Modelos Inflacionarios y Observaciones

José Ricardo Torres Heredia

Universidad de las Américas Puebla

Seminario “String Pheno and BSM”, Marzo 2023

Contenidos

1. Cosmología Estándar
   - Dinámica del Universo
   - Radiación de Fondo de Microondas (CMB)
2. Cosmología Inflacionaria
   - Inflación Cósmica
3. Modelos de Inflación

Cosmología Estándar

El **principio cosmológico** asume un universo homogéneo e isotrópico que caracterizamos con

$$\mathrm{d}s^2 = -(\mathrm{d}t)^2 + a^2(t)\left[\frac{(\mathrm{d}r)^2}{1-kr^2} + r^2(\mathrm{d}\theta)^2 + r^2\sin^2(\theta)(\mathrm{d}\phi)^2\right],$$

tal que $a(t_0) = 1$, k es un parámetro de curvatura y tomamos la convención $(-+++)$.

Resolviendo las equaciones de Einstein considerando al universo un fluído perfecto con ecuación de estado

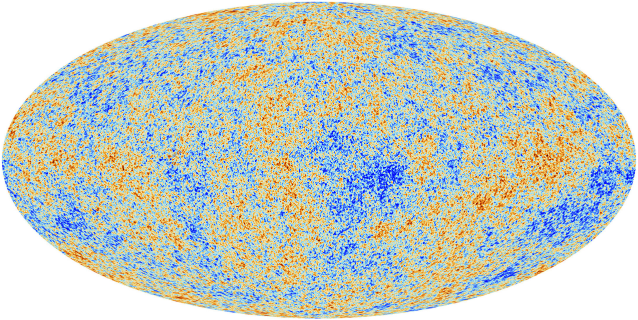
$$P = w\rho,$$

se obtienen las ecuaciones de Friedmann

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad \text{y} \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\big(\rho + 3P\big) + \frac{\Lambda}{3}.$$

Radiación de Fondo de Microondas (CMB)

Después del BB, el universo se enfrió, se hizo transparente y produjo lo que ahora es el CMB, un espectro de cuerpo negro a temperatura uniforme $T_{\mathrm{CMB}} = 2.7255 \pm 0.0006$ K.



Desde el espectro de potencias de las anisotropías surge el **índice espectral** n_s y el cociente **tensor-a-escalar** r.

Inflación Cósmica

Para arreglar el Big Bang, requerimos una expansión exponencial tal que $\ddot{a} > 0$. Logramos esto con un campo escalar homogéneo descrito por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^{\mu}\partial_{\mu}\phi - V(\phi),$$

que lleva a la ecuación de movimiento

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0.$$

Con los componentes del tensor de energía-momento escribimos la ecuación de estado de la forma

$$w_{\phi} = \frac{T_{ij}}{T_{00}} = \frac{P_{\phi}}{\rho_{\phi}} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)},$$

tal que en el límite $V(\phi) \gg \dot{\phi}^2$, devuelve la condición de de Sitter $w \approx -1$, la cuál implica que $\rho_{\phi} \approx -P_{\phi}$.

Inflación Cósmica

Tomando también el límite $|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|$ para un universo plano ($k = 0$), la eq. de aceleración puede expresarse como

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho(1+3w) + \frac{\Lambda}{3}.$$

Esto significa que la condición de inflación ($\ddot{a} > 0$) requiere una presión negativa tal que $w < -1/3$.

Integrando la relación $\dot{a} = aH$ obtenemos

$$a(t) \propto e^{Ht}.$$

La expansión del factor de escala es exponencial. Tenemos $a(t_{\text{fin}}) = e^{N} a(t_{\text{ini}})$ para un número de e-folds

$$N = -\int_{t_{\text{ini}}}^{t_{\text{fin}}} H dt = \int_{\phi_{\text{fin}}}^{\phi_{\text{ini}}} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi.$$

UDLAP®

Parametros de *slow-roll*

Definimos los **parametros de slow-roll** como

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)}\right)^2, \qquad \eta = \frac{V''(\phi)}{V(\phi)} \qquad \text{y} \qquad \xi = \frac{V'(\phi)V'''(\phi)}{V(\phi)^2},$$

tal que la inflación se da mientras $\varepsilon < 1$ y termina si $\varepsilon(\phi_{\text{fin}}) = 1$.

