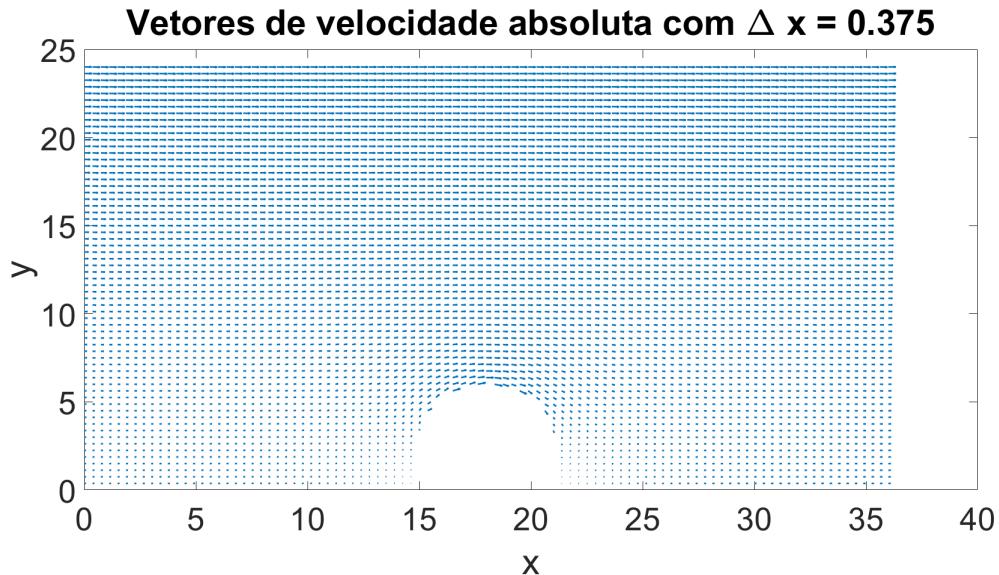


Figura 25: Plotagem dos vetores de velocidade absoluta ao longo domínio, utilizando *quiver*

Percebe-se pelo gráfico o rápido crescimento dos vetores de velocidades conforme o vento aproxima-se do telhado (comparáveis aos valores no topo do domínio, cujo valor em módulo é $\frac{100}{3,6}$ m/s). A função que calcula as velocidades está ao fim, denominada por 'velocidades.m'.

3.1.4 Variação de pressão ao longo do domínio

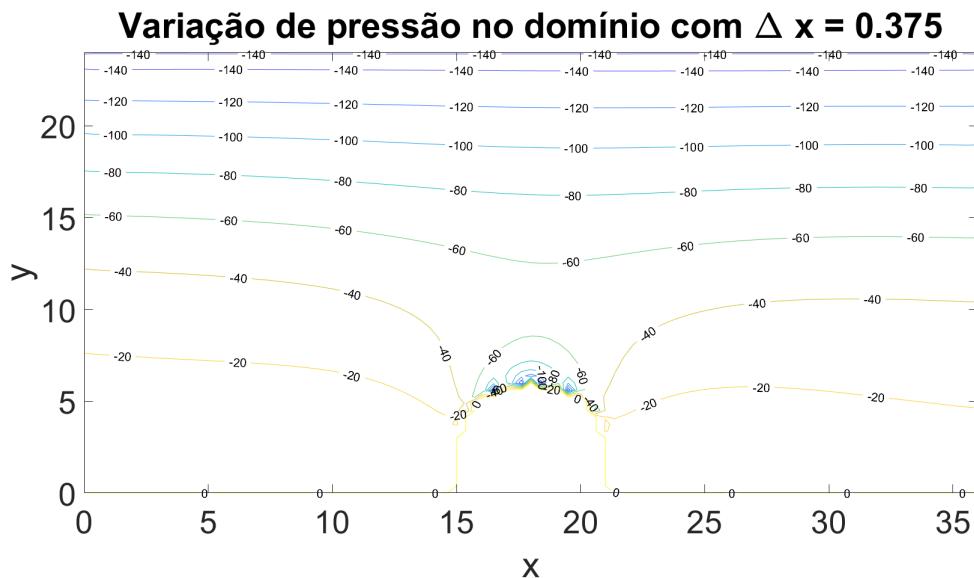


Figura 26: Gráfico da variação de pressão ao longo do domínio, utilizando *contour*

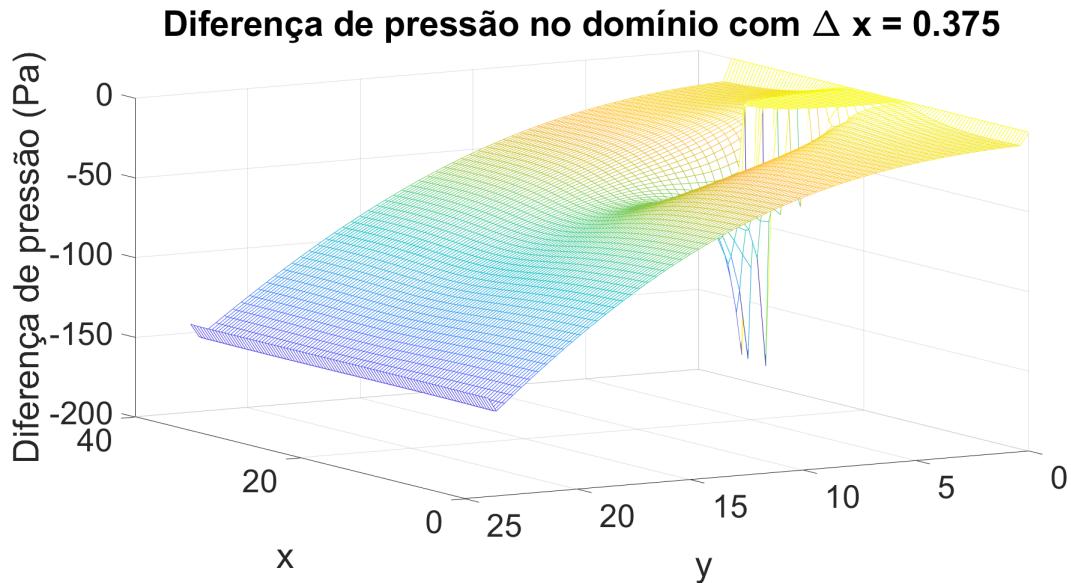


Figura 27: Gráfico da variação de pressão ao longo do domínio, utilizando *mesh* e vendo por outro ângulo

