

Sistema Massa-Mola: Projeto, construção e controle

Izaias Alves dos Santos Jr ?? Rafaela de Oliveira Caldeira ??

(e-mails: izaiasjunior747@gmail.com, rafaelacaldeira2013@gmail.com).

Abstract

This project deals with the development and application of control techniques in a two-mass spring mass system. In this, the masses are coupled in a horizontal cylindrical linear guide through a flexible spring. Through the application of modeling techniques, we obtain the theoretical model that represents the system in the best possible way. After validating this model, it is used in the root locus method by rlocus to project a controller. Finally, this control is improved by the addition of an integral action, thus obtaining an integral proportional controller.

Resumo

Este projeto trata-se do desenvolvimento e aplicação das técnicas de controle em um sistema massa mola com duas massas. Neste, as massas estão acopladas em uma guia linear cilíndrica na horizontal através de uma mola flexível. Através da aplicação das técnicas de modelagem obtém-se o modelo teórico que representa o sistema da melhor maneira possível. Após a validação deste modelo, o mesmo é utilizado no método do lugar das raízes, através do rlocus, para a projeção de um controlador. Por fim, aprimora-se este controle através da adição de uma ação integral, obtendo-se então um controlador proporcional integral.

Keywords: Modeling, root locus, Integral Proportional Controller.

Palavras-chaves: Modelagem, Lugar das raízes, Controlador Proporcional Integral.

1. INTRODUÇÃO

Para a aplicação prática dos conceitos estudados em análise de sistemas lineares, optou-se por desenvolver na disciplina de Laboratório de Análise de Sistemas Lineares um sistema massa mola, o qual será tratado neste documento. O objetivo é posicionar em uma determinada posição x , uma das massas (bloco escravo) que não está ligado ao sistema de propulsão, a partir da atuação no outro corpo (bloco mestre).

Este sistema a critério de estudo torna-se muito importante devido à inúmeros mecanismos e sistemas complexos no campo de estudo de vibrações, estruturas e fenômenos naturais serem simplificados e reduzidos à sistemas massas mola. A seguir é mostrado uma destas aplicações para projeto dissipação de energia em estruturas de edifícios que geralmente sofrem com deformações sísmicas.

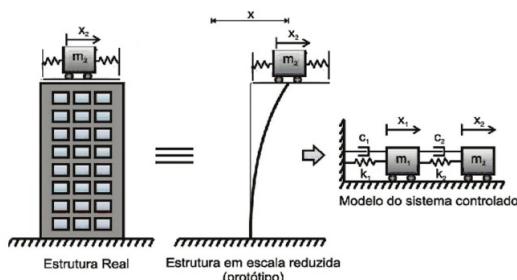


Figura 1. Exemplo de aplicação para estudo de sistema massa mola.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Sistemas de Controle

Segundo Nise(2002), um sistema de controle consiste em subsistemas reunidos com o propósito de controlar a saída dos processos. Suas principais vantagens são: amplificação de potência, controle remoto, facilidade do uso da forma de entrada e compensação de perturbações.

Neste sistema existe duas variáveis, a manipulada e a controlada. A controlada é a que o sistema visa controlar, como posição, por exemplo, já a manipulada é a variável utilizada para controlar a controlada, como a força de um motor, por exemplo.

Este sistema pode ainda, estar em malha aberta ou malha fechada. Segundo Ogata(1999), um sistema de controle realimentado é aquele que tende a manter uma relação prescrita entre a saída e a de referência, comparando-as e utilizando a diferença como um meio de controle. Por isso, o modelo em malha fechada não é tão afetado por distúrbios externos e variações internas do sistema. Já o modelo em malha aberta, que não possui realimentação negativa, é mais afetado por distúrbios, mas, por outro lado, este tende a ser mais estável para determinados parâmetros.

2.2 Amortecimento viscoso

Pela teoria das Vibrações Mecânicas, o amortecimento viscoso nada mais é que a energia dissipada pela resistência

ao movimento de um corpo, RAO(2009). Logo, pode-se considerar esta como contrária ao movimento.

Para a determinação deste, através da análise gráfica, usa-se o decaimento logarítmico, exemplificado pela equação abaixo.

$$\frac{y_1}{y_2} = e^{\zeta \omega_n T} \quad (1)$$

Onde ζ é o coeficiente de amortecimento do sistema, ω_n é a frequência natural não amortecida, T é o tamanho de um ciclo, e y_1 e y_2 são os valores de pico da curva com a diferença de um ciclo. Manipulando a equação acima, é possível obter as seguintes equações abaixo.

$$\delta = \ln \frac{y_1}{y_2} = \zeta \omega_n T \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + (2\pi)^2}} \quad (3)$$

Onde δ representa o decaimento logarítmico do sistema.

