

Controle do ângulo de roll de uma aeronave experimental

Izaías Alves Dos Santos Junior *

* *Curso de Engenharia Mecatrônica, Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), MG, (e-mail: izaiajunior747@gmail.com).*

Abstract: The present work aims to develop a controller using polynomial approaches and the state space technique for an airplane's angle control system using the approximate linear model. In addition, a debate is also proposed between the feasibility of the techniques used and their implications for the control system.

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um controlador utilizando as abordagens polinomial e a técnica de espaço de estados para o sistema de controle de ângulo de rolamento de um aeroplano utilizando o modelo aproximado linear. Além disso, propõe-se também um debate entre a viabilidade das técnicas utilizadas e suas implicações no sistema de controle.

Keywords: Controller design, Ailerons, Experimental aircraft.

Palavras-chaves: Projeto de controladores, Ailerons, Aeronave experimental.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de orientação de uma aeronave possui papel fundamental dentro da dinâmica de voo do veículo aéreo. São esses sistemas responsáveis por garantir que aeronave mantenha-se dentro do envelope de voo desejado. Os eixos que determinam a orientação de uma aeronave pode ser observado na foto abaixo.

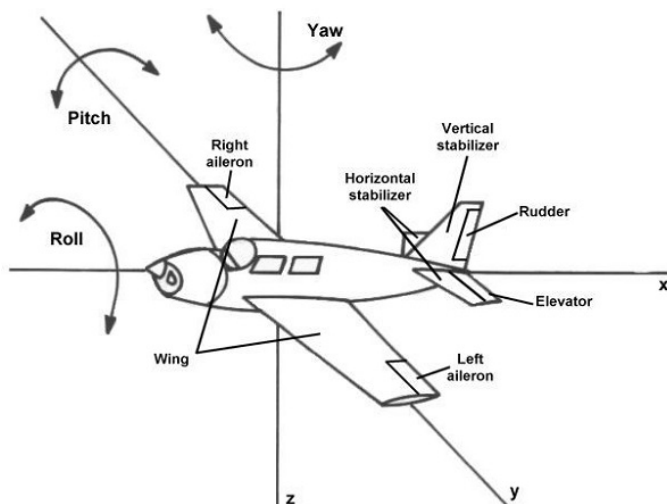


Figura 1. Eixos que definem a orientação de uma aeronave.

O ângulo de *roll* de uma aeronave é modificado pelo torque gerado pela movimentação dos ailerons. Esse processo pode ser visto na imagem a seguir.

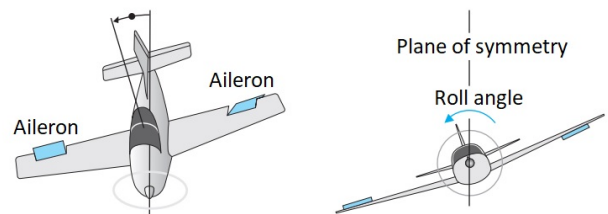


Figura 2. Esquema de movimentação dos ailerons.

Segundo *Richard C. Dorf and Robert H. Bishop* em *Sistemas de controle moderno, 12 ed.*, um modelo linear aproximado do sistema de rolagem de uma pequena aeronave experimental pode ser descrito pela equação 1.

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 9} \quad (1)$$

Dessa forma, o objetivo deste trabalho consiste em projetar um controlador utilizando o modelo apresentado na equação 1, afim de que em malha fechada o sistema de controle apresente uma resposta ao degrau com as seguintes especificações de desempenho.

- $t_s = 1s$;
- $OS(\%) = 2\%$;
- Apresente robustez em relação ao ruído de medição presentes na leitura de dados do sensor;
- Não seja afetado drasticamente por distúrbios causados por perturbações externas;

O controlador a ser projetado será baseado nas técnicas de realimentação estados e pela abordagem polinomial. Ambos projetos foram desenvolvidos através de programas

baseados nas 2 técnicas a serem apresentadas na próxima seção. Estes programas estão disponíveis em [1].

