Projeto de dois controladores para um sistema de tanques acoplados utilizando a biblioteca Python Control

Izaías Alves Dos Santos Junior * Lucas Silva Rodrigues **

* Curso de Engenharia Mecatrônica, Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), MG, (e-mail: izaiasjunior747@gamil.com). ** Curso de Engenharia Mecatrônica, Centro Federal de Educação Tecnológica (CEFET), MG (e-mail: lucassilvarodriques96@qmail.com)

Abstract: This work aims to present two controllers designs for a system of coupled tanks with an inserted nonlinearity and measurement noises. The first controller presented is of the type PI and second is by polynomial approach. The simulations and implementation of the controls systems in the plant, were performed in Python. The proposed controllers were obtained through the studied project techniques. At last, the performance of both in the presence of noises and disturbance are analyzed and discussed, and one of them is also performed.

Resumo: Este trabalho tem como objetivo apresentar o projeto de dois controladores para um sistema de tanques acoplados com uma não linearidade inserida e ruídos de medição. O primeiro controlador apresentado, é do tipo PI e o segundo por abordagem polinomial. As simulações e implementação dos sistemas de controle na planta foram realizadas em *Python*. Os controladores propostos foram obtidos por meio das técnicas de projeto estudadas. Por fim, são analisados e discutidos os desempenhos de ambos na presença de ruídos e perturbação, e também é feita realização de um deles.

Keywords: Controller design, Python, Coupled tanks, PI, Polynomial approach. Palavras-chaves: Projeto de controladores, Python, Tanques acoplados, PI, Abordagem polinomial.

1. INTRODUÇÃO

Tipicamente, sistemas de controle de nível contam com um controle do tipo liga/desliga por meio de relés. No entanto, a precisão na regulação do nível é consideravelmente limitada, e o mesmo não oferece robustez alguma para fenômenos indesejáveis como ruídos de medição e perturbações externas, presentes na maioria dos processos. Outro fator que fragiliza muito esse tipo de controle, são as não linearidades do próprio processo, tais como: resistência ao escoamento e relação da vazão com a coluna do líquido.

Avançando os estudos a respeito do projeto e implementação de sistemas de controle para plantas, cujo o principal objetivo é, a regulação em torno de um ponto de operação. No caso abordado, a regulação do nível de água de um sistema de tanques acoplados com uma não linearidade inserida em um dos tanques, como mostra a Figura 1.

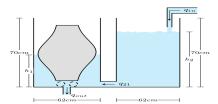


Figura 1. Sistema de dois tanques acoplados com uma não linearidade inserida.

Cuja a dinâmica é descrita pelas equações:

$$\dot{h}_1 = \frac{q_{21} - q_{out}}{A1} \tag{1}$$

$$\dot{h}_2 = \frac{q_{in} - q_{21}}{A2} \tag{2}$$

Tem-se que, o modelo do processo obtido via método da resposta ao degrau de três parâmetros, é dado pela equação 3.

$$G_m(s) = \frac{2}{575.5s + 1} \tag{3}$$

Este modelo, descreve o sistema quando o nível de água do tanque 1 encontra-se há 27cm do fundo. E o mesmo requer um sinal de controle de equilíbrio de 27.808% para atingir uma altura de equilíbrio de 27.8cm. Essa pequena diferença entre o ponto de operação adotado e altura real atingida, é causada pelos ruídos de medição e as não linearidades do sistema. As faixas de operação são: $h_1(t) = [0cm, 70cm]$ (sistema), $h_1(t) = \pm 4.9cm$ do ponto de operação (modelo) e u(t) = [0%, 100%], sendo $h_1(t)$ altura de água do tanque 1, e u(t) o sinal de controle aplicado no sistema e no modelo, ambos em malha aberta.

Isto posto, este trabalho propõem-se a projetar e implementar utilizando a linguagem *Python*, em especial, a bi-

blioteca *Python Control*, dois controladores distintos para a regulação do nível de água de um dos tanques do sistema estudado.

2. PRELIMINARES

Esta seção, apresenta uma revisão dos métodos empregados na realização do experimento.