2.3 Lei de Hooke

A força da mola é proporcional à quantidade de deformação desta, que é dada por:

$$F = K \Delta x \quad (4)$$

Onde F é a força aplicada na mola, K a constante elástica da mola e Δx é a variação da posição da mola.

2.4 Diagrama de Corpo Livre

Diagrama de corpo livre é caracterizado por ser o desenho de todas as força que atuam em um corpo quando este é isolado do sistema, podendo o corpo estar em movimento ou não.

Para encontrar o valor de todas as forças, é realizados um somatório de acordo com a direção e o sentido de ação destas. Como por exemplo, todas as forças que atuam no eixo y, ou todas que atuam no eixo x.

2.5 Massa mola

O mass mola é um sistema muito importante para o estudo de fenômenos naturais, pois possui uma boa aproximação para sistemas de pequena amplitude. Este sistema é composto por uma mola acoplada a uma massa, podendo ter mais molas ou massas acoplados. Seu movimento é caracterizado pela oscilação periódica em torno de um ponto de equilíbrio, atuando sobre o bloco oscilatório a Lei de Hooke.

Além disso, a diferença de um sistema para outro está no valor da massa m e da constante elástica K . Com eles encontra-se a frequência angular ω e o período de oscilação T da seguinte maneira:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (5)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \quad (6)$$

3. METODOLOGIA

A fim de alcançar uma melhor explicação de como foi desenvolvido este trabalho, abordaremos separadamente as principais áreas constituintes deste projeto, a saber; mecânica e eletrônica. Em cada parte, comentaremos seus principais componentes, como foram utilizados e o motivo de escolha. É valido ressaltar a importância da parte computacional, programação e uso das ferramentas do MATLAB, como o Simulink. Porém, devido ao uso de tais instrumentos serem rotineiros durante as aulas, optou-se por priorizar os dois campos citados inicialmente.

A seguir é mostrado uma tabela geral com os principais componentes utilizados e suas aplicações.

Componentes	Finalidade
1 guia linear 10mm X 500mm	Sustentação e direção linear das 2 massas.
12 chapas finas de aço (60X35)mm 100 gramas cada	Constituição dos conjuntos de massas junto ao mancal.
2 mancais para rolamentos lineares 10 mm	Suporte para rolamentos lineares e base de apoio para as chapas finas de aço.
2 rolamentos lineares 10 mm	Movimentação linear do conjunto de massas.
4 anéis de pressão 9 mm	Fixação das guias no suporte mecânico.
4 anéis de pressão 19 mm	Fixação dos rolamentos lineares nos mancais.
1 correia de transmissão gt2 6 mm	Transmissão de força do motor para massa.
1 fixador emenda em alumínio para correia gt2	Fixação em uma das massas à correia para a transmissão de força.
2 polias tensoras para correia GT2	Suporte e transmissão de torque do motor para a correia.
1 mola flexível	Ligação entre as massas do sistema.
1 ponte H-L298N	Controle de tensão e sentido de rotação do motor.
1 motor DC 12 V 300 RPM	Aplicação de torque ao sistema.
1 arduino Uno	Central de controle do sistema.
1 polia 40 dentes gt2	Alimentação do sistema eletrônico.
1 sensor de distância Vl53l0x	Controle de posição de uma das massas.

Figura 2. Principais componentes e suas aplicações.

Com o uso de alguns componentes eletrônicos presentes na tabela acima, desenvolveu-se o circuito eletrônico responsável tanto pelo controle da posição da massa, quanto também pela atuação no sistema. O sistema de leitura da posição do corpo desejado é feito através do sensor infravermelho VL53L0X. Este sensor está ligado ao microcontrolador Arduino Uno. Já a atuação no sistema é feita por intermédio do motor DC 12V 300RPM que também está ligado ao microcontrolador. Este sistema de atuação também é composto pela polia e a correia que está fixada diretamente na bloco mestre.

Sendo assim, a seguir é apresentado um esquema eletrônico de como esses dois sistemas interagem com microcontrolador.

