

Projeto de um sistema de controle para tanques acoplados utilizando a biblioteca *Python* Control

Izaías Alves Dos Santos Junior * Lucas Silva Rodrigues **

* Curso de Engenharia Mecatrônica, Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), MG, (e-mail: izaiajunior747@gmail.com).

** Curso de Engenharia Mecatrônica, Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), MG (e-mail: lucassilvarodrigues96@gmail.com)

Abstract: This work aims to present the modeling and design of a controller via root locus (LGR) for a system of coupled tanks with an inserted nonlinearity and measuring noises. The implementation of the control system in the plant, was done in Python and consisted in identifying the system through the method of response to the 3 parameter step, designing the controller and analyzing its performance in the presence of noise and disturbance.

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo apresentar a modelagem e o projeto de um controlador via lugar geométrico das raízes (LGR) para um sistema de tanques acoplados com uma não linearidade inserida e ruídos de medição. A implementação do sistema de controle na planta foi realizada em *Python* e consistiu em identificar o sistema através do método da resposta ao degrau de 3 parâmetros, projetar o controlador e analisar o desempenho do mesmo na presença de ruído e perturbação.

Keywords: Controller design, System identification, Root locus, Python, Bode.

Palavras-chaves: Projeto de controladores, Identificação de sistema, Lugar das raízes; Python, Bode.

1. INTRODUÇÃO

O controle de nível em tanques é um processo muito comum em vários setores industriais, tais como: petroquímico, alimentício, farmacêutico, celulose e dentre outros. Segundo Ogata (2003), processos industriais envolvem, frequentemente, o fluxo de líquidos ao longo de tubos de conexão e de reservatórios. O fluxo nesses processos é geralmente turbulento e não laminar, o que caracteriza um processo não linear.

Um problema enfrentado no controle desse tipo de sistema, ocorre quando há objetos inseridos nesses tanques. Tais estruturas, como misturadores, resfriadores ou medidores, fazem com que a área da base do tanque altere ao longo da altura, se tornando uma função da mesma.

Dessa forma, em linhas gerais, o propósito deste trabalho é o controle do nível de água de um dos dois tanques acoplados com uma não linearidade inserida. Uma representação da planta é mostrada na Figura 1.

Além disso, a dinâmica do sistema pode ser representada pelas seguintes equações:

$$\dot{h}_1 = \frac{q_{21} - q_{out}}{A1} \quad (1)$$

$$\dot{h}_2 = \frac{q_{in} - q_{21}}{A2} \quad (2)$$

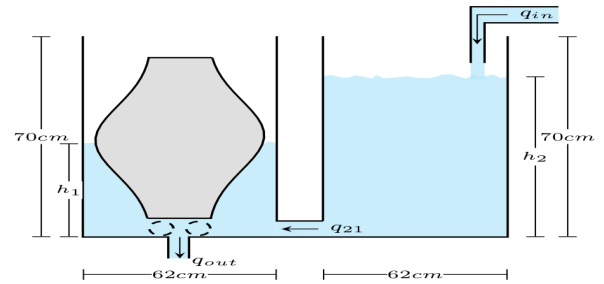


Figura 1. Sistema de dois tanques acoplados com uma não linearidade inserida.

2. PRELIMINARES

Esta seção apresenta uma revisão dos métodos empregados na realização do experimento.

2.1 Modelo da resposta ao degrau de 3 parâmetros

Segundo Aguirre (2007), a partir da resposta do sistema ao degrau, pode-se estimar os parâmetros que compõem um modelo representativo do sistema. Esta estratégia é denominada método de resposta ao degrau de três parâmetros. Portanto, uma sequência de degraus em torno de um ponto de operação permite a elaboração de vários modelos locais. A média dos melhores modelos locais, que representam o sistema, deve ser escolhida para representar o sistema investigado.

A Figura 2 mostra a saída de um sistema para uma entrada em degrau com comportamento característico de um sistema de primeira ordem com atraso.