2.1 Controlador PID via síntese direta

Segundo Castrucci (2011), o PID é uma técnica de controle de processos e seu nome advém do fato de que sua função de transferência contém a soma das ações proporcional, integral e derivativa, de modo a fazer que o sinal de erro seja minimizado pela primeira, zerado pela segunda e obtido com velocidade antecipativa pela última.

A função de transferência típica que descreve o controlador PID é mostrada na equação 4.

$$C(s) = K_p + \frac{1}{T_I s} + T_d s \tag{4}$$

Em que: K_p é o coeficiente da ação proporcional, T_i da ação integral e T_d o coeficiente da ação derivativa.

A obtenção dos parâmetros por síntese direta tem como objetivo selecionar uma resposta desejada ao sistema e através da mesma, calcular analiticamente a equação do controlador. Assim, a função de transferência que descreve o sistema em série com o controlador, em malha fechada, é descrita por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$
 (5)

Em que: G(s) é a função de transferência do processo, C(s) função do controlador, R(s) sinal de entrada e Y(s) sinal de saída.

A equação do controlador C(s) pode ser determinada a partir do desempenho esperado do sistema em malha fechada. Logo, considerando o modelo de primeira ordem descrito pela equação 3, o comportamento desejado para a malha fechada é descrita pela equação 6.

$$G_{mf}(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1} \tag{6}$$

Nesta equação, deve-se determinar qual o valor da constante de tempo τ_c almejada para o sistema, após a implementação do controlador na malha com realimentação unitária. Esse valor de τ_c , é calculado considerando a especificação de desempenho, tempo de acomodação (ts) desejado.

De posse da equação do modelo, G(s), e do valor de τ_c , a equação do controlador é dada por:

$$C(s) = \frac{1}{G} \frac{1}{\tau_c s} \tag{7}$$

Nota-se, portanto, que embora a metodologia apresentada seja para projeto de controladores PID, devido a ordem

do modelo adotado, obtém-se ao fim do projeto apenas um controlador do tipo PI.

2.2 Controlador via abordagem polinomial

A abordagem polinomial, é um método que fornece uma solução matemática relativamente rápida para projeto de controladores, por meio da solução da equação Diofantina, que na prática é o cálculo da equação do controlador, visando atingir uma determinada especificação de desempenho do sistema em malha fechada, através do posicionamento estratégico dos pólos e zeros do mesmo.

Para isso, considera-se a função de transferência do sistema dada pela equação 8 e do controlador, equação 9.

$$G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \tag{8}$$

$$C(s) = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} \tag{9}$$

Assim, para definir o controlador é utilizada a equação Diofantina, que é descrita conforme a seguir:

$$\alpha(s)A(s) + \beta(s)B(s) = D(s) \tag{10}$$

Em que A(s) deve ser mônico e A(s) e B(s) devem ser polinômios co-primos ou irredutíveis. E D(s) de ordem 2n-1.

Assim, para a solução deste problema, utiliza-se a matriz de Sylvester de ordem 2nx2n, descrita na equação 11:

$$E = \begin{bmatrix} a_n & 0 & \dots & 0 & b_n & \dots & 0 \\ a_{n-1} & a_n & \dots & 0 & b_{n-1} & \dots & 0 \\ \vdots & a_{n-1} & \dots & 0 & \vdots & \dots & 0 \\ a_1 & \vdots & \ddots & \vdots & b_1 & \ddots & \vdots \\ 1 & a_1 & \dots & a_{n-1} & b_0 & \dots & b_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_1 & 0 & \dots & b_1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & b_0 \end{bmatrix}$$
(11)

A partir das especificações de desempenho, obtém-se os coeficientes do polinômio D(s), apresentado na equação 12.

$$D = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d \end{bmatrix} \tag{12}$$

Os coeficientes desse polinômio geralmente são determinados com base na posição dos pólos da função de transferência em malha aberta, com o intuito de simplificar e atender as especificações de controle.

Os pólos desejáveis que irão dominar a dinâmica do sistema em malha fechada, são calculados em função dos parâmetros ζ e ω_n por meio das equações que os relacionam com OS e ts desejados.

