

Disciplina: Teoria da Computação N

Código: INF05501

Turma: A

Professor: Rafael Santos Coelho

Entrega: até 29/09/2019

Data de divulgação: 06/09/2019



LISTA DE EXERCÍCIOS EXTRA 1

Questão 1: (2,5 pontos) Prove que a união de uma quantidade infinita porém contável de conjuntos contáveis produz um conjunto que é contável. Mais formalmente, demonstre que se $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 \dots$ são todos conjuntos contáveis, então o conjunto $\cup_{i \in \mathbb{N}} A_i$ é contável.

Questão 2: (2,5 pontos) Vimos em sala a famosa codificação de Gödel para pares de naturais, a saber a codificação $(x, y) \mapsto 2^x 3^y$. Nesta questão, vamos introduzir uma nova codificação de pares de naturais chamada de *codificação por entrelaçamento de dígitos*. Sejam x e y naturais quaisquer. Suponha que $d_k^x d_{k-1}^x \dots d_1^x d_0^x$ e $d_k^y d_{k-1}^y \dots d_1^y d_0^y$ sejam as respectivas representações dos números x e y na base 10, onde d_i^x e d_i^y , para todo $i \in \{0, \dots, k\}$, são os $(i+1)$ -ésimos dígitos decimais de x e de y , respectivamente, da direita para esquerda (completando, se necessário, o menor dos números com 0's à esquerda para igualar as quantidades de dígitos). A codificação por entrelaçamento de dígitos do par (x, y) é definida como descrito abaixo:

$$(x, y) = (d_k^x d_{k-1}^x \dots d_1^x d_0^x, d_k^y d_{k-1}^y \dots d_1^y d_0^y) \mapsto d_k^y d_k^x d_{k-1}^y d_{k-1}^x \dots d_1^y d_1^x d_0^y d_0^x.$$

Seguem alguns exemplos:

- $(8, 19) = (08, 19) \mapsto 1098$
- $(19, 8) = (19, 08) \mapsto 0189 = 189$
- $(25, 13) \mapsto 1235$
- $(0, 0) \mapsto 00 = 0$
- $(99, 9999) = (0099, 9999) \mapsto 90909999$

Implemente para a máquina NORMA uma subrotina com a sintaxe

$C := \text{pair_entrelaça}(A, B)$

que receba de entrada as componentes do par (x, y) , armazenadas respectivamente nos registradores A e B , e “retorne” o valor da codificação por entrelaçamento de dígitos do par (x, y) no registrador C preservando os valores iniciais contidos em A e B . Explique como seu código funciona e indique claramente nele os registradores auxiliares. A implementação deve ser feita em uma das estruturas vistas em aula (monolítica, iterativa ou recursiva; consulte os slides para mais detalhes). Para facilitar, você pode utilizar livremente qualquer uma das subrotinas que foram apresentadas em sala nos slides. Entretanto, quaisquer subrotinas usadas no seu código que não se encontram definidas nos slides deverão ser explicitamente implementadas.

Questão 3: (2,5 pontos) Para cada um dos termos lambda mostrados abaixo, faça o que é pedido nos itens (a)–(e) a seguir:

- $(\lambda x.xy) (x \lambda y.yx) (\lambda yz.zy)$
- $(\lambda z.z (\lambda y.yzx) y) (\lambda xz.(\lambda y.zxy) x)$

- (a) **(0,25 ponto)** Explícite os parênteses e os λ 's ausentes no termo lambda em questão.
- (b) **(0,25 ponto)** Identifique todas as ocorrências livres e todas as ocorrências ligadas das variáveis presentes no termo lambda em questão.
- (c) **(0,5 ponto)** Identifique todos os redexes presentes no termo lambda em questão.
- (d) **(0,75 ponto)** O termo lambda em questão possui forma normal? Se sim, mostre uma sequência de β -reduções do referido termo lambda até sua forma normal e, em cada uma das reduções da referida sequência, explicito o redex que está sendo contraído. Se não, justifique.
- (e) **(0,75 ponto)** Usando exclusivamente a estratégia de avaliação aplicativa, mostre (se possível) uma sequência de três β -reduções partindo do termo lambda em questão e, em cada uma das reduções da referida sequência, explicito o redex que está sendo contraído.

Questão 4: (2,5 pontos) Escreva, **sem usar nenhum combinador de ponto fixo**, um termo lambda chamado **fibonacci** que compute a função $c_n \mapsto c_{F_n}$. Em outras palavras, o termo lambda **fibonacci**, ao ser aplicado a um numeral de Church c_n , retorna o n -ésimo termo F_n da sequência de Fibonacci $0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$. Seguem alguns casos de teste:

- **fibonacci** c_0 retorna c_0
- **fibonacci** c_1 retorna c_1
- **fibonacci** c_7 retorna c_{13}
- **fibonacci** c_5 retorna c_5

Dica: use numerais de Church como “iteradores” e use uma lista (mais precisamente, uma 3-upla) para “armazenar” os resultados intermediários e retornar o resultado desejado.

Avisos importantes

- Esta lista de exercícios **deve** ser feita em grupos de **até** 5 pessoas. Listas feitas por grupos que não se enquadram nessas condições ficarão automaticamente com nota 0. Listas entregues com atraso (não importa quão pequeno seja o atraso ou o motivo do atraso) ficarão automaticamente com nota 0. **Nenhuma** tolerância com plágios: plagiados e plagiadores ficarão automaticamente com nota 0 na lista.
- A lista pode ser resolvida de forma manuscrita ou digital. Soluções manuscritas **deverão** ser entregues pessoalmente a mim (em aula ou na minha sala). Essa é a única forma de entrega aceita para soluções manuscritas.
- Soluções digitais (preferencialmente feitas em LaTeX) **devem** ser incluídas **em um só arquivo .pdf** (tanto faz o nome do arquivo). Esse arquivo **.pdf** deve ser submetido na página da disciplina no Moodle (sem compactar, apenas o arquivo **.pdf** sozinho). Essa é a única forma de submissão aceita para soluções digitadas. Soluções digitadas entregues via e-mail (ou via qualquer outro modo) não serão corrigidas e ficarão automaticamente com nota 0. Se seu arquivo **.pdf** estiver corrompido e não for possível visualizá-lo ou se você tiver enviado sua solução em um arquivo com outra extensão que não seja **.pdf**, sua lista ficará automaticamente com nota 0. Apenas um membro de cada grupo deve fazer a submissão em nome de todo o grupo no Moodle. Caso haja múltiplas submissões da lista no Moodle para um mesmo grupo, o professor vai escolher uma dessas submissões e corrigir apenas a submissão escolhida. Não serão aceitas soluções manuscritas digitalizadas (por scanner ou fotografias com celular) e submetidas no Moodle.
- Não se esqueça de incluir os nomes completos e os números de cartão de todos os integrantes do grupo na sua solução (seja ela digitada ou manuscrita). Sejam caprichosos! Listas mal feitas, com respostas confusas, lacônicas ou mal digitadas (com notação matemática desleixada) poderão ser penalizadas.