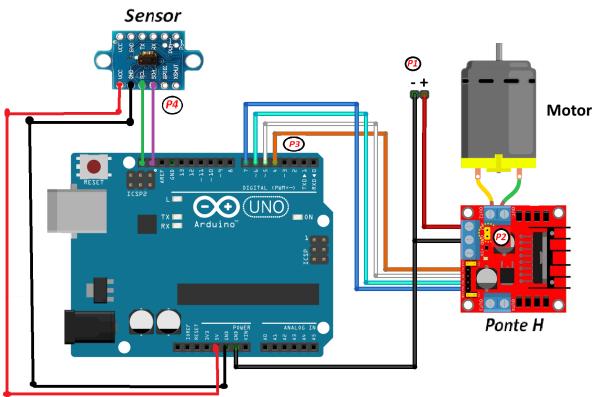


Figura 3. Esquema de ligação eletrônica dos sistemas de controle de posição e atuação.

3.1 Parte Mecânica

Suporte O suporte foi construído com aço SAE – 1045. Este foi projetado de forma a ajustar o comprimento, tanto das guias, quanto das polias sempre que necessário. Além disso, este foi construído com três furos, de modo a poder escolher o número de guias a ser utilizadas para análise.

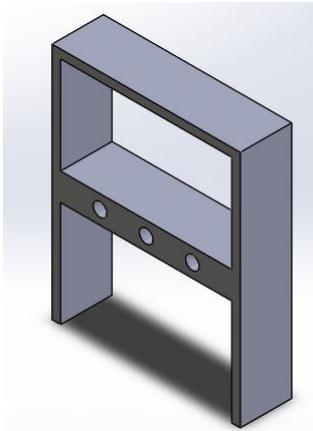


Figura 4. Suporte

Guias Lineares Nos primeiros teste eram utilizadas duas guias lineares, com 10mm de diâmetro e 500mm de comprimento cada. Posteriormente, optou-se pela utilização de apenas uma, a fim da redução de atrito, sendo que este atrapalhava o sistema de oscilar de forma satisfatória.

Massas Foram utilizados valores de massa que geravam uma oscilação satisfatória pro sistema. Para a massa conectada à correia do motor, foi utilizada uma massa de 100g, já a massa que estava conectada a este através da mola possuía um valor de 210g.

Mola Para a determinação de qual mola usar e qual seria constante elástica, primeiro foram obtidas várias molas e feitos experimentos com elas, com o intuito de analisar seus efeitos sobre a oscilação da massa.

Amortecimento viscoso Para encontrar o atrito viscoso do sistema foi utilizado o decaimento logarítmico. Com

a planta já montada, o bloco mestre foi travado em sua posição e foi feita a máxima compressão da mola com o bloco escravo, desse modo, obtendo a curva, Figura 5.

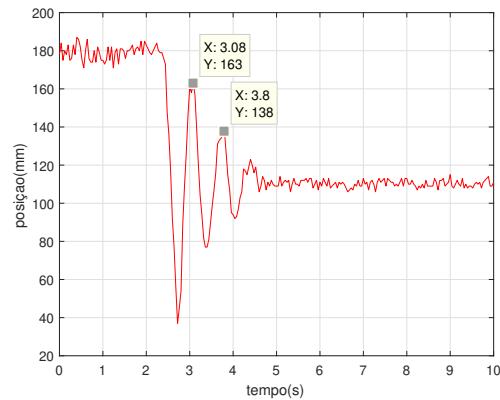


Figura 5. Curva do decaimento logarítmico

Com a curva, foi aplicada as equações 2 e 3 para o cálculo do coeficiente de amortecimento do sistema. O resultado encontrado foi $\zeta = 0.0265 \frac{N}{mm/s}$

Motor DC Para a movimentação das massas foi utilizado em conjunto um motor, duas polias e uma correia dentada. O motor utilizado foi um DC com 300RPM com caixa de redução. As polias possuem aproximadamente 1cm de raio e 40 dentes.

O controle do motor é feito com o auxílio da ponte H, que recebe um sinal PWM e determina tanto o sentido quanto a força gerada pelo motor. Por isso foi levantada a relação entre a variação do PWM (0 – 255) e a força ($Kg.f$) exercida pelo mesmo. Para alcançar tal objetivo foi realizado um experimento como mostrado no esquemático abaixo, Figura 6, através do uso de uma balança digital tipo gancho.



Figura 6. Esquemático do experimento realizado no laboratório de protótipos para determinar relação PWM X Força.

Dessa forma foi possível encontrar a relação entre o PWM aplicado e força exercida no bloco mestre. A equação linear que representa a interpolação mostrada está dentro do bloco que liga o sinal de entrada à ponte H como mostrado na Figura 13.

