

Ecología Matemática

**Master en Técnicas de conservación de la
biodiversidad y ecología**



Universidad
Rey Juan Carlos

Ecología Matemática

Raúl García-Valdés



Address and links

Departamental II – 245
Area of Biodiversity and Conservation
Universidad Rey Juan Carlos
c/ Tulipán, s/n.
E-28933 Móstoles

Phone: +34 91 488 4822

E-mail: raul.garcia.valdes at urjc.es

Homepage at URJC

ORCID: [0000-0001-6399-4709](https://orcid.org/0000-0001-6399-4709)



GRUPO DE INVESTIGACIÓN BIOLOGÍA
EVOLUTIVA Y DE LA CONSERVACIÓN

Juan G. Rubalcaba

Senior researcher (Talento CAM)



juanvgal@ucm.es

+34 91 394 4950

Facultad de Ciencias Biológicas

Biodiversidad, Ecología y Evolución

Zoología, despacho A9-18

In English

Ecología Matemática

II.-Presentación

La modelización matemática permite simplificar sistemas de gran complejidad, estudiar su evolución en el tiempo y sus respuestas al cambio. En ecología, los modelos nos ayudan a comprender y predecir las respuestas de la biodiversidad al cambio global teniendo en consideración los mecanismos que gobiernan las relaciones organismo-ambiente y organismo-organismo. Esta visión mecanicista complementa la aproximación estadística tradicional, la cual describe correlaciones sin atender a los procesos físicos, químicos y biológicos que gobiernan las interacciones en los ecosistemas.

La modelización matemática está ausente en la mayoría de los grados universitarios en Biología y Ciencias Ambientales, lo que limita el acceso de los/las estudiantes a un amplio abanico de herramientas y áreas de estudio en auge en ecología. Por ello, el objetivo general de esta asignatura es presentar al alumnado de máster los procedimientos para dividir un problema ecológico real en partes más simples adecuadas para su análisis matemático. Este análisis es la base para la comprensión, dinámica, predicción y/o generación de nuevas hipótesis sobre cualquier proceso biológico. Se pretende que el alumnado comprenda la complejidad que conlleva la traducción de un proceso biofísico al lenguaje matemático y aprenda a modelizar a un nivel básico.

Se recomienda un conocimiento medio de inglés y un conocimiento a nivel de usuario del lenguaje de programación R.

Ecología Matemática

IV.-Contenido

IV.A.-Temario de la asignatura

Tema 1: Introducción a los modelos matemáticos en Ecología:

Breve introducción sobre los modelos en Ecología. Alternativas a los métodos experimentales clásicos: las formas de simplificar la realidad. La modelización para estudiar procesos y patrones. Modelización y simulación. Tipos de modelos.

Tema 2: Modelos basados en algoritmos matemáticos:

La capacidad de predicción. Variables y parámetros. Interpretación de modelos. Realismo, precisión y generalidad. Los componentes de la escala. Determinismo y estocasticidad.

Tema 3: Modelos mecanicistas de distribución de especies I: los modelos biofísicos

Los patrones y procesos en ecología. Modelos de distribución. Profundizando en las relaciones distribución-clima: los modelos ecofisiológicos.

Tema 4: Modelos mecanicistas de distribución de especies II: los modelos de sucesión y dinámicos.

Incluyendo las interacciones bióticas: los modelos de sucesión. Incluyendo la dispersión y superando el equilibrio: los modelos dinámicos. Combinando modelos y los modelos híbridos.

Ecología Matemática

Método de evaluación

Descripción de las pruebas de evaluación y su ponderación

- Entrega de guiones de las actividades prácticas - 70% de la nota (revaluable, nota mínima: 4 sobre 10). Véanse las indicaciones más adelante sobre la asistencia a las actividades prácticas.
- Presentaciones orales sobre lo tratado en las clases de prácticas, o sobre el trabajo grupal - 20% de la nota (no revaluable, sin nota mínima).
- Asistencia y participación en las clases teóricas –10% (no revaluable, sin nota mínima).

Para superar la asignatura se han de dar todas y cada una de las tres condiciones siguientes:

- La media total de las puntuaciones debe ser igual o superior a un 5 (en el rango de 0 a 10).
- Haber igualado o superado la puntuación mínima (4 en el rango de 0 a 10) en cada una de las actividades que lo requieran.
- Haber asistido a todas aquellas actividades que requieren asistencia obligatoria.

Indicaciones sobre la asistencia a las actividades prácticas:

- Se admitirá un máximo de una falta justificada, en cuyo caso el docente podrá reclamar una prueba sustitutoria (revaluable, nota mínima 4 sobre 10).

Ecología Matemática

			Evaluación	Baremo
26-feb 16-18h	Teoría	Tema 1: Introducción a los modelos matemáticos en ecología		
27-feb 18-20h	Práctica	Práctica Tema 1: Cómo se construye un modelo - Herramientas de cálculo I	Informe	10%
03-mar 18-20h	Teoría	Tema 2: Modelos basados en algoritmos matemáticos		
04-mar 16-18h	Práctica	Práctica Tema 2: Herramientas de cálculo II	Informe	10%
05-mar 18-20h	Teoría	Tema 3: Modelos mecanicistas I: modelos biofísicos		
06-mar 16-18h	Práctica	Práctica Tema 3: Aplicación de un modelo biofísico (Póster)		
07-mar 18-20h	Práctica	Práctica Tema 3: Aplicación de un modelo biofísico (Póster)	Informe	30%
10-mar 16-18h	Práctica	Práctica Tema 3: Presentación del Póster	Presentación	5%
11-mar 18-20h	Teoría	Tema 4: Modelos mecanicistas II: los modelos de sucesión y dinámicos		
12-mar 16-18h	Práctica	Práctica Tema 4: Aplicación de un modelo de sucesiones (Póster)		
13-mar 18-20h	Práctica	Práctica Tema 4: Aplicación de un modelo de sucesiones (Póster)	Informe	30%
14-mar 16-18h	Práctica	Práctica Tema 4: Presentación del Póster	Presentación	5%
			TOTAL	90%
			Asistencia	10%

Ecología Matemática

**Tema 1: Introducción a los modelos matemáticos
en ecología**



Universidad
Rey Juan Carlos

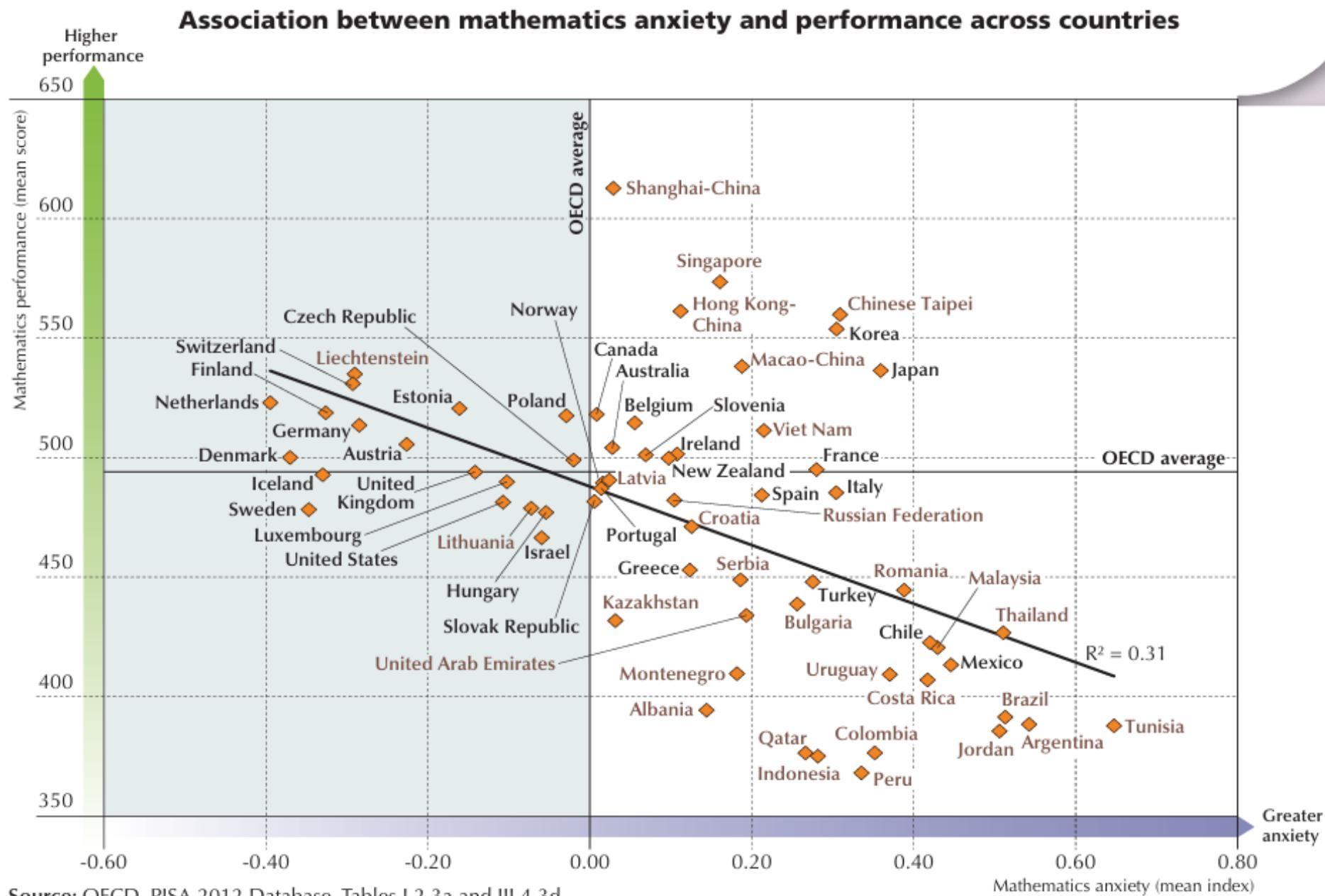
Organización

1. ¿Por qué una asignatura de **ecología matemática**?
2. Modelos **mecanicistas** vs *modelos correlativos*: la importancia de incorporar los mecanismos
3. Necesitamos las **matemáticas** para incorporar mecanismos
4. Cómo entendemos la **modelización en ecología**
5. **Modelos mecanicistas**: estructura de la asignatura

Organización

1. ¿Por qué una asignatura de **ecología matemática**?
2. Modelos mecanicistas vs modelos correlativos: la importancia de incorporar los mecanismos
3. Necesitamos las matemáticas para incorporar mecanismos
4. Cómo entendemos la modelización en ecología
5. Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

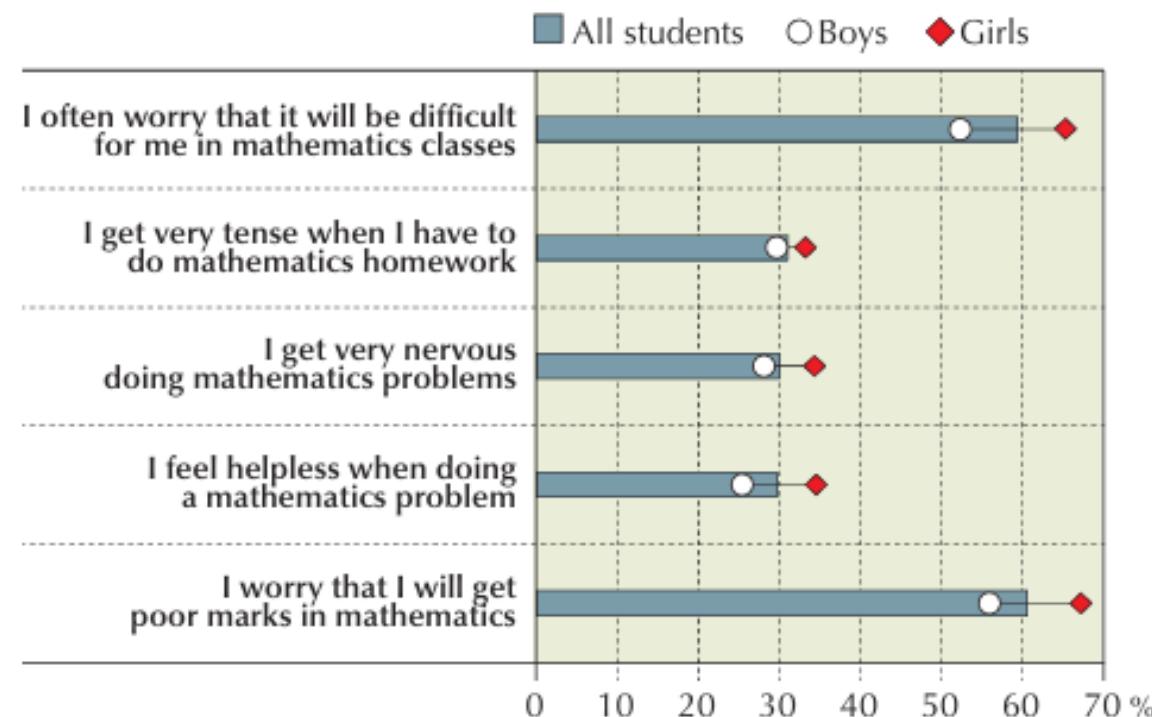
¿Por qué una asignatura de ecología matemática?



¿Por qué una asignatura de ecología matemática?

How students express their anxiety towards mathematics

Percentage of students across OECD countries who reported that they "agree" or "strongly agree" with the following statements:



Note: All differences between boys and girls are statistically significant.

Source: OECD, PISA 2012 Database, Tables III.4.3a and III.4.3b.

StatLink <http://dx.doi.org/10.1787/888932963958>

¿Por qué una asignatura de ecología matemática?



Heavy use of equations impedes communication among biologists

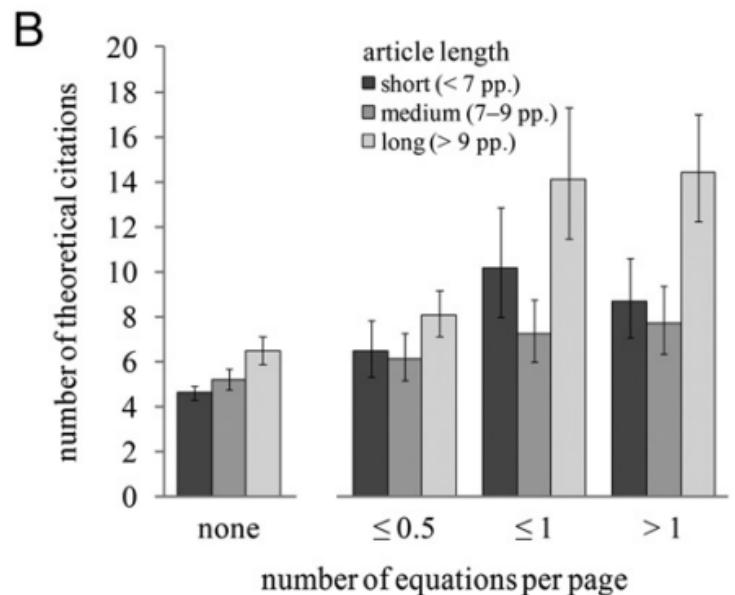
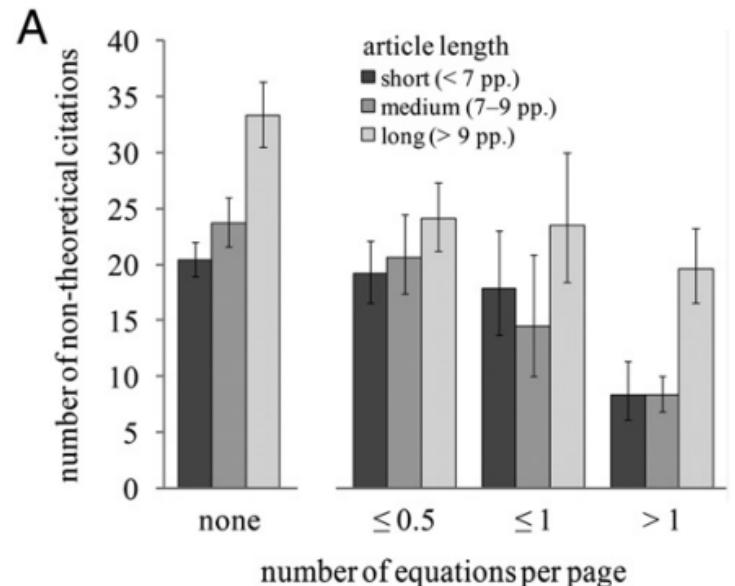
Tim W. Fawcett¹ and Andrew D. Higginson

School of Biological Sciences, University of Bristol, Bristol BS8 1UG, United Kingdom