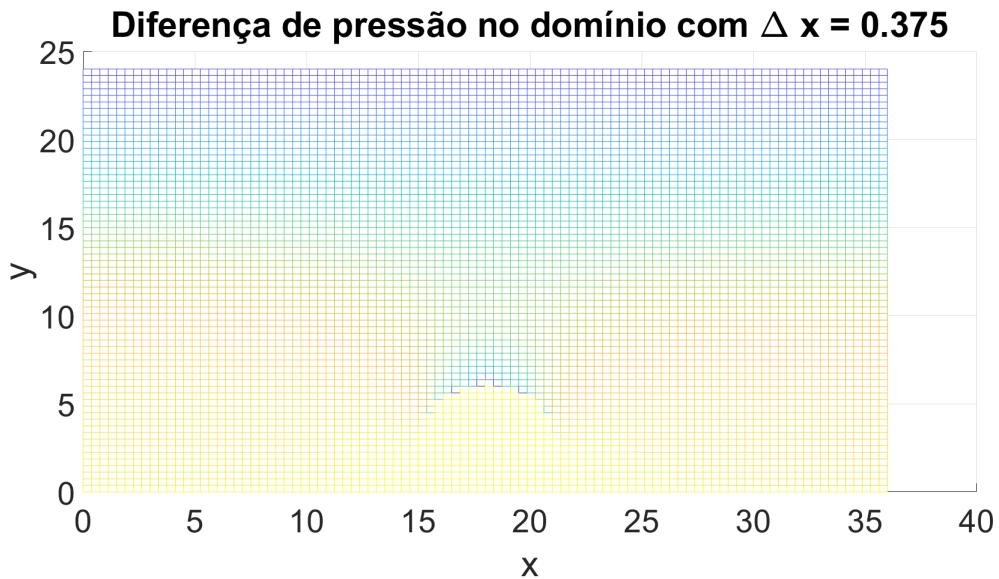


Figura 28: Gráfico da variação de pressão ao longo do domínio utilizando *mesh* com vista superior

Com a figura 20, podemos notar que incidência do vento ao redor do telhado causa nós com grandes diferenças de pressão (graficamente, é o mesmo módulo do que é visto no céu), sendo as diferenças de pressão maiores conforme aproxima-se do ponto mais alto do telhado. A função que calcula as diferenças de pressão no domínio é chamada de 'calc_pressao.m'.

3.1.5 Variação de pressão ao longo do telhado

Plotando o gráfico com a função *quiver* do MATLAB:

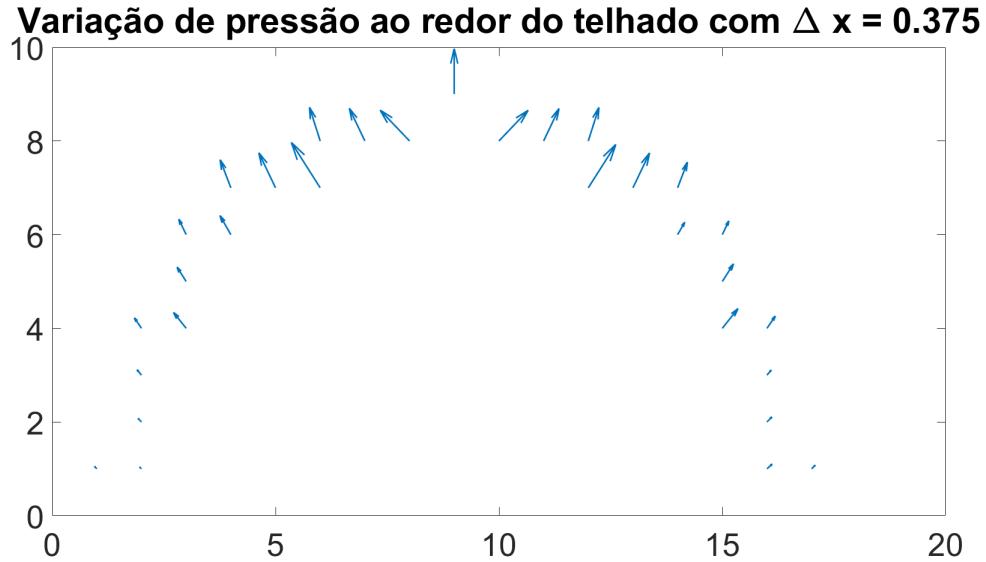


Figura 29: Pressão ao longo do telhado

O valor mínimo encontra-se na parte inferior esquerda do telhado, com módulo 8,0933 Pa (os valores negativos indicam que a pressão fora é menor).

9x17 double																	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
1	-10.4126	-8.0933	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-21.5266	-15.8205	
2	0	-15.6021	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-21.5587	0	
3	0	-21.3065	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-20.4771	0	
4	0	-38.2621	-61.2068	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-76.2157	-44.8514	
5	0	0	-51.1434	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-62.7779	0	
6	0	0	-51.3359	-65.7395	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-43.0508	-45.6631	0	
7	0	0	0	-89.3958	-115.5871	-161.1526	0	0	0	0	-153.9105	-115.0736	-81.9105	0	0	0	
8	0	0	0	0	-105.0075	-107.7618	-128.8598	0	-128.0791	-107.4134	-104.4288	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	-134.3694	0	0	0	0	0	0	0	0	

Figura 30: Valores de pressão ao longo do telhado, explicitados

A função que calcula a pressão ao longo do telhado está explicitada ao final, com nome 'pressao_telhado.m'.

3.1.6 Força vertical resultante

Considerando o telhado como metade de um cilindro, a área do telhado é dada por:

$$A_{telhado} = \pi \cdot R \cdot L = \pi \cdot 3 \cdot 60 \quad (66)$$

Assim, substituindo na equação 25, o resultado que obtivemos para $\Delta x = 0.375$ é $\mathbf{F} = 1,0624 \cdot 10^6$ N. O algoritmo para a função que calcula a força está no capítulo 5, denominado por 'calc_forca.m'.

3.2 Parte II

Nesta seção são apresentados os gráficos correspondentes à segunda parte do exercício. Como especificado no enunciado, utilizamos apenas $\Delta x = \Delta y = 0.375$ nesta parte.

3.2.1 Distribuição de temperatura no ar

Para esta simulação foram utilizados sobre-relaxação de $\lambda = 1,15$ e tolerância de convergência 0,01 como especificado no enunciado. O resultado é apresentado na figura 31.

