Construction de courbes numériques POD

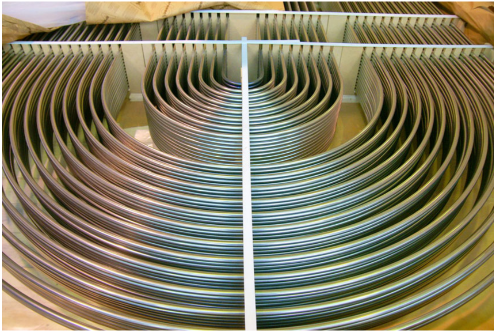
Application en qualification de procédés CND

Anne Dutfoy & Loïc Le Gratiet & Bertrand Iooss

Journées Utilisateurs OpenTurns
12 juin 2015

Le contrôle non destructif dans les GV

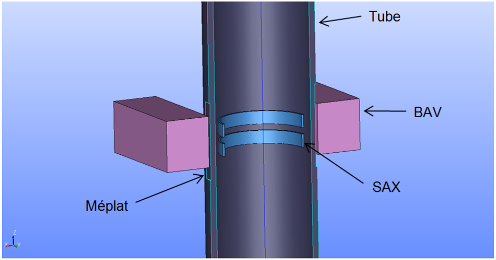
- Contrôle des usures sous barres antivibratoires (BAV) des générateurs de vapeur (GV).
- Type de contrôle : courants de Foucault.



- Objectif : estimer la probabilité de détection d'un méplat en fonction de sa profondeur (projets APEX4/MOVIE).

Courbe de probabilité de détection de défaut (POD)

- Construction de courbes **numériques** POD



Paramètres :

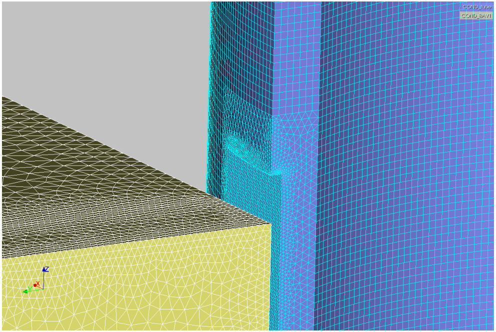
- E – épaisseur du tube,
- h_1 – hauteur du méplat 1,
- h_2 – hauteur du méplat 2,
- $ebav_1$ – écart BAV - méplat 1,
- $ebav_2$ – écart BAV - méplat 2.

Paramètre d'intérêt a :

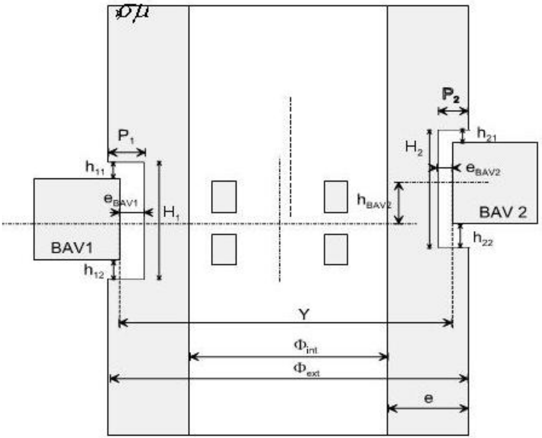
- $a = \max(P_1, P_2)$ – max. profondeur méplats 1 & 2.

Code Carmel_3D

- Utilisation du code éléments finis Code_Carmel3D (100 simulations).
- Maillage éléments finis :