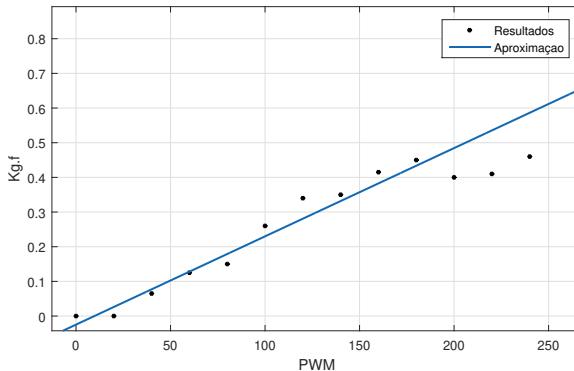


Figura 7. Relação PWM X Força obtido experimentalmente.

3.2 Parte Eletrônica

Ponte H O principal objetivo da ponte H é controlar o sentido de rotação do motor. A escolhida para o sistema foi a L298N, conhecida por controlar relés, motores de passo, motores dc e solenóides. Sua faixa de operação varia de 0V a 12V, sendo o escolhido para a planta 12V.

Arduino UNO Para a interação entre sistema e computador, utilizou-se o microcontrolador Arduino UNO. Juntamente com o Simulink, este serve como interface entre

as leituras obtidas pelo sensor, assim como o controle do motor.

Sensor de distância laser VL530Lx Este sensor é utilizado para medir a variação da distância do bloco. Este foi escolhido pela sua grande precisão, devido a sua medição usar uma fonte de luz laser fina e invisível, e um circuito para detectar quanto tempo a luz levou para atingir um objeto e retornar para o sensor. Sua faixa de operação varia de 30mm a 1000mm. Diferentemente dos outros sensores, que são digitais ou analógicos, sua interface é I2C.

3.3 Modelagem matemática

Para a modelagem do sistema de interesse, é mostrada uma relação do sistema real e seu diagrama de corpo livre.

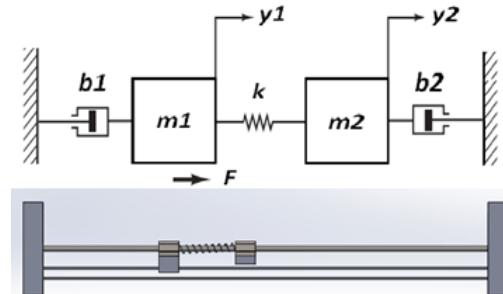


Figura 8. Representação do DCL do sistema real para a modelagem.

Considerando o deslocamento $y_1 > y_2$, podemos analisar as forças agindo em cada bloco individualmente como mostrado a seguir, Figura 9.

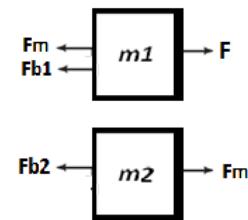


Figura 9. Equilíbrio de forças para cada bloco.

A força atuante da mola (F_m) e de atrito (F_{b1} e F_{b2}) dadas através dos amortecedores, são determinadas pelas equações a seguir, considerando $y_1 > y_2$:

$$F_m = k(y_1 - y_2) \quad (7)$$

$$F_{b1} = b_1 y_1 \quad (8)$$

$$F_{b2} = b_2 y_2 \quad (9)$$

Considerando o diagrama mostrado na imagem 9 e aplicando a segunda lei de Newton, $\sum F = m\ddot{y}$ tem-se para m_1 :

$$m_1 \ddot{y}_1 = F - F_{b1} - F_m \quad (10)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = F - b_1 \dot{y}_1 - k(y_1 - y_2) \quad (11)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{-b_1}{m_1} \dot{y}_1 + \frac{k}{m_1} y_2 - \frac{k}{m_1} y_1 + \frac{F}{m_1} \quad (12)$$

Analogamente para m_2 , tem-se:

$$m_2 \ddot{y}_2 = Fm - Fb_2 \quad (13)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = k(y_1 - y_2) - b_2 \dot{y}_2 \quad (14)$$

$$\ddot{y}_2 = \frac{-b_2}{m_2} \dot{y}_2 - \frac{k}{m_2} y_2 + \frac{k}{m_2} y_1 \quad (15)$$

Considere-se as seguintes mudanças de variáveis, a fim de executar posteriormente a representação em espaço de estados.