También se sabe que

$$n_s = 1 + 2\eta - 6\varepsilon, \qquad n_s' = -16\varepsilon\eta + 24\varepsilon^2 + 2\xi \qquad \text{y} \qquad r = 16\varepsilon.$$

Se encontró en [1807.06211] y [2110.00483] que

$$n_s = 0.9665 \pm 0.0038,$$

$$n_s' = -0.0045 \pm 0.067,$$

$$r_{0.05} = 0.014^{+0.010}_{-0.011} (r_{0.05} < 0.036 \text{ a } 95\,\% \text{ CL}).$$

UDLAP

Evaluando predicciones: n_s y r

▲ Definir valores de los parámetros

- △ Calcular expresiones de ε, η y ξ
- △ Encontrar raíces ϕ_{fin} de $F(\phi) = \varepsilon(\phi) - 1 = 0$
- △ Calcular valores de ϕ_{ini} usando $\int_{\phi_{\text{fin}}}^{\phi_{\text{ini}}} V/dV$ para cada valor de $N \in [50, 60]$
- △ Definir parámetros $n_s(\phi)$, $r(\phi)$, $n_s'(\phi)$
- △ Guardar valores de $n_s(\phi_{\text{ini}})$, $r(\phi_{\text{ini}})$, $n_s'(\phi_{\text{ini}})$ en arreglos
- △ Con los elementos de cada arreglo, definir

$$\chi^2 = \frac{(n_{s_o} - n_{s_e})^2}{\sigma_{n_s}^2} + \frac{(r_o - r_e)^2}{\sigma_r^2} + \frac{(n'_{s_o} - n'_{s_e})^2}{\sigma_{n_{s'}}^2}$$

- △ Variar parámetros minimizando χ^2

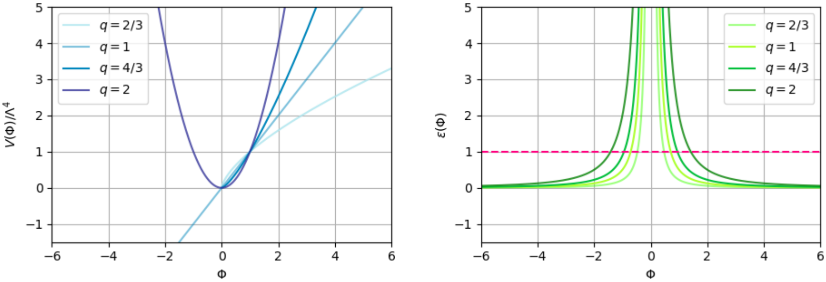
▲ Graficar en el plano $n_s - r$ los arreglos de n_s, r correspondientes a los mejores parámetros

Inflación Caótica

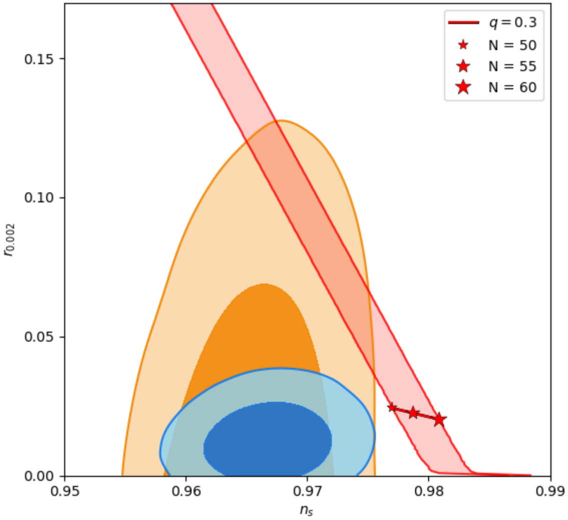
De las condiciones iniciales caóticas del universo tenemos

$$V(\phi) = V_0(\phi)^p,$$

para alguna potencia p.