2. PRELIMINARES

Esta seção apresenta uma revisão dos métodos empregados no realização do experimento.

2.1 Projeto de controlador via abordagem polinomial

O projeto de controladores via abordagem polinomial, é um método que fornece uma solução matemática relativamente rápida para projeto de controladores através da solução da equação Diofantina, que na prática é o cálculo do controlador visando atingir uma determinada especificação de desempenho por meio do posicionamento estratégico dos pólos e zeros do controlador.

Nessa abordagem, considera-se a função de transferência do sistema dada pela equação 2 e do controlador, equação 3.

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (2)$$

$$C(s) = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} \quad (3)$$

Assim, para definir o controlador é utilizada a equação Diofantina, que é descrita conforme a seguir:

$$\alpha(s)A(s) + \beta(s)B(s) = D(s) \quad (4)$$

Em que A(s) deve ser mônico e A(s) e B(s) devem ser polinômios co-primos ou irredutíveis. E D(s) de ordem $2n - 1$.

Assim, para a solução deste problema, utiliza-se a matriz de Sylvester de ordem $2nx2n$, descrita na equação 5:

$$E = \begin{bmatrix} a_n & 0 & \dots & 0 & b_n & \dots & 0 \\ a_{n-1} & a_n & \dots & 0 & b_{n-1} & \dots & 0 \\ \vdots & a_{n-1} & \dots & 0 & \vdots & \dots & 0 \\ a_1 & \vdots & \ddots & \vdots & b_1 & \ddots & \vdots \\ 1 & a_1 & \dots & a_{n-1} & b_0 & \dots & b_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 & \dots & b_1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & b_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A partir das especificações do sistema, obtém-se o coeficientes do polinômio D(s) apresentado na equação 6.

$$D = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

Os coeficientes desse polinômio geralmente são determinados com base no posicionamento dos pólos da função de transferência em malha aberta, com o intuito de simplificar e atender as especificações de controle.

Os pólos que dominam a dinâmica do sistema podem ser encontrados aplicando os requisitos de projetos, tais como t_s e $OS(\%)$, nas equações a seguir, determinando primeiramente ζ e ω_n .

$$s_1, s_2 = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (7)$$

sendo que:

$$\zeta = \frac{-\ln(\frac{\%os}{100})}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\frac{\%os}{100}))^2}} \quad (8)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (9)$$

Então, a solução é dada através da equação 10.

$$M = E^{-1}D \quad (10)$$

De modo que M contem os coeficientes do controlador e é representado conforme a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

Assim, por meio deste método foram obtidos os controladores para cada um dos cinco sistemas propostos.

2.2 Projeto de controladores via realimentação de estados.

A modelagem em espaço de estados apresenta algumas vantagens, tais como: fornecem um modelo matemático de grande generalidade; a notação matricial facilita as manipulações complexas; pode descrever sistemas lineares e não-lineares; pode descrever sistemas variantes e invariantes no tempo; e é adequada para sistemas de múltiplas entradas e saídas. Desta forma, para um sistema SISO o espaço de estados é representado conforme a equação 12.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (12)$$

Onde: x é o vetor de estados, u é o sinal de controle, y é a saída, A matriz $n \times 1$ denominada matriz de estados e C matriz $1 \times n$ denominada matriz de saída.

Deste modo, para o projeto de sistemas de controle no espaço de estados, dois conceitos são fundamentais para a viabilidade do projeto, sendo eles: controlabilidade e observabilidade.

Um sistema é dito controlável em um instante t_0 se existir uma entrada capaz de transferir o sistema de qualquer estado inicial $x_0(t_0)$ para qualquer outros estado $x_i(t_i)$, em um intervalo de tempo finito.

Assim, para o sistema ser completamente controlável, a matriz de controlabilidade (C_o), descrita pela equação 13, deve possuir posto completo, ou seja, posto igual a n .

$$C_o = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (13)$$

Já para o sistema ser observável em um instante t_0 se, com o sistema no estado $x(t_0)$, for possível definir este estado a partir da observação da saída.

