Otimização combinatória – Formulação linear

Questão 1 (Formulação Matemática)

A Manufatura Peça Mil produz um pequeno componente para um produto industrial e o distribui a cinco atacadistas a um preço fixo *de entrega* de R$ 2.50 por unidade. Previsões de vendas indicam que as entregas mensais serão 2700 unidades ao Atacadista 1; 2700 unidades ao Atacadista 2; 9000 unidades ao Atacadista 3; 4500 unidades ao Atacadista 4; e 3600 unidades ao Atacadista 5.

As capacidades de produção mensal são 4500 na Fábrica 1; 9000 na Fábrica 2; e 11250 na Fábrica 3. Os custos diretos de produzir cada unidade são R$ $2,00$ na Fábrica 1; R$ $1,00$ na Fábrica 2e R$ $1,80$ na Fábrica 3.

Os custos de transporte de embarcar uma unidade de uma fábrica a um atacadista são dados abaixo.

(Em R$)	Atacadista				
	1	2	3	4	5
Fábrica 1	0,05	0,07	0,11	0,15	0,16
Fábrica 2	0,08	0,06	0,10	0,12	0,15
Fábrica 3	0,10	0,09	0,09	0,10	0,16

Formula um modelo de programação linear para indicar as quantidades ótimas de produção em cada fábrica e para mostrar quantos componentes cada fábrica fornece a cada atacadista.

Questão 2 (Formulação Matemática)

O gerente industrial, Rolando Kent, de Companhia Siderúrigica Jericó deve decidir quantos quilos de aço puro x_1 e quantos quilos de sucata x_2 usar para fabricar uma peça fundida de liga para um de seus clientes. Suponha que o custo por quilo de aço puro seja 3 e o custo por quilo de sucata de metal seja 6 (que é maior porque as impurezas devem ser retiradas). O pedido do freguês é expresso como uma necessidade de pelo menos cinco quilos, mas o freguês está disposto a aceitar uma quantidade maior se Jericó exigir um lote de produção maior.

Suponha que o fornecimento de aço puro seja limitado a quatro quilos e o de sucata de metal a sete quilos. A relação de sucata para aço puro não pode exceder 7/8. As instalações industriais têm disponíveis 18 horas de tempo de fundição e moldagem; um quilo de aço puro requer três horas, enquanto um quilo de apara requer somente duas horas de processamento industrial. Expresse todo o problema como um modelo de programação linear.

Questão 3 (Formulação Matemática)

Um amigo quer misturar o drinque ideal. Ele tem n ingredientes e sabe a acidez $a_i \in [0,1]$, a doçura $d_i \in [0,1]$ e o teor de álcool $p_i \in [0,1]$ de cada ingrediente $i \in [n]$. O drinque ideal tem que ter uma acidez entre 0.2 e 0.3, uma doçura entre 0.3 e 0.4 e um teor de álcool entre 0.03 e 0.04. Além disso ele tem uma lista de ingredientes preferidos

$P \subseteq [n]$ e quer que na mistura final a quantidade total de ingredientes preferidos seja pelo menos duas vezes maior que a quantidade total dos demais ingredientes. Cada ingrediente $i \in [n]$ tem um custo de r_i reais por litro. Formula um programa linear que determina o menor custo para produzir um litro do drinque ideal.

Questão 4 (Formulação Matemática)

Estamos procurando uma planejamento ótimo para construir uma casa. A tabela abaixo mostra as etapas da construção, com as durações em semanas. Algumas etapas podem ser executadas em paralelo, enquanto outras etapas podem começar somente depois do término de etapas anteriores (coluna “pré-requisitos”). O objetivo é determinar os tempos de início de cada etapa, tal que o tempo total de construção (i.e. o tempo de término da última etapa 9) é minimizado. Formula este problema como programa linear nos tempos de início t_j, das etapas $j \in \{0, \dots, 9\}$.

Etapa	Duração	Pré-requisitos
0. Assinatura do contrato	0	-
1. Fundamento e paredes	2	0
2. Teto	1	1
3. Revestimentos	3	1
4. Janelas e portas	2.5	3
5. Instalações gerais	1.5	3
6. Instalações elétricas	2	2, 4
7. Interior	4	5, 6
8. Pintura externa	3	2, 4
9. Entrega das chaves	0	7, 8

Questão 5 (Formulação Matemática)

O Departamento de Polícia de Cidade Limpa tem as seguintes necessidades mínimas *diárias* de policiais:

Horário	Período	Número min.
2–6	1	22
6–10	2	55
10–14	3	88
14–18	4	110
18–22	5	44
22–2	6	33

onde “Número min.” é o número mínimo necessário de policiais durante o período. Nota: Considerar o Período 1 como seguindo imediatamente ao Período 6.

Cada pessoa trabalha oito horas consecutivas. Faça x_t denotar o número de pessoas que começam a trabalhar no Período t todo dia. O Departamento de Polícia contratou os serviços de consultoria de um perito europeu, Decius Sarraf, para obter um horário diária que empregue o menor número de policiais, desde que sejam atendidas cada uma das necessidades acima.

Formula um modelo de programação linear para achar um horário ótimo.