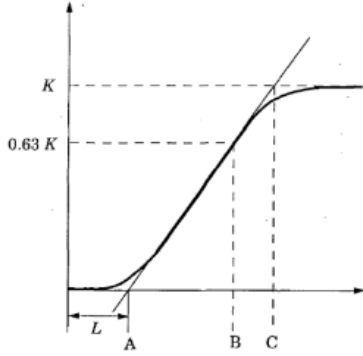


Figura 2. Determinação gráfica dos três parâmetros do modelo para sistemas sujeito a uma entrada degrau.

Observa-se que, a partir do traçado de uma reta tangente na região transitória da resposta, é possível estimar graficamente os parâmetros do seguinte modelo:

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-sL} \quad (3)$$

Onde: K é o ganho estático, T é a constante de tempo, sendo a distância entre os pontos AC ou AB e L o tempo morto ou atraso do sistema. Esse modelo é caracterizado pelos três parâmetros (K , T , L) e é muito comum sua utilização na sintonia de controladores do tipo *PID*.

Entretanto, o modelo descrito em 3 não é representativo para todas as situações, especialmente para sistemas que não apresentam elevada taxa de decaimento em altas frequências.

Assim, uma solução é modificar a representação da dinâmica do sistema, tal que:

$$G(s) = \frac{K}{(1 + Ts)^2} e^{-sL} \quad (4)$$

Os parâmetros K e L são definidos do mesmo modo que o modelo em 3. Já a constante de tempo (T) é definida pela solução numérica da resposta temporal do sistema dada por:

$$s(t) = K(1 - (1 + \frac{t-L}{T})e^{-(\frac{t-L}{T})}) \quad (5)$$

2.2 Controlador via Lugar geométrico das raízes

"O lugar geométrico das raízes, é uma representação gráfica dos pólos em malha fechada à medida que um parâmetro do sistema é variado, é um método poderoso de análise e projeto para a estabilidade e a resposta transitória." (NISE, 2013, P.580).

Nesse sentido, o método do LGR (Lugar Geométrico das Raízes) tem como princípio a modificação do lugar das raízes do sistema através da inclusão de pólos e zeros do controlador projetado à função de transferência de

malha aberta do sistema, fazendo com que o lugar das raízes passe pelos pólos de malha fechada desejados. Estes pólos são os que dominam a dinâmica do sistema e podem ser encontrados através das especificações de projeto, tais como o tempo de acomodação (t_s) e máximo sobressinal ($OS(\%)$), de modo a determinar os valores para ζ e ω_n conforme as equações 6 e 7.

$$\zeta = \frac{-\ln(\frac{\%os}{100})}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\frac{\%os}{100}))^2}} \quad (6)$$

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta t_s} \quad (7)$$

Assim, de posse dos valores determinados para as constantes, tem-se o par de polos desejados conforme a equação 8.

$$s_1, s_2 = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (8)$$

Logo, uma vez que tais pólos são determinados, realiza-se, então, a alocação dos pólos e zeros do controlador responsáveis por distorcer o LGR para região dos pólos desejados. Vale destacar que essa inserção dos pólos e zeros do controlador deve respeitar as condições de ângulo e de modulo apresentadas a seguir, respectivamente.

$$\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ(2k + 1)(k = 0, 1, 2, \dots) \quad (9)$$

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad (10)$$

Sendo assim, ao término da aplicação deste procedimento é possível determinar um controlador dado pela seguinte equação:

$$c(s) = k \frac{s + z_1}{s + p_1} \quad (11)$$

A disposição de z_1 e p_1 no eixo real influencia diretamente no modo de distorção do LGR, configurando os chamados controladores em avanço, atraso e avanço-atraso de fase.

A alteração do parâmetro K movimenta os pólos da malha fechada sobre a região desejada e deve ser utilizada para alcançar as especificações de projeto.

3. METODOLOGIA

Nesta seção, são apresentados separadamente a metodologia aplicada para a identificação do sistema e o projeto do controlador.