Isto posto, para o sistema ser completamente observável, o posto da matriz de observabilidade (O_b) deve ser completo, ou seja, igual a n .

$$O_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Considerando o sistema descrito pela equação 12, propõe-se a seguinte lei de controle: $u = -Kx$, de modo que a malha fechada do sistema é representada conforme a equação 15.

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - BK)x \\ y = Cx \end{cases} \quad (15)$$

Os polos do sistema em malha fechada, bem como as características de resposta temporal, são determinados pelos autovalores da matriz $(A - BK)$. Assim, a partir da escolha da matriz K , pode-se posicionar os polos conforme as especificações, desde que o sistema seja controlável.

Dessa forma, uma síntese dos procedimentos que devem ser executados para o projeto de controladores em espaço de estados é mostrado na sequência abaixo.

- Propor uma matriz F contenha os autovalores desejados para a malha fechada numa base T .
- Propor um vetor K qualquer que seria o controlador nessa base.
- Encontrar a base T . Computacionalmente pode ser usado o comando $T = \text{lyap}(A, -F, -BK)$.
- Calcular os ganhos de ajuste de estados e ganho do integrador K_a através do comando $Kcl = KT^{-1}$.

3. METODOLOGIA

Nesta seção, são apresentados separadamente os procedimentos elaborados nos programas para a construção dos 2 controladores a serem propostos. Porém antes de iniciar o desenvolvimento dos controladores foi observado a resposta do sistema em malha aberta a fim de verificar as especificações de desempenho da resposta ao degrau. A foto a seguir apresenta este resultado.

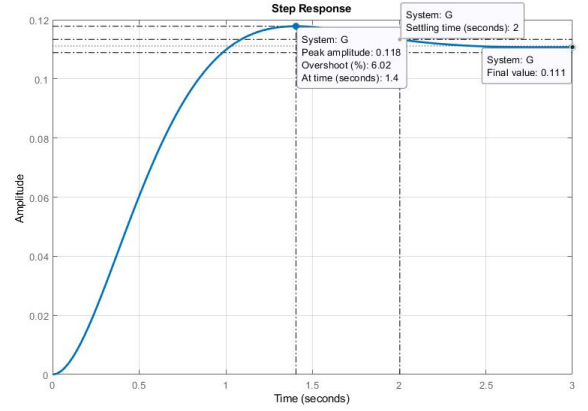


Figura 3. Resposta do sistema em malha aberta.

Pode-se notar através da imagem acima que o sistema possui $t_s = 2s$ e $OS = 6.02\%$. Dessa forma, os procedimentos apresentados a seguir visa melhorar essas especificações para atingir as exigências de projeto.

3.1 Projeto do controlador via abordagem polinomial

Considerando o modelo linear descrito na equação 1 e as especificações de projeto, também já determinadas, pode-se encontrar quais devem ser os polos dominantes da malha fechada que atenda tais especificações de desempenho. Com base nas equações 7, 8 e 9, os polos dominantes para as especificações de desempenho deste projeto devem ser $s_1, s_2 = -4 \pm 3.2122i$.

Nesta metodologia, devido o sistema ser de segunda ordem, deve-se determinar mais um polo para então calcular qual é o polinômio característico desejado. Inicialmente o terceiro polo foi determinado em $s_3 = -40$, ou seja, uma década de distancia no eixo real dos polos dominantes. Com essa alocação de polos o melhor desempenho alcançado em malha fechada foi considerando o controlador na linha de realimentação, obtendo-se $t_s = 0.7050$ e $OS = 1.9963\%$.

Como primeira estratégia para alcançar exatamente as especificações de projeto, optou-se pela movimentação da posição do terceiro polo. Contudo somente com a movimentação desse polo não foi possível alcançar as exigências de projeto.