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \\ f_1 &= \dot{y}_1 = x_2 \\ f_2 &= \ddot{y}_1 = \dot{x}_2 \\ y_2 &= x_3 \\ f_3 &= \dot{y}_2 = x_4 \\ f_4 &= \ddot{y}_2 = \dot{x}_4 \end{aligned} \quad (16)$$

Utilizando as mudanças de variáveis elaboradas em 16 podemos rescrever as equações 12 e 15 e representá-las em espaço de estados como:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (17)$$

$$y = Cx + Bu \quad (18)$$

Sabe-se que a matriz jacobiana A na equação 17 é determinada da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} & \frac{df_1}{dx_3} & \frac{df_1}{dx_4} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} & \frac{df_2}{dx_3} & \frac{df_2}{dx_4} \\ \frac{df_3}{dx_1} & \frac{df_3}{dx_2} & \frac{df_3}{dx_3} & \frac{df_3}{dx_4} \\ \frac{df_4}{dx_1} & \frac{df_4}{dx_2} & \frac{df_4}{dx_3} & \frac{df_4}{dx_4} \\ \frac{dx_1}{dx_1} & \frac{dx_1}{dx_2} & \frac{dx_1}{dx_3} & \frac{dx_1}{dx_4} \\ \frac{dx_2}{dx_1} & \frac{dx_2}{dx_2} & \frac{dx_2}{dx_3} & \frac{dx_2}{dx_4} \\ \frac{dx_3}{dx_1} & \frac{dx_3}{dx_2} & \frac{dx_3}{dx_3} & \frac{dx_3}{dx_4} \\ \frac{dx_4}{dx_1} & \frac{dx_4}{dx_2} & \frac{dx_4}{dx_3} & \frac{dx_4}{dx_4} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Portanto, utilizando esta definição e as equações 12 e 15, pode-se rescrever a equação de entrada do sistema 17 como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -k & -b_1 & k & 0 \\ \frac{m_1}{m_1} & \frac{m_1}{m_1} & \frac{m_1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & 0 & -\frac{k}{m_2} & -\frac{b_2}{m_2} \\ \frac{m_2}{m_2} & 0 & \frac{m_2}{m_2} & \frac{m_2}{m_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F \quad (20)$$

E a matriz de saída é dada por:

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + [0] u \quad (21)$$

Considerando os valores dos parâmetros (k, m_1, m_2, b_1 e b_2), determinados explicitamente nas próximas secções obtém-se as matrizes A, B, C e D referentes ao sistema tratado.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -100 & -5 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 66.6667 & 0 & -66.6667 & -3.3333 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$C = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (24)$$

$$D = [0] \quad (25)$$

Logo, com o auxílio do MATLAB, através dos comandos $[num, den] = ss2tf(A, B, C, D)$ e $g = tf(num, den)$ obtém-se a função transferência equivalente a este sistema formado apenas pelas duas massas e a mola que as interliga. Observe que para uma representação completa do sistema precisa-se modelar o atuador (motor e sistema de transmissão), e esta foi elaborada na subseção de "Motor DC".

$$G(s) = \frac{333.3}{s(s + 1.793)(s^2 + 1.324s + 165.5)} \quad (26)$$

4. CINEMÁTICA E DINÂMICA DAS MAQUINAS

Nesta seção, busca-se apenas complementar os conceitos restantes referente a parte cinemática que não foram abordados até momento. Observe que os conceitos relacionados a decremento logaritmo, análise de diagrama de corpo livre, análise cinemática já foram apresentados nas seções anteriores.

As equações utilizadas na modelagem, já mostradas anteriormente, são expressas novamente a seguir pois vê-se justo mostrar que embora todas "aparentemente" lineares, na realidade, devido aos fatores físicos, seus comportamentos podem mudar. Este pode ser um dos motivos que o modelo teórico não representar exatamente o sistema real durante a validação.

$$Fm = k(y_1 - y_2) \quad (27)$$

$$Fb_1 = b_1 \dot{y}_1 \quad (28)$$

$$Fb_2 = b_2 \dot{y}_2 \quad (29)$$

A partir das equações acima e das expressões mostradas em 12 e em 15 pode-se obter as equações matriciais abaixo, que são preferenciais para o estudo da cinemática.

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

A ordem matricial representa a ordem do sistema em relação aos graus de liberdade. Nesta disposição, tais matrizes podem ser utilizadas para estudos futuros no campo de vibrações.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir é mostrado o resultado da construção e integração das partes até aqui abordadas.

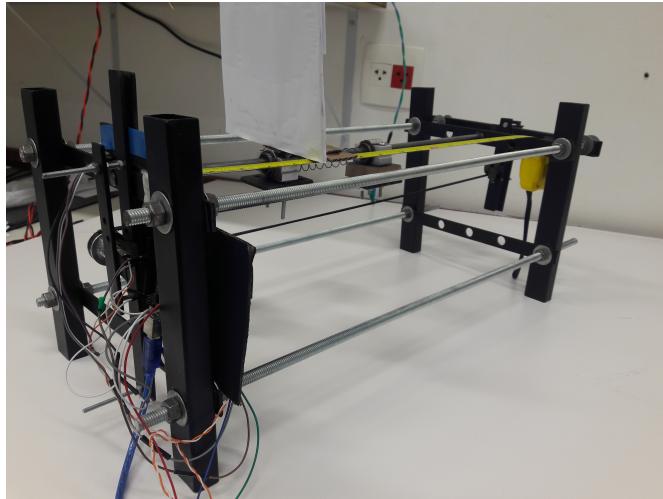


Figura 10. a. Protótipo do sistema massa mola.