3.1 Identificação do sistema

A abordagem adotada para a identificação do sistema foi o Método da resposta ao degrau de três parâmetros. Como já descrito na seção anterior, a partir da resposta do sistema ao degrau, pôde-se determinar os parâmetros que constituem o modelo aproximado em torno de um ponto de operação definido.

Para este trabalho, definiu-se o ponto de operação sendo 27cm , que representa o nível de água do tanque com a não linearidade inserida (tanque 1).

Contudo, por ser um método de identificação construído a partir da resposta gráfica do sistema, os parâmetros que constituem os modelos apresentados nas equações 3 e 4, dependem, necessariamente, da precisão dos traçados das retas tangentes.

Sendo assim, pelo fato do sinal analisado possuir ruídos de medição, as aproximações propostas por esse método tornam-se menos precisas, pois ocorrem inexatidões nos traçados da reta tangente e, conseqüentemente, a obtenção dos parâmetros para a construção do modelo. Para contornar este problema, foi aplicada uma interpolação na região de interesse da resposta transitória do sistema, possibilitando assim uma maior precisão na obtenção dos parâmetros que constituem os modelos locais.

Este procedimento, bem como os traçados das retas tangentes para a obtenção dos parâmetros dos modelos, é mostrado na Figura 3.

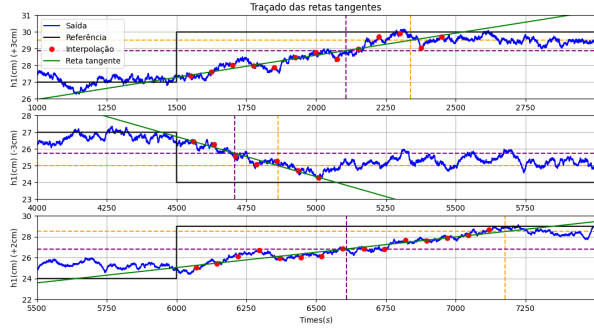


Figura 3. Resposta do sistema para a sequência de degraus $\pm 3\text{cm}$ e $+2\text{cm}$ em torno do ponto de operação escolhido.

Como mostrado na Figura 3, foi aplicada uma sequência de degraus com amplitude $+3\text{cm}$, -3cm e $+2\text{cm}$, respectivamente. Essa variação, teve como objetivo contemplar as dinâmicas da resposta do sistema para entradas positivas, negativas e medianas em torno do ponto de operação, através da construção de modelos médios locais, considerando os seguimentos AB e AC no eixo horizontal.

Através dos modelos locais, percebeu-se que os modelos provenientes dos seguimentos AB apresentaram melhor performance na representação do sistema do que os modelos considerando os seguimentos AC. Sendo assim, a equação do modelo médio de 1^{a} ordem que melhor representou a dinâmica do sistema, após ajustes de ganho, é mostrada a seguir:

$$G1(s) = \frac{2}{575.5s + 1} \quad (12)$$

Contudo, baseado na equação 4, foi proposto um modelo de segunda ordem, buscando verificar se o sistema analisado poderia ser melhor representado por um modelo de ordem superior em comparação ao modelo de primeira

ordem já encontrado. Considerando a melhor solução numérica encontrada para equação 5 através do método numérico bissecção e realizando-se alguns ajustes, pôde-se determinar o modelo de segunda ordem dado pela equação a seguir:

$$G2(s) = \frac{2}{62500s^2 + 500s + 1} \quad (13)$$

Para avaliar e validar a performance dos modelos de 1^{a} e 2^{a} , foram analisados os comportamentos das respostas para uma sequência de degraus aplicada em ambos. Para essa etapa, a sequência de degraus empregada foi diferente da utilizada para a identificação. Nesta, a amplitude do sinal de controle assume os valores de $+4\%$ e -4% . O comportamento dos modelos podem ser observados na Figura a seguir:

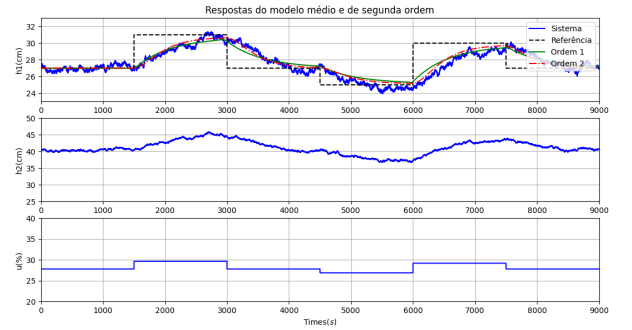


Figura 4. Resposta do sistema e dos modelos para uma sequência de degraus em torno do ponto de operação.

Graficamente, ambos os modelos apresentaram desempenhos satisfatórios na representação do sistema real. Entretanto, para uma análise quantitativa da performance dos modelos foram calculados os índices de desempenho *IAE*, *ITAE* e *RMSE*.

Tabela 1. Resultado dos índices de desempenho dos modelos.

Índices	1^{a}	2^{a}
<i>IAE</i>	3987,67	3459,65
<i>ITAE</i>	1993,83	1729,82
<i>RMSE</i>	1,0604	1,0035

Como mostrado pela Tabela 1, o modelo de segunda ordem apresentou uma performance ligeiramente melhor na representação do sistema analisado em comparação ao modelo de primeira ordem. Notou-se também, que sem a análise dos índices de desempenho seria difícil determinar visualmente qual representação é mais fidedigna.

Sendo assim, embora o modelo de segunda ordem tenha apresentado uma representação mais precisa do sistema, por estratégia de projeto visando a simplificação do mesmo, adotou-se o modelo de primeira ordem para o projeto do sistema de controle. O custo desta escolha, é um módico acréscimo da incerteza na determinação da posição dos pólos do sistema. Entretanto, essa pequena perda na precisão é compensada pela praticidade de se trabalhar com modelo 1^{a} ordem no projeto do controlador.

3.2 Projeto do Controlador

O projeto de controladores visa melhorar a performance de um processo a fim de atender a especificações de desempenho, de tal forma que, ao fechar a malha de controle, a resposta do sistema a uma entrada atenda as especificações pré-estabelecidas.

Observou-se que o sistema em malha aberta não apresenta *overshoot*, mas o seu tempo de acomodação é consideravelmente grande, aproximadamente 1275s. Sendo assim, um objetivo interessante é reduzir esse tempo de acomodação (*ts*) ao fechar a malha do sistema. Nesse sentido, determinou-se que em malha fechada a resposta do sistema deve apresentar um tempo de acomodação menor ou igual a 500s e com máximo sobressinal de 15%. O LGR do modelo que foi utilizado para o projeto do controlador é apresentado na Figura a seguir:

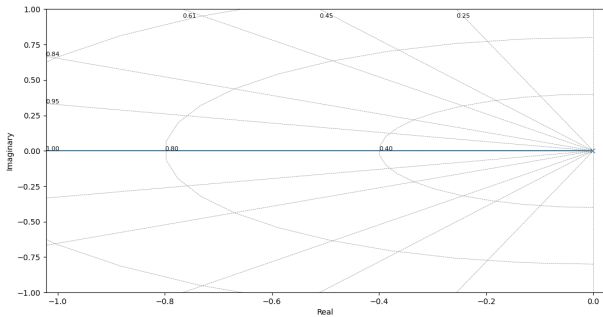


Figura 5. Lugar das raízes do modelo.

Considerando as especificações descritas anteriormente, calculou-se os pólos desejados e dominantes por meio das equações 8, 6 e 7, de modo a obter os seguintes pólos: $s_{1,2} = -0.00827 \pm 0.01129i$.