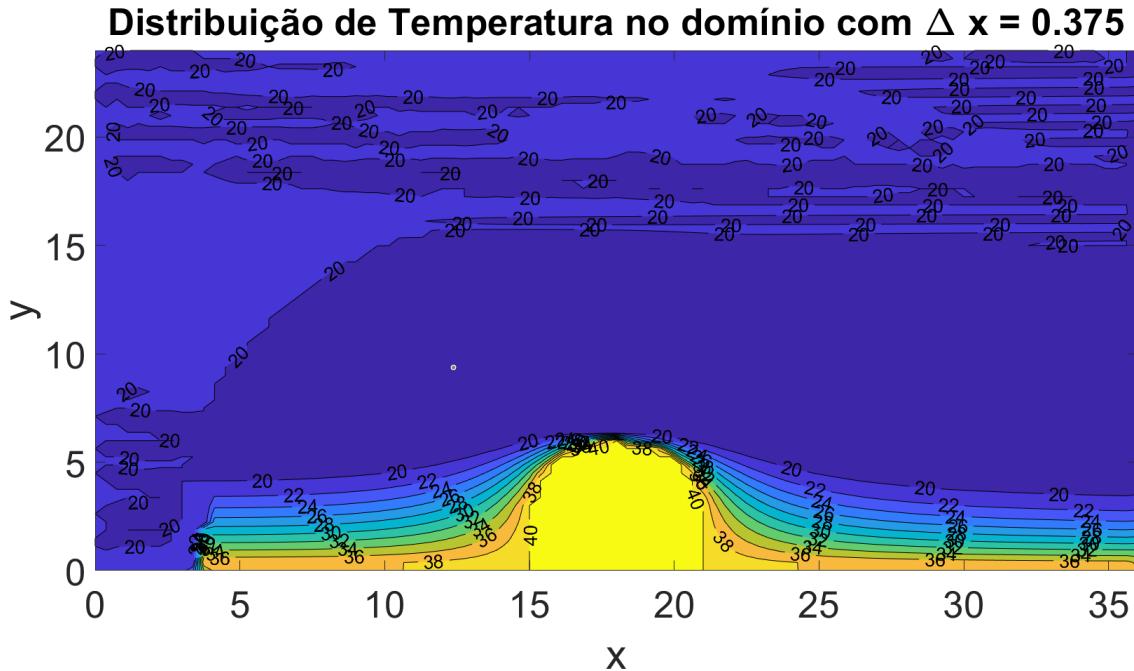


Figura 31: Distribuição de temperatura no domínio com $\Delta x = 0.375$

Pode-se observar que grande parte do domínio fica com temperatura próxima a 20°C , que é a temperatura na condição de contorno da parte esquerda (T_{fora}). Isto ocorre pois nesta região não há nenhum local com temperatura diferente, desta forma não há gradiente de temperatura e ela se mantém mais constante.

A temperatura muda gradativamente à medida que se aproxima do telhado do hangar. A temperatura no interior e nas bordas do hangar é $T_{dentro} = 40^{\circ}\text{C}$, então é possível observar que a temperatura se altera de 40°C a 20°C de acordo com as curvas de nível da figura. A função que calcula as temperaturas no domínio possui o nome *calc_fluxo.m*.

3.2.2 Taxa de calor retirada

A taxa de calor retirada é calculada conforme apresentado na seção 2.2.2, primeiramente calcula-se o fluxo de calor, ilustrado na figura 32.

)	-0.1805	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3714
)	-0.2946	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3269
)	-0.0773	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.2779
)	0	-0.0270	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7297	0
)	0	0.0817	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4099
)	0	0	-0.0450	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4736	0
)	0	0	0	0.0735	0.7423	0	0	0	0	0	0	0	1.1256	0.7708	0	0
)	0	0	0	0	0	0.3678	0.5771	1.0378	0	0.8738	0.6633	0.4738	0	0	0	0

Figura 32: Fluxo de calor no telhado do hangar com $\Delta x = 0.375$

Após isto é possível resolver a integral da equação 65 utilizando a área do telhado (equação 66). O valor da quantidade de calor retirada é $q = 4949,4W$. A função utilizada para o cálculo deste valor está em *calc_taxa_calor.m*.

4 Conclusões

Neste trabalho realizou-se simulações para estudar o efeito de ventos laterais fortes em um hangar através do método de diferenças finitas. Apresentou-se primeiramente o desenvolvimento das equações, especialmente para o contorno irregular, e as condições utilizadas no problema, seguido dos gráficos e análises das simulações. Foram testados diversos tamanhos de malhas e suas respectivas convergências. Verificou-se grandezas como a função corrente, velocidades, pressões, temperaturas e taxas de calor. Isto permitiu obter um melhor entendimento do fenômeno, bem como aplicar o método de diferenças finitas em um problema prático. Ao final, conclui-se que os códigos criados e simulados apresentaram-se satisfatórios para a solução do problema.

5 Códigos

```
1 %%  
2 delta = 0.375; %escolhe valor para  
3 %divisoes delta x = delta y  
4 lambda = 1.85; %valor do lambda para  
5 %sobrerrelaxacao  
6 converg = 0.01; %epsilon de convergencia  
7 psi = calcula_psi(delta, lambda, converg); %funcao que calcula  
8 %funcao de corrente  
9 [u, v] = velocidades(psi, delta); %funcao que calcula  
10 %componentes da velocidade do vento  
11 pressao = calc_pressao(u, v, delta); %funcao para calcular  
12 %pressao  
13 [ptx, pty] = pressao_telhado(pressao, delta); %calcula componentes da  
14 %pressao ao redor do telhado  
15 forca = calc_forca(delta, pty); %calcula forca vertical  
16 %exercida no telhado  
17  
18 close all  
19 x = linspace(0,36,36/delta + 1);  
20 y = linspace(0,24,24/delta + 1);  
21 [X,Y] = meshgrid(x,y);  
22  
23 %plotagem de figuras  
24 figure;  
25 [C,h] = contour(X,Y,psi,'ShowText','on');  
26 xlabel('x');  
27 ylabel('y');  
28 set(gca,'FontSize',40);  
29  
30 figure;  
31 mesh(X, Y, psi);  
32 hTitle = title("Fun o corrente \psi do escoamento com \Delta x = " +  
33 delta, 'Interpreter', 'tex');  
34 xlabel('x');  
35 ylabel('y');  
36 zlabel('\psi');  
37 set(gca,'FontSize',40);  
38  
39 figure;
```

```

36 waterfall(X, Y, psi);
37 hTitle = title("Fun o corrente \psi do escoamento com \Delta x = " +
    delta, 'Interpreter', 'tex');
38 set(hTitle, 'FontSize', 40);
39 xlabel('x');
40 ylabel('y');
41 zlabel('\psi');
42 set(gca, 'FontSize', 40);

43
44 figure;
45 q = quiver(X, Y, u, v);
46 q.LineWidth = 2;
47 q.AutoScaleFactor = 0.7;
48 hTitle = title("Vetores de velocidade absoluta com \Delta x = " + delta,
    'Interpreter', 'tex');
49 set(hTitle, 'FontSize', 40);
50 xlabel('x');
51 ylabel('y');
52 set(gca, 'FontSize', 40);

53
54 figure;
55 [C, h] = contour(X, Y, pressao, 'ShowText', 'on');
56 clabel(C, h, 'FontSize', 15);
57 hTitle = title("Varia o de press o no dom nio com \Delta x = " +
    delta, 'Interpreter', 'tex');
58 set(hTitle, 'FontSize', 40);
59 xlabel('x');
60 ylabel('y');
61 set(gca, 'FontSize', 40);

62
63 figure;
64 mesh(X, Y, pressao);
65 hTitle = title("Diferen a de press o no dom nio com \Delta x = " +
    delta, 'Interpreter', 'tex');
66 set(hTitle, 'FontSize', 40);
67 xlabel('x');
68 ylabel('y');
69 zlabel('Diferen a de press o (Pa)');
70 set(gca, 'FontSize', 40);

71
72 figure;
73 q = quiver(ptx, pty);
74 q.LineWidth = 2;
75 hTitle = title("Varia o de press o ao redor do telhado com \Delta x
    = " + delta, 'Interpreter', 'tex');
76 set(hTitle, 'FontSize', 40);
77 set(gca, 'FontSize', 40);