Inflación Caótica

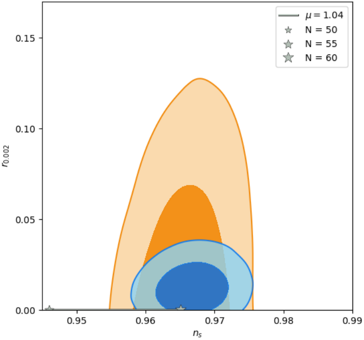


Inflación tipo Hilltop

En el potencial *hilltop*, el campo empieza rodando desde la punta de la colina del potencial tal que $\phi \ll m_P$. Se caracteriza por

$$V(\phi) = V_0 \left[1 - \left(\frac{\phi}{\mu} \right)^q \right]$$

donde μ es un coeficiente. Consideraremos la inflación cuártica ($q = 4$).



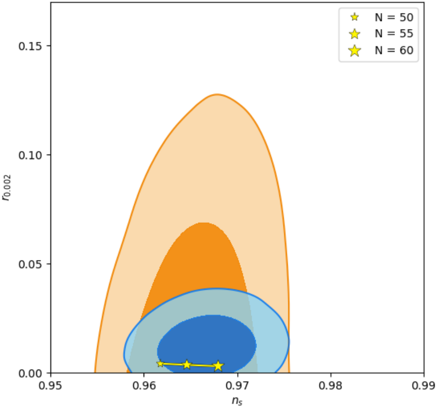
UDLAP®

Inflación de Starobisnky (R^2)

Desde un término extra de curvatura en la acción de Einstein-Hilbert se obtiene el potencial

$$V(\phi) = V_0\left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi}\right)^2,$$

que representa uno de los modelos más exitosos.



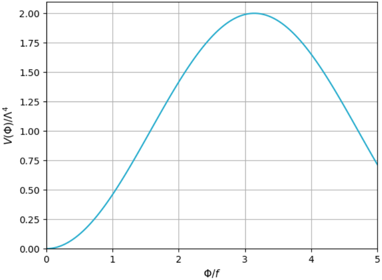
UDLAP

Inflación Natural

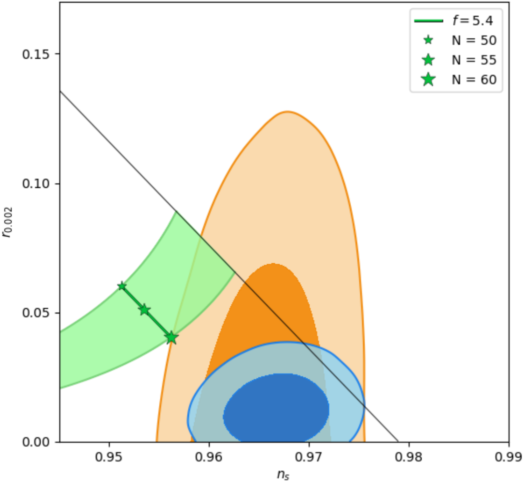
Un axión originado desde el rompimiento espontáneo de simetría [PhysRevLett.65.3233] puede dar lugar a inflación con el potencial

$$V(\phi) = V_0\left[1 - \cos\left(\frac{\phi}{f}\right)\right],$$

para una constante de decaimiento axiónico f.



Inflación Natural



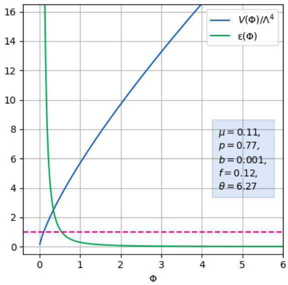
Con el método `LBFGSB` se obtiene el parámetro $f = 5.214$ correspondiente a $\chi^2 = 15.3548$.