Sendo assim, a segunda estratégia executada foi a movimentação da parte imaginária dos polos dominantes s_1 e s_2 , fixando o terceiro polo em $s_3 = -40$. Com alocação da parte imaginária de s_1 e s_2 em $\pm 3.2528i$ e $s_3 = -40$, o desempenho da resposta em malha fechada foi $t_s = 1.0325$ e $OS = 2.0962\%$, com o controlador na realimentação, e de $t_s = 0.9996$ e $OS = 10.7760\%$, com o controlador no ramo direto. Esses procedimentos podem ser conferidos em [1]. Sendo assim, devido as melhores especificações de desempenho serem obtidos com controlador na realimentação, essa topologia foi considerada como topologia final para esse projeto.

A equação do controlador resultante das alocações de polos propostas, bem como a topologia de controle será apresentada na seção de Resultados.

3.2 Projeto do controlador via abordagem de realimentação de estados.

Utilizando o modelo linear determinado na equação 1, verificou-se primeiramente se o sistema era controlável. Uma vez que o posto da matriz de controlabilidade é igual a ordem do sistema, seguiu-se com projeto do controlador.

Através do programa já desenvolvido previamente baseado na metodologia de realimentação de estados, foi inserido no programa disponível em [1], o modelo linear descrito pela equação em 1 e as especificações da resposta ao degrau (tempo de acomodação e overshoot). O desempenho da resposta ao degrau para essas especificações iniciais foram $t_s = 0.7295$ e $OS = 1.9807\%$.

Sendo assim, a primeira estratégia tomada para contornar o problema das especificações de desempenho do sistema, foi a movimentação do terceiro polo. Contudo, novamente não foi possível simplesmente através da movimentação do terceiro polo atender ambas especificações (tempo de acomodação e overshoot) ao mesmo tempo.

Dessa forma, a segunda estratégia adotada foi modificar as especificações iniciais de projeto, visando somente com que a resposta final atendessem às condições propostas inicialmente. Dessa forma, através de um modo interativo no programa de computador, foi possível alcançar as especificações com uma excelente aproximação, sendo $t_s = 1.0515$ s e $OS = 2.0798\%$. A posição final dos polos após essas modificações foram as mesmas da técnica anterior, com $s_1, s_2 = -4 \pm 3.2528i$ e $s_3 = -40$.

Logo na próxima sessão é apresentado o desempenho do sistema controlado com controlador encontrado através desta metodologia e também a topologia da malha de controle.

4. RESULTADOS

Nesta seção é apresentado os resultados obtidos com a aplicação das duas metodologias anteriores. Além de apresentar os controladores, as topologias de controle e a performance de cada um na malha de controle, também é mostrado a análise frequencial e a comparação de performance entre os 2 controladores a fim de escolher o mais adequado para esse sistema de controle do angulo de roll.

4.1 Controlador via abordagem polinomial

A equação do controlador resultante da aplicação da metodologia polinomial é apresentado na equação abaixo.

$$C(s) = \frac{61.58s + 227.7}{s + 19} \quad (16)$$

Este controlador esta inserido na malha de controle com a seguinte topologia.

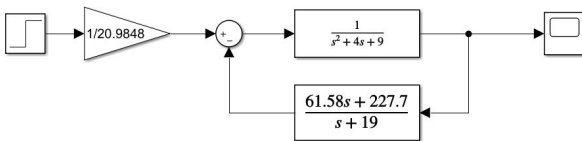


Figura 4. Topologia de controle para o controlador projetado via abordagem polinomial.

Nesta metodologia o controlador projetado é de ordem $n - 1$. De fato, o controlador apresentado na equação 1 é de primeira ordem, uma vez que o modelo considerado é de ordem 2. Esse controlador também pode ser classificado como um controlador de avanço de fase, devido a posição do polo e do zero no eixo imaginário, respectivamente em $s = -19$ e $s = -3.6978$. Na figura 4 pode-se perceber que é inserido uma pré compensação no sinal de referência. Esse ganho foi proposto para solucionar o erro de offset que o sistema estava apresentando para entradas em degrau unitário.

A imagem a seguir apresenta a resposta do sistema em malha fechada com controlador projetado para uma entrada constante por partes.