```

```

78 %%
79 %Obtencao da distribuicao de temperaturas
80 delta = 0.375;
81 lambda = 1.15;
82 converg = 0.0001;
83 temp = calcula_temp(delta, lambda, converg, u, v);
84
85
86 x = linspace(0,36,36/delta + 1);
87 y = linspace(0,24,24/delta + 1);
88 [X,Y] = meshgrid(x,y);
89
90 figure;
91 [C,h] = contourf(X,Y,temp,'ShowText','on');
92 clabel(C,h,'FontSize',20)
93 hTitle = title("Distribui o de Temperatura no dom nio com \Delta x =
  " + delta, 'Interpreter', 'tex');
94 xlabel('x')
95 ylabel('y')
96 set(gca,'FontSize',40);
97 set(hTitle,'FontSize',40);
98
99 %%
100 delta = 3/8;
101 fluxo = calcula_fluxo(delta, temp, u, v); %funcao que calcula fluxo de
  calor saindo do telhado
102 taxa_calor = calc_taxa_calor(delta,fluxo); %funcao que calcula a taxa de
  calor total

```

Arquivo: *EP2.m*

Pode-se alterar o valor de variável *delta* caso desejado.

```

1 function [psi] = calcula_psi(delta, lambda, converg)
2   Ni = 24/delta + 1;           %Divisao da malha em (36/delta+1)x
  (24/delta+1) pontos
3   Nj = 36/delta + 1;          %obs: para gerar graficos mais
  facilmente invertemos os eixos em relacao as equacoes anteriormente
  vistas no equacionamento analitico
4   psi = zeros(Ni, Nj);        %funcao de corrente psi(i, j)
  inicialmente nula
5   psi_velho = psi;           %psi_velho serve para armazenar dado
  anterior, para aplicar sobrerelaxacao
6   eps = ones(Ni, Nj);         %epsilon (taxa de erro),
  inicialmente com 1 e vai diminuindo ate 0.01
7   eps_maximo = 1;             %valor maximo de epsilon, para
  quebrar o loop quando for menor que 0.01
8

```

```

9      while eps_maximo >= converg      %loop roda ate eps_maximo , em todos
10     os pontos da malha, for menor que 0.01
11     for i = 1:Ni
12       for j = 1:Nj
13
14       % ch o , identificado por todos os pontos com i == 1 e j
15       qualquer
16       if i == 1
17         eps(i, j) = 0;           %nao faz nada nesse ponto com psi
18         pois o vento nao flui no chao
19         %mas mesmo assim atualiza o epsilon
20         %para 0
21       end
22
23       %ponto na extrema esquerda
24       if (j == 1)&&(i == Ni)
25         psi_velho(i, j) = psi(i, j);
26         %aplica armazena valor anterior
27         psi(i, j) = (100*delta/3.6 + psi(i-1, j) + psi(i, j+1))
28         /2; %aplica equacoes deduzidas para o ponto na extrema esquerda
29         psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*psi_velho(i, j)
30         ); %aplica sobre relaxacao
31         eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/psi(i, j))
32         ; %atualiza o erro neste noh
33       end
34
35       %a partir deste ponto nao iremos comentar as equacoes analogas
36       a de cima
37       %(borda esquerda, borda direita, topo, ponto extremo direito),
38       pois teriam comentarios praticamente identicos
39
40       %borda esquerda
41       if(j == 1)&&(i~=1)&&(i~=Ni)
42         psi_velho(i, j) = psi(i, j);
43         psi(i, j) = (psi(i-1, j)+psi(i+1,j)+2*psi(i,j+1))/4;
44         psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*psi_velho(i, j)
45         );
46         eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/psi(i, j))
47         ;
48       end
49
50       %topo
51       if(i == Ni)&&(j ~= 1)&&(j ~= Nj)
52         psi_velho(i, j) = psi(i, j);
53         psi(i, j) = (psi(i, j-1)+psi(i, j+1)+2*psi(i-1, j)+200*
54         delta/3.6)/4;
55         psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*psi_velho(i, j)

```

```

);
    eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/psi(i, j))
;
end

% ponto extremo a direita
if(i == Ni)&&(j==Nj)
    psi_velho(i, j) = psi(i, j);
    psi(i, j) = (100*delta/3.6 + psi(i-1, j) + psi(i, j-1))
/2;
    psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*psi_velho(i, j)
;
    eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/psi(i, j));
end

% lado direito
if(j == Nj)&&(i ~= 1)&&(i~=Ni)
    psi_velho(i, j) = psi(i, j);
    psi(i, j) = (psi(i+1, j) + psi(i-1, j) + 2*psi(i, j-1))
/4;
    psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*psi_velho(i, j)
;
    eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/psi(i, j));
end

% hangar e resto da malha
if(j > 1 && j < Nj && i > 1 && i < Ni) % condicao
que verificar se os pontos estao no centro da malha
    % meio da malha
    if(j >= 15/delta+1 && j <= 21/delta+1) % condicao
que verifica se j esta na parte do meio do hangar
    % parte quadrada do hangar
    if(i > 1 && i < 3/delta+1) % parte
quadrada do hangar em que nao ha fluxo de vento
    % e tambem
nao ha condicao de borda irregular
    eps(i, j) = 0; % apenas
atualiza erro para 0

% telhado redondo, pontos imediatamente acima dele
elseif(i <= 6/delta+1 && i >= 3/delta+1)
    % lado direito imediatamente superior ao telhado,
ptos
    % ao lado e embaixo tocando

    if(((i-3/delta-1)^2+(j-2-18/delta)^2 <= (3/delta)^2)&&((i-3/delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2)&&((i-3/delta