Entretanto, como já mencionado na etapa de validação do modelo, o sistema apresenta ruídos de medição, e um controlador contemplando apenas as especificações de *ts* e *OS*(%) tornaria o sistema suscetível aos efeitos de ruídos existentes e distúrbios presentes na planta.

Desta forma, a fim de conferir robustez ao controlador contra esses efeitos indesejados, foi inserido propositalmente um pólo na origem, para que a ação integral do mesmo garanta erro de regime permanente nulo e atenuar os efeitos da perturbação.

Em seguida, para atender as especificações de projeto e por meio da análise do LGR do modelo, optou-se pela implementação de um controlador de avanço de fase, de tal forma que o mesmo possa distorcer o lugar das raízes gerado a partir do ponto de encontro do caminho formado pelo pólo do sistema e o integrador. O zero do controlador foi posicionado sob eixo real na mesma posição da parte real dos pólos dominantes. Já o posicionamento do pólo em $s = -0.2$, foi obtido através do cálculo da contribuição de fase de todos os pólos e zeros presentes no sistema através da equação 9.

Desta forma, o caminho distorcido após o ajuste de ganho unitário para o controlador contemplou a região dos pólos

desejados. A Figura 6 apresenta o lugar das raízes com um *zoom* na região de interesse da localização dos pólos dominantes, após as modificações propostas.

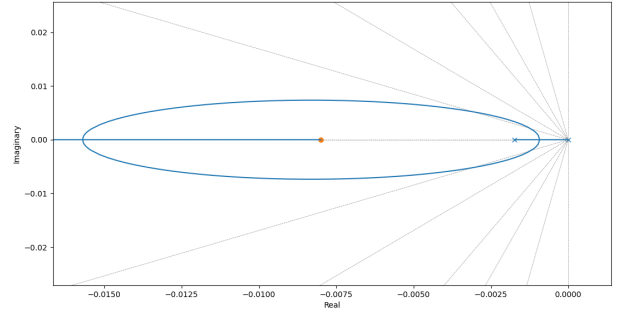


Figura 6. Lugar das raízes modificado para posição dos pólos dominantes da malha fechada.

A equação resultante do controlador, bem como resposta obtida do sistema em malha fechada com o controlador implementado, será discutida com maior profundidade na próxima seção.

4. RESULTADOS

A equação do controlador é apresentada na equação a seguir:

$$c(s) = \frac{s + 0.008}{s(s + 0.2)} \quad (14)$$

A topologia de controle adotada, considerando o controlador e o modelo encontrado é apresentada na Figura 7.



Figura 7. Topologia de controle determinada neste projeto.

A fim de avaliar e validar a robustez do controlador projetado e também enxergar os efeitos de sinais indesejados no sistema, avaliou-se a performance do mesmo em duas situações distintas, sendo elas: com ruídos de medição e distúrbios. O comportamento do sistema para o primeiro teste (caso 1) realizado, considerando apenas o ruído de medição como interferência externa, é mostrado na Figura a seguir.

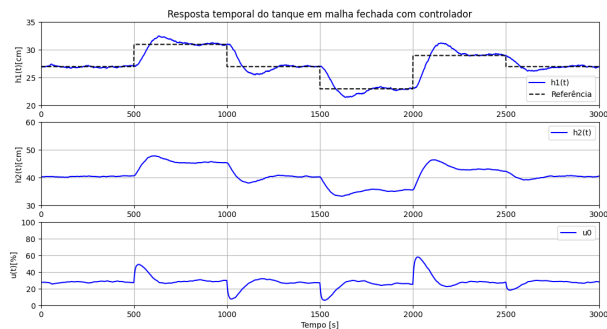


Figura 8. Comportamento do sistema controlado para uma sequência de degraus em torno do ponto de operação com presença de ruído.

Ao analisar a variável controlada na Figura 8, notou-se que a mesma é pouco afetada pelo ruído de medição e também não possui erro de *offset* para entradas em degrau.