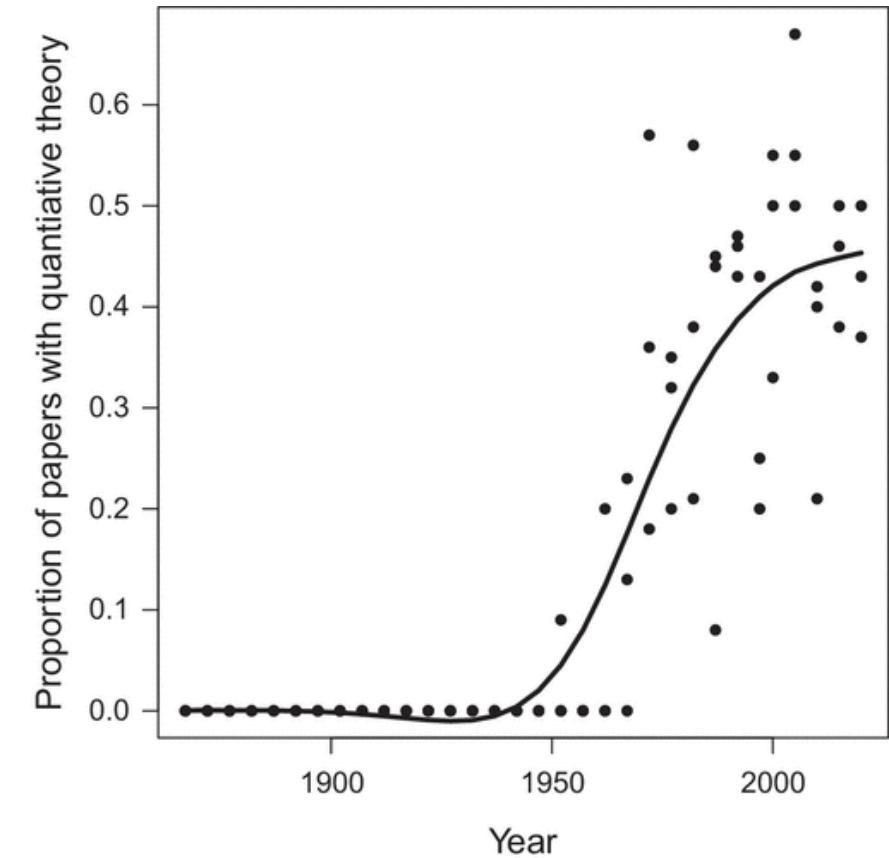
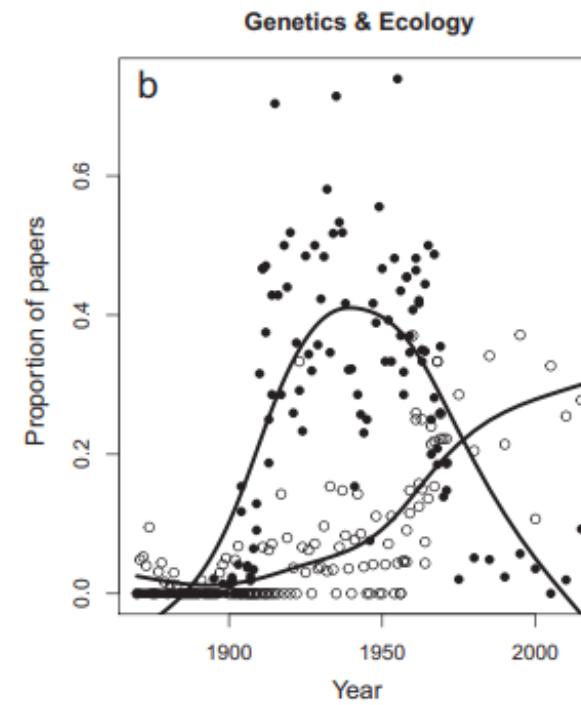
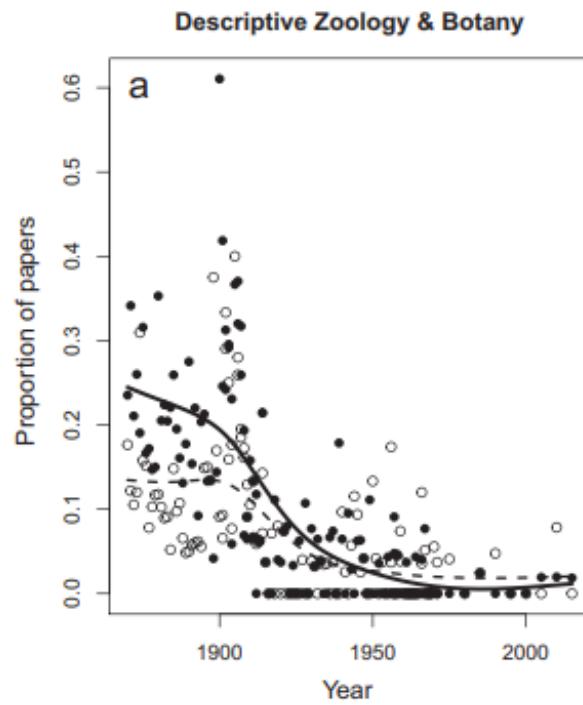
Edited[†] by Robert M. May, University of Oxford, Oxford, United Kingdom, and approved June 6, 2012 (received for review April 4, 2012)

Most research in biology is empirical, yet empirical studies rely fundamentally on theoretical work for generating testable predictions and interpreting observations. Despite this interdependence,

for enhancing the presentation of mathematical models to facilitate progress in disciplines that rely on the tight integration of theoretical and empirical work.



¿Por qué una asignatura de ecología matemática?



*The American
Naturalist*

Smocovitis et al. 2020, *American Naturalist*

REVIEW

Predictive ecology in a changing world

Nicolas Mouquet^{1*}, Yvan Lagadeuc², Vincent Devictor¹, Luc Doyen³, Anne Duputie⁴,
Damien Eveillard⁵, Denis Faure⁶, Eric Garnier⁷, Olivier Gimenez⁷, Philippe Huneman⁸,
Franck Jabot⁹, Philippe Jarne⁷, Dominique Joly^{10,11}, Romain Julliard¹², Sonia Kéfi¹,
Gael J. Kergoat¹³, Sandra Lavorel¹⁴, Line Le Gall¹⁵, Laurence Meslin¹, Serge Morand¹,
Xavier Morin⁷, Hélène Morlon¹⁶, Gilles Pinay², Roger Pradel⁷, Frank M. Schurr^{1,17},
Wilfried Thuiller¹⁴ and Michel Loreau¹⁸



Synthesis

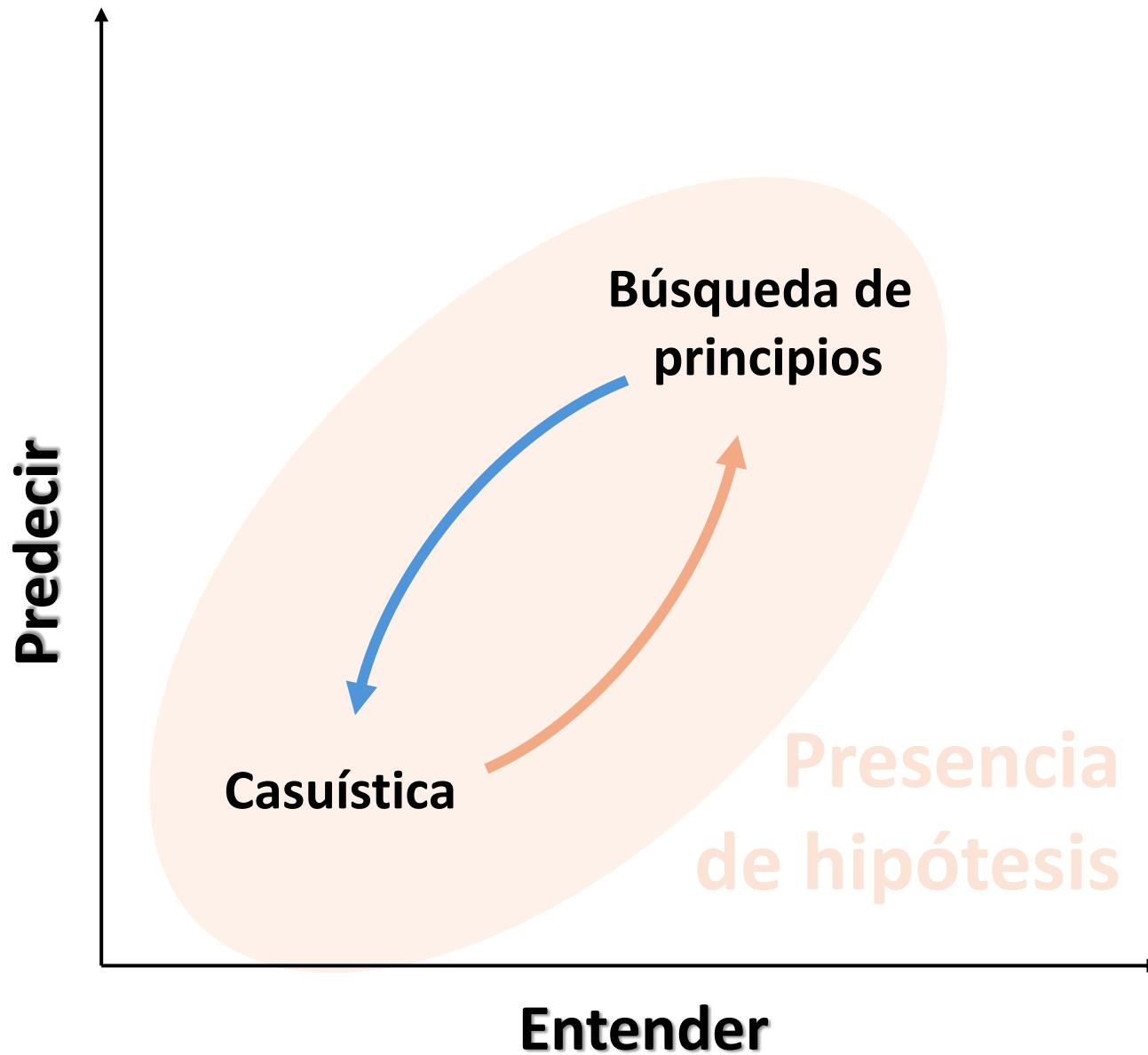
Ecology, with a few exceptions, has abandoned prediction and therefore the ability to demonstrate understanding. Here we address how this has inhibited progress in ecology and explore how a renewed focus on prediction would benefit ecologists. The lack of emphasis on prediction has resulted in a discipline that tests qualitative, imprecise hypotheses with little concern for whether the results are generalizable beyond where and when the data were collected. A renewed commitment to prediction would allow ecologists to address critical questions about the generalizability of our results and the progress we are making towards understanding the natural world.

The priority of prediction in ecological understanding

Jeff E. Houlahan, Shawn T. McKinney, T. Michael Anderson and Brian J. McGill

J. E. Houlahan (<http://orcid.org/0000-0003-3491-353X>) (jeffhoul@unb.ca), Dept of Biology, 100 Tucker Park Road, Univ. of New Brunswick, Saint John, NB, E2L 4L5, Canada. – S. T. McKinney, Univ. of Maine, Maine Cooperative Fish and Wildlife Research Unit, Orono, Maine, United States. – T. M. Anderson, Wake Forest University, Dept of Biology, Winston-Salem, NC, USA. – B. J. McGill, School of Biology and Ecology, Mitchell Center for Sustainability Solutions, Univ. of Maine, Orono, ME, USA.

¿Por qué una asignatura de ecología matemática?

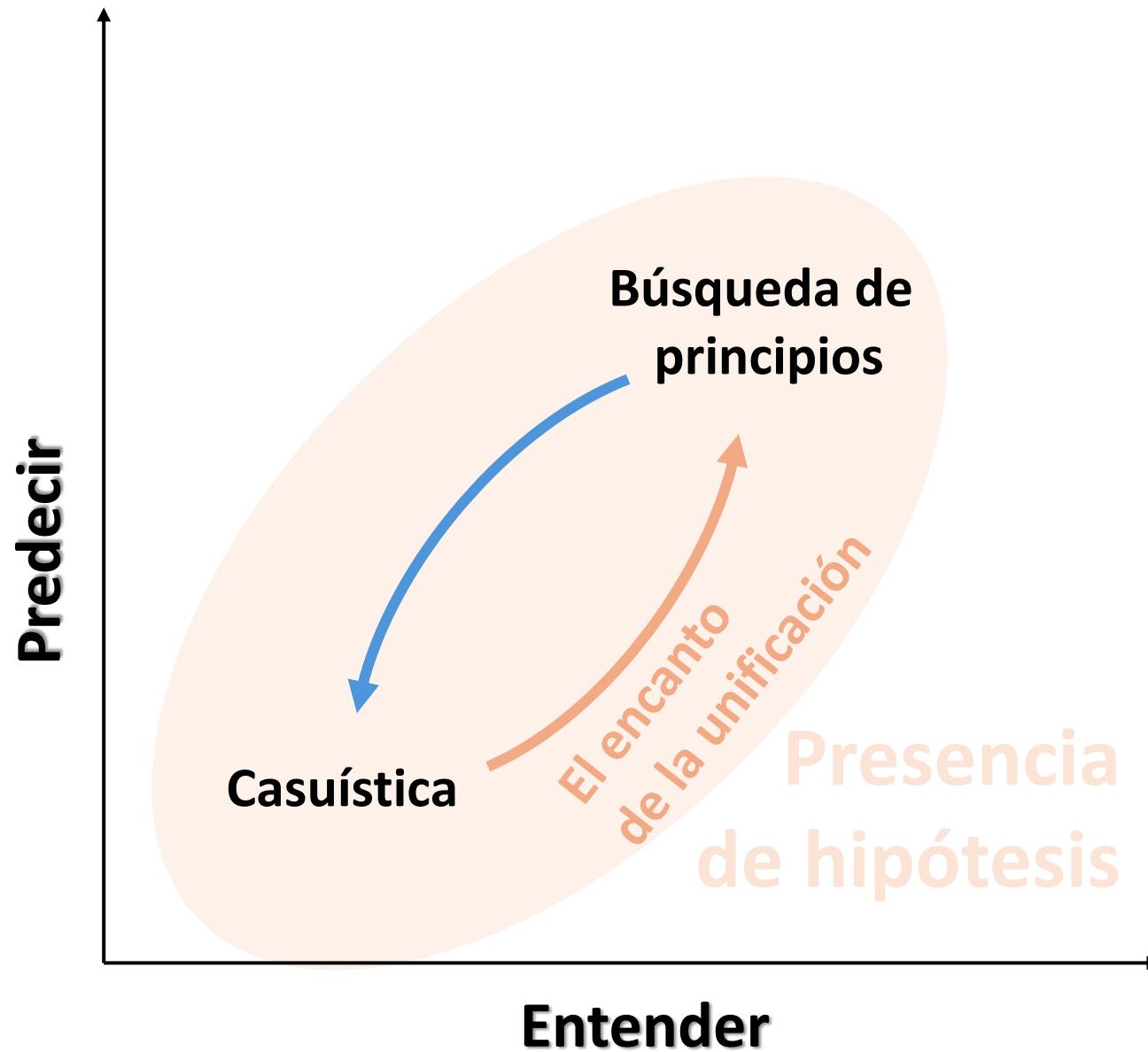


REWIRING LIFE
The future implications of engineering biology

March 18-20, 2024. La Cristalera (Miraflores de la Sierra, Madrid)



¿Por qué una asignatura de ecología matemática?

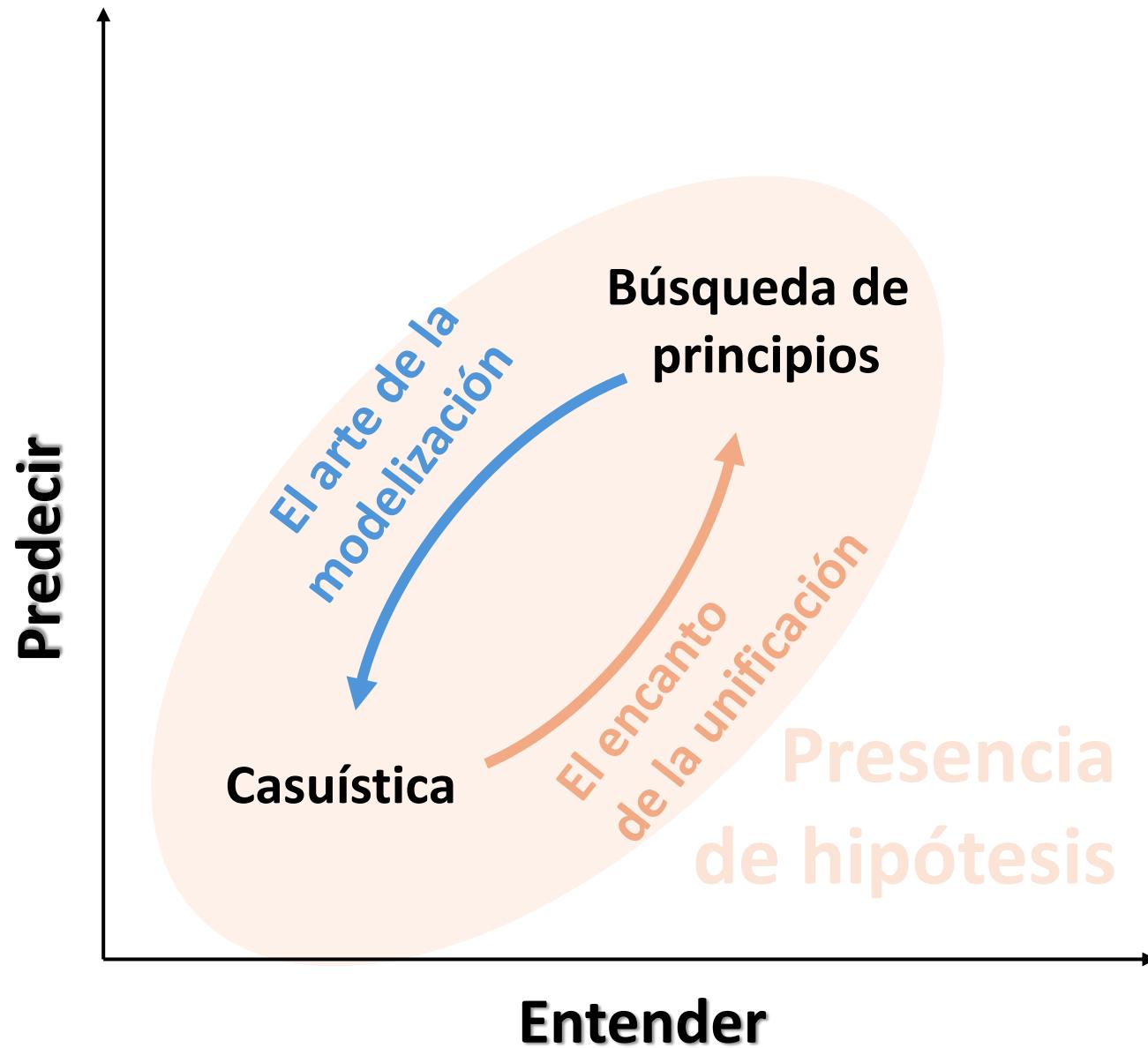


REWIRING LIFE
The future implications of engineering biology



March 18-20, 2024. La Cristalera (Miraflores de la Sierra, Madrid)

¿Por qué una asignatura de ecología matemática?