```

```

-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
78                               %condicao que verifica se os pontos (i-1, j)
e
79                               %(i, j-1) estao dentro do telhado
80
81                               %como visto no equacionamento analitico,
theta_y = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta
/3));    %calcula distancia entre o ponto imediatamente fora do
telhado e
82                               dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta_y)/delta
;
83                               %o telhado, para aplicar cond de contorno irregular em y
theta_x = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
%calcula distancia entre o ponto imediatamente fora do
telhado e
84                               dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta_x)
/delta; %o telhado, para aplicar cond de contorno irregular em y
85                               a = (dif_y*delta^2 + dif_y^2*delta);
%a e b sao simplificacoes para diminuir o tamanho das
equacoes
86                               b = (dif_x*delta^2 + dif_x^2*delta);
87                               psi_velho(i, j) = psi(i, j);
%armazena valor de psi(i, j)
88                               psi(i, j) = (b*dif_y*psi(i+1,j)+a*dif_x*psi(
i,j+1))/(b*(dif_y+delta)+a*(dif_x+delta)); %aplica equacao deduzida
89                               psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
psi_velho(i, j); %sobrerrelaxacao
90                               eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))
/psi(i, j));    %verificacao do erro
91
92                               %lateral encosta mas embaixo nao, lado direito
93                               elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta-2)^2 <= (3/
delta)^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/
delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
94                               %condicao que verifica se apenas o ponto
95                               %(i, j-1) esta dentro do telhado
theta = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
96                               dif = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta)/
97 delta;
98                               b = (dif^2+delta*dif);
99                               psi_velho(i, j) = psi(i, j);
100                              psi(i, j) = (b*(psi(i+1,j)+psi(i-1,j))+2*
delta*dif*psi(i,j+1))/(2*((dif+delta)^2));
101                              psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
psi_velho(i, j);
102                              eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))
/psi(i, j));
103

```

```

104             %lateral nao encosta mas embaixo sim, lado
105             direito
106                 elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta-2)^2 > (3/
107 delta)^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/
108 delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2))
109                     %condicao que verifica se apenas o ponto
110                     %(i-1, j) esta dentro do telhado
111                     theta = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta
112 /3));
113                     dif = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta)/delta;
114                     b = (dif^2+delta*dif);
115                     psi_velho(i, j) = psi(i, j);
116                     psi(i, j) = (b*(psi(i,j+1)+psi(i,j-1))+2*
117 delta*dif*psi(i+1,j))/(2*((dif+delta)^2));
118                     psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
119 psi_velho(i, j);
120                     eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j)
121 )/psi(i, j));
122
123             %lado esquerdo, tambem imediatamente superior,
124             ptos
125                 %ao lado e embaixo tocando
126                 elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta)^2 <= (3/
127 delta)^2)&&((i-3/delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2)&&((i-3/
128 delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
129                     %condicao que verifica se os pontos (i-1, j)
130                     e
131                     %(i, j+1) estao dentro do telhado
132                     theta_y = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta
133 /3));
134                     dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta_y)/delta
135 ;
136                     theta_x = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
137                     dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta_x)
138 /delta;
139                     a = (dif_y*delta^2 + dif_y^2*delta);
140                     b = (dif_x*delta^2 + dif_x^2*delta);
141                     psi_velho(i, j) = psi(i, j);
142                     psi(i, j) = (b*dif_y*psi(i+1,j)+a*dif_x*psi(
143 i,j-1))/(b*(dif_y+delta)+a*(dif_x+delta));
144                     psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
145 psi_velho(i, j);
146                     eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j)
147 )/psi(i, j));
148
149             %lateral encosta mas embaixo nao, lado esquerdo
150             elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta)^2 <= (3/

```

```

delta)^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/
delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
                                %condicao que verifica se apenas o ponto
                                %(i, j+1) esta dentro do telhado
                                theta = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
                                dif = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta)/
delta;
                                b = (dif^2+delta*dif);
                                psi_velho(i, j) = psi(i, j);
                                psi(i, j) = (b*(psi(i+1,j)+psi(i-1,j))+2*
delta*dif*psi(i,j-1))/(2*((dif+delta)^2));
                                psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
psi_velho(i, j);
                                eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j)
)/psi(i, j));

%lateral nao encosta mas embaixo sim, lado
144 esquerdo
145 elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta)^2 > (3/
delta)^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/
delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2))
                                %condicao que verifica se apenas o ponto
                                %(i-1, j) esta dentro do telhado
                                theta = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta
/3));
                                dif = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta)/delta;
                                b = (dif^2+delta*dif);
                                psi_velho(i, j) = psi(i, j);
                                psi(i, j) = (b*(psi(i,j+1)+psi(i,j-1))+2*
delta*dif*psi(i+1,j))/(2*((dif+delta)^2));
                                psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
psi_velho(i, j);
                                eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j)
)/psi(i, j));

%interior do telhado, pontos abaixo da
156 %superficie
157 elseif((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/
delta)^2)
                                %atualiza erro como nulo pois nao tem fluxo
159 de ar
                                eps(i, j) = 0;

%os pontos abaixo sao todos para o restante da
162 malha em que nao ha condicoes de contorno
                                %portanto, pode-se aplicar as condicoes de
                                %diferencias finitas centrais