Os parâmetros de desempenho da resposta em malha fechada estão dentro dos limites projetados, uma vez que o tempo de acomodação e o *overshoot* não são superiores a 500 segundos e 15%, respectivamente. Contudo, o comportamento do sistema real apresenta uma ligeira divergência no desempenho da resposta em malha fechada em relação ao modelo, apresentando valores de *overshoot* e tempo de acomodação um pouco menores. Esta ligeira divergência do modelo se dá pelo mesmo ser uma aproximação do sistema real, sujeita a erros de aproximação.

A resposta do sistema para o segundo teste é mostrada na Figura 9.

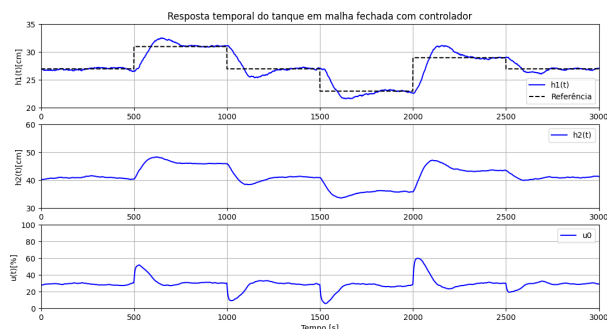


Figura 9. Comportamento do sistema controlado para uma sequência de degraus em torno do ponto de operação, com presença de ruído e distúrbio.

Para o segundo caso, visando a validação do controlador, considerou como interferência externa, além do ruído de medição, um distúrbio de 2,5% causado pelo aumento da vazão de saída do sistema. A sequência de degraus aplicado em torno do ponto de operação é a mesma do caso anterior e, assim como no primeiro teste realizado, nota-se que a variável controlada é pouco afetada pela presença do distúrbio inserido e também não apresenta erro de *offset* em regime permanente, características esperadas da saída do sistema devido a ação integral inserida propositalmente no controlador.

Avaliando o sinal de controle para este caso percebe-se que o mesmo novamente não ultrapassa a faixa de valores desejada, $[0 - 100\%]$. Isso significa que para entradas com ruídos e distúrbio, o esforço de controle nesse sistema está dentro dos limites aceitáveis, não ocasionando a saturação do sinal de controle. A ligeira oscilação do sinal de controle, logo após a ocorrência de variações na entrada do sistema, é causada pela ação integral buscando eliminar o erro residual.

Sabe-se que a análise da resposta em frequência através do diagrama de Bode é uma excelente ferramenta para avaliar a saída de um sistema em relação a sua entrada para um conjunto de frequências.

Dessa forma, considerando que o modelo de 1ª ordem é apenas uma representação aproximada do sistema real, o resultado da análise frequencial avaliando a influência das entradas de ruído e distúrbio na saída do sistema controlado não pode ser de maneira alguma considerada como determinística. Contudo, os resultados obtidos através da análise do Bode podem ser utilizados como guias para a discussão do comportamento do sistema com o controlador projetado para uma faixa de frequências.

Posto isso, a fim de comparar os resultados encontrados através das validações da resposta temporal obtidas no primeiro teste, foi avaliado o diagrama de Bode que descreve a interferência do ruído na saída do sistema. Este é apresentado na Figura a seguir.

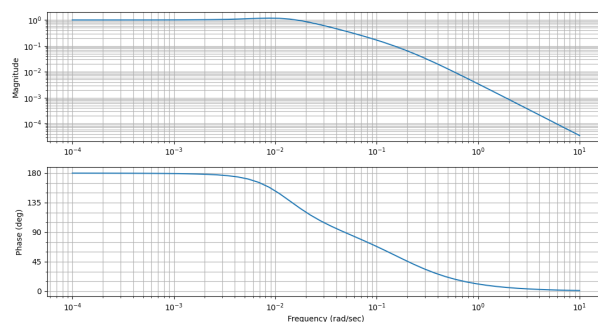


Figura 10. Diagrama de Bode considerando o ruído e a variável controlada.