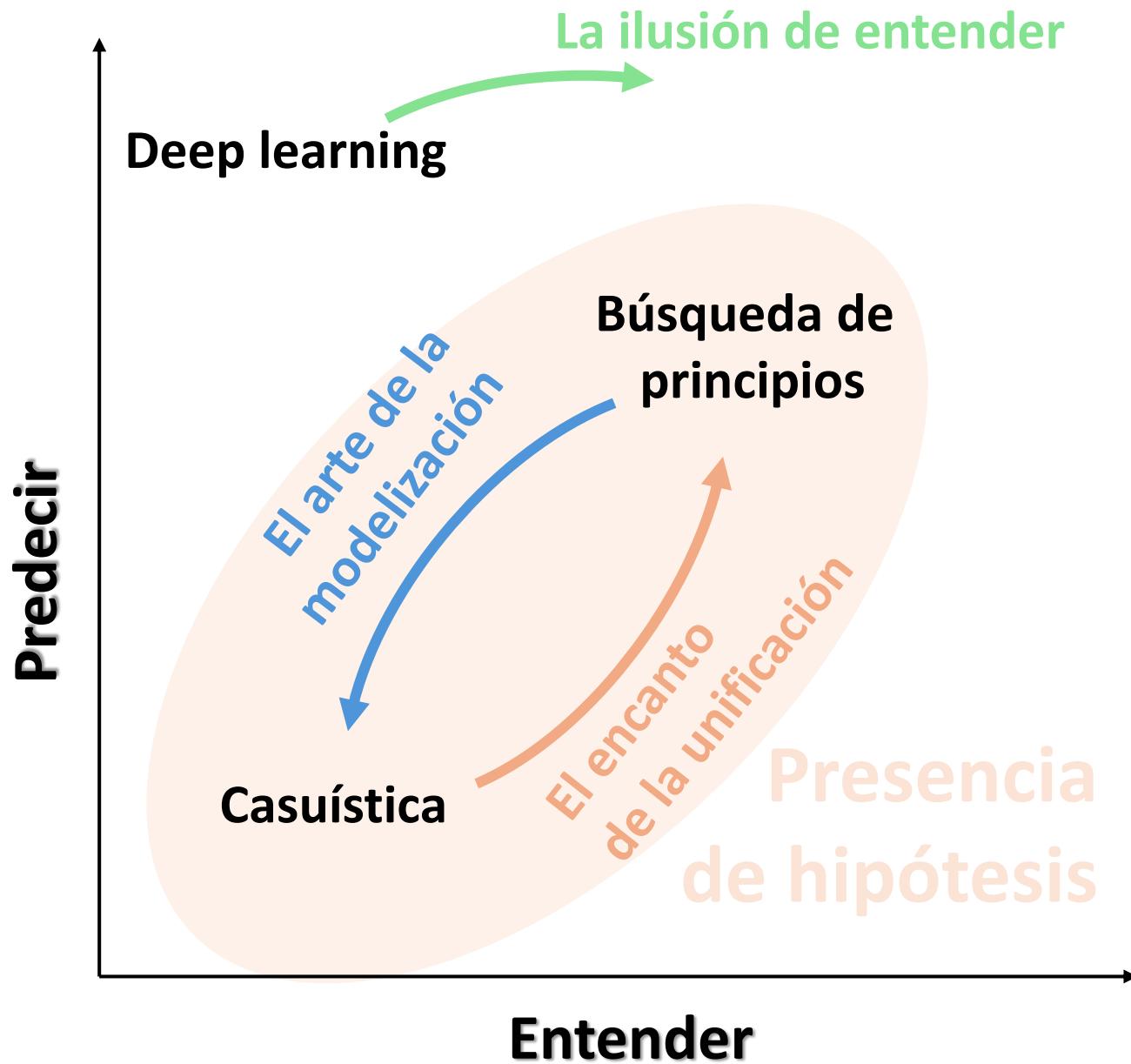


REWIRING LIFE
The future implications of engineering biology



March 18-20, 2024. La Cristalera (Miraflores de la Sierra, Madrid)

¿Por qué una asignatura de ecología matemática?

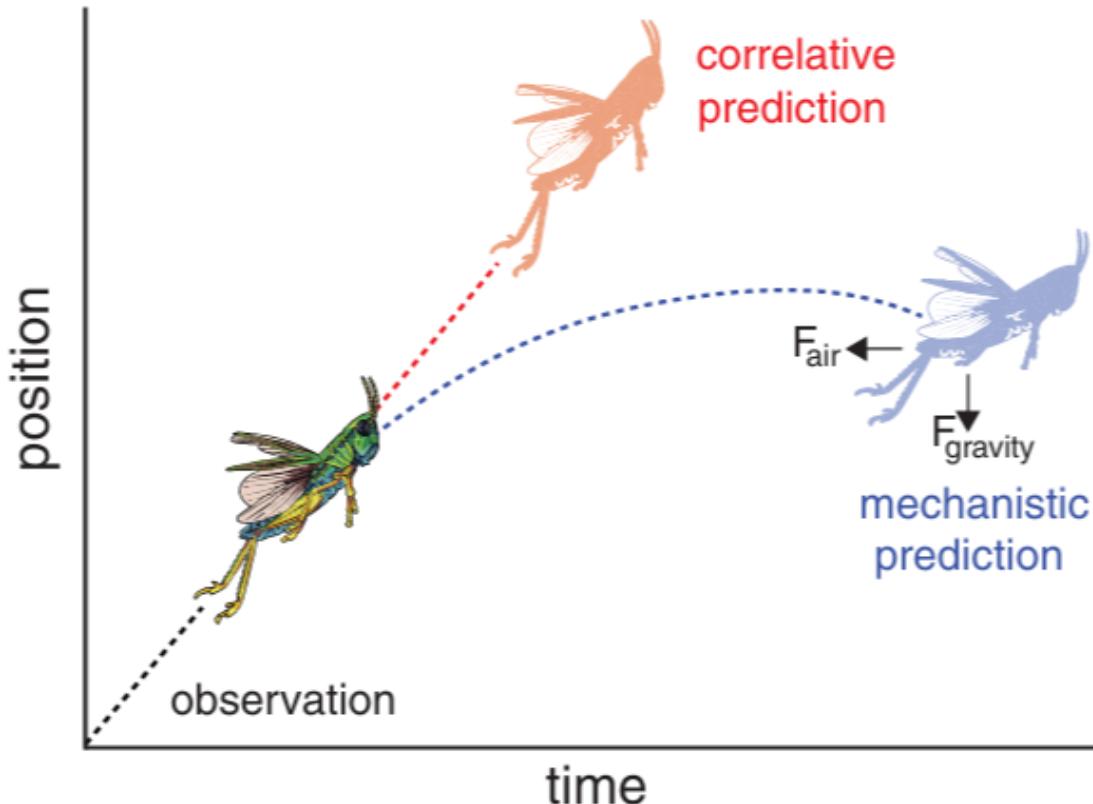


REWIRING LIFE
The future implications of engineering biology

Organización

1. ¿Por qué una asignatura de ecología matemática?
2. Modelos **mecanicistas** vs modelos **correlativos**: la importancia de incorporar los mecanismos
3. Necesitamos las matemáticas para incorporar mecanismos
4. Cómo entendemos la modelización en ecología
5. Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



Current Opinion in Insect Science



Available online at www.sciencedirect.com

ScienceDirect

**Current Opinion in
Insect Science**

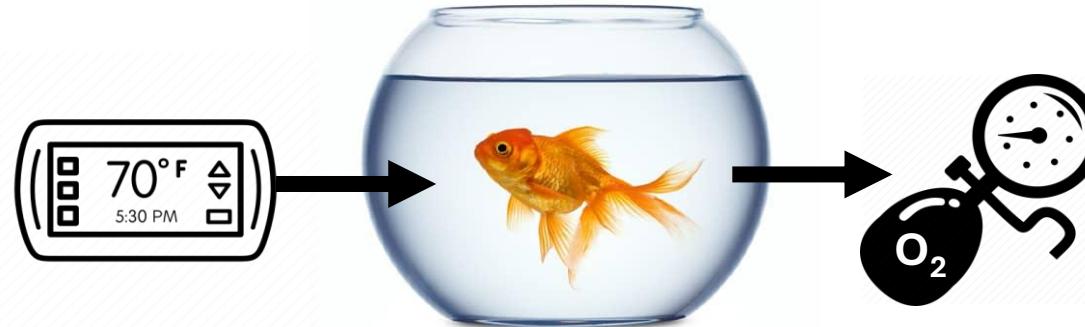
Mechanistic models for predicting insect responses to climate change

James L Maino¹, Jacinta D Kong¹, Ary A Hoffmann¹,
Madeleine G Barton² and Michael R Kearney¹



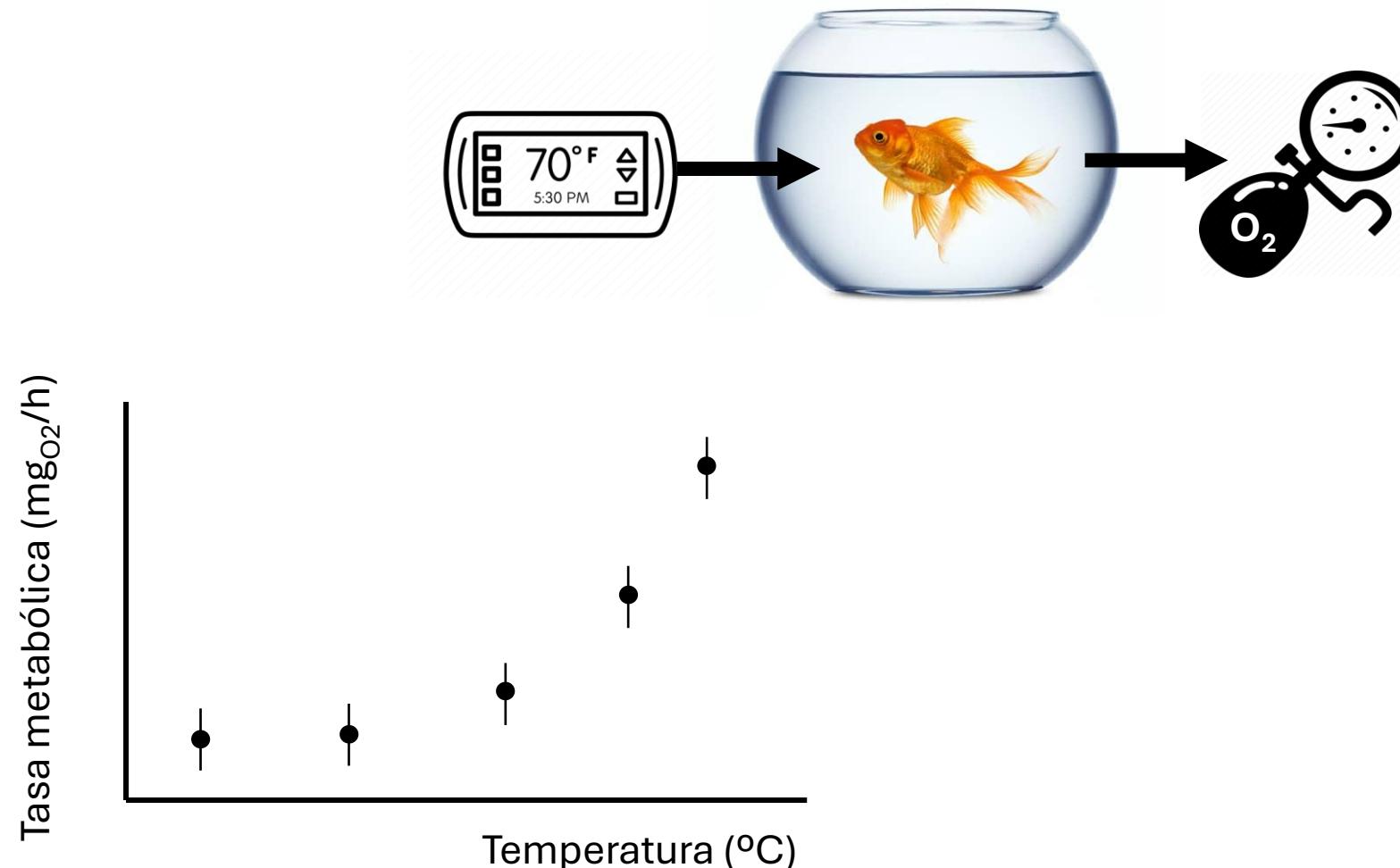
Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?



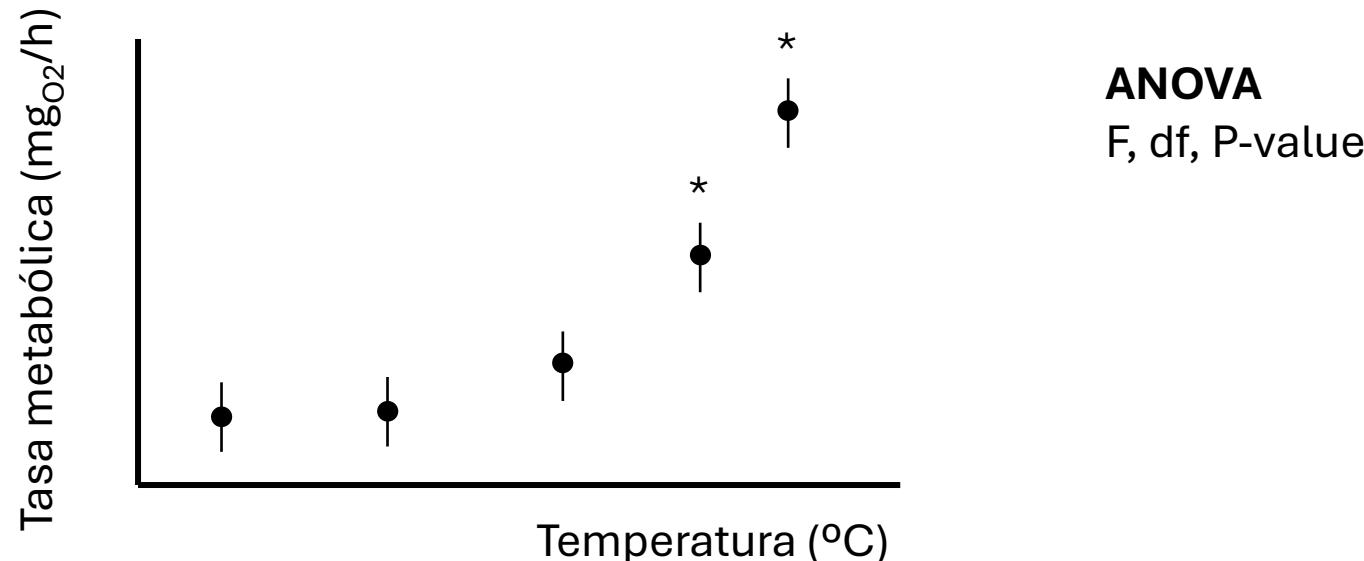
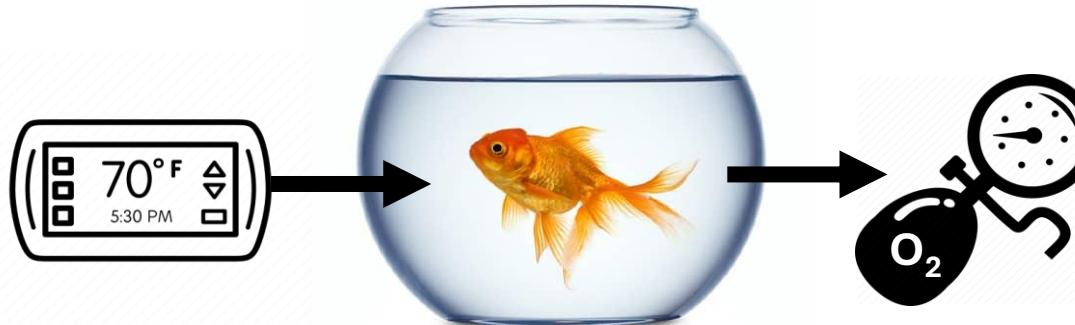
Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?