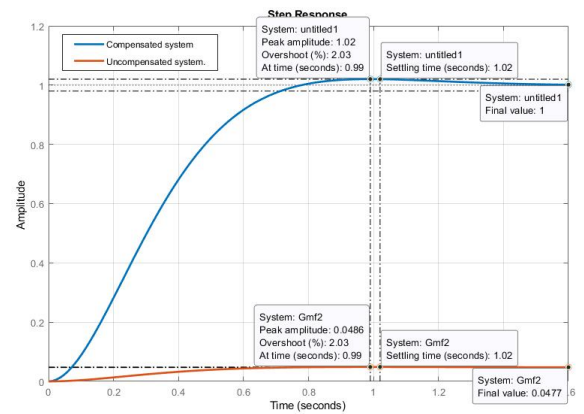


Figura 5. Resposta do sistema em malha fechada com o controlador polinomial

É possível perceber que as especificações de projeto de tempo de acomodação e overshoot foram alcançadas conforme projetado. Esse desempenho só foi possível devido as modificações de alocação de polos já relatados na sessão anterior e a pré compensação para eliminar o erro de offset que pode ser notado na imagem acima na curva do sistema não compensado.

4.2 Controlador via realimentação de estados

O vetor apresentado a seguir contém controlador em espaço de estados para o modelo considerado. Os elementos representam os ganhos de ajustes dos estados x_1 e x_2 , respectivamente.

$$K = [44.000 \ 337.580] \quad (17)$$

O valor da ação integral encontrado para a malha de controle é $K_a = 1063.22$.

A topologia de controle quem utiliza esses valores encontrados durante o projeto é mostrada a seguir.

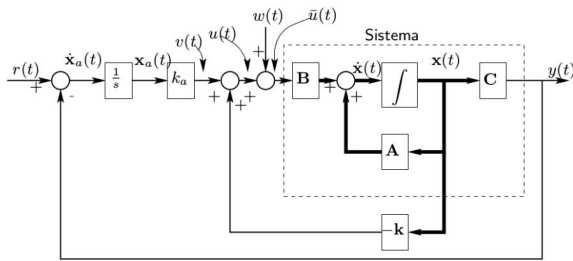


Figura 6. Topologia controle servo.

Considerando a topologia mostrada acima, foi aplicado ao sistema um degrau unitário. O desempenho do sistema para essa entrada pode ser observado na imagem a seguir.

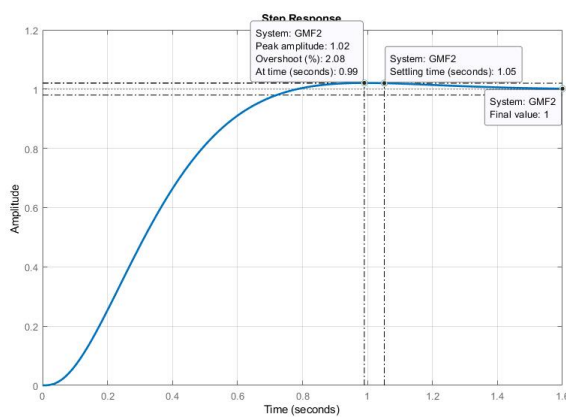


Figura 7. Resposta do sistema em malha fechada por realimentação de estados.

Nota-se que as especificações de projeto foram completamente alcançadas. Dessa forma, pode-se concluir que a movimentação dos polos complexos relatada na sessão anterior foi uma estratégia bem sucedida.

Através das imagens 5 e 7 percebe-se que ambas metodologias de projetos de controladores atenderam as exigências de desempenho da resposta do sistema em regime transitório e permanente. Contudo, ainda é necessário verificar a robustez do sistema com os controladores projetados, analisado fenômenos de ruído de medição e de distúrbio. Esses eventos são frequentemente enfrentados por qualquer aeronave, seja por condições climáticas no momento do voo, estado de conservação dos sensores ou até mesmo provocados pela ação abrupta no controle da aeronave.

Além dessa verificação, na próxima sub-sessão também faremos uma comparação entre as duas metodologias a fim de escolher qual é o controlador é mais adequado para o sistema de controle de ângulo de rolamento do aeroplano.