```

```

165
166          %restante acima do telhado, entre 3/8 e 5/8 da
167          %malha
168      else
169          psi_velho(i, j) = psi(i, j);
170          psi(i, j) = ( psi(i+1, j) + psi(i-1, j) +
psi(i, j-1)+psi(i, j+1))/4;    %equacao de dif finitas sem condicao de
171          %contorno
172          psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
psi_velho(i, j);
173          eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/
174          psi(i, j));
175      end
176
177      %Restante acima do telhado e acima de 5/8 da malha
178      else
179          psi_velho(i, j) = psi(i, j);
180          psi(i, j) = ( psi(i+1, j) + psi(i-1, j) + psi(i,
j-1)+psi(i, j+1))/4;
181          psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*
psi_velho(i, j);
182          eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/
psi(i, j));
183      end
184
185      %Restante da malha, laterais ao hangar
186      else
187          psi_velho(i, j) = psi(i, j);
188          psi(i, j) = ( psi(i+1, j) + psi(i-1, j) + psi(i, j
-1)+psi(i, j+1))/4;
189          psi(i, j) = lambda*psi(i, j) + (1-lambda)*psi_velho(
i, j);
190          eps(i, j) = abs((psi(i, j) - psi_velho(i, j))/psi(i,
j));
191      end
192  end
193
194  %atualiza o valor maximo do erro epsilon para a matriz de psi
195  eps_maximo = max(eps, [], 'all');
196
197 end

```

Arquivo: *calcula_psi.m*

```
1 function [u, v] = velocidades(psi, delta)
```

```

2 Ni = 24/delta + 1;
3 Nj = 36/delta + 1;
4 u = zeros(Ni, Nj); %matriz de velocidades u em cada ponto
5 v = u; %matriz de velocidades v em cada ponto
6
7 for i = 1:Ni
8     for j = 1:Nj
9
10         %ch o: nao faz nada pois as velocidades sao 0
11         if i == 1
12
13             end
14
15         %pontos extremos
16         if ((j == 1)&&(i == Ni))||(j == Nj && i == Ni)
17             %aplica condicao de contorno de borda (v = 0) e topo
18             %(u=100/3.6)
19             v(i, j) = 0;
20             u(i, j) = 100/3.6;
21         end
22
23         %bordas
24         if((j == 1)&&(i~=1)&&(i~=Ni))||((j == Nj)&&(i~=1)&&(i~=Ni))
25             %aplica condicao de contorno de borda v = 0
26             v(i, j) = 0;
27             %aplica eq de primeira diferenca central
28             u(i, j) = (psi(i+1, j) - psi(i-1, j))/(2*delta);
29         end
30
31         %topo
32         if(i == Ni)&&(j ~= 1)&&(j ~= Nj)
33             %condicao de contorno u = V
34             u(i, j) = 100/3.6;
35             %aplica eq de primeira diferenca central
36             v(i, j) = (psi(i, j - 1) - psi(i, j + 1))/(2*delta);
37         end
38
39         %abaixo temos a mesma ideia: se um dos pontos (lateral ou
40         %inferior) encostarem entao aplica-se a serie de taylor
41         %correspondente de ordem 2 tal como explicitada no
42         %equacionamento analitico. Caso nao encoste entao eh
43         aplicada
44             %a primeira diferenca central
45
46         %hangar e resto da malha
47         if(j > 1 && j < Nj && i > 1 && i < Ni)
              %meio da malha

```

```

48         if(j >= 15/delta+1 && j <= 21/delta+1)
49             %parte quadrada do hangar
50             if(i > 1 && i < 3/delta+1)
51
52                 %telhado redondo
53                 elseif(i <= 6/delta+1 && i >= 3/delta+1)
54
55                     %lado direito imediatamente superior ao telhado,
56                     %ambos encostam
57                     if(((i-3/delta-1)^2+(j-2-18/delta)^2 <= (3/delta
58 )^2)&&((i-3/delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2)&&((i-3/delta
59 -1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
60                         theta_y = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta
61 /3));
62                         dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta_y)/delta
63 ;
64                         theta_x = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
65                         dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta_x)
66 /delta;
67                         u(i,j) = (dif_y^2*psi(i+1,j)+(delta^2-dif_y
68 ^2)*psi(i,j))/(dif_y*(delta^2+dif_y*delta));
69                         v(i,j) = -(dif_x^2*psi(i,j+1)+(delta^2-dif_x
70 ^2)*psi(i,j))/(dif_x*(delta^2+dif_x*delta));
71
72                     %lateral encosta mas embaixo nao, lado direito
73                     elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta-2)^2 <= (3/
74 delta)^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/
75 delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
76                         theta_x = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
77                         dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta_x)
78 /delta;
79                         v(i,j) = -(dif_x^2*psi(i,j+1)+(delta^2-dif_x
80 ^2)*psi(i,j))/(dif_x*(delta^2+dif_x*delta));
81                         u(i,j) = (psi(i+1,j)-psi(i-1,j))/(2*delta);
82
83                     %lateral nao encosta mas embaixo sim, lado
84                     direito
85                     elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta-2)^2 > (3/
86 delta)^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/
87 delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2))
88                         theta_y = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta
89 /3));
90                         dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta_y)/delta
91 ;
92                         v(i,j) = (psi(i,j-1)-psi(i,j+1))/(2*delta);
93                         u(i,j) = (dif_y^2*psi(i+1,j)+(delta^2-dif_y
94 ^2)*psi(i,j))/(dif_y*(delta^2+dif_y*delta));

```

```

78
79          %lado esquierdo, tambem imediatamente superior,
80          %ambos encostam
81          elseif(( $(i-3/\delta-1)^2+(j-18/\delta)^2 \leq (3/\delta)^2 \& \& ((i-3/\delta-1)^2+(j-1-18/\delta)^2 > (3/\delta)^2))$ 
82              theta_y = acos(abs(( $j - (18/\delta+1)$ ))* $\delta/3$ );
83              dif_y =  $i - (3/\delta+1) - 3 * \sin(\theta_y)/\delta$ 
84          ;
85          theta_x = asin(( $i - (3/\delta+1)$ ))* $\delta/3$ ;
86          dif_x = abs(( $j - (18/\delta+1)$ ) -  $3 * \cos(\theta_x)/\delta$ );
87
88          u(i,j) = ( $dif_y^2 * \psi(i+1,j) + (\delta^2 - dif_y^2) * \psi(i,j)$ )/( $(\delta^2 + dif_y * \delta)$ );
89          v(i,j) = ( $dif_x^2 * \psi(i,j-1) + (\delta^2 - dif_x^2) * \psi(i,j)$ )/( $(\delta^2 + dif_x * \delta)$ );
90
91          %lateral encosta mas embaixo nao, lado esquerdo
92          elseif(( $(i-3/\delta-1)^2+(j-18/\delta)^2 \leq (3/\delta)^2 \& \& ((i-3/\delta-2)^2+(j-1-18/\delta)^2 > (3/\delta)^2)$ )
93              theta_x = asin(( $i - (3/\delta+1)$ ))* $\delta/3$ ;
94              dif_x = abs(( $j - (18/\delta+1)$ ) -  $3 * \cos(\theta_x)/\delta$ );
95
96          %lateral nao encosta mas embaixo sim, lado
97          %esquerdo
98          elseif(( $(i-3/\delta-1)^2+(j-18/\delta)^2 > (3/\delta)^2 \& \& ((i-3/\delta-2)^2+(j-1-18/\delta)^2 \leq (3/\delta)^2)$ )
99              theta_y = acos(abs(( $j - (18/\delta+1)$ ))* $\delta/3$ );
100             dif_y =  $i - (3/\delta+1) - 3 * \sin(\theta_y)/\delta$ 
101         ;
102         v(i,j) = ( $\psi(i,j-1) - \psi(i,j+1)$ )/( $2 * \delta$ );
103         u(i,j) = ( $dif_y^2 * \psi(i+1,j) + (\delta^2 - dif_y^2) * \psi(i,j)$ )/( $(\delta^2 + dif_y * \delta)$ );
104
105         %interior do telhado
106         elseif(( $(i-3/\delta-1)^2+(j-1-18/\delta)^2 \leq (3/\delta)^2$ )
107
108             %restante acima do telhado, entre 3/8 e 5/8 da

