Cálculo numérico - CO3211 - Laboratorio 9

Considere la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x\ \sin(x)}{x^2 + 1}$$

en el intervalo $[-4\pi, 4\pi]$. Aproxime esta función como se le indica a continuación:

1. Obtenga el polinomio de interpolación en la forma de Newton en diferencias divididas tomando 30 puntos equidistantes en el intervalo $[-4\pi, 4\pi]$ y la correspondiente evaluación de la función f en tales puntos. Repita el procedimiento para 50 puntos. Usar polinomios de grado 7 y 13.

2. Obtenga el polinomio de interpolación de Hermite tomando 15 puntos equidistantes en $[-4\pi, 4\pi]$, y la evaluación de las funciones f y f' en dichos puntos. Repita la pregunta con 25 puntos. Usar polinomios de grado 7 y 13.

3. Repita lo anterior seleccionando los nodos de interpolación de Chebyshev.

4. Obtenga los polinomios de interpolación a trozos tipo spline cúbico con condición de frontera libre, tomando 15 puntos equidistantes en el intervalo $[-10, 10]$, agregando los puntos -4π y 4π, y la evaluación de la función f en tales puntos.

5. Grafique en un mismo lienzo a la función $f(x)$, los distintos polinomios de interpolación y los nodos tomados.

6. Tomando 100 puntos igualmente espaciados en el intervalo $[-4\pi, 4\pi]$ calcular el error como la suma de las diferencias al cuadrado entre la función f y las evaluaciones con los polinomios construidos en cada caso. Presentar los resultados en un tabla.

7. Compare las distintas estrategias de interpolación. Indique si mejoran las distintas aproximaciones tomando más nodos. Indique si hay diferencias en precisión con nodos equidistantes y no equidistantes (nodos de Chebyshev). Indique si considerar información de las derivadas de f en la interpolación mejora la aproximación. ¿Cómo compara las aproximaciones de f obtenidas por los polinomios de Newton y Hermite con la obtenida por spline cúbico?

Obervación. Escribir todos los códigos necesarios para resolver el problema. Las funciones deben estar debidamente documentadas. Debe darle soporte a sus argumentos con lo visto en teoría y los resultados numéricos.