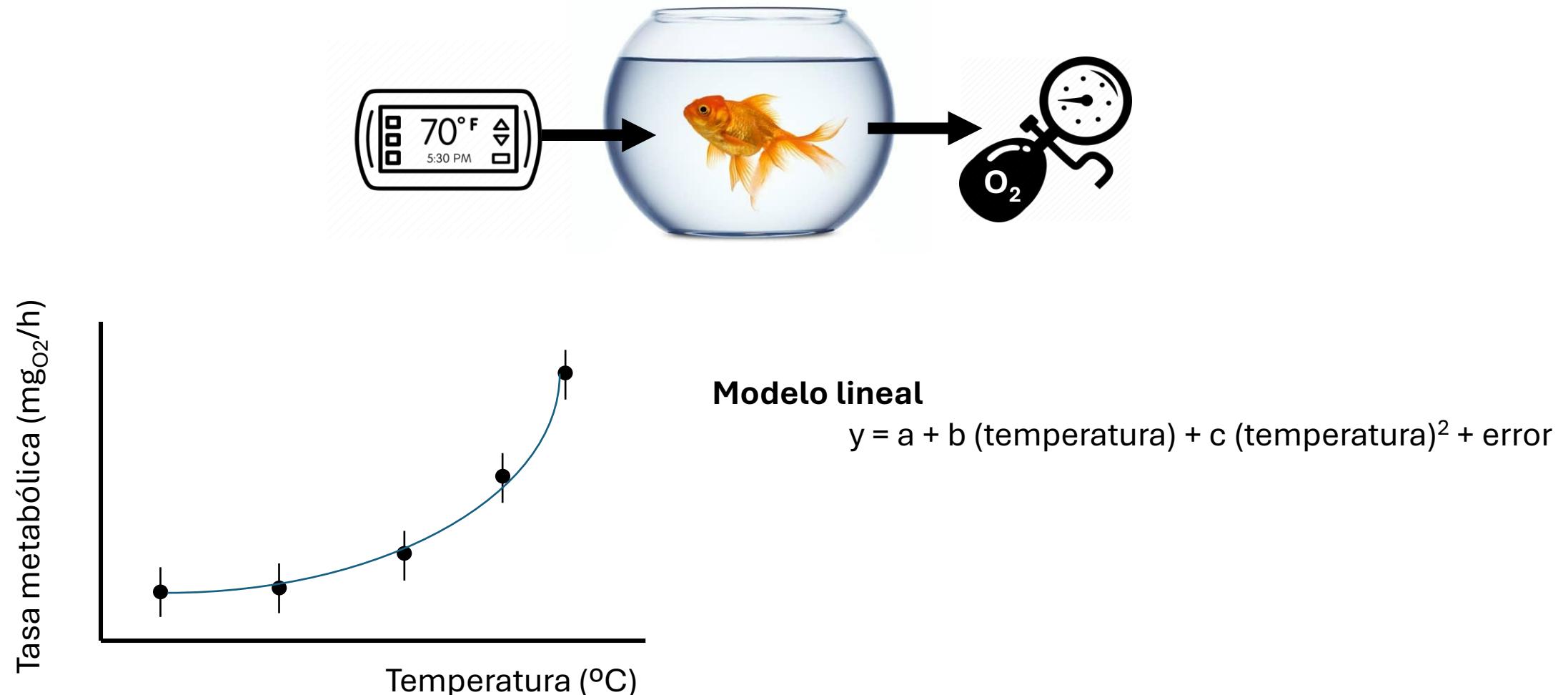
Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?



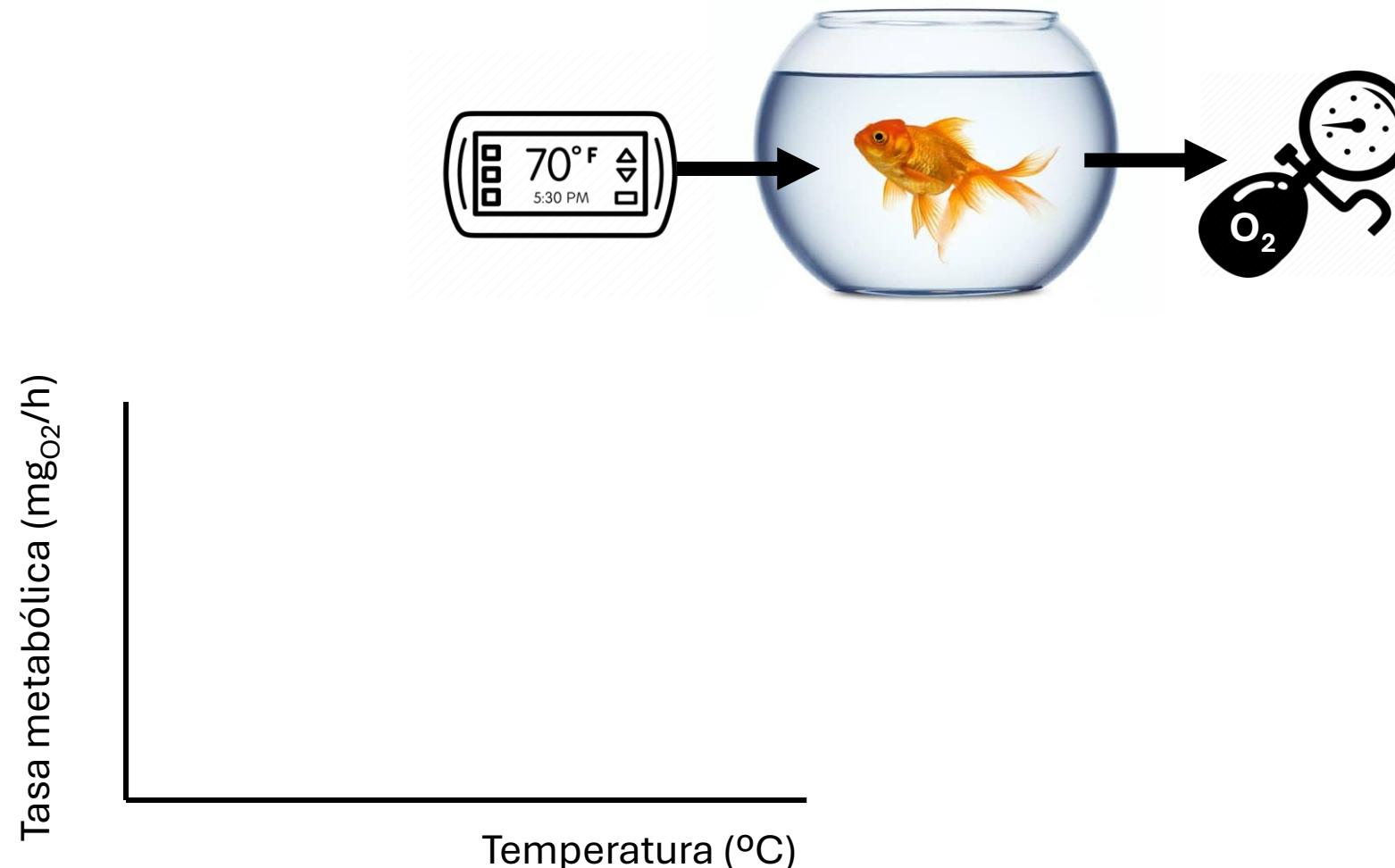
Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?



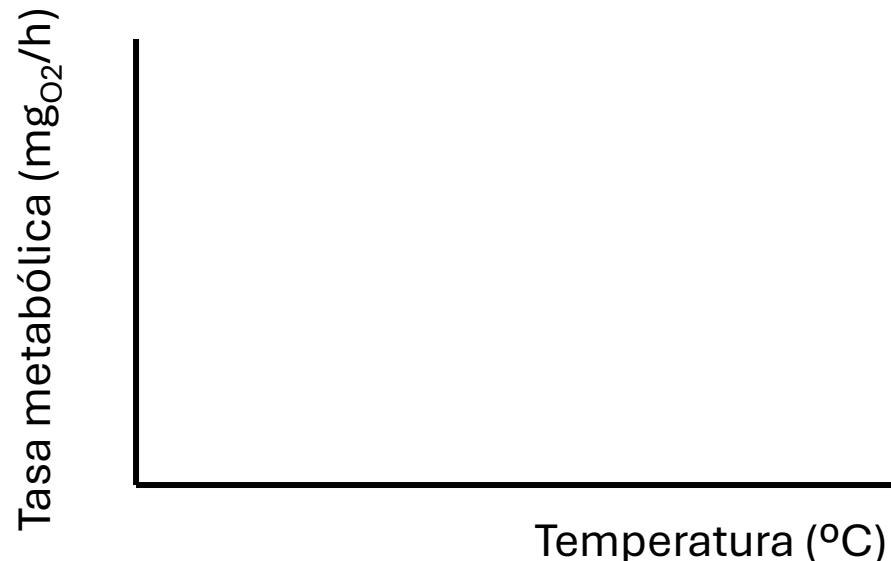
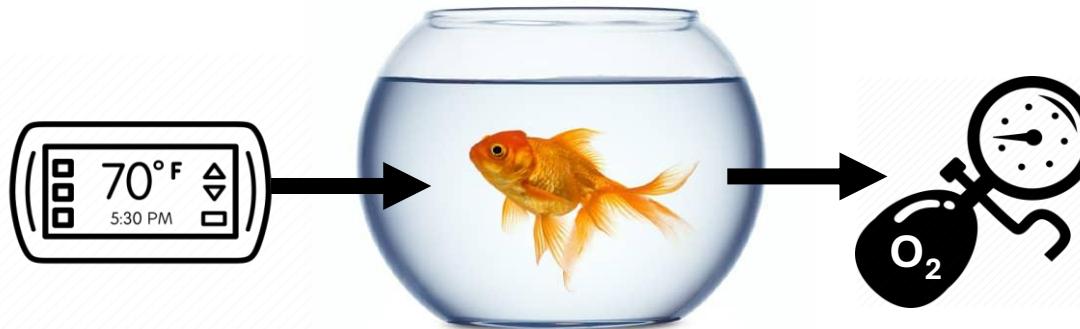
Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?



Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?

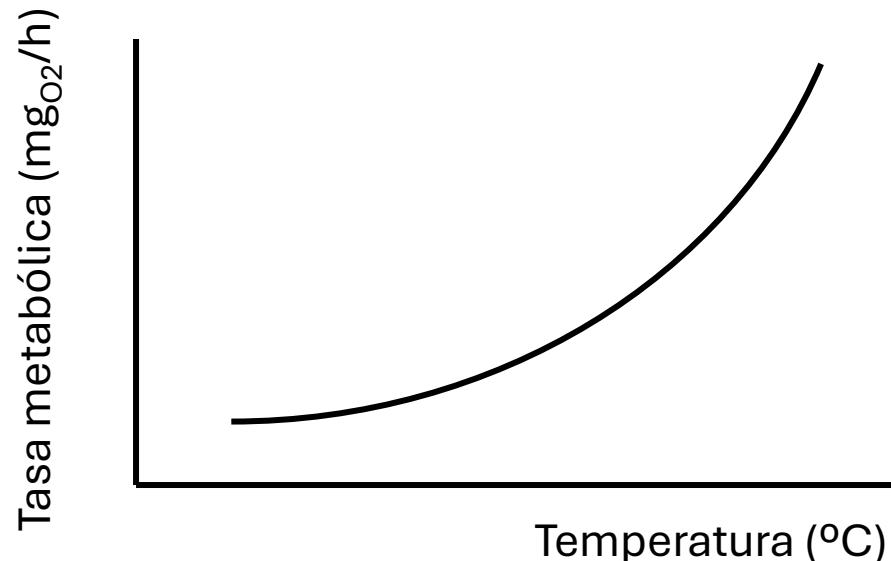
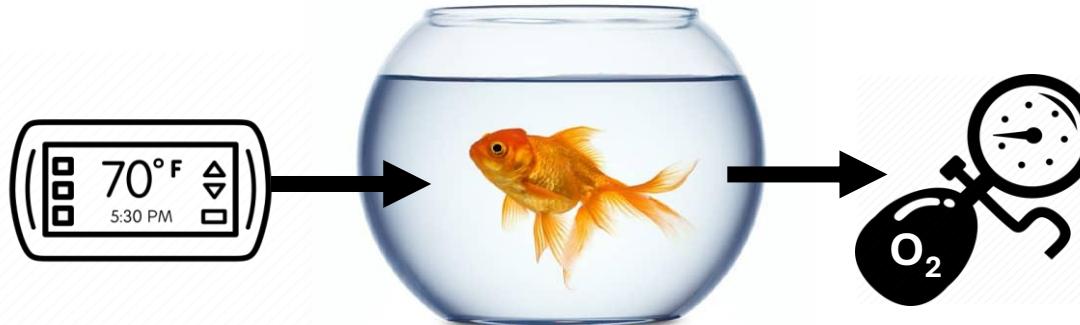


Ley de Arrhenius-Boltzmann

$$\text{velocidad de reacción} = ae^{-\frac{\text{Energía de activación}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?

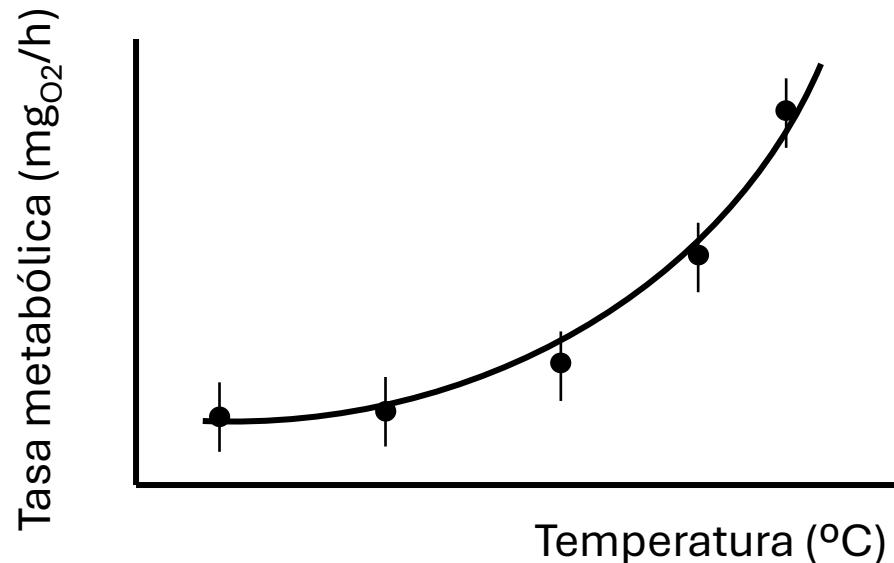
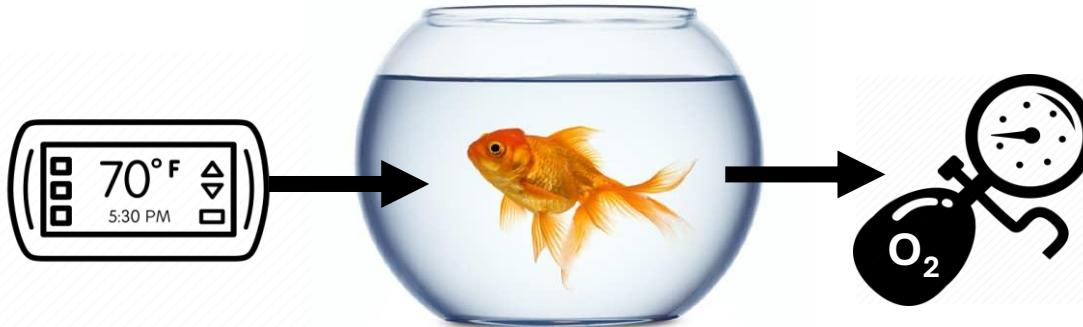


Ley de Arrhenius-Boltzmann

$$\text{velocidad de reacción} = ae^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

¿Cómo cambia la **tasa metabólica** con la **temperatura del agua**?