```

```

107             %malha
108             else
109                 u(i, j) = (psi(i + 1, j) - psi(i - 1, j))/(2*
110                     delta);
111                     v(i, j) = (psi(i, j-1) - psi(i, j+1))/(2*delta);
112                     end
113
114             %Restante acima do telhado e acima de 5/8 da malha
115             else
116                 u(i, j) = (psi(i + 1, j) - psi(i - 1, j))/(2*
117                     delta);
118                     v(i, j) = (psi(i, j-1) - psi(i, j+1))/(2*delta);
119                     end
120
121             %Restante da malha, laterais ao hangar
122             else
123                 u(i, j) = (psi(i +1, j) - psi(i -1, j))/(2*delta);
124                 v(i, j) = (psi(i, j-1) - psi(i, j+1))/(2*delta);
125                 end
126             end
127         end

```

Arquivo: *velocidades.m*

```

1 function [pressao] = calc_pressao(u, v, delta)
2 Ni = 24/delta + 1;           %constantes
3 Nj = 36/delta +1;
4 gamma = 1.4;
5 ro = 1.25;
6 pressao = zeros(Ni, Nj);    %matriz de pressao em cada noh
7
8     for i = 1:Ni
9         for j = 1:Nj
10
11             %calcula pressao no dominio em relacao ao telhado, usando a
12             formula do enunciado
13             pressao(i, j) = (ro/gamma)*(gamma - 1)*(-(u(i,j)^2 + v(i,j)
14             ^2))/2;
15
16         end
17     end
18 
```

Arquivo: *calc_pressao.m*

```

1 function [pressao_telhado_x, pressao_telhado_y] = pressao_telhado(
2     pressao, delta)
3 contador = 0;                                     %contador para a
4     vizinhanca do noh
5 pressao_telhado = zeros(3/delta+1, 6/delta+1);    %matriz de zeros
6         com tamanho igual ao redor do telhado
7 pressao_telhado_x = pressao_telhado;              %matriz para
8     componente horizontal da pressao
9 pressao_telhado_y = pressao_telhado;              %matriz para
10    componente vertical da pressao
11
12 for j = (15/delta+1):(21/delta+1)                %loop que
13     percorre psi(i,j) apenas na parte ao redor do telhado
14         for i = (3/delta+1):(6/delta+1)
15
16             if pressao(i, j) == 0 && (pressao(i+1, j+1)^=0 || pressao(i+1, j
17 -1)^= 0) %se o ponto for imediatamente acima do telhado pois o ponto
18 lateral ou abaixo esta dentro do telhado
19                 for j_local = (j-1):(j+1)                         %cria variaveis
20                     que checam a vizinhanca do no atual
21                         for i_local = i:(i+1)
22
23                             if pressao(i_local, j_local) ~= 0 %se a pressao no
24 noh vizinho for diferente de 0
25                             pressao_telhado(i-3/delta, j-15/delta) = pressao
26 (i_local, j_local) + pressao_telhado(i-3/delta, j-15/delta); %soma as
27 pressoes entre nos vizinhos
28                     contador = contador + 1;                      %atualiza
29                     contador (para realizar a media)
30
31                     if j == 18/delta + 1                         %calcula angulo
32 para dividir a pressao em componentes x e y
33                         theta = -pi/2;
34                     else
35                         theta = atan((i -(6/delta+1))/(j - (18/delta
36 +1)))-pi/2;
37                     end
38                 end
39             end
40         end
41     end
42     pressao_telhado(i-3/delta, j-15/delta) = pressao_telhado(i
43 -3/delta, j-15/delta)/contador;          %calcula media entre somatoria
44 das pressoes da vizinhanca e quantidade de nos da vizinhanca nao
45 nulos
46     pressao_telhado_x(i-3/delta, j-15/delta) = pressao_telhado(i
47 -3/delta, j-15/delta)*cos(theta);      %calcula componente horizontal da
48 pressao

```

```

28         pressao_telhado_y(i-3/delta, j-15/delta) = pressao_telhado(i
-3/delta, j-15/delta)*sin(theta);    %calcula componente vertical da
pressao
29         contador = 0;
30     end
31 end
32
33 pressao_telhado_x(3/delta, 3/delta+1) = 0;           %deixa o noh
immediamente abaixo do topo do telhado com pressoes nulas
34 pressao_telhado_y(3/delta, 3/delta+1) = 0;           %para nao prejudicar
a plotagem da imagem
35 end

```

Arquivo: *pressao_telhado.m*

```

1 function [forca] = calc_forca(delta, pressaoty)
2
3 %area = pi*R*L (m2)
4 area = pi*3*60;
5
6 %forca inicialmente eh nula para ir somando componentes de pressao
7 forca = 0;
8
9 for i = 1:(3/delta+1)
10    for j = 1:(6/delta+1)
11
12        %vai somando cada valor de cada ponto com pressao no telhado
13        forca = pressaoty(i,j) + forca;
14
15    end
16 end
17
18 %multiplica soma das pressoes por area total
19 forca = forca*area;