Então, a solução final é dada através da equação 13.

$$M = E^{-1}D \tag{13}$$

De modo que M contém os coeficientes do controlador e é representado por:

$$M = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

3. METODOLOGIA

Nesta seção, são apresentados separadamente as etapas percorridas nos projetos dos controladores.

3.1 Projeto do controlador PI via síntese direta

O projeto de controladores visa melhorar a performance de um processo a fim de atender as especificações de desempenho, de tal forma que, ao fechar a malha de controle, a resposta do sistema a uma entrada atenda as especificações pré-estabelecidas.

O sistema estudado, em malha aberta não apresenta overshoot e tem tempo de acomodação de aproximadamente 1275s. Sendo assim, neste projeto o objetivo principal foi reduzir o tempo de acomodação (ts) para menor ou igual a 500s, ou seja, aproximadamente um terço do tempo de acomodação original.

Desta forma, com base na metodologia apresentada anteriormente e uma vez que o modelo do processo é conhecido, foi necessário determinar somente a constante de tempo τ_c desejada para resposta do sistema em malha fechada. Para isso, considerou-se que o ts almejado no projeto seria de 450 segundos, deixando como margem de erro de 10% do limite máximo especificado no projeto. Logo, sabendo que para o sistema atingir 98% da resposta final são necessárias quatro constantes de tempo, determinou-se $\tau_c=112.5s$.

Portanto, considerando o modelo apresentado na equação 3 e o valor de τ_c calculado, obteve-se o controlador PI. A equação completa do controlador, topologia de controle, resultados obtidos e discussões, são apresentados na seção Resultados.

3.2 Projeto do controlador via abordagem polinomial

Sabe-se que para sistemas de primeira ordem pela a abordagem polinomial, a equação do controlador obtido é apenas um ganho. Diante disso, a primeira etapa consistiu em encontrar um valor de ganho para o controlador que atendesse as especificações propostas de $ts \leq 500s$ e OS = 0%. No entanto, durante a etapa de testes e simulações, o sistema em malha fechada com o ganho calculado, apresentou erro de offset e para a situação onde havia presença de ruído e perturbação, o mesmo não apresentou robustez suficiente para rejeitá-la e manter o desempenho de regulação esperado.

Dessa forma, como estratégia de projeto, realizou-se então uma compensação no modelo do sistema acrescentando um integrador no mesmo, com o objetivo de resolver o problema da perturbação e seguimento de referência.

Em seguida, calculou-se o polos desejados de malha fechada para o sistema compensado, considerando as seguintes especificações ts=365s e OS=0.00001%. A justificativa para esses valores se dá pelo fato que o método polinomial fornece uma solução aproximada para a equação do controlador desejado. Adotou-se então, especificações mais arrojadas de ts para o cálculo dos polos de malha fechada, visando atender o desempenho especificado inicialmente.

Assim, os polos de malha fechada foram alocados em: $s_{1,2} = -0.011 \pm 0.0021i$ e $s_3 = -0.001739$, este último foi posicionado para cancelar com o zero de malha fechada muito próximo da origem que estava acelerando demais a resposta do sistema, impactando negativamente na especificação de sobrepassagem de sinal.

Calculou-se então a matriz de *Sylvester* descrita na Eq. 11 e os coeficientes do polinômio D na Eq. 12. E por fim, o vetor M da equação 14 que possui os coeficientes da equação final do controlador.

A equação completa do controlador, topologia de controle, resultados obtidos e discussões, são apresentados na seção Resultados.

4. RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com os sistemas controlados submetidos a três situações distintas. Dessa forma, para cada uma das abordagens utilizadas, são apresentadas primeiramente a equação do controlador e como o mesmo esta inserido na topologia de controle. Em seguida, são apresentados os desempenhos dos controladores encontrados, tanto no modelo quanto no sistema real, e também são comparados com o desempenho da malha aberta nos três testes distintos.

Sobre as características dos testes. No primeiro, considerase apenas a existência de ruídos de medição. No segundo, além do ruído de medição é aplicado uma perturbação de 5% do valor do sinal de controle que mantém o sistema no ponto de operação escolhido. No último, é considerado a existência de um distúrbio causado por um aumento de 2,5% na vazão de saída. Estes testes realizados tem grande importância porque buscam avaliar a robustez dos controladores projetados, simulando fenômenos de interferência externa que com frequência ocorrem no meio industrial.