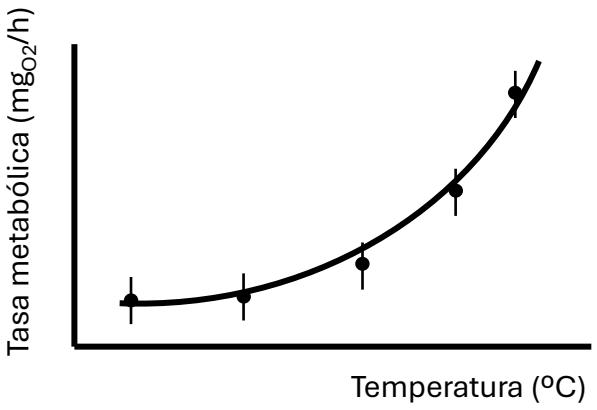


Ley de Arrhenius-Boltzmann

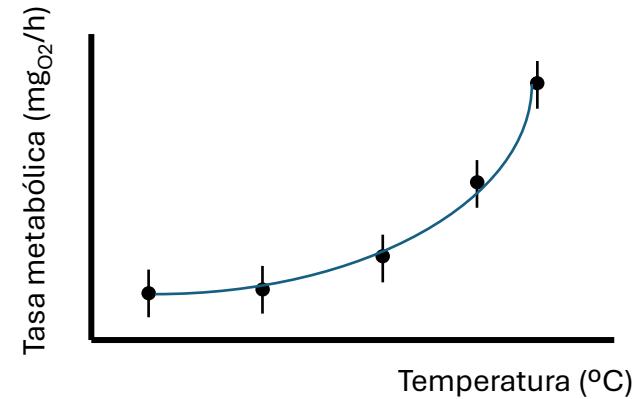
$$\text{velocidad de reacción} = ae^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Se ajustan los datos a la predicción?

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

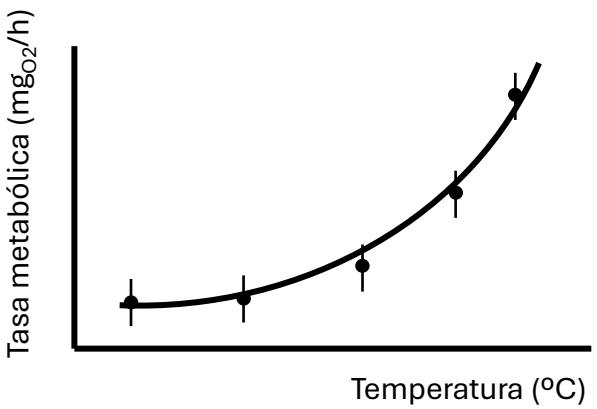


$$Tasa metabólica = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times Temperatura}}$$



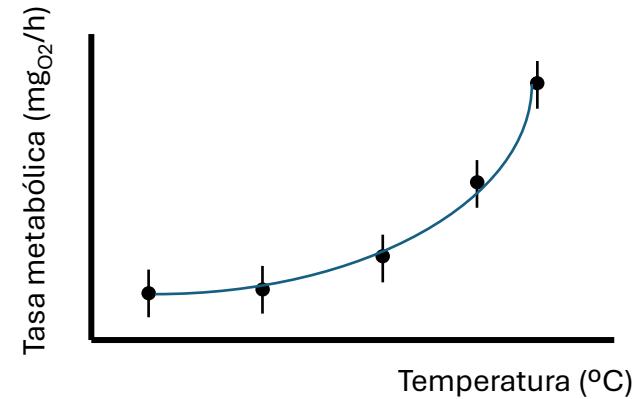
$$Tasa metabólica = 0.5 + 0.1 \times Temp + 0.2 \times Temp^2$$

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Bottom-Up



$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$

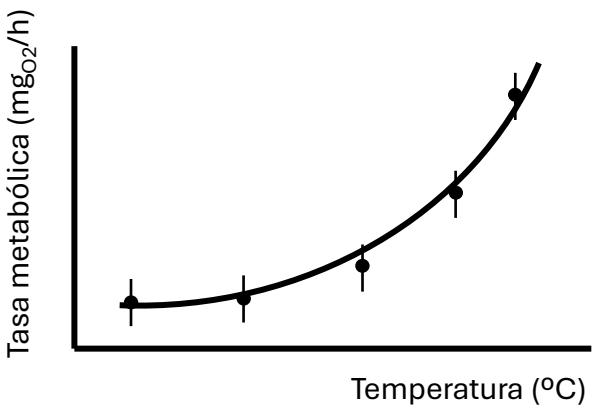
PROCESO / PATRÓN

MECANISMO

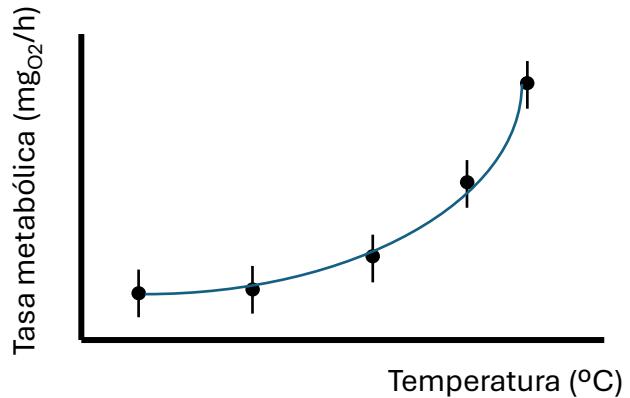
Top-Down



Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$



$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$

Descripción numérica

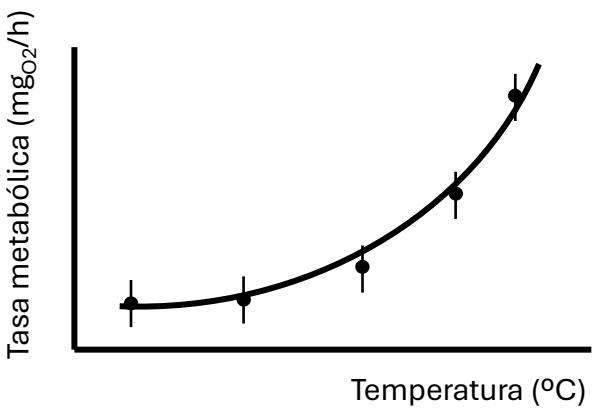
Calidad del ajuste

Hace buenas predicciones

Predice fuera del rango de datos

Describe el mecanismo

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Descripción numérica

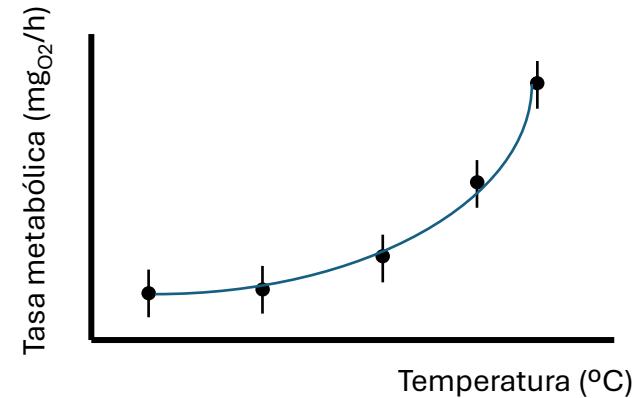


Calidad del ajuste

Hace buenas predicciones

Predice fuera del rango de datos

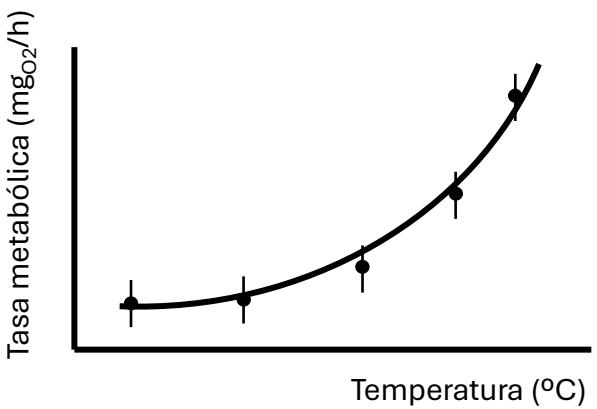
Describe el mecanismo



$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$



Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Descripción numérica



Calidad del ajuste



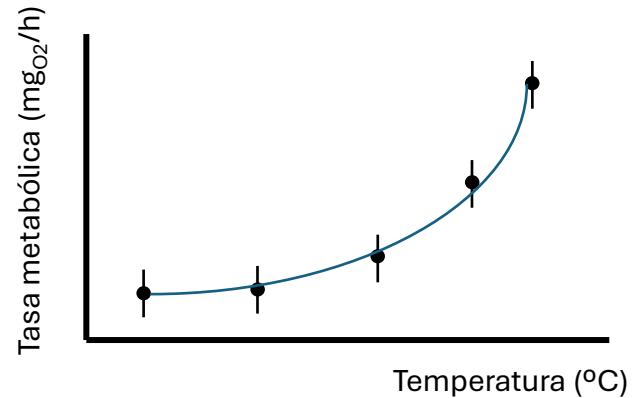
Hace buenas predicciones



Predice fuera del rango de datos

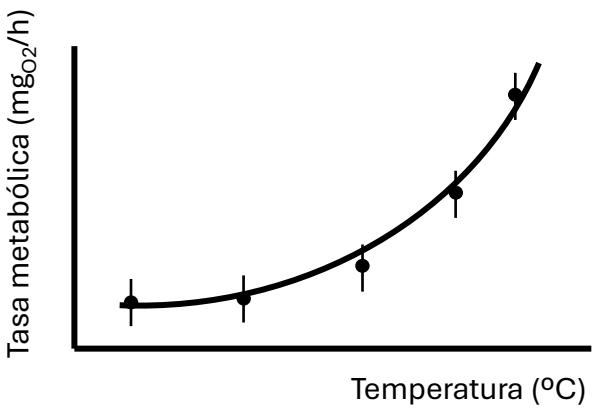


Describe el mecanismo



$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Descripción numérica



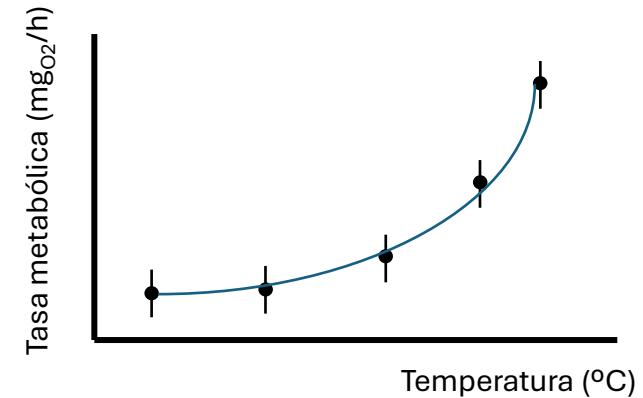
Calidad del ajuste



Hace buenas predicciones



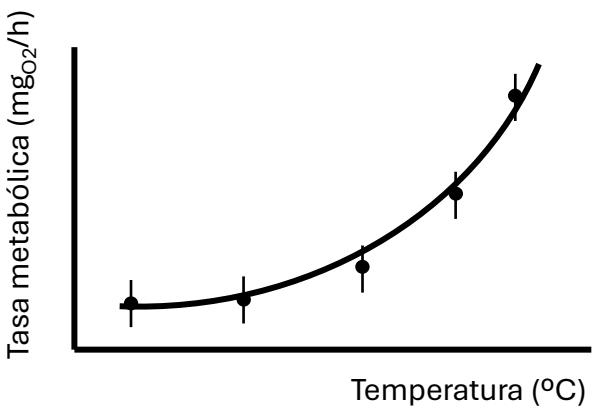
Predice fuera del rango de datos



$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$

Describe el mecanismo

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$

Descripción numérica



Calidad del ajuste



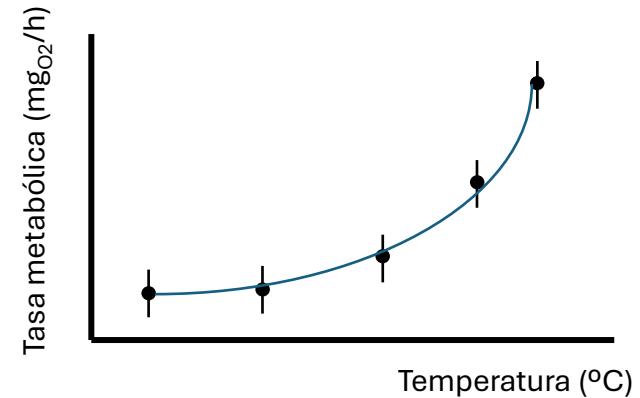
Hace buenas predicciones



Predice fuera del rango de datos



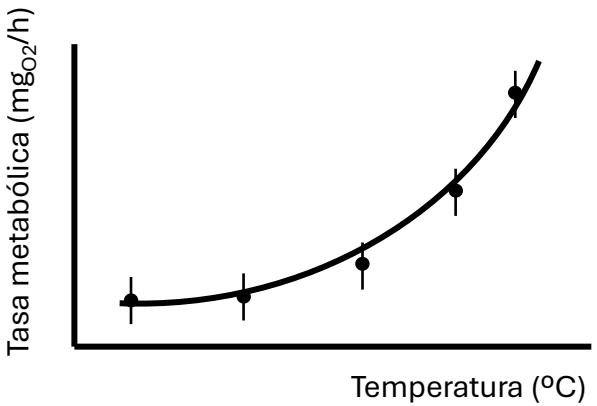
Describe el mecanismo



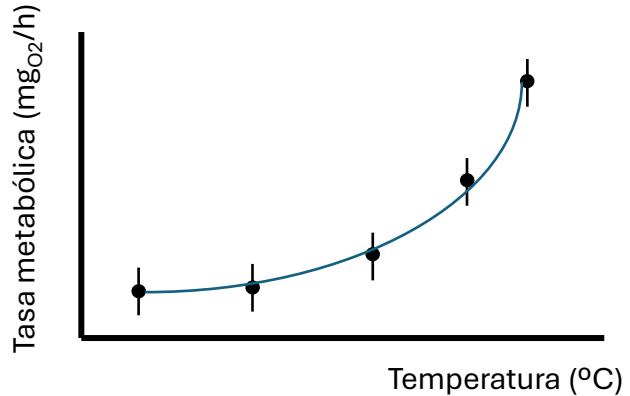
$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$



Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



$$\text{Tasa metabólica} = e^{-\frac{0.6 \text{ eV}}{k \times \text{Temperatura}}}$$



$$\text{Tasa metabólica} = 0.5 + 0.1 \times \text{Temp} + 0.2 \times \text{Temp}^2$$