Na figura acima, é possível perceber que qualquer sinal com frequência superior a 0.00765 rad/s será atenuado. Considerando que o ruído em geral é um sinal de alta frequência, esse resultado justifica de maneira aproximada a robustez da saída do sistema observada no primeiro teste. O ruído não interfere na saída por que sofre uma atenuação, assim como mostrado no diagrama de bode.

Para comparar os resultados obtidos no segundo caso, foi avaliado o diagrama de Bode da Figura 11, este mostra a influência do distúrbio na saída do sistema.

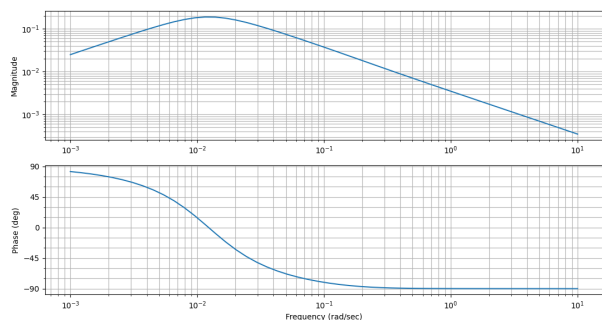


Figura 11. Diagrama de Bode considerando o distúrbio e a variável controlada.

Nota-se que qualquer sinal de distúrbio que apresente menor atenuação ocorre em 0.0016 rad/s e mesmo assim é atenuado em torno de -14 db/dec . Para quaisquer outros sinais com frequência diferente desta, a atenuação no módulo é maior ainda.

Portanto, conclui-se que devido as respostas temporais obtidas nos casos 1 e 2 e também da análise frequencial apresentada anteriormente, o controlador cumpri bem com sua função dentro da performance de desempenho proposta.

5. CONCLUSÃO

Nesta trabalho, foi utilizado o método da resposta ao degrau de 3 parâmetros para construir um modelo médio que representasse em torno de um ponto de operação, a dinâmica do nível de água de um sistema não linear de tanques acoplados, bem como analisar o desempenho do modelo obtido através do índice *IAE*, *ITAE* e *RMSE*.

Em seguida, foi realizado o projeto de um controlador do tipo avanço de fase via lugar geométrico das raízes para que o sistema em malha fechada com o controlador implementado, apresentasse uma resposta com $ts \leq 500s$ e $OS(\%) \leq 15\%$.

Validou-se então o desempenho do controlador projetado por meio de um teste, no qual o sistema possuía ruídos de medição e presença de distúrbio, e constatou-se que o mesmo se comportou de maneira satisfatória, atendendo as especificações de desempenho sem saturar o sinal de controle.

Por fim, realizou-se a análise frequencial via Bode, onde foi possível averiguar a influência de ruído e distúrbio no sistema. E verificou-se que devido a estrutura do controlador e a ação integral, o mesmo se comporta bem em ambas as situações.

Assim os objetivos propostos para este trabalho foram cumpridos, uma vez que os foi possível aprender o conhecimento acerca do processo de identificação e modelagem de um sistema real com presença de ruído e perturbação, bem como o projeto e implementação de controladores via LGR. Além da avaliação e discussão do desempenho geral do sistema e do controlador.

REFERÊNCIAS

- NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle** / Norman S. Nise; tradução e revisão técnica Jackson Paul Matsuura. - 6. ed. - [Reimpr.]. - Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- Ogata, K. **Engenharia de Controle Moderno**, Prentice-Hall, 4^a. ed., 2004
- AGUIRRE, Luis Antonio. **Introdução a identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. 3. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2007. 728 p. ISBN 978-85-7041-584-4.
- Figueiredo, L., Parreiras, T.A.R., Lacerda, M.J., and Leite, V.J.S. (2020). **Design of LPV-PI-like controller with guaranteed performance for discrete-time systems under saturating actuators**. In IFAC World Congress 2020.