São avaliados também o desempenho dos controladores entre si, através dos índices *IAE*, *ITAE*, *RMSE* e *IVU*. E por fim, são realizadas as análises frequenciais via Bode, avaliando as relações entre a referência, sinais de ruído e distúrbio na saída do sistema controlado.

4.1 Controlador polinomial

A equação do controlador projetado via abordagem polinomial é apresentada a seguir.

$$C(s) = \frac{0.03584s + 6.233 \cdot 10^{-5}}{s + 0.02192}$$
 (15)

O controlador apresentado na equação 15 foi implementado em série com a planta, e a topologia de controle do sistema em malha fechada é mostrada na Figura 2.



Figura 2. Topologia de controle para o controlador obtido via abordagem polinomial.

Como já esperado, devido a estratégia adotada de inserir um integrador no sistema, o controlador encontrado é de ordem inferior ao sistema final compensado.

A Figura 3, apresenta o resultado do primeiro teste realizado, no qual considera-se apenas a existência de ruído de medição no processo. Assim, nela são mostradas as saídas do sistema em malha aberta e fechada. Na malha fechada, o controlador da equação 15 é implementado tanto no modelo linear quanto no sistema real.

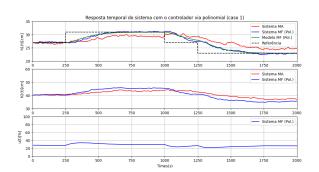


Figura 3. Resposta do sistema em malha aberta Vs. malha fechada com o controlador polinomial.

Através dos resultados apresentados na Figura 3, notase que o desempenho esperado para o sistema controlado, tanto no modelo quanto no sistema real foram alcançados.

O sistema em malha aberta, além de apresentar tempo de acomodação superior ao sistema controlado, ainda possui erro de offset. Esses dois comportamentos em malha aberta, foram corrigidos ao colocar o sistema em malha fechada com controlador projetado, eliminando o erro de offset e deixando o sistema com tempo de acomodação inferior a 500s.

Além disso, o sinal de controle do sistema real em malha fechada não apresenta altas amplitudes, comportamento muito interessante do ponto de vista do desgaste do atuador em seu ciclo de trabalho.

A Figura 4, apresenta o desempenho do sistema real em malha aberta e fechada para o segundo teste realizado. Neste teste, além do ruído também é adicionada uma perturbação de 5% do valor do sinal de controle de equilíbrio.

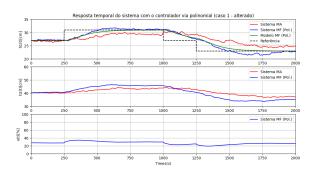


Figura 4. Resposta do sistema em malha aberta Vs. malha fechada com o controlador polinomial.

Percebe-se pela Figura 4, que a presença do controlador em malha fechada tanto no modelo linear quanto no sistema real, fez com que ambos apresentassem menor influência da perturbação inserida em relação ao sistema em malha aberta. Observa-se também, que o tempo de acomodação e o segmento de referência no sistema em malha fechada é pouco afetado tanto no modelo quanto no sistema real.

A Figura 5, apresenta o desempenho do sistema real e do modelo no terceiro teste.

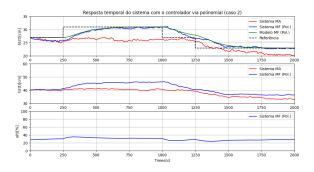


Figura 5. Resposta do sistema em malha aberta Vs. malha fechada com o controlador polinomial.

Considerando que este terceiro teste simula a existência de um fenômeno de distúrbio na planta, o sistema controlado apresentou excelente performance. Observa-se que o desempenho do sistema em malha aberta, é diretamente afetado pelo fenômeno de distúrbio, apresentando um aumento no seu tempo de acomodação e erro em regime permanente. Contudo, o sistema em malha fechada com o controlador projetado, tanto real quanto o modelo linear, não sofreram interferência desta perturbação adicionada.