Descripción numérica



Calidad del ajuste



Hace buenas predicciones



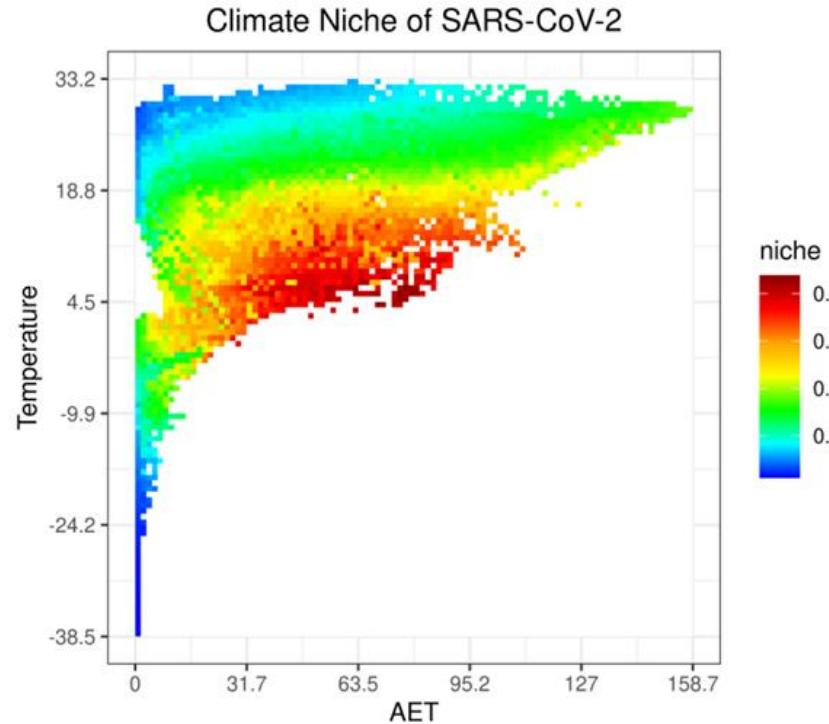
Predice fuera del rango de datos



Describe el mecanismo



Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

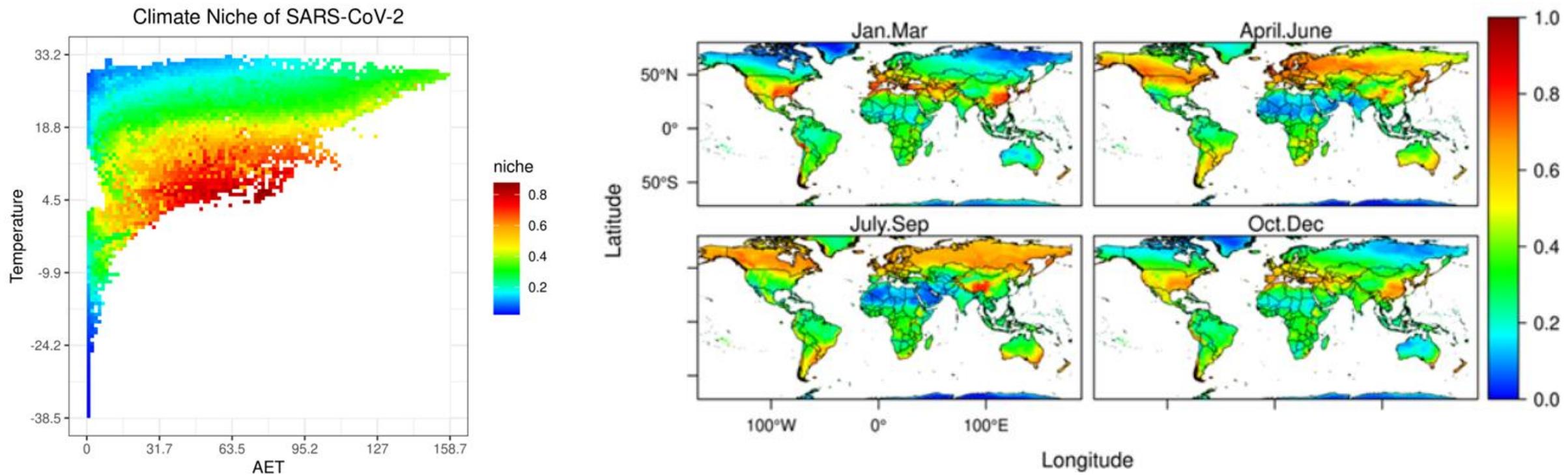


**Spread of SARS-CoV-2 Coronavirus
likely constrained by climate**

Miguel B. Araújo^{1,2} and Babak Naimi³

<https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.03.12.20034728v3>

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos

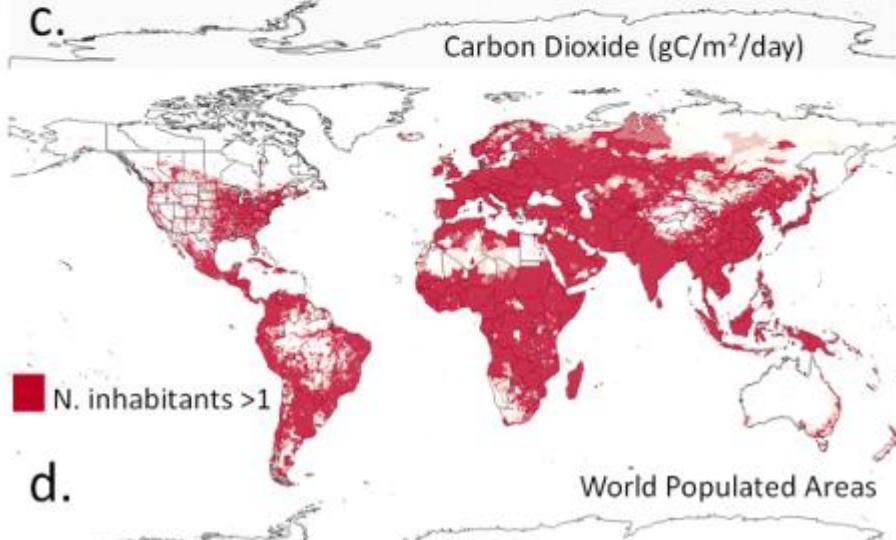
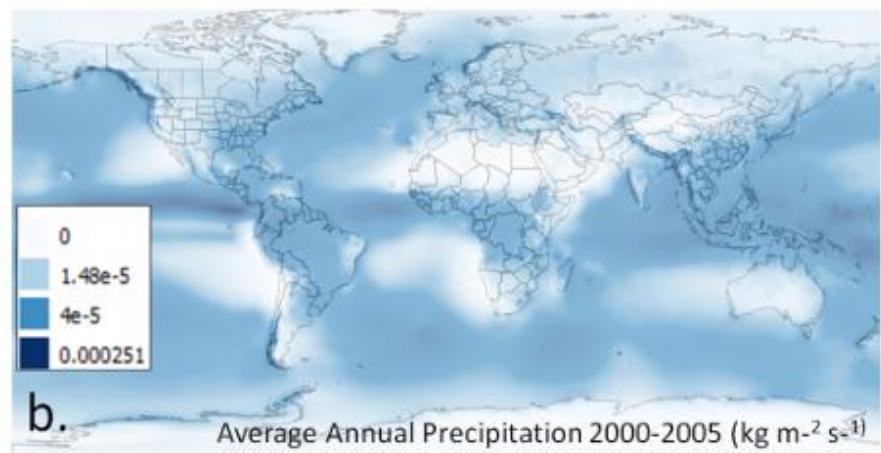
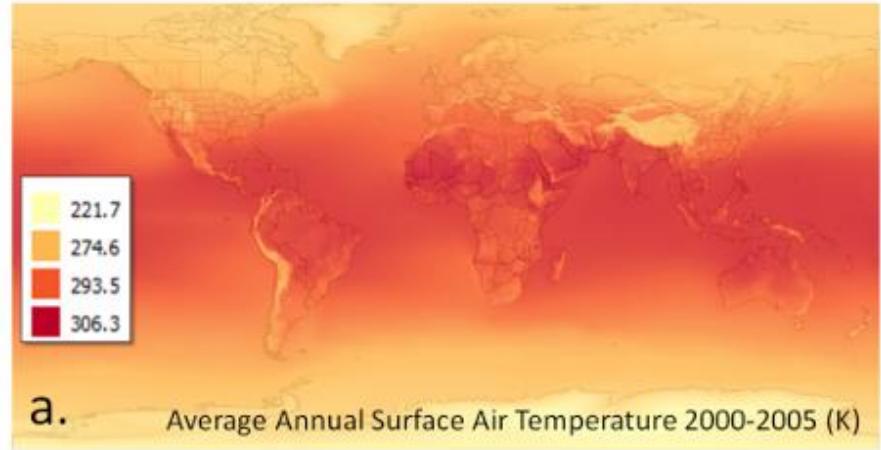


**Spread of SARS-CoV-2 Coronavirus
likely constrained by climate**

Miguel B. Araújo^{1,2} and Babak Naimi³

<https://www.medrxiv.org/content/10.1101/2020.03.12.20034728v3>

Modelos mecanicistas vs modelos correlativos



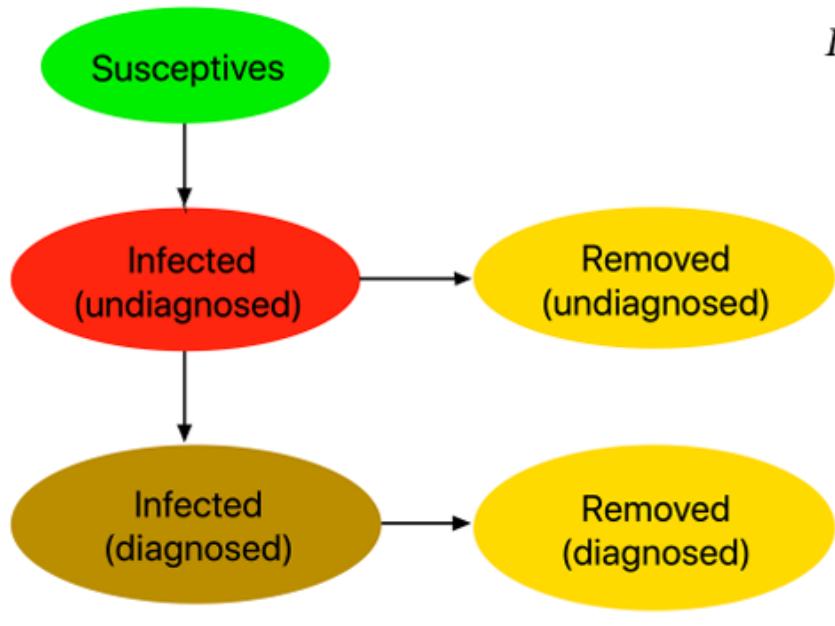
A High-resolution Global-scale Model for COVID-19 Infection Rate

GIANPAOLO CORO and PASQUALE BOVE, Istituto di Scienza e Tecnologie dell'Informazione
“Alessandro Faedo” – CNR, Pisa, Italy

Organización

1. ¿Por qué una asignatura de ecología matemática?
2. Modelos mecanicistas vs modelos correlativos: la importancia de incorporar los mecanismos
3. Necesitamos las **matemáticas** para incorporar mecanismos
4. Cómo entendemos la modelización en ecología
5. Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

Matemáticas para incorporar mecanismos



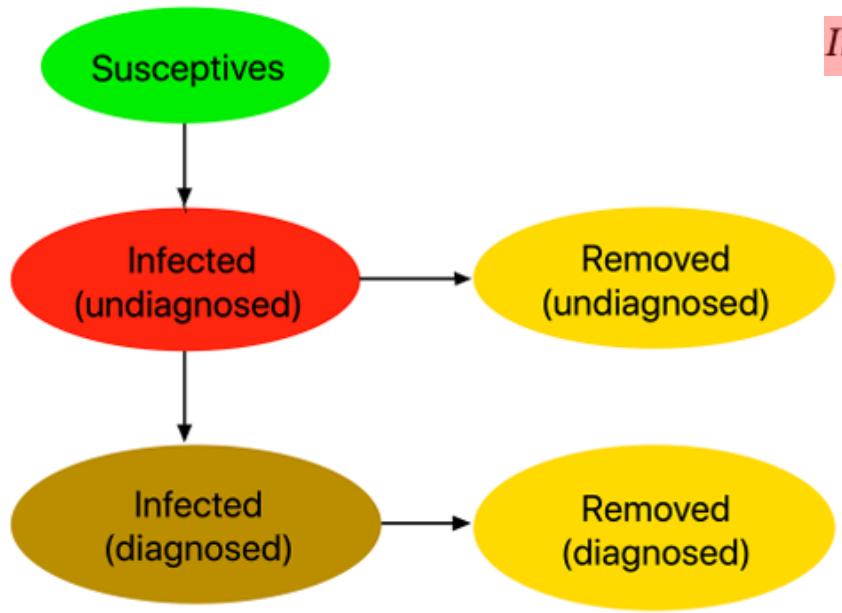
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



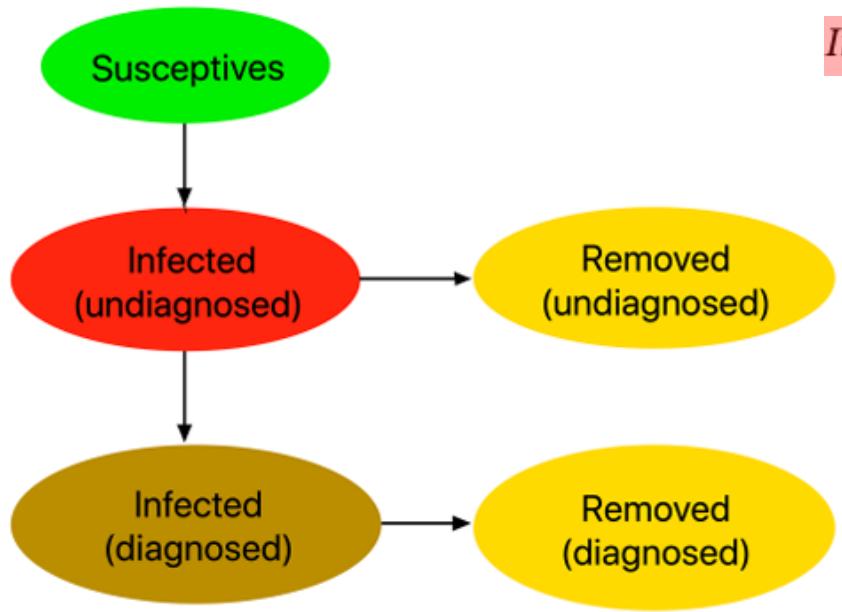
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



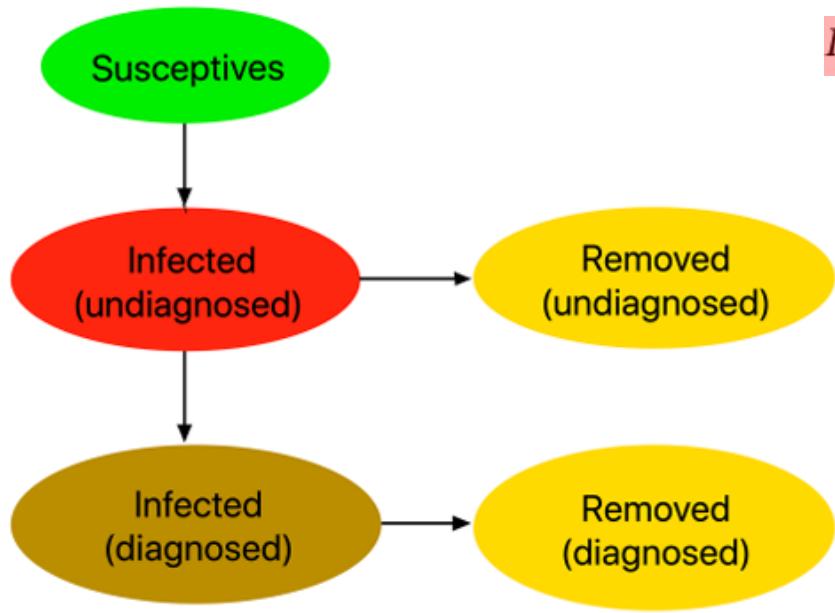
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



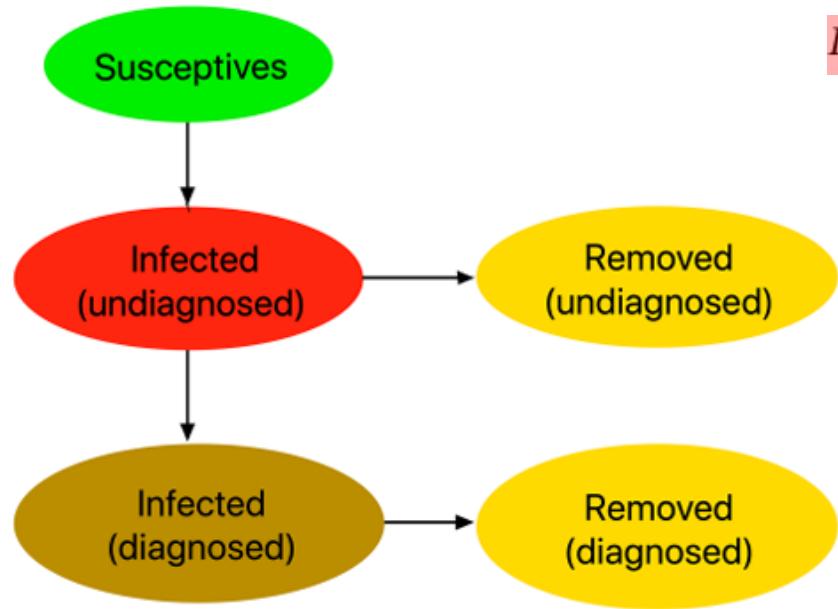
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



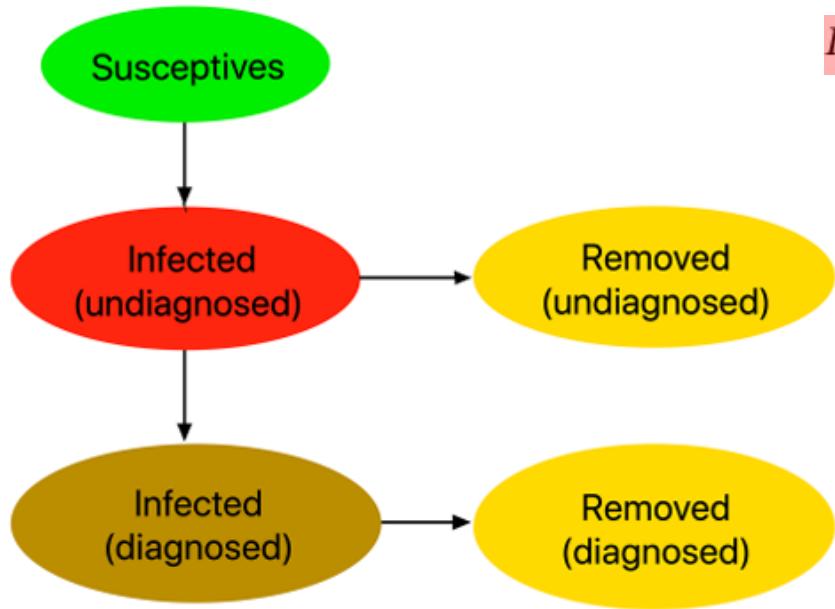
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