4.3 Análise Freqüencial e comparação de resultados

Sistema com o controlador polinomial: A análise freqüencial na malha de controle mostra a influência que uma variável provoca em outra, para uma faixa de freqüência. Por esse motivo essa análise permite uma predição do

comportamento do sistema para fenômenos com diferentes sinais de freqüência. Dessa forma, a seguir é avaliado o comportamento da variável controlada para variações no sinal de referência, presença de ruído de medição e distúrbio.

A próxima imagem apresenta diagrama de Bode do sistema com controlador polinomial. Este diagrama relaciona o sinal de referência e a variável controlada no sistema.

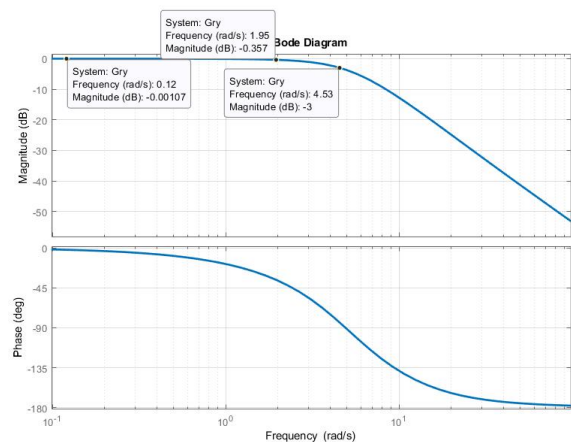


Figura 8. Diagrama de bode do sistema controlado que relaciona entrada e saída.

Através da imagem acima nota-se que para sinais com freqüências até aproximadamente 1.95 rad/s , o ganho do sistema é unitário. Isso significa que qualquer sinal na referência com até essa freqüência terá efeito direto no ângulo de rolamento da aeronave. Contudo, para sinais com freqüências superiores a 1.95 rad/s sua influência é reduzida. Além disso, sinais de altas freqüências junto ao sinal de referência do sistema, sofre uma atenuação de cerca de -40 dB/dec . Como em geral sinais de ruído possuem altas freqüências, pode-se concluir que este sistema também é robusto a ruídos presentes junto ao sinal de referência. Contudo, o mesmo não se pode afirmar para sinais de baixa freqüência, devido o ganho unitário nesta faixa.

A imagem abaixo mostra o diagrama de Bode que relaciona a influência de ruídos de medição no ângulo de rolamento do aeroplano para a topologia com controlador polinomial projetado.

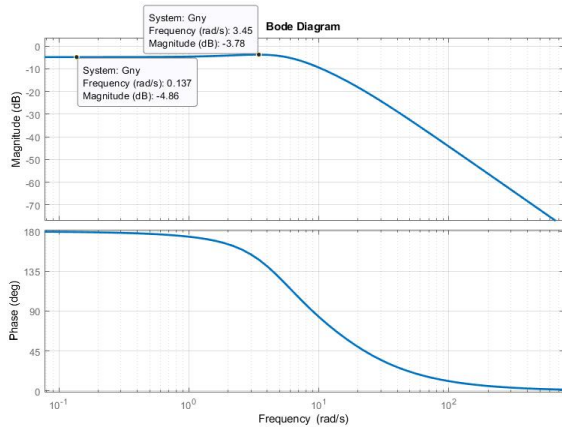


Figura 9. Diagrama de bode para análise da influência de ruído de medição no ângulo de roll da aeronave.

Através do diagrama acima é possível perceber que sinais de ruído de medição com frequência até aproximadamente 3.45 rad/s sofre uma atenuação de aproximadamente -4.8 db , sendo reduzida para no máximo -3.75 db na frequência de 3.45 rad/s . A partir desse valor, a atenuação é muito maior, alcançando o valor de aproximadamente -40 db/dec em altas frequências.

O próximo diagrama de Bode apresenta como a presença de distúrbios influencia no ângulo de rolamento da aeronave com o controlador projetado via abordagem polinomial.