4.2 Controlador PI

A equação do controlador PI obtido via síntese direta, é apresentada na equação 16.

$$C(s) = \frac{575.5s + 1}{225s} \tag{16}$$

A topologia de controle com o controlador, é mostrada na Figura 6.



Figura 6. Topologia de controle para o controlador PI obtido via síntese direta.

Adotando a mesma sequência de testes realizados para o controlador polinomial. Tem-se na Figura 7, a resposta do sistema em malha aberta e fechada, com o controlador implementado no sistema real e no modelo linear.

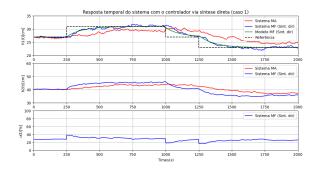


Figura 7. Resposta do sistema em malha aberta Vs. malha fechada com o controlador PI via síntese direta.

Como mostra a Figura 7, o desempenho em malha fechada, tanto do modelo quanto do sistema real são superiores ao desempenho da malha aberta. Dessa forma, os sistemas controlados além de eliminarem o erro de *offset* existente na malha aberta, também reduzem o tempo de acomodação para menos que 500s, conforme as especificações de projeto.

A figura 8, apresenta a performance do controlador para as condições do segundo teste.

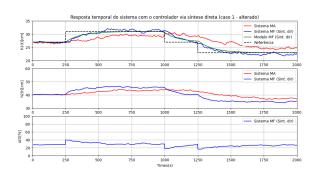


Figura 8. Resposta do sistema em malha aberta Vs. malha fechada com o controlador PI via síntese direta.

Nota-se pela Figura 8, que o sistema em malha aberta tem sua dinâmica alterada devido a perturbação inserida. Contudo, essa influência é atenuada nos sistemas com o controlador PI, uma vez que apenas o sistema real sofre uma variação de aproximadamente 6% do valor de overshoot, no primeiro degrau.

As respostas do sistema em malha aberta e fechada para o terceiro teste, são mostradas na Figura 9.

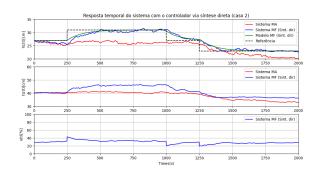


Figura 9. Resposta do sistema em malha aberta Vs. malha fechada com o controlador PI via síntese direta.

Nessas condições, o sistema real em malha fechada distância ligeiramente da dinâmica do modelo no início do regime transitório. Ainda assim, o sistema real apresenta um desempenho muito superior em relação ao sistema em malha aberta.

4.3 Comparação entre controladores

A Tabela 1 apresenta um quadro comparativo das performances entre os controladores, através dos índices de desempenho *IAE*, *ITAE*, *RMSE* e *IVU*.

Estes índices, são medidas usadas para quantificar o erro, quanto maiores, piores. A comparação é feita sempre de forma relativa, entre situações similares. Basicamente, quanto maior seu valor, pior é o desempenho.

Vale ressaltar que existem algumas variações entre os índices: o ITAE penaliza mais os erros a longo prazo, ao passo que o IAE penaliza da mesma forma erros no início e no final do experimento, ou seja, na região de transitório e regime permanente. O RMSE, é uma medida relativa à energia do sinal. Já o IVU mede o esforço do sinal de controle.

Tabela 1. Desempenho dos controladores.

Índices	PI	Polinomial
IAE	1561.39	2623.51
ITAE	151661.78	2607224.65
RMSE	0.88357	1.14532
IVU	3.88	3.72

Teste 02 (caso 1 - alterado)			
Índices	PI	Polinomial	
IAE	1741.24	2331.64	
ITAE	1725785.67	2426871.62	
RMSE	0.93307	1.077973	
IVU	4.41	3.81	

	Teste 03 (caso 2)	
Índices	PI	Polinomial
IAE	1690.62	2197.73
ITAE	1508701.35	1995602.9
RMSE	0.91941	1.04827
IVU	4.26	3.19

Observa-se pela Tabela 1, que o controlador PI obtido via síntese direta, apresenta uma performance melhor do

que o polinomial, em relação a seguimento de referência e, consequentemente, na regulação de nível.

