Metoda tablic analitycznych

$$p \wedge q \to q \wedge p$$

1. $\neg[p \wedge q \to q \wedge p]$
2. $p \wedge q$ z 1
3. $\neg(q \wedge p)$ z 1
4. p z 2
5. q z 2
6. ┐q | 6’ ┐p z 3

   \+ +

Otrzymaliśmy drzewo zamknięte. Jest to tautologia rachunku zdań.

$$(p \to q) \to (p \wedge r \to q \wedge r)$$

1. $\neg[(p \to q) \to (p \wedge r \to q \wedge r)]$
2. $p \to q$ z 1
3. $\neg(p \wedge r \to q \wedge r)$ z 1
4. $p \wedge r$ z 3
5. $\neg(q \wedge r)$ z 3
6. p z 4
7. r z 4
8. $\neg p$ |8’ q z 2
9. ┐q |9’ ┐r | 9. ┐q |9’ ┐r z 5

   \+ + + +

Otrzymaliśmy drzewo zamknięte. Jest to tautologia.

$$(p \leftrightarrow q) \to p \wedge q$$

1. $\neg[(p \leftrightarrow q) \to p \wedge q]$
2. $(p \leftrightarrow q)$ z 1
3. $\neg(p \wedge q)$ z 1
4. ┐p | 4’ ┐q z 3
5. p |5’ ┐p |5. p |5’ ┐p z 2
6. q |6’ ┐q |6. q |6’ ┐q z 2

   \+ - + -

Otrzymaliśmy drzewo otwarte. Nie jest to tautologia.

Zad. Sprawdź metodą tablic analitycznych, czy formuła jest tautologią.

1. $p \vee q \rightarrow p \wedge q$
2. $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg p \vee q$
3. $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
4. $(\neg p \vee q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$
5. $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

$$\forall_x (P(X) \rightarrow Q(X)) \rightarrow (\forall_x P(X) \rightarrow \forall_x Q(X))$$

1. $\neg \left[\forall_x \big(P(X) \rightarrow Q(X)\big) \rightarrow \big(\forall_x P(X) \rightarrow \forall_x Q(X)\big)\right]$
2. . $\forall_x (P(X) \rightarrow Q(X))$ z 1
3. $\neg (\forall_x P(X) \rightarrow \forall_x Q(X))$ z 1
4. $\forall_x P(X)$ z 3
5. $\neg \forall_x Q(X)$ z 3
6. $\neg Q(a)$ z 5
7. $P(a) \rightarrow Q(a)$ z 2
8. $P(a)$ z 4
9. $\neg P(a)$ | 9' Q(a) z 7

   \+ +

Otrzymaliśmy drzewo zamknięte. Jest to tautologia.

$$\exists_x \forall_y P(X, Y) \rightarrow \forall_y \exists_x P(X, Y)$$

1. $\neg [\exists_x \forall_y P(X, Y) \rightarrow \forall_y \exists_x P(X, Y)]$
2. $\exists_x \forall_y P(X, Y)$ z 1
3. $\neg \forall_y \exists_x P(X, Y)$ z 1
4. $\forall_y P(a, Y)$ z 2
5. $\neg \exists_x P(X, b)$ z 3
6. P(a,b) z 4
7. ¬P(a,b) z 5

   \+

Otrzymaliśmy drzewo zamknięte. Jest to tautologia.

Zad. Sprawdź metodą tablic analitycznych, czy formuła jest tautologią.

1. $\forall_x (P(X) \wedge Q(X)) \rightarrow (\forall_x P(X) \wedge \forall_x Q(X))$

2. $\exists_x \exists_y P(X, Y) \rightarrow \exists_y \exists_x P(X, Y)$

3. $\neg\forall_x P(X) \rightarrow \exists_x \neg P(X)$

4. $\exists_x (P(X) \vee Q(X)) \rightarrow (\exists_x P(X) \vee \exists_x Q(X))$