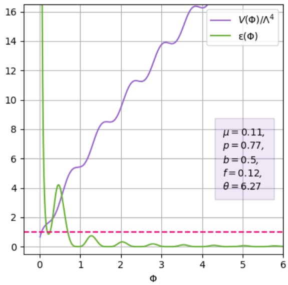
Se ha intentado mejorar las predicciones de inflación natural considerando un tipo distinto de recalentamiento [2106.02089].

Monodromía de Axiones

Es posible conseguir inflación desde la monodromía inducida en una brana en una variedad [McAllister et al., 2010, Silverstein & Westphal, 2008]. Se caracteriza por

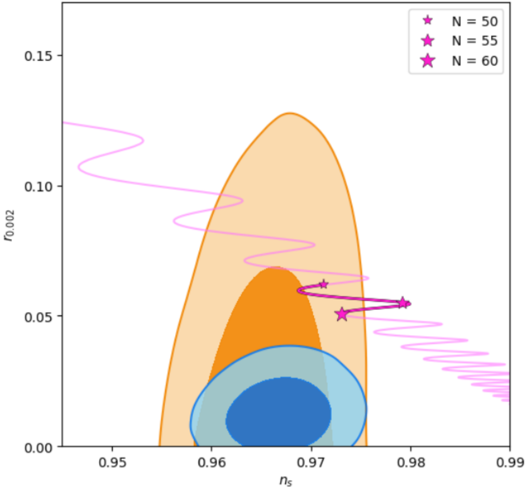
$$V(\phi) = V_0 \left[\left(\frac{\phi}{\mu} \right)^p + b \cos\left(\frac{\phi}{f} + \theta \right) \right].$$





UDLAP

Monodromía de Axiones



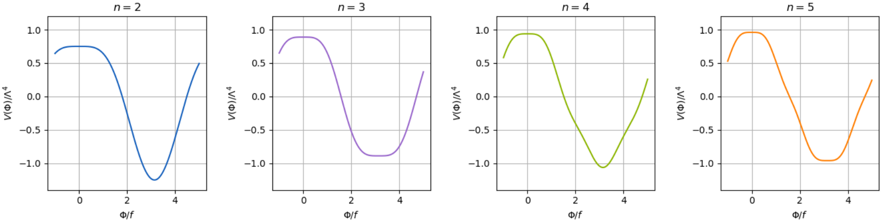
Con el método de mínimos cuadrados se obtiene $\chi^2 = 15.3548$.

Inflación Mínima tipo Hilltop con Axiones

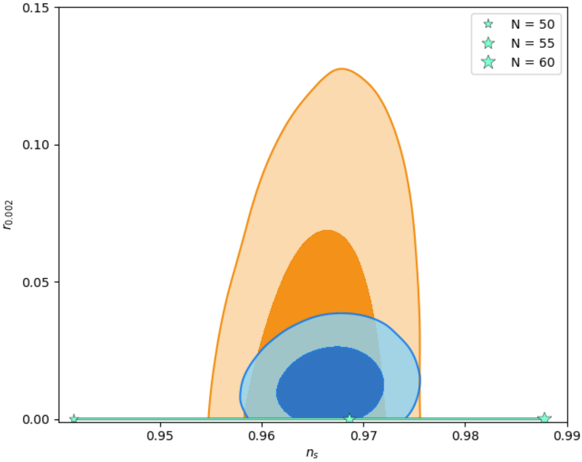
Desde la inflación multi-natural (dos potenciales sinusoidales) manipulamos hacia una forma hilltop y obtenemos

$$V(\phi) = V_0\left[\cos\left(\frac{\phi}{f}+\theta\right) - \frac{\kappa}{n^2}\cos\left(\frac{n\phi}{f}\right)\right] + \text{const.},$$

donde $n > 1$ es un entero y κ un coeficiente numérico [1702.03284].



Inflación Mínima tipo Hilltop con Axiones



Predicciones en plano $n_s - r$