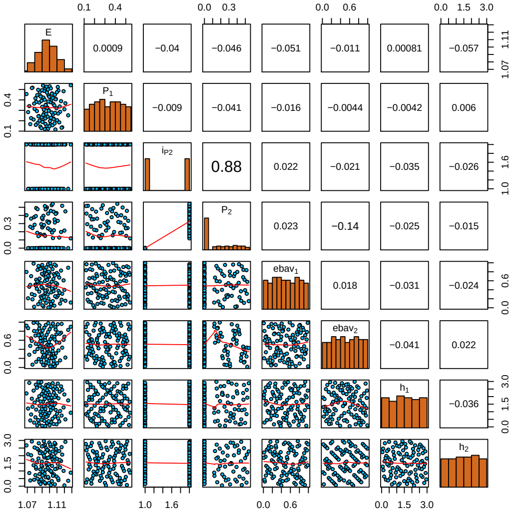


Lois des paramètres influents

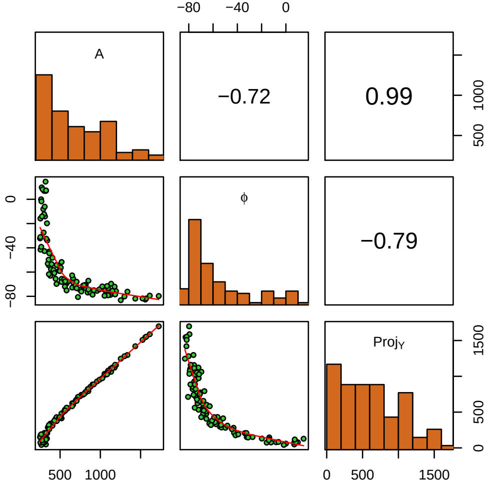


- $E \sim \mathcal{N}(1.097, 0.01305)$ – épaisseur du tube (mm),
- $h_1 \sim \mathcal{U}[0.03, 3]$ – hauteur du méplat 1 (mm),
- $h_2 \sim \mathcal{U}[0.03, 3]$ – hauteur du méplat 2 (mm),
- $ebav_1 \sim \mathcal{U}[0, 1]$ – écart BAV - méplat 1 (mm),
- $ebav_2 \sim \mathcal{U}[0, 1]$ – écart BAV - méplat 2 (mm),
- $P_1 \sim \mathcal{U}[0.109, 0.545]$ – profondeur méplat 1 (mm),
- $P_2 \sim \mathcal{U}[0.109, 0.545]$ – profondeur méplat 2 (mm).

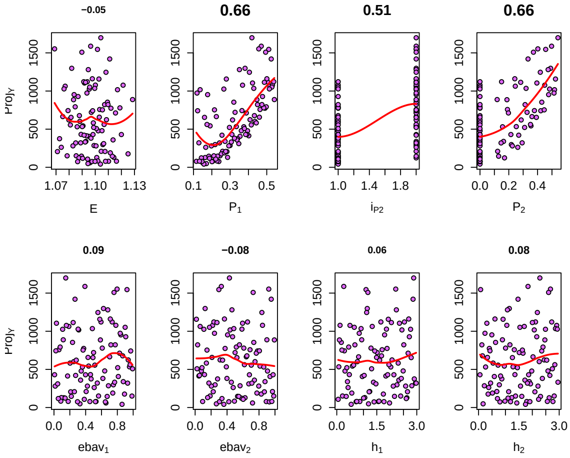
Plan d'expériences : suite de Sobol à 100 points



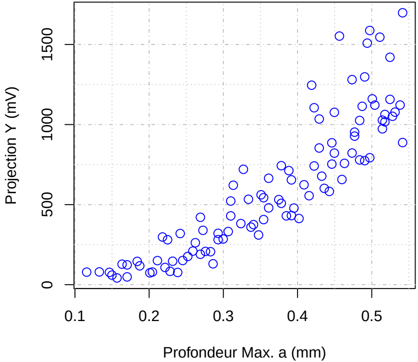
Réponses du code



Réponse d'intérêt



- **Objectif :** estimer la probabilité de détection d'un défaut en fonction de la profondeur maximale de méplat $a = \max(P_1, P_2)$.
- **Critère de détection :** un défaut est détecté lorsque la réponse Proj_Y dépasse le seuil de $200mV$.

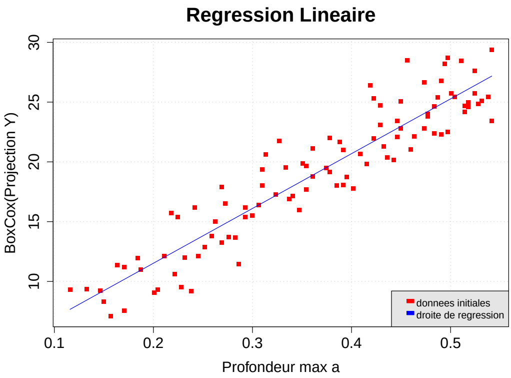


- L'approche de Berens suppose une relation linéaire entre Proj_Y et a.
- Pour satisfaire la linéarité on utilise une transformation de Box-Cox :

$$y_{\mathrm{Proj}_Y} = \begin{cases} \left({\mathrm{Proj}_Y}^{\lambda} - 1\right)/\lambda & \lambda \neq 0 \\ \log\left(\mathrm{Proj}_Y\right) & \lambda = 0 \end{cases}$$

où λ est estimé par maximum de vraisemblance (ici $\hat{\lambda} = 0.30$).