```

Arquivo: *calc_forca.m*

```

1 function [fluxo] = calcula_fluxo(delta, temp, u, v)
2 Ni = 24/delta + 1;
3 Nj = 36/delta + 1;
4 fluxo = zeros(Ni, Nj);
5 k = 0.026;
6
7 for j = 1:Nj
8     for i = 1:Ni
9         %hangar e resto da malha
10        if(j > 1 && j < Nj && i > 1 && i < Ni)

```

```

11      %meio da malha
12      if(j >= 15/delta+1 && j <= 21/delta+1)
13          %parte quadrada do hangar
14          if(i > 1 && i < 3/delta+1)
15              if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
16                  fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))/delta +
17                  delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))/delta);
18                  end
19
20                  if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
21                      fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))/delta +
22                      (temp(i+1,j)-temp(i,j))/delta);
23                      end
24
25                  if(u(i,j)<0 &&v(i,j)>0)
26                      fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))/delta +
27                      (temp(i,j)-temp(i-1,j))/delta);
28                      end
29
30                  if(u(i,j)>0 &&v(i,j)>0)
31                      fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))/delta +
32                      (temp(i,j)-temp(i-1,j))/delta);
33                      end
34
35          %telhado redondo
36          elseif(i <= 6/delta+1 && i >= 3/delta+1)
37              %lado direito imediatamente superior ao telhado, ptos
38              %ao lado e embaixo tocando 5
39              if(((i-3/delta-1)^2+(j-2-18/delta)^2 <= (3/delta)^2) &&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2) &&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
40                  theta_y = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta/3))
41 ;
42                  dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta_y)/delta;
43                  theta_x = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
44                  dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta_x)/
45 delta;
46                  if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
47                      fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos(theta_x)/delta +
48                      (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta_y)/delta);
49                      end
50
51                  if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
52                      fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos(theta_x)/dif_x +
53                      (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta_y)/delta);
54                      end
55
56                  if(u(i,j)<0 &&v(i,j)>0)

```

```

48             fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
49             (theta_x)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta_y)/dif_y);
50             end
51
52             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)>0)
53                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
54                 (theta_x)/dif_x + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta_y)/dif_y);
55                 end
56
57             %lateral encosta mas embaixo nao, lado direito
58             %6
59             elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta-2)^2 <= (3/delta
60             )^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/delta
61             -2)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
62                 theta = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
63                 dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta)/delta
64                 ;
65                 if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
66                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
67                     (theta)/delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
68                     end
69
70                 if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
71                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
72                     (theta)/dif_x + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
73                     end
74
75                 if(u(i,j)<0 &&v(i,j)>0)
76                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
77                     (theta)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/delta);
78                     end
79             %lateral nao encosta mas embaixo sim, lado
80             %direito 4
81             elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta-2)^2 > (3/delta)
82             )^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/delta-2
83             )^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2))
84                 theta = acos(abs((j - (18/delta + 1))*delta/3));
85                 dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta)/delta;
86                 if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
87                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
88                     (theta)/delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
89                     end

```

```

83
84             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
85                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
86 (theta)/delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
87             end
88
89             if(u(i,j)<0 &&v(i,j)>0)
90                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
91 (theta)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/dif_y);
92             end
93
94             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)>0)
95                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
96 (theta)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/dif_y);
97             end
98
99
100            %lado esquerdo, tambem imediatamente superior, ptos
101            %ao lado e embaixo tocando 2
102            elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta)^2 <= (3/delta)
103 ^2)&&((i-3/delta-2)^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2)&&((i-3/delta
104 -1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
105                theta_y = acos(abs((j - (18/delta +1))*delta/3))
106 ;
107                dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta_y)/delta;
108                theta_x = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
109                dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta_x)/
110 delta;
111
112             if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
113                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
114 (theta_x)/dif_x + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta_y)/delta);
115             end
116
117             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
118                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
119 (theta_x)/dif_x + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta_y)/dif_y);
120             end
121
122             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)>0)
123                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
124 (theta_x)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta_y)/dif_y);
125             end
126
127             %lateral encosta mas embaixo nao, lado esquerdo

```

```

119          %1
120          elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta)^2 <= (3/delta)
121 ^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/delta-2)
122 ^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2))
123              theta = asin((i-(3/delta+1))*delta/3);
124              dif_x = abs(j-(18/delta+1)) - 3*cos(theta)/delta
125 ;
126
127             if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
128                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
129 (theta)/delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
130             end
131
132             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
133                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
134 (theta)/dif_x + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
135             end
136
137             if(u(i,j)<0 &&v(i,j)>0)
138                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
139 (theta)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/delta);
140             end
141
142             if(u(i,j)>0 &&v(i,j)>0)
143                 fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
144 (theta)/dif_x + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/delta);
145             end
146
147
148             %lateral nao encosta mas embaixo sim, lado
149             %esquerdo 3
150             elseif(((i-3/delta-1)^2+(j-18/delta)^2 > (3/delta)
151 ^2)&&((i-3/delta-1)^2+(j-1-18/delta)^2 > (3/delta)^2)&&((i-3/delta-2)
152 ^2+(j-1-18/delta)^2 <= (3/delta)^2))
153                 theta = acos(abs((j - (18/delta + 1))*delta/3));
154                 dif_y = i-(3/delta+1) - 3*sin(theta)/delta;
155                 if(u(i,j)<0 &&v(i,j)<0)
156                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
157 (theta)/delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
158                 end
159
160                 if(u(i,j)>0 &&v(i,j)<0)
161                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
162 (theta)/delta + (temp(i+1,j)-temp(i,j))*sin(theta)/delta);
163                 end
164
165                 if(u(i,j)<0 &&v(i,j)>0)
166                     fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j+1)-temp(i,j))*cos
167 (theta)/dif_y + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/delta);

```

```

154         end
155
156         if(u(i,j)>0 &&v(i,j)>0)
157             fluxo(i,j) = -k*((temp(i,j)-temp(i,j-1))*cos
158 (theta)/delta + (temp(i,j)-temp(i-1,j))*sin(theta)/dif_y);
159             end
160         end
161     end
162 end
163 end
164 end
165 end

```

Arquivo: *calc_fluxo.m*

```

1 function [taxa_calor] = calc_taxa_calor(delta,fluxo)
2 area = pi*3*60; %calcula area do telhado
3 taxa_calor = 0;
4 Ni = 24/delta + 1;
5 Nj = 36/delta + 1;
6
7 for i = 1:Ni
8     for j = 1:Nj
9         taxa_calor = fluxo(i,j)*area + taxa_calor;
10    end
11 end
12 end

```

Arquivo: *calc_taxa_calor.m*