Com relação ao IVU, nota-se que o controlador via síntese direta apresenta um esforço de controle maior que o polinomial. Isso é bem razoável, pois o controlador PI é mais eficiente do ponto de vista de performance do sistema de controle, em termos de seguimento de referência e regulação. No entanto, o atuador com esse tipo de controle irá se desgastar mais durante seu ciclo de trabalho do que com o controlador polinomial, uma vez que o mesmo irá manobrar as mudanças do nível de água do tanque 1 com maior rapidez.

4.4 Análises frequenciais

A fim de analisar os controladores por uma perspectiva diferente das fornecidas pelas ferramentas utilizadas até o momento, foram realizadas três análises frequenciais dos sistemas de controle projetados. Essas análises, visam avaliar a influência de ruídos no sinal de referencia, distúrbio e ruídos de medição na variável controlada.

O diagrama de bode que relaciona a influência de variações de sinais na entrada do sistema na variável controlada, é mostrado na Figura 10.

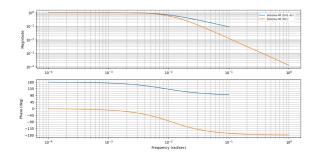


Figura 10. Diagrama de Bode que relaciona o sinal de referência com a saída do sistema.

Nota-se que, o comportamento de ambos os sistemas controlados para frequências inferiores a 0.007rad/s são semelhantes. Para sinais na referência com frequências até este valor, a influência na saída do sistema é diretamente proporcional, uma vez que o ganho nesta faixa, é unitário. Contudo, para sinais com frequência superior a este valor, a influência na variável controlada é atenuada em ambos os sistemas. Porém, no sistema com controlador obtido via abordagem polinomial essa capacidade de atenuação é ainda maior, conforme mostra o diagrama de bode da Figura 10.

O diagrama de bode que relaciona a influência de ruídos de medição na variável controlada, é apresentado na Figura 11.

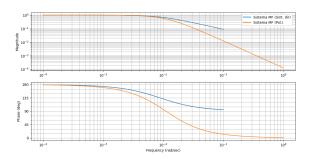


Figura 11. Diagrama de Bode que relaciona o ruído de medição com a saída dos sistemas controlados.

Através da Figura 11, é possível concluir que sinais de ruído de medição com frequência inferior a 0.001rad/s, irão influenciar diretamente a saída de ambos os sistemas, uma vez que o ganho é unitário para frequências até este valor. Os dois sistemas controlados, têm alta capacidade de atenuação sobre ruídos de medição com frequências superiores a 0.001rad/s. Todavia, o controlador polinomial apresenta maior intensidade de atenuação para sinais com frequências superiores a este valor, pois sua atenuação é superior a 20db/dec.

O diagrama de bode que relaciona a influência do distúrbio na variável controlada, é apresentado na Figura 12.

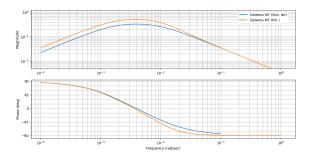


Figura 12. Diagrama de Bode que relaciona o distúrbio com a saída dos sistemas controlados.

Nota-se, que ambos os sistemas apresentam elevada robustez a fenômenos de distúrbio. A atenuação mínima de sinais de distúrbio, ocorrem para ambos os sistemas em torno da frequência de 0.004rad/s. Nesta frequência, o sistema com controlador polinomial apresenta atenuação de -5.88db. Já o sistema com controlador PI, possui capacidade de atenuação maior, alcançando para essa mesma frequência a atenuação de -9.88db/dec. Esta maior capacidade de rejeição ao distúrbio do controlador PI, pode ser observada graficamente na Figura 9 e quantitativamente na Tabela 1 (Teste 3), em que durante a simulação do fenômeno de distúrbio, o sistema com este controlador performou melhor.

4.5 Realização do controlador

Dentre os dois controladores projetados, o controlador PI foi escolhido para ser implementado através de um circuito analógico. Deste modo, o circuito apresentado na Figura

13, apresenta uma maneira alternativa à implementação do controlador em relação a implementação digital, por meio de controladores como os CLP's. O memorial de cálculo justificando as escolhas dos componentes do circuito analógico do controlador, está em anexo ao arquivo texto.