- Données après transformation de Box-Cox :



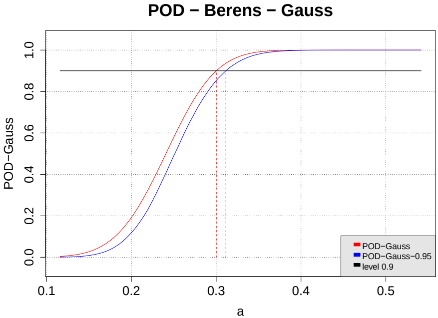
Modèle de Berens

- Le modèle de Berens suppose la relation linéaire suivante :

$$y_{\mathrm{Proj}_Y} = \beta_0 + \beta_1 a + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon)$$

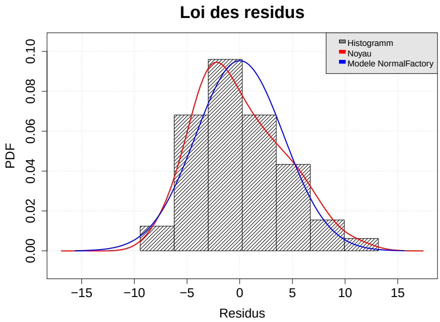
- La courbe POD est alors donnée par :

$$\mathrm{POD}(a) = \mathbb{P}\left(y_{\mathrm{Proj}_Y} > S\right) = \Phi\left(\frac{\beta_0 + \beta_1 a - S}{\sigma_\varepsilon}\right)$$



- Intervalle de confiance obtenu par méthode **Monte-Carlo**.

Analyse des résidus



- Résultat : les résidus s'éloignent de l'hypothèse gaussienne.

Berens sans l'hypothèse gaussienne

- Nouvelle modélisation : On garde les hypothèses suivantes :
  - linéarité,
  - résidus indépendants et identiquement distribués.
- En revanche **on ne considère plus l'hypothèse gaussienne**.
- Solutions :
  - **modèle binomial**,
  - **reconstruction de densité** (histogramme, méthode à noyaux).

Le modèle Binomial

- Soit $(\varepsilon_i)_{i=1,\dots,n}$ les **résidus du modèle linéaire**. Le modèle binomial consiste à **compter le nombre de résidus** pour lesquels le seuil de détection est dépassé :

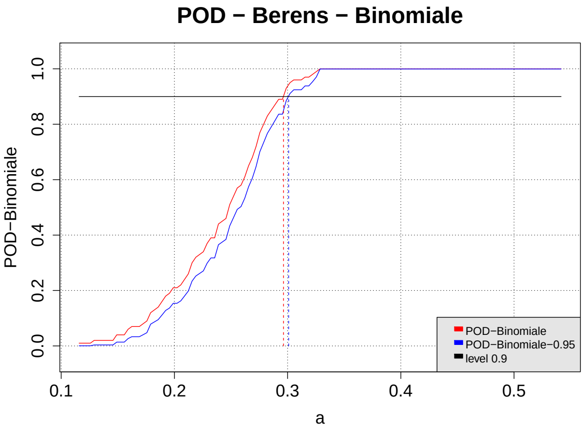
$$N(a) = \#\{\varepsilon_i \ \text{tels que}\ \beta_0 + \beta_1 a + \varepsilon_i > S\}$$

- On a alors l'estimation suivante de la POD :

$$\mathrm{POD}(a) \approx \frac{N(a)}{n}$$

- Intervalle de confiance : $N(a)$ suit une loi binomiale de paramètres $(n, \mathrm{POD}(a))$. On peut en déduire des **intervalles de confiances analytiques** (merci Anne).

Courbe POD avec le modèle Binomial



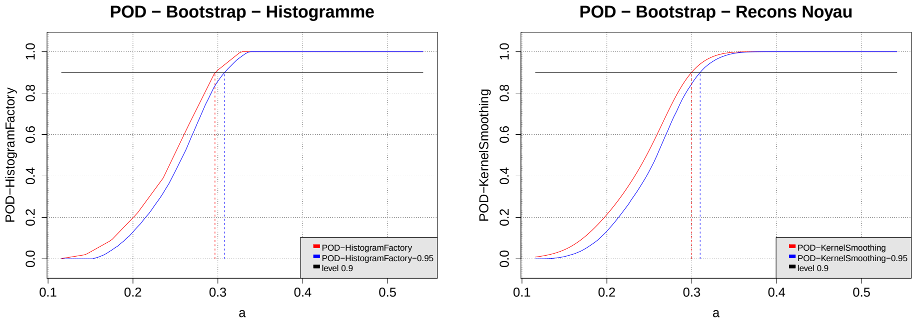
Reconstruction de densité

- **Principe :** on utilise une **estimation $\hat{f}$ non paramétrique de la densité** de ε. A partir de $\hat{f}$ on en déduit la **fonction de répartition empirique $\hat{F}$** et on estime la POD avec :

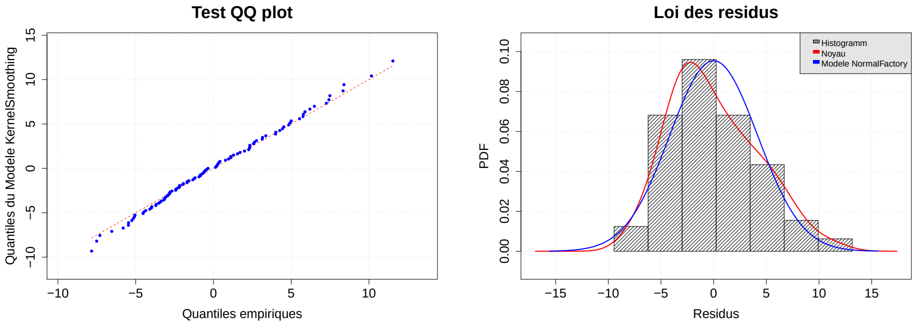
$$\mathrm{POD}(a) = \hat{F}\left(\beta_0 + \beta_1 a - S\right)$$

- **Intervalle de confiance :** par méthode **Bootstrap** (échantillonage avec remise).

POD avec reconstruction de densité

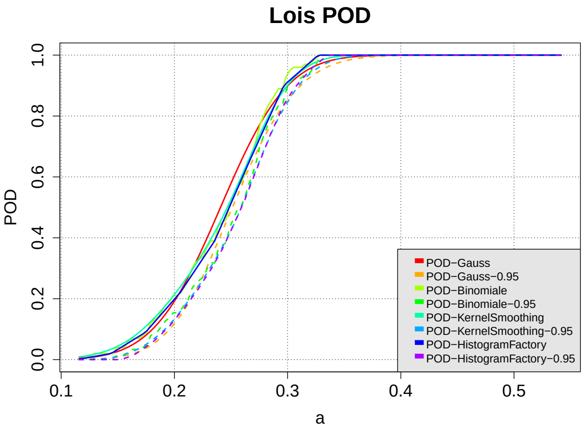


Analyse des résidus pour la reconstruction à noyaux



- Résultat : on est meilleur qu'avec l'hypothèse gaussienne.

Résumé


Lois POD
POD
a
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
POD−Gauss
POD−Gauss−0.95
POD−Binomiale
POD−Binomiale−0.95
POD−KernelSmoothing
POD−KernelSmoothing−0.95
POD−HistogramFactory
POD−HistogramFactory−0.95

Conclusions et perspectives

- L'approche de **Berens + Box-Cox** a pu être implémentée dans OpenTurns et **généralisée** au cas non gaussien.
- Outils OpenTurns utilisés :
  - Planification d'expériences (suite de Sobol),
  - transformation de Box-Cox,
  - régression linéaire,
  - statistique Descriptive,
  - tests d'hypothèses,
  - estimation non paramétrique de densité,
  - exploitation de distributions empiriques,
  - méthode Monte-Carlo,
  - méthode Bootstrap.
- Perspectives : implémentation du modèle de krigeage pour lever l'hypothèse linéaire.
- Exploitation du krigeage : construction d'intervalles de confiance, analyse de sensibilité, planification d'expériences séquentielle,. . .
- Chaine logiciel OpenTurns / Carmel_3D / OpenTurns.