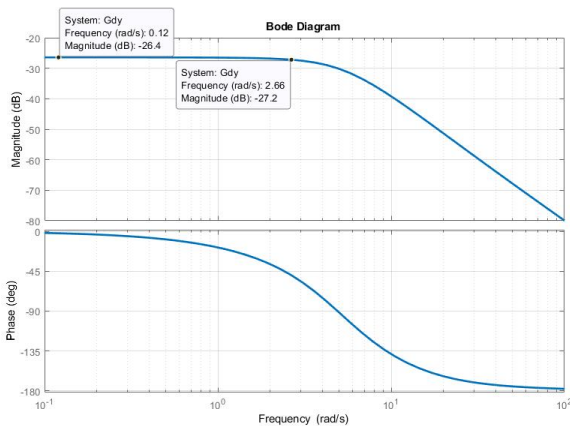


Figura 10. Diagrama de bode para análise da influência de distúrbios no ângulo de roll.

Pode-se concluir através do diagrama acima que os distúrbios no sistema sofre uma atuação muito maior que os ruídos de medição em baixas frequências. Para sinais com frequências até aproximadamente 2.66 rad/s a atenuação sofrida é de cerca de -26.4 db . Já para sinais de distúrbio com frequências superiores a esta, a atenuação é cerca de -40 db/dec . Como em geral os distúrbios possuem baixas frequências, também pode-se afirmar que esse sistema com controlador polinomial é robusto a este fenômeno.

Sistema com o controlador por Realimentação de Estados:
A seguir são feitas considerações analisando o sistema em

malha fechada com controlador projetado via realimentação de estados. O diagrama de Bode apresentado a seguir mostra a influência de sinais na referência no ângulo de roll do aeroplano.

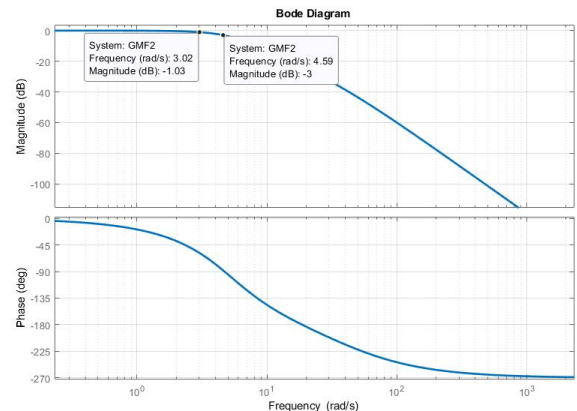


Figura 11. Diagrama de Bode para análise da influencia de variações na referência no ângulo de rolagem.

Do gráfico acima pode-se concluir que sinais junto ao sinal de referência do sistema com frequências até aproximadamente 3.02 rad/s , possuem interferência diretamente proporcional no ângulo de rolagem aeronave. Essa situação faz com que qualquer variação na referência com frequência até aquele valor seja respondida de maneira proporcional pelo sistema. Porém para sinais na referência com frequências superiores a 4.59 rad/s , a atenuação pode chegar até aproximadamente -60 db/dec .

Diagrama de bode apresentado a seguir pode ser usado para analisar a influência tanto de ruído quanto de distúrbio no ângulo de roll do aeroplano. Essa análise só é possível considerando a entrada $w(t)$ apresentada na topologia na imagem 6, como hora sendo entrada para distúrbios, ou sendo entrada para ruídos elétricos presentes sinal de controle.

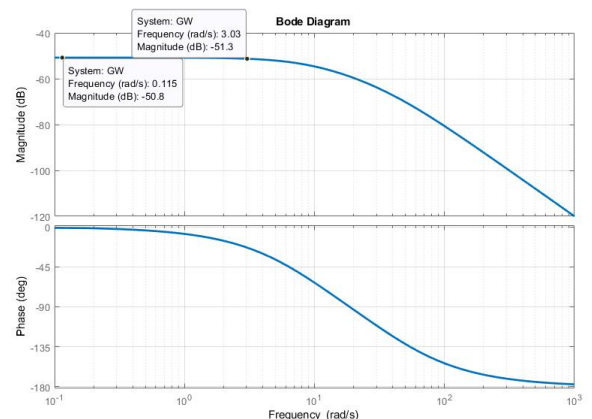


Figura 12. Análise frequencial de alterações no ângulo de rolagem provocada por sinais na entrada $w(t)$.