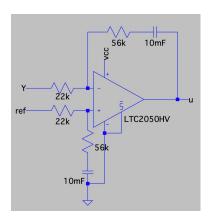


Figura 13. Circuito analógico do controlador PI obtido via síntese direta.

5. CONCLUSÃO

Nesta trabalho, foram realizados os projetos de dois controladores para a regulação do nível de água de um sistema de tanques acoplados, também foram avaliados os desempenhos dos sistemas controlados tanto graficamente e quantitativamente por meio dos índices IAE, ITAE, RMSE e IVU. E por fim, a implementação em circuito analógico de um dos controladores.

A primeira etapa do trabalho consistiu em realizar o cálculo dos parâmetros dos controladores, nesta foram realizados os projetos de um controlador do tipo PI via síntese direta e outro via abordagem polinomial, visando que a resposta do sistema em malha fechada com os controladores implementados, apresentasse $ts \leq 500s$ e OS(%) = 0%.

Validou-se então os desempenhos dos controladores projetados por meio de três testes distintos. No qual, no primeiro o sistema possuía ruídos de medição, no segundo o sinal de controle de equilíbrio foi perturbado em $\pm 5\%$ do seu valor, e o último foi inserido uma perturbação por meio do acréscimo 2.5% na vazão de saída do sistema. Ambos os sistemas de controle performaram satisfatoriamente nos testes adotados, atendendo as especificações propostas.

A respeito da utilização das estruturas de controle: Preditor de *Smith* e Anti*windup*, sabe-se que a primeira é utilizada quando o sistema apresenta não linearidades, como: atraso de transporte, saturação e zona morta. Já a segunda, é utilizada quando existe saturação do sinal de controle. No entanto, o sistema estudado apresenta um valor do tempo de atraso muito pequeno em relação ao tempo de acomodação natural do sistema, sendo assim o mesmo foi desconsiderado na modelagem do trabalho. E com relação ao sinal de controle, observa-se pelos resultados apresentados que ambos os sistemas de controle não apresentam grandes amplitudes para as especificações propostas. Logo, ambas as estruturas foram dispensadas neste trabalho.

Na comparação entre os controladores propostos, foi possível perceber a superioridade do controlador PI através das análises gráficas dos testes e realizados e dos índices apresentados na Tabela 1.

Além disso, os diagramas de Bode apresentados na seção 4.4 confirmaram os comportamentos dos sistemas durante os testes realizados. Na verdade, durante a fase de projeto, os diagramas foram utilizados para estimar quais seriam os comportamentos na presença de perturbações externas, e assim definir a melhor estratégia de projeto. De fato, as respostas obtidas com os controladores projetados já haviam sido previstas ainda na fase de projeto. Dessa forma, essas análises direcionaram a tomada de decisões, como por exemplo, a inserção da ação integral na malha de controle de ambos os sistemas, o que proporcionou alem do alcance das especificações, mais robustez a ruídos e pertubações externas.

Por fim, construiu-se o circuito analógico do controlador PI via síntese direta.

Assim, os objetivos propostos para este trabalho foram cumpridos, uma vez que os foram possíveis aprender o conhecimento acerca das etapas que envolvem o projeto de controladores e a utilização das ferramentas de análise de desempenho dos mesmos.

REFERÊNCIAS

NISE, Norman S.**Engenharia de sistemas de controle** / Norman S. Nise; tradução e revisão técnica Jackson Paul Matsuura. - 6. ed. - [Reimpr.]. - Rio de Janeiro: LTC, 2012.

Ogata, K. Engenharia de Controle Moderno, Prentice-Hall, $4^{\underline{a}}$. ed., 2004

Castrucci, P.L.; Bittar, A. e Sales, R. M. Controle Automático. Editora GEN/LTC, Rio de Janeiro, RJ, 2011, 476 páginas. ISBN 978-85-216-1786-0

Figueiredo, L., Parreiras, T.A.R., Lacerda, M.J., and Leite, V.J.S. (2020). **Design of LPV-PI-like controller with guaranteed performance for discrete-time systems under saturating actuators**. In IFAC World Congress 2020.