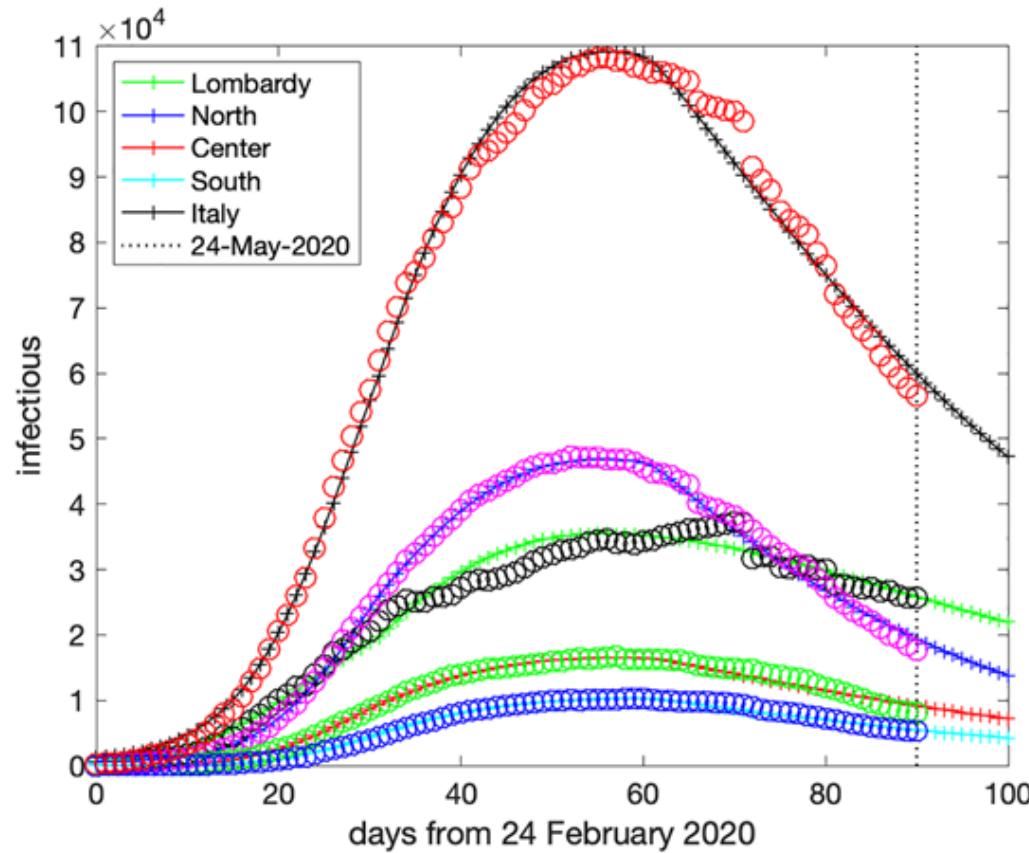
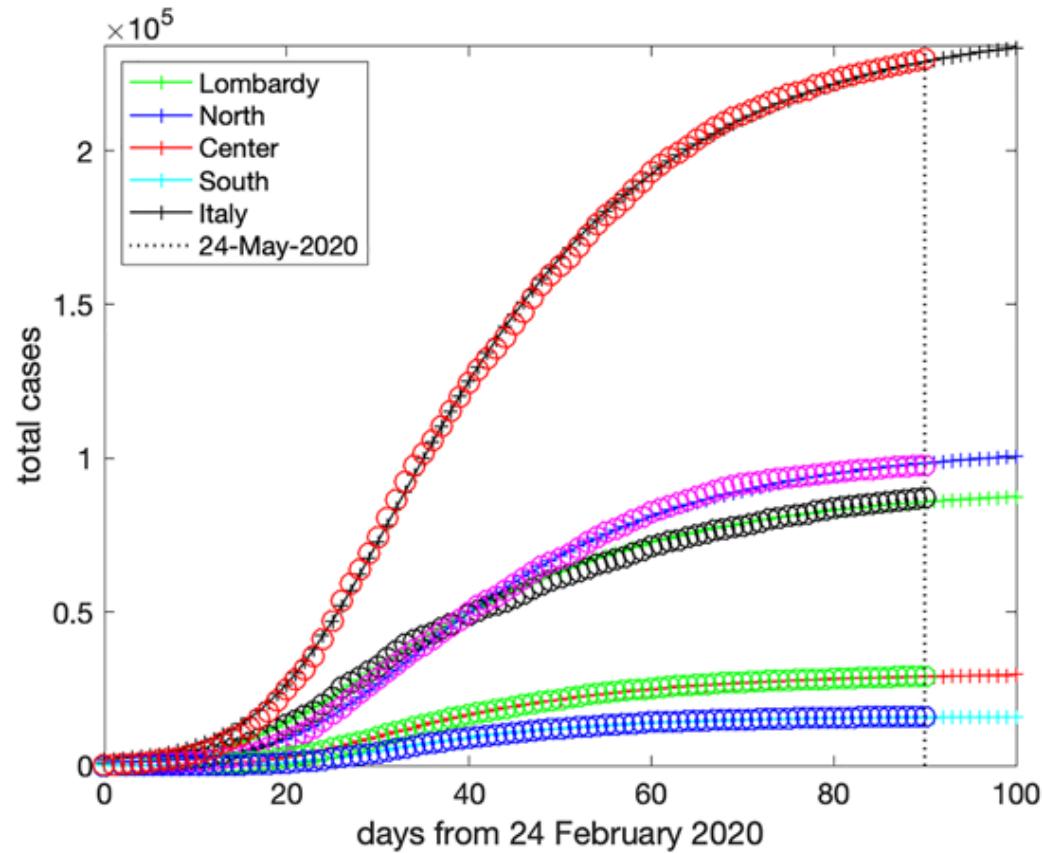
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

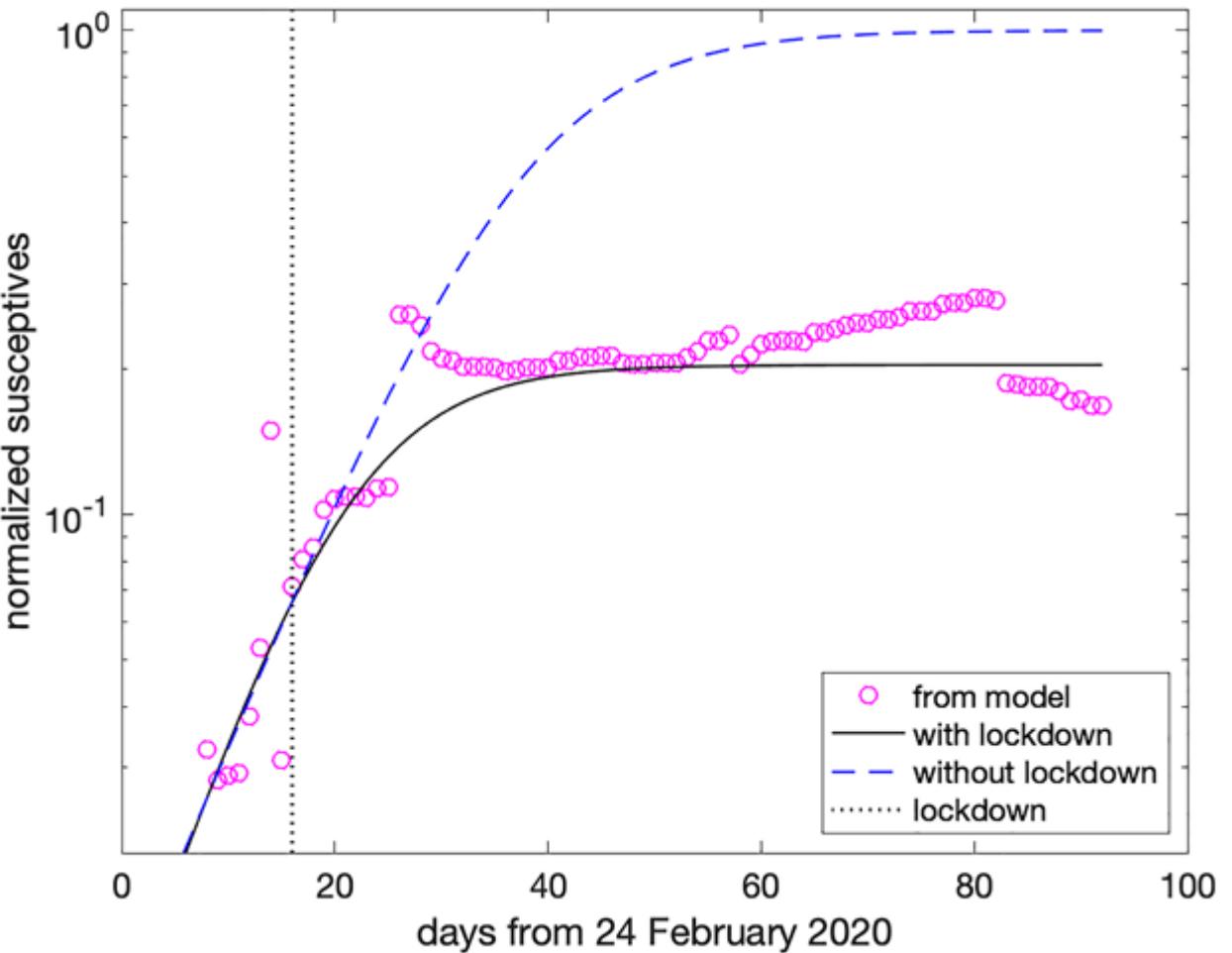
Luigi Brugnano¹ | Felice Iavernaro² | Paolo Zanzottera³

Matemáticas para incorporar mecanismos

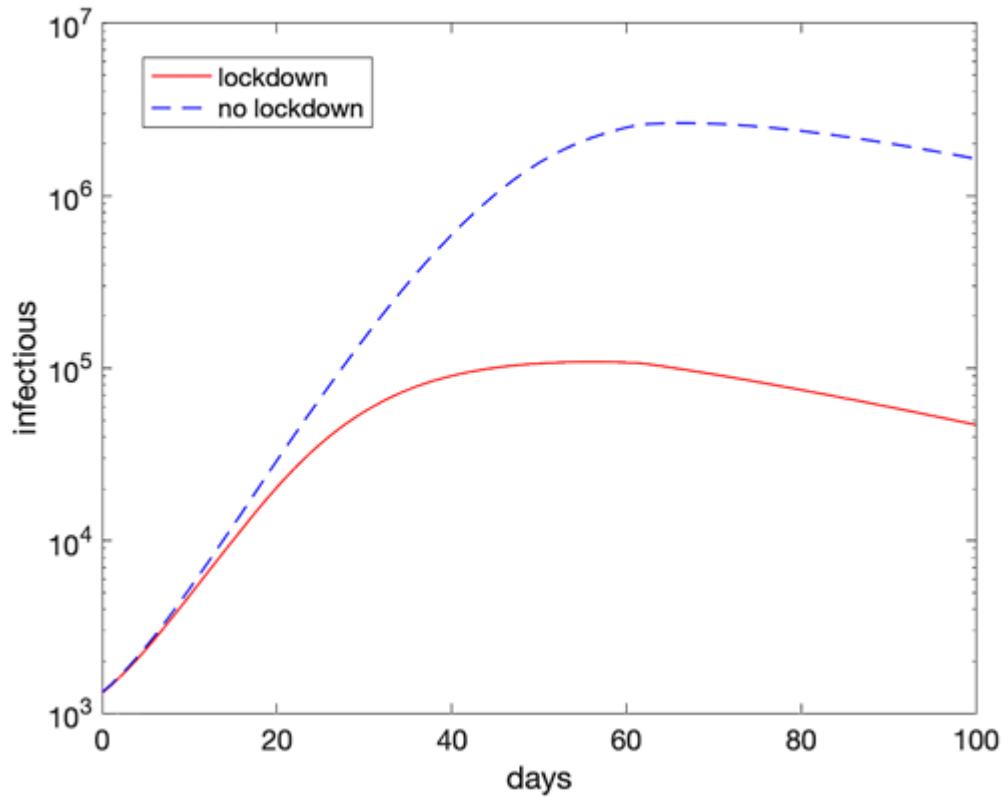
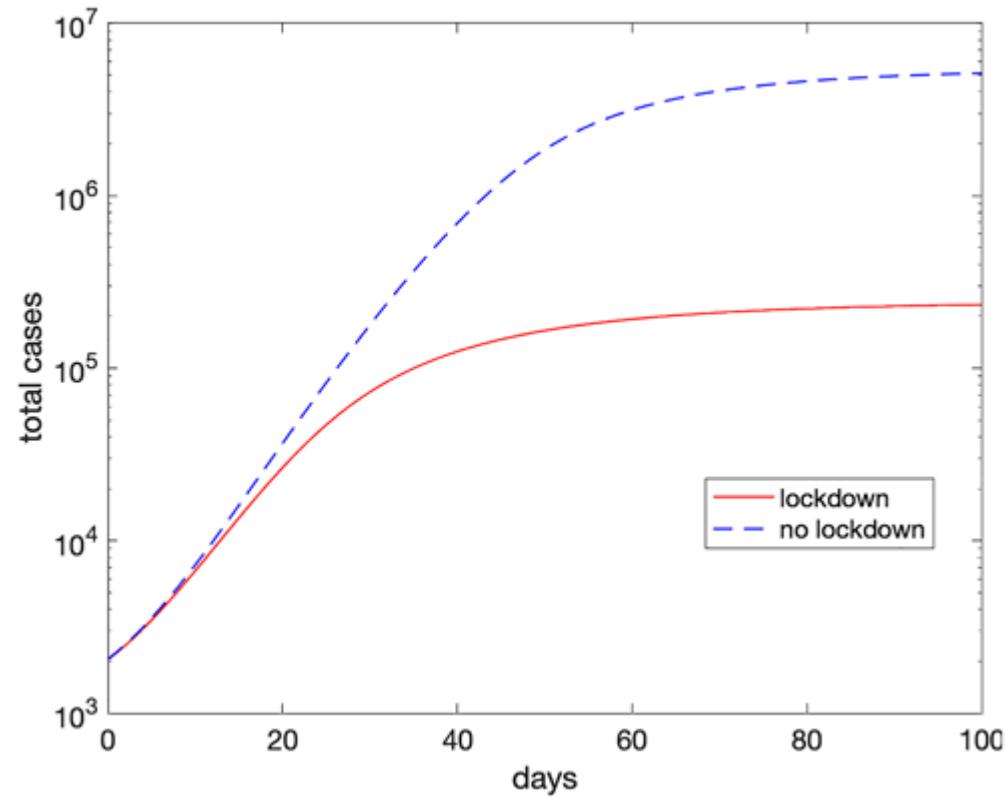
RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Luigi Brugnano¹  | Felice Iavernaro²  | Paolo Zanzottera³



Matemáticas para incorporar mecanismos

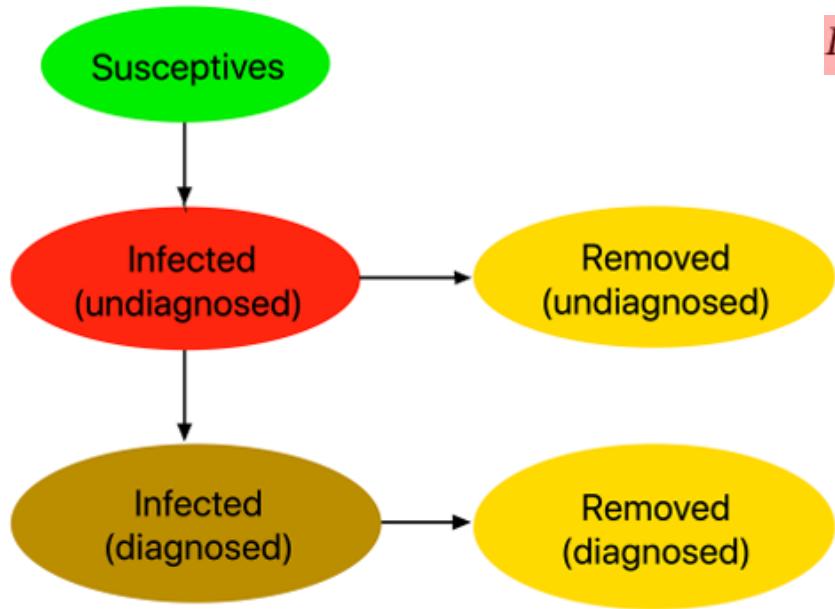


RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Luigi Brugnano¹ | Felice Iavernaro² | Paolo Zanzottera³

Matemáticas para incorporar mecanismos



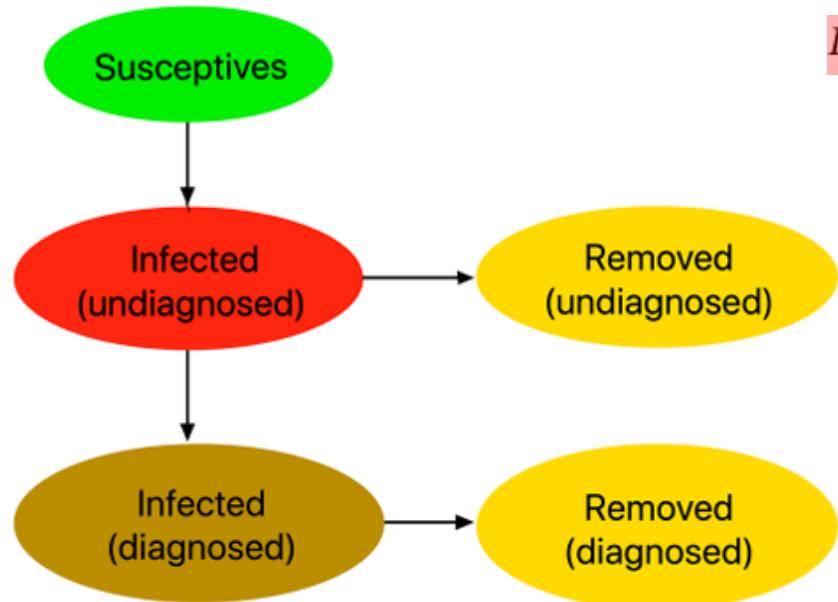
Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

Matemáticas para incorporar mecanismos



Susceptive individuals $S \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $I_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $I_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $R_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $R_2 \rightarrow z_2$

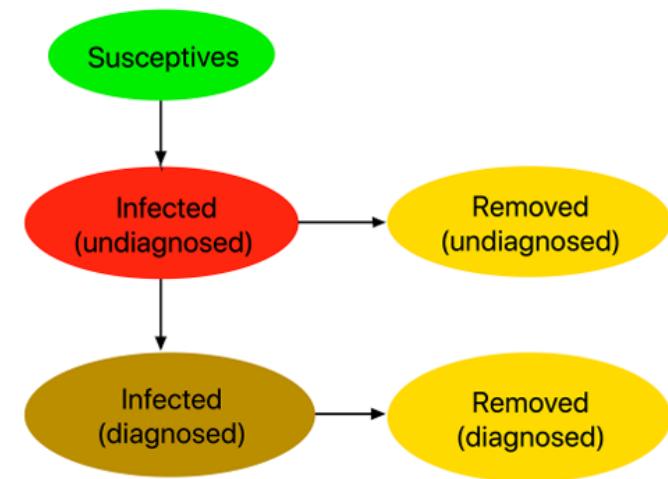
$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{cases}$$

RESEARCH ARTICLE

A multiregional extension of the SIR model, with application to the COVID-19 spread in Italy

¿Cómo integrarías la temperatura ambiente en este modelo?

