**Zadanie. Znaleźć APN i KPN dla następujących formuł:**

1. (𝑝 → 𝑞) ∧ ¬𝑞 → ¬𝑝

2. (𝑝 ↔ 𝑞) → (𝑝 → 𝑞)

3. ¬(𝑝 → 𝑞) → 𝑝 ∨ 𝑞

4.

5.

6. (𝑝 ↔ 𝑞) → (𝑝 ^ 𝑞)

**Ad. 1:**

(𝑝 → 𝑞) ∧ ¬𝑞 → ¬𝑝

¬((𝑝 → 𝑞) ∧ ¬𝑞) ∨ ¬𝑝

¬(¬𝑝 ∨ 𝑞) ∨ ¬¬𝑞 ∨ ¬𝑝

(¬¬𝑝 ∧ ¬𝑞) ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝

(𝑝 ∧ ¬𝑞) ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝 𝐀𝐏𝐍

((𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑞)) ∨ ¬𝑝

(𝑝 ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝) 𝐊**PN**

**Ad. 2:**

(𝑝 ↔ 𝑞) → (𝑝 → 𝑞)

((𝑝 → 𝑞) ∧ (𝑞 → 𝑝)) → (¬𝑝 ∨ 𝑞)

((¬𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑝)) → (¬𝑝 ∨ 𝑞)

¬((¬𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑝)) ∨ (¬𝑝 ∨ 𝑞)

¬(¬𝑝 ∨ 𝑞) ∨ ¬(¬𝑞 ∨ 𝑝) ∨ (¬𝑝 ∨ 𝑞)

(¬¬𝑝 ∧ ¬𝑞) ∨ (¬¬𝑞 ∧ ¬𝑝) ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞

(𝑝 ∧ ¬𝑞) ∨ (𝑞 ∧ ¬𝑝) ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞 𝐀𝐏𝐍

((𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑞) ∧ (𝑝 ∨ ¬𝑝) ∧ (¬𝑞 ∨ ¬𝑝)) ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞

((𝑝 ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝) ∧ (𝑝 ∨ ¬𝑝 ∨ ¬𝑝) ∧ (¬𝑞 ∨ ¬𝑝 ∨ ¬𝑝)) ∨ 𝑞

(𝑝 ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (¬𝑞 ∨ 𝑞 ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (𝑝 ∨ ¬𝑝 ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞) ∧ (¬𝑞 ∨ ¬𝑝 ∨ ¬𝑝 ∨ 𝑞) 𝐊𝐏𝐍

¬(𝑝 → 𝑞) → 𝑝 ∨ 𝑞

¬(¬𝑝 ∨ 𝑞) → 𝑝 ∨ 𝑞

(¬¬𝑝 ∧ ¬𝑞) → 𝑝 ∨ 𝑞

¬(𝑝 ∧ ¬𝑞) ∨ (𝑝 ∨ 𝑞)

(¬𝑝 ∨ ¬𝑞) ∨ (𝑝 ∨ 𝑞)

¬𝑝 ∨ ¬𝑞 ∨ 𝑝 ∨ 𝑞 𝐀𝐏𝐍

(¬𝑝 ∨ ¬𝑞 ∨ 𝑝 ∨ 𝑞) 𝐊𝐏𝐍

Zad. Przy pomocy siatki Karnaugh’a wyznaczyć minimalną APN dla danej formuły.