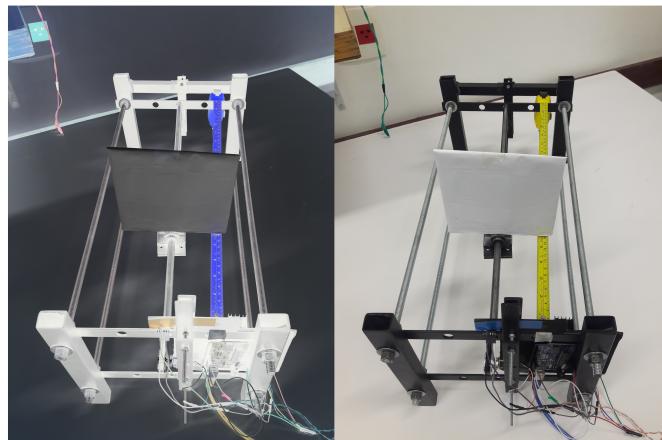


Figura 11. b. Protótipo do sistema massa mola.

Uma vez que obtido o pleno funcionamento do sistema, já sendo capaz de atuar e executar a leitura de dados, fez-se a validação em malha aberta do modelo proposto em 26. Como a entrada do modelo é a força F aplicada, podemos utilizar a relação terminada através da figura 7 e então aplicar um sinal de força em ambos os sistemas, real e modelo teórico e então avaliar o comportamento da posição do bloco escravo.

O sinal que foi aplicado neste sistema é semelhante ao mostrado a seguir, porém de menor amplitude. Como o

modelo proposto é um sistema do tipo 1, sinais típicos de teste como um degrau na entrada, ocasionaria uma rampa na saída do sistema, uma vez que a malha está aberta. Dessa forma, a validação poderia não ser precisa.

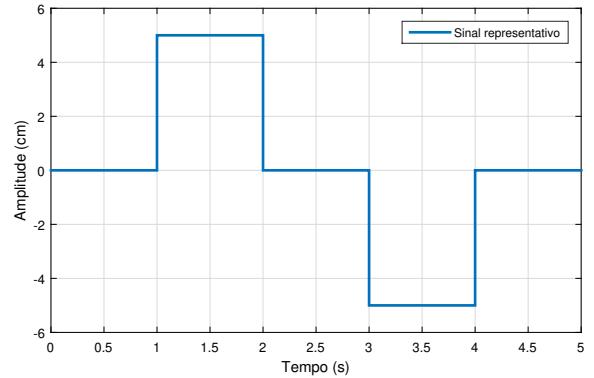


Figura 12. Formato do sinal utilizado como entrada para a validação em malha aberta, porém com baixa amplitude.

Já com a aplicação desta sequência de pulsos, o sistema tende a apresentar na saída um sinal de modo "semelhante" à união de duas rampas opostas. Observe que tal comportamento é devido a ação do integrador. A região de subida da saída é devido ao valor da integração do primeiro pulso ser positiva, ao passo que a região de descida se refere ao valor negativo da integração do último pulso. Este comportamento pode ser verificado na figura 14.

Sendo assim, ao aplicar o sinal descrito na entrada observou-se que para uma melhor representação do sistema real era necessário modificar parcialmente os polos e zeros da função transferência 26. As modificações foram feitas repetidas vezes, buscando sempre aproximar o máximo possível do sistema real. Depois de inúmeras modificações, percebeu-se que acrescentando um zero ao modelo e movimentando levemente os seus polos, era possível encontrar um modelo em que o sistema real estivesse muito bem representado. Logo, a partir de então foi utilizado tal modelo modificado. Este é dado pela equação 31.

$$G(s) = \frac{19.998(s+6)}{s(s+2.032)(s^2 + 1.301s + 164)} \quad (31)$$

A necessidade desta alteração no modelo indica que alguma dinâmica representada por um zero foi desconsiderada na modelagem. Entretanto como tal procedimento foi elaborado como mostrado, considerando o máximo possível de parâmetros, pode-se inferir que o caminho tomado foi a escolha mais plausível, pois não se vê outras formas mais acertivas de representar o sistema.