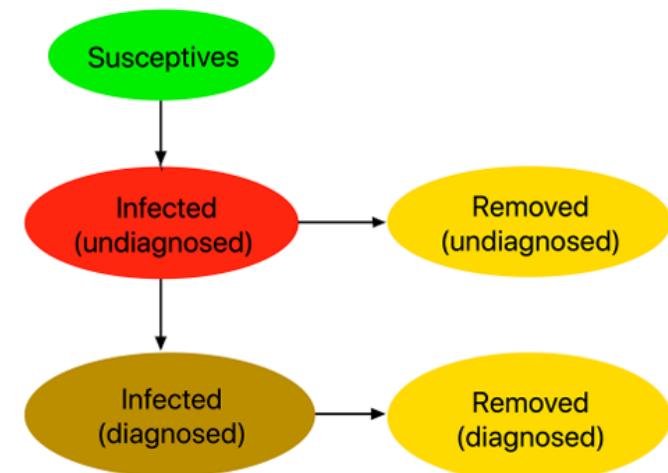
¿Cómo integrarías la temperatura ambiente en este modelo?



Susceptive individuals $\mathbf{S} \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $\mathbf{I}_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $\mathbf{I}_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $\mathbf{R}_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $\mathbf{R}_2 \rightarrow z_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{array} \right.$$

¿Cómo integrarías la temperatura ambiente en este modelo?



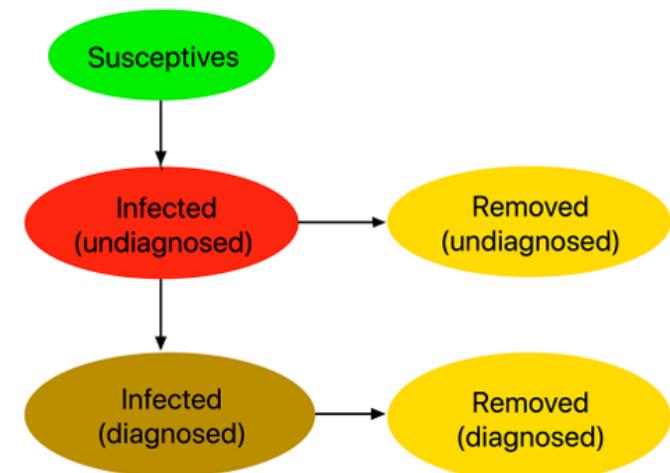
Susceptive individuals $S \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $I_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $I_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $R_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $R_2 \rightarrow z_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t - \tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{array} \right.$$

Premisas:

- 1) Supervivencia del SARS-CoV-2 fuera del hospedador **disminuye con la temperatura**
- 2) Las personas salen más de casa e interactúan más cuando la temperatura es alta

¿Cómo integrarías la temperatura ambiente en este modelo?



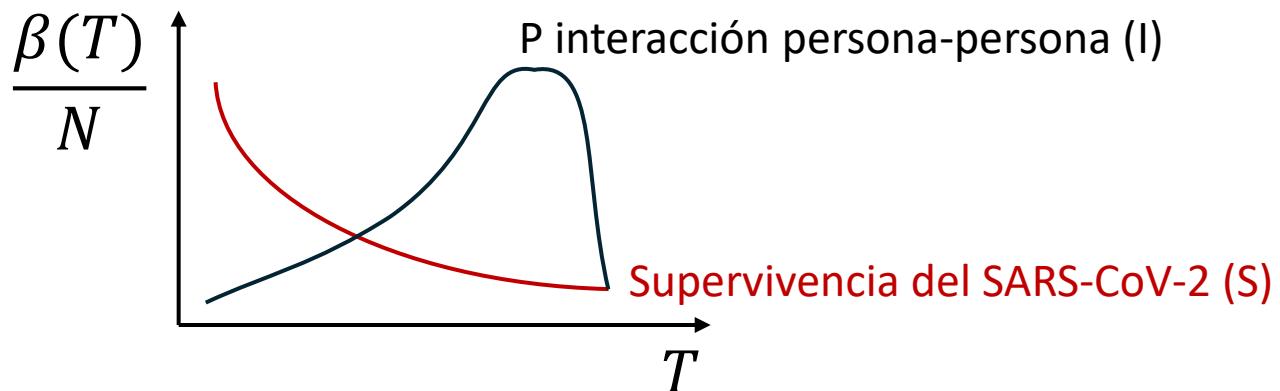
Susceptive individuals $S \rightarrow x$
Infected undiagnosed individuals $I_1 \rightarrow y_1$
Infected diagnosed individuals $I_2 \rightarrow y_2$
Removed undiagnosed people $R_1 \rightarrow z_1$
Removed diagnosed people $R_2 \rightarrow z_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = -\frac{\beta}{N}x(t)y_1(t), \\ \dot{y}_1(t) = \frac{\beta}{N}x(t)y_1(t) - \sigma y_1(t-\tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{y}_2(t) = \sigma y_1(t-\tau)s_+(y_1(t)) - \gamma_2 y_2(t), \\ \dot{z}_1(t) = \gamma_1 y_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = \gamma_2 y_2(t), \end{array} \right.$$

Premisas:

- 1) Supervivencia del SARS-CoV-2 fuera del hospedador **disminuye con la temperatura**
- 2) Las personas salen más de casa e interactúan más cuando la temperatura es alta

Hipótesis:

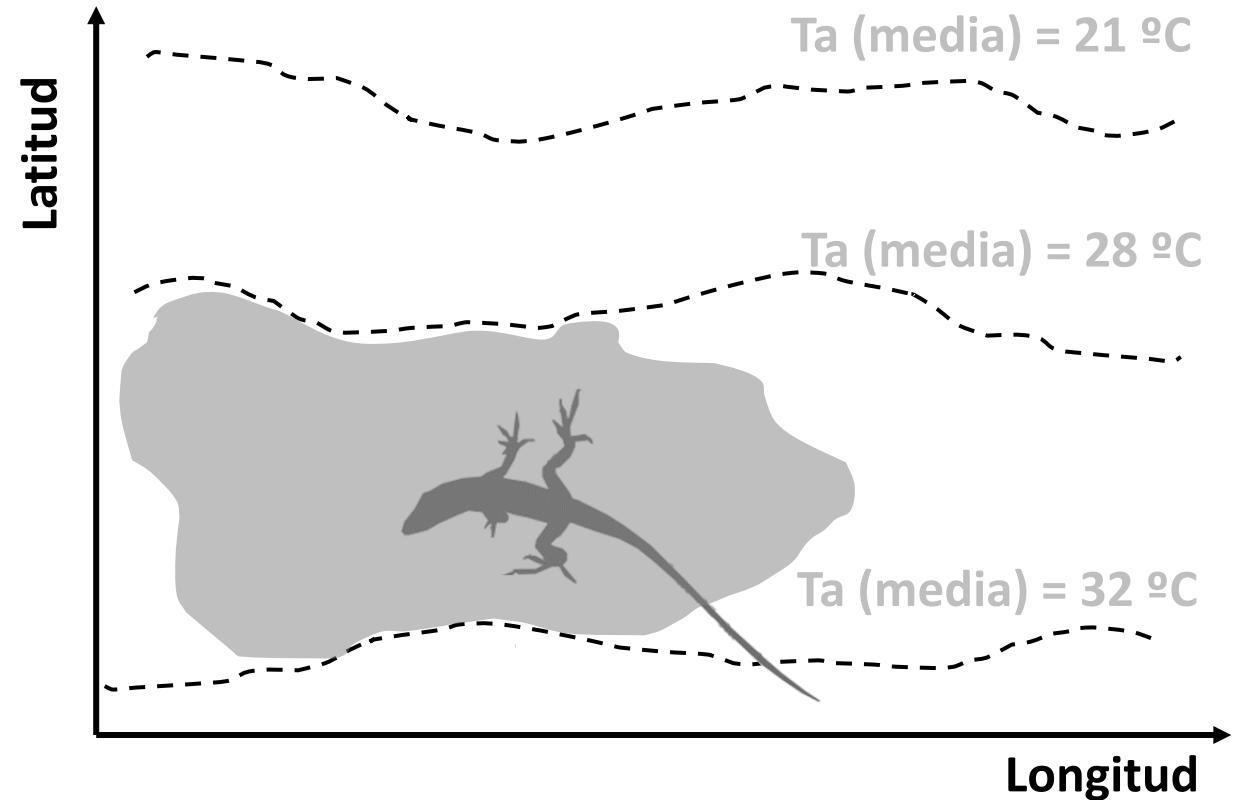


$$\frac{\beta(T)}{N} = f[I(T), S(T)]$$

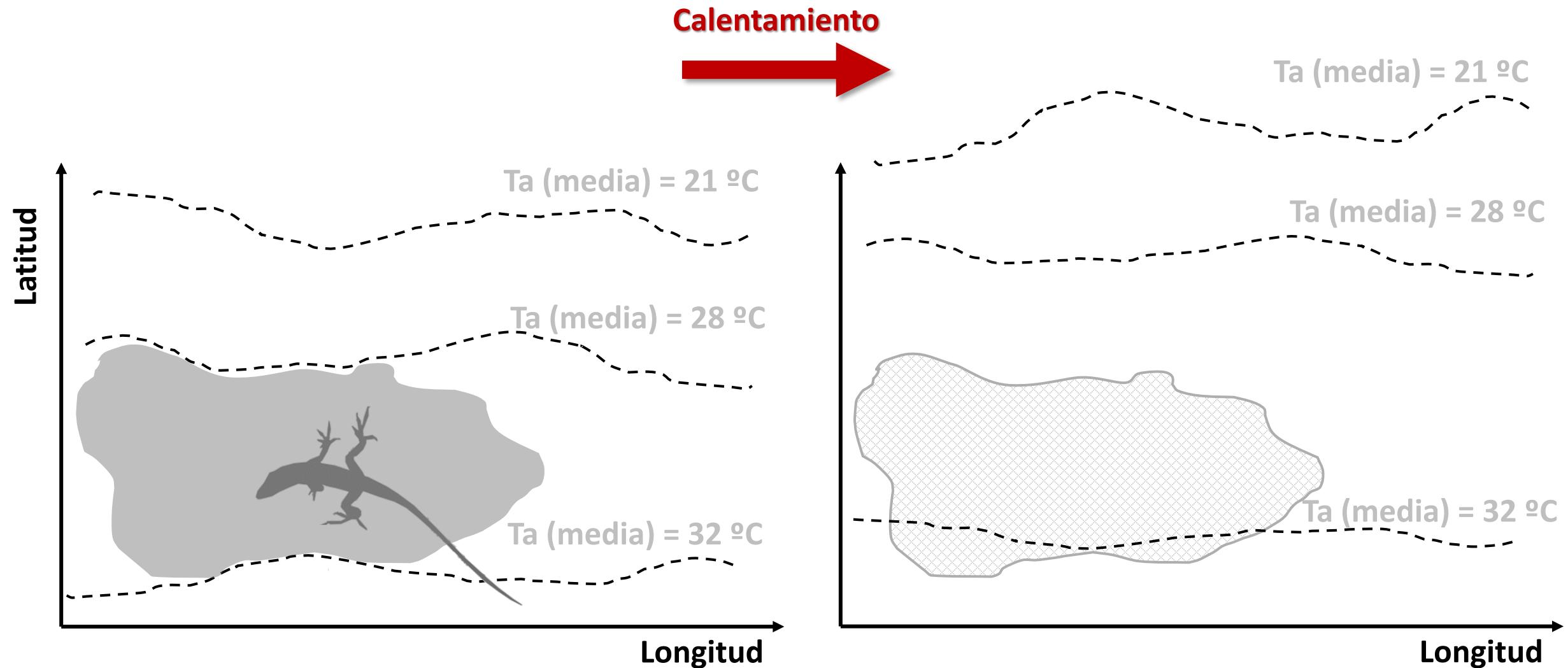
Organización

1. ¿Por qué una asignatura de ecología matemática?
2. Modelos mecanicistas vs modelos correlativos: la importancia de incorporar los mecanismos
3. Necesitamos las matemáticas para incorporar mecanismos
4. Cómo entendemos la **modelización en ecología**
5. Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

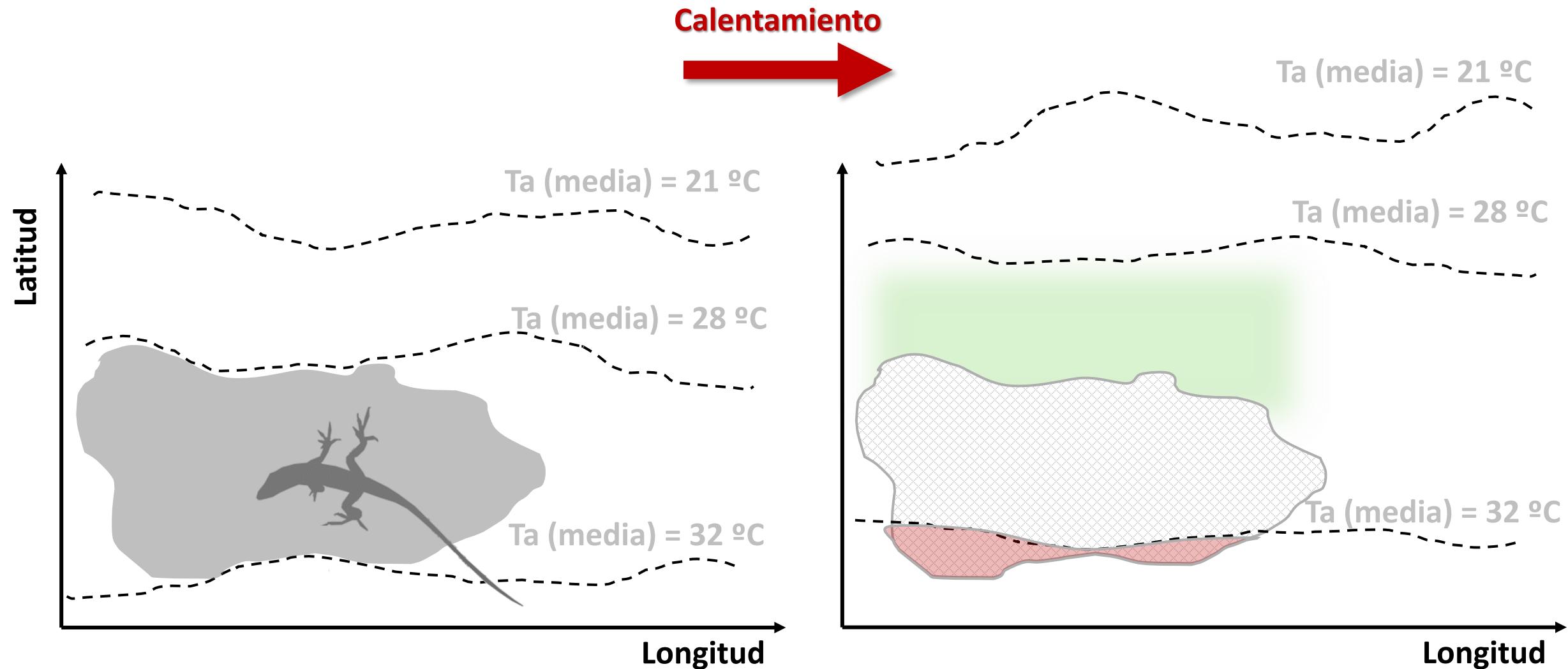
Cómo entendemos la modelización en ecología



Cómo entendemos la modelización en ecología



Cómo entendemos la modelización en ecología



Cómo entendemos la modelización en ecología

REVIEW SUMMARY

CLIMATE CHANGE

Improving the forecast for biodiversity under climate change

M. C. Urban,* G. Bocedi, A. P. Hendry, J.-B. Mihoub, G. Pe'er, A. Singer, J. R. Bridle, L. