

$$6.6 \quad f_m = f_{m-1} + f_{m-2} \text{ dla } m \geq 2 \quad f_0 = f_1 = 1$$

$$f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_n = f_{n+2} - 1$$

I Sprawdzamy dla $n_0 = 0$

$$L = f_0 = 1$$

$$P = f_2 - 1 = f_1 + f_0 - 1 = 1 + 1 - 1 = 1$$

$L = P$ prawdziwa

II Sprawdzamy, że dla $k \geq 0$ prawdziwa jest $f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_k = f_{k+2} - 1$

III Sprawdzamy dla $k+1$

$$L = f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_k + f_{k+1} \stackrel{\text{z założenia}}{=} f_{k+2} + f_{k+1} - 1$$

$$= f_{k+3} - 1 = P$$

$L = P$ prawdziwa

Zatem twierdzenie jest prawdziwe dla naturalnego $n \geq 0$.

C.N.W.

Proca domowa

$$6. c \quad f_m = f_{m-1} + f_{m-2} \text{ dla } m \geq 2 \quad f_0 = f_1 = 1$$

$$f_0^2 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_m^2 = f_m \cdot f_{m+1}$$

i. Sprawdzamy dla $m=0$

$$L = f_0^2 = 1^2 = 1$$

$$P = f_0 \cdot f_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

$L = P$ prawdziwa

ii. Zakładamy, że dla $k \geq 0$ prawdziwa jest $f_0^2 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_k^2 = f_k \cdot f_{k+1}$

iii. Sprawdzamy dla $k+1$

$$\begin{aligned} L &= f_0^2 + f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_k^2 + f_{k+1}^2 \stackrel{\text{z założenia}}{=} f_k \cdot f_{k+1} + f_{k+1}^2 = \\ &= f_{k+1} (f_k + f_{k+1}) = f_{k+1} \cdot f_{k+2} = P \end{aligned}$$

$L = P$ prawdziwa

Zatem twierdzenie jest prawdziwe dla naturalnego $m \geq 0$.

C.N.K.