Logo, utilizando-se a equação 31 no diagrama de blocos abaixo e aplicando um sinal semelhante ao sinal em 12, porém de baixa amplitude, pode-se efetuar a validação do modelo, tendo como resultado a figura 14.

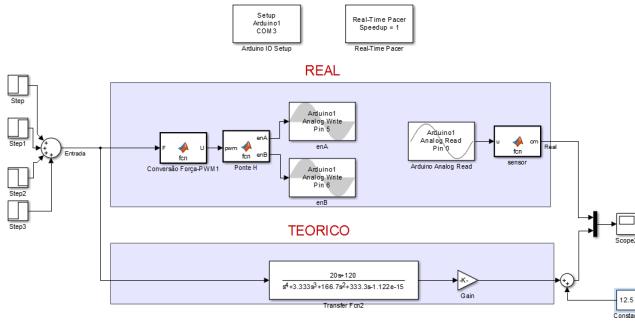


Figura 13. Diagrama de blocos utilizados para a validação em malha aberta.

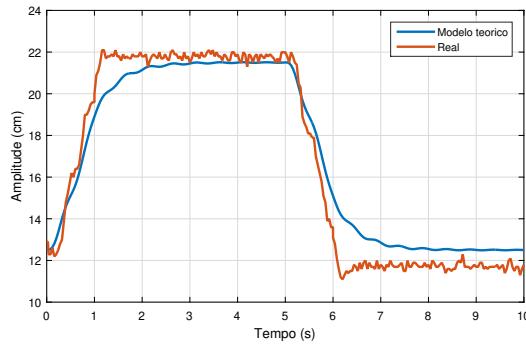


Figura 14. Validação de respostas a uma mesma entrada em malha aberta.

Pode-se utilizar a função transferência mostrada na equação 31 para projetar o controlador para este sistema. Através do método do lugar das raízes tem-se que:

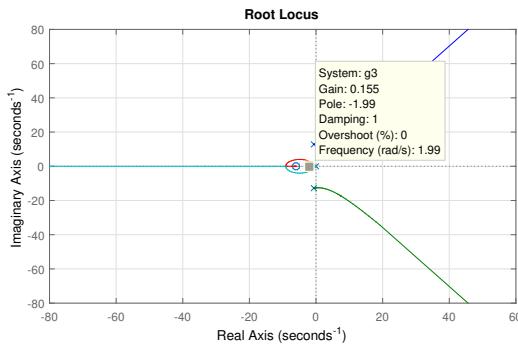


Figura 15. Lugar das raízes obtido através da expressão em 31.

Pode-se observar pelo lugar das raízes que o ganho máximo para um controlador proporcional é $K_p \approx 10$, pois a partir deste ponto o sistema se torna instável. Dessa forma foi escolhido um $K_p \approx 0.15$ afim de que o sinal de controle seja suficiente para controlar, mas que houvesse o menor overshoot possível como especificação de projeto.

Fechando malha do sistema, foi possível também efetuar a validação. As fotos a seguir mostram o digrama de blocos em malha fechada e comportamento do modelo e do sistema real a uma determinada referencia.

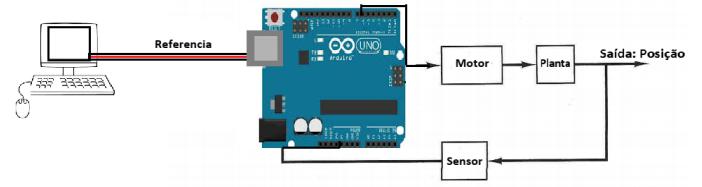


Figura 16. Esquema de ligação eletrônica na malha fechada.

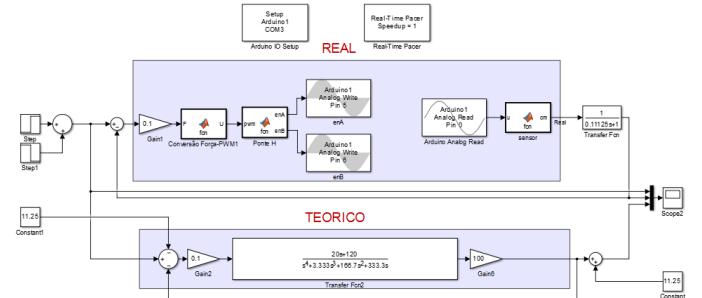


Figura 17. Diagrama de blocos para validação em malha fechada.