Qualquer sinal com frequência de até aproximadamente 3.3 rad/s sofre atenuação de aproximadamente -51.3 db . A

partir desta frequência, atenuação sofrida aumenta ainda mais e chega a alcançar -40db/dec em altas frequências.

Sendo assim, sabendo que os distúrbios em geral possuem baixas frequência, o sistema projetado pela abordagem de realimentação de estados possibilita uma baixíssima influência desse fenômeno no controle do ângulo de rolagem da aeronave. Essa mesma afirmação também pode ser feita considerando a presença de ruídos junto ao sinal de controle do atuador de sistema. Isso quer dizer que os ruídos serão atenuados em pelo menos -51.3db com uso da realimentação de estados. Essa atenuação pode ser ainda maior em altas frequências.

A escolha do melhor controlador para o sistema de controle do ângulo de *roll*, descrito pela equação 1 será decidido avaliando principalmente qual controlador oferece maior robustez aos fenômenos de ruído de medição e ao distúrbio. A escolha do controlador observando esses fatores como decisivos, ocorre porque ao considerar o fator especificações de desempenho da resposta ao degrau, ambos os sistemas são equivalentes.

Sendo assim, considerando ambos os sistemas controlados na presença de ruído de medição, percebe-se que controlador por realimentação de estados apresenta uma performance muito superior em relação ao controlador via abordagem pronominal. O controlador por realimentação de estados chega a atenuar os sinais de ruído em aproximadamente 13 vezes mais do que o controlador obtido via abordagem por polinomial.

Ao avaliar a robustez dos sistemas controlados em relação ao fenômeno de distúrbio, a performance do controlador por espaço de estados chega a ser 1.8 vezes melhor que a performance do controlador via abordagem polinomial.

Sendo assim, somente por ser superior ao controlador via abordagem polinomial nos requisitos de robustez a perturbações externas, o controlador obtido pela realimentação de estados deve ser considerado como o melhor controlador para este sistema.

Contudo, é válido ressaltar que os controladores por realimentação de estados exigem um custo mais elevado na sua implementação na malha de controle. Esse é o preço que se paga por ter um controlador com uma performance muito elevada.

5. CONCLUSÃO

Esse trabalho foi desenvolvido com o objetivo de determinar o melhor controlador para o sistema de controle do ângulo de *roll* de uma aeronave. Dessa forma, foi possível projetar 2 controladores através do uso de duas técnicas distintas de controle. Ambos controladores projetados atenderam as especificações de desempenho da resposta em malha fechada proposta no projeto. Porém, a escolha do melhor controlador foi feita avaliando aquele que apresentasse maior robustez aos fenômenos externos. Para essa escolha foi feita uma análise frequencial dos sistemas controlados. Conforme apresentado nos diagramas de Bode na seção anterior, pode-se concluir que o melhor controlador para este sistema é obtido pela abordagem de realimentação de estados.

Além disso foi possível desenvolver dois programas de computadores no *matlab* para que pudessem ser usados como ferramentas na determinação dos controladores. Esses programas se mostraram muito úteis principalmente por fornecer de forma clara e rápida, qual é o desempenho do sistema para uma dada alocação de polos. Para projetos futuros, propõe-se utilizar tais programas para o estudo de como as especificações de desempenho do sistema são modificadas de acordo a alocação de polos.

REFERÊNCIAS

- 1 Programas: <https://github.com/JRizaias/Matlab-Simulink-122021>
- 2 Richard C. Dorf, Robert H. Bishop **Sistemas de controle moderno**, Pearson, 13^a. ed., 2017.
- 3 NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle** / Norman S. Nise; tradução e revisão técnica Jackson Paul Matsuura. - 6. ed. - [Reimpr.]. - Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- 4 Ogata, K. **Engenharia de Controle Moderno**, Prentice-Hall, 4^a. ed., 2004.