Resolução Exame – 2019/1

Q1

q1	Seja U uma matriz triangular superior e T uma matriz tridiagonal. Considere a matriz M=H*H, onde H=T+U é uma matriz de tamanho 235 por 235 . Quantos elementos iguais a zero possui a matriz M?	27028	1	solução

Para resolver esta questão, somente precisamos montar as matrizes, realizar as operações e contar o número de zeros. Verifique o código **q1.sce** para ver a montagem e contagem dos elementos.

Q2

q2	Utilizando 6 bits e complemento 2 forneça em binário a representação do número inteiro y=-1.	111111	1

1 em binário com 6 bits = 000001

Transformamos em -1 com complemento de 2:

- primeiro invertemos os bits = 111110

- somamos 1 = 111111

R: 111111

Q3

q3	Encontre a reta $y = a + bx$ que melhor se ajusta aos pontos formados pelas coordenadas $x = 1 : 0.1 : 2$ e $y = 9/x$. Forneça como resposta o coeficiente b da reta.	-4.3492177	1

Usamos o código de mínimos quadrados:

```
x= 1:0.1:2
y = [9./x] // divisão elemento a elemento
M=[x.^0 x] //formato a+bx
```

Executamos o código e temos o resultado:

```
Coeficientes:

  12.813774
 -4.3492177
```

Queremos o coeficiente que multiplica X, então pegamos o segundo coeficiente:

R: -4.3492177

Q4

q4	Quantos flops (somente $*, /$) são necessários para calcular no Scilab $x^T Ax + 386x + x^T x$ onde A é uma matriz com tamanho 386 por 386 e x é um vetor com 386 componentes?	150154	1

Aqui consideraremos somente multiplicações e divisões para o cálculo, podemos usar:

Custo das operações:

N = 386

vetor * escalar = N

vetor * vetor = N

vetor * matriz = N^2

Operações da questão:

A*x = N^2, retorna um vetor

xT * (Ax) = N (vetor * vetor)

xT * x = N

386 * x = N

= 386 * 3 + 386^2 = 150154

Q5

q5	Encontre os coeficientes da fórmula para aproximar a derivada $f_x(x_n) = [c_1 f_n + c_2 f(x_n + h/6) + c_3 f_{n+2}]/h$. Forneça como resposta c_1.	-6.5	1

Aqui usaremos o código de cálculo de derivadas de primeira ordem:

Assumiremos h = 1

```
x =[0 1/6 2]    // corresponde a f (n+0),f (h/6) e f (n+2)
xc= 0        // onde eh calculada a derivada. (xn+0.8h) seria 0.8, aqui temos xn+0
```

E agora só resta rodar o código, temos:

```
Coeficientes

 -6.5
  6.5454545
 -0.0454545
```

Queremos c1, então

R = 6.5

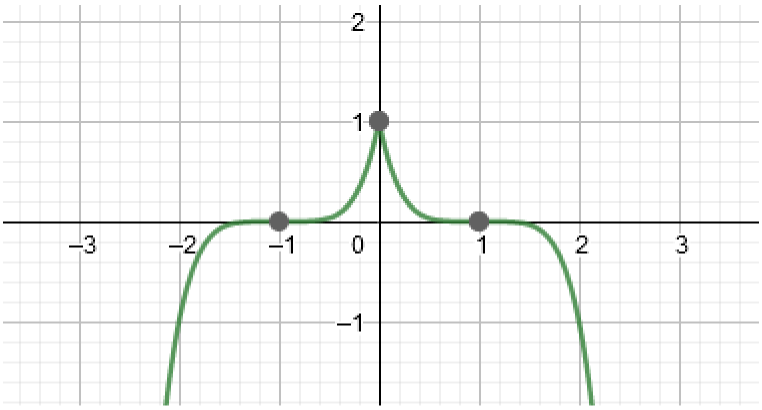
OBS:

Caso o código dê erro, reinicie o Scilab e rode de novo.