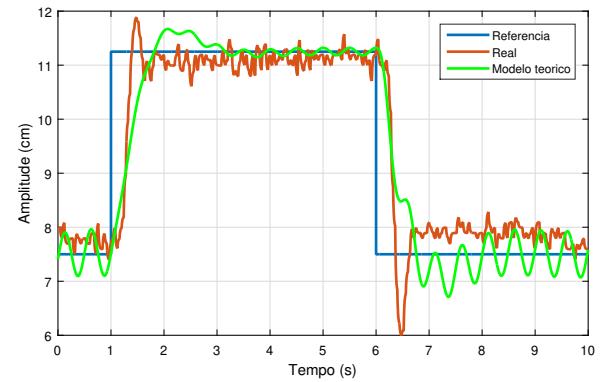


Figura 18. Validação em malha fechada sem o filtro na saída.

A resposta mostrada acima, foi obtida sem o filtro mostrado na figura 17 após o bloco de conversão. Por esse motivo foi necessário projetar um filtro para melhorar o sinal de saída. Sabe-se que um filtro de 1^a ordem é dado pela seguinte equação:

$$\frac{1}{\tau s + 1} \quad (32)$$

O tempo de acomodação do sistema é $T_s \approx 4.45$, como $4\tau = t_s$, logo $\tau = 1.1125$. Deseja-se que o τ do filtro seja uma década menor, logo $\tau_{filtro} = 0.11125$. Portanto o filtro a ser utilizado será o que está mostrado na Figura 17. A frequência de corte deste filtro é $\frac{1}{\tau} = 8.988$. Este valor também pode ser visualizado nos diagrama de Bode a seguir, Figura 19.

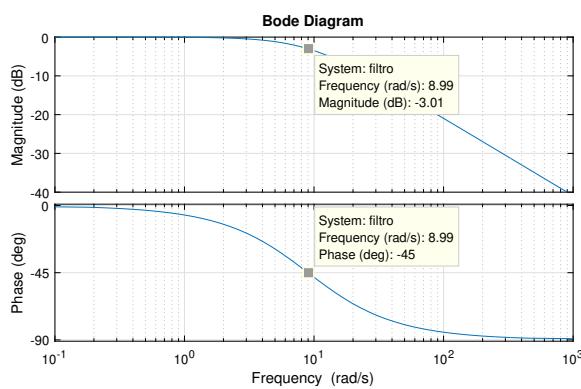


Figura 19. Digrama de Bode para o filtro de primeira ordem.

A analise em malha fechada para este sistema com o uso do filtro pode ser vista a seguir.

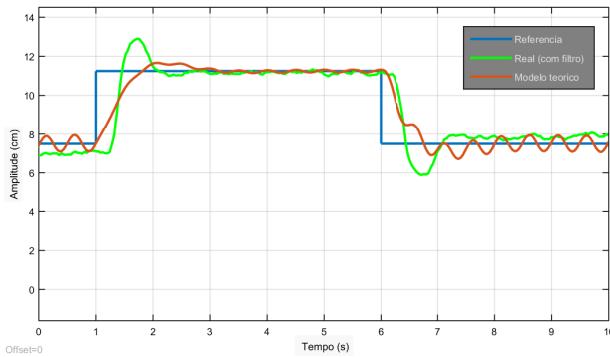


Figura 20. Validação em malha fechada COM o filtro na saída.

6. CONCLUSÕES

Neste projeto foi possível a aplicação das quatro áreas que envolvem a mecatrônica, com principal ênfase em controle, assim como foi possível a aplicação dos conhecimentos teóricos e práticos adquiridos ao longo do curso.

Foram registradas várias dificuldades para a obtenção da validação do sistema, tanto por causa do modelo possuir um integrador, tanto por este ser de 4 ordem. Mesmo foi possível modelar e validar de forma satisfatória.

Apesar de possuir muitos ganhos instáveis, foi possível a implementação de um controlador proporcional e posteriormente, um controlador PI. Sendo este escolhido pelo fato de integrar os erros, diminuindo a interferência de ruídos na leitura do sensor, logo, melhorando a leitura deste.

Desse modo, o trabalho foi extremamente proveitoso para o grupo em questão, permitindo a aplicação e aprendizagem de conhecimentos necessários ao curso. Espera-se futuramente a continuidade deste projeto em outras disciplinas e aplicação de novas técnicas de controle.

REFERÊNCIAS

NISE, NORMAN, 2002 *Control Systems Engineering*, 3th ed., John Wiley Sons.

DORF, R.C; BISHOP, R.H. *Sistema de Controle Modernos*. 11a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5a ed. São Paulo: Pearson Education, 2012.

RAO, S. *Vibrações Mecânicas*. 4a ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009.