Q6

q6	Utilize o método do trapézio com 16 intervalos para aproximar a área abaixo da curva $f(x) = (1 - \|x/1\|)^5$ e acima do eixo x. As raízes de f(x) são fáceis. (Dica: $\|x\| = abs(x)$).	0.3463135	1

Para usar o método do trapézio, é necessário definir o intervalo de integração. Queremos a área abaixo da curva e acima do eixo X. É fácil achar as raízes, mas vamos usar o Geogebra para verificar o intervalo:



Agora que conhecemos o intervalo [-1,1], somente precisamos alterar o código e executá-lo:

```
function y=f(x) // aqui define a função a ser integrada
    y = (1 - abs(x/1))^5
endfunction
```

```
--> trapezio(-1, 1, 16)
 ans  =

   0.3463135
```

Q7

q7	Seja a função $y = x^2 - 2$ calculada para os valores de x no conjunto $[4, 6, 8, 9]$. Calcule $p(6.38)$ onde $p(x)$ é o polinômio que interpola todos os pontos dados.	38.7044	1

Uma questão de interpolação, usaremos o método de Lagrange. Alteramos no código:

```
x = [4 6 8 9] '
y= x^2 - 2

X=6.38
```

Executamos e temos a resposta

R: 38.7044

Q8

q8	Considere as curvas $f(x) = x^3 - 43$ e $g(x) = 3x - x^2$. Forneça a coordenada x onde as duas curvas se encontram com 6 dígitos significativos.	3.4596652	1

Queremos a intersecção dessas duas curvas, isso equivale a

```
 x^3 - 43 - 3*x + x ^2 = 0
```

Então apenas precisamos achar a raiz dessa função. Utilizando o método de Newton:

```
function y=f(x)
    y = x^3 - 43 - 3*x + x ^2 //aqui vai a função do problema
endfunction
```

Executamos o código e chegamos na resposta
R = 3.4596652

Q9

q9	Seja $u' = u - 5*t$ com $u(5) = 3$. Aproxime $u(7)$ usando $h = 0.2$ e o método de Euler.	-127.17688	1

Basta alterar o código do método de Euler para resolver esse problema de valor inicial:

```
function y=f(t, u)
    y = u - 5*t // *
endfunction

u(1) = 3;          // condição inicial * u(x) = << 3 >>
t(1) = 5;          // tempo inicial * u(<<5>>)
T = 7;             // tempo final * aproxime u(<<7>>)
```

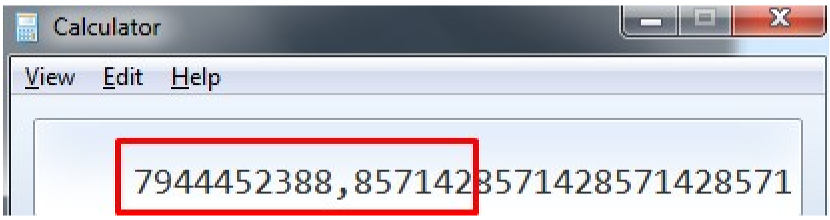
Executamos o código e temos a resposta:

```
--> euler(0.2)

  -127.17688
 ans  =

  -127.17688
```

Q10

q10	Para calcular a expressão X=111222333444/14-7944452388` teremos cancelamento catastrófico. Quantos dígitos de precisão teremos em X em um máquina com 16 dígitos de precisão?	6	1

Primeiro, vamos checar o valor real da divisão `111222333444/14`:



Em uma máquina com 16 dígitos de precisão, somente serão representados corretamente os 16 primeiros dígitos.

X_real = 7944452388,857142857142857142857l – 7944452388 = 0,857142857142857142857l

X_maquina = 7944452388,857142xxxxxxx – 7944452388 = 0,857142xxxxxx

Assim, teremos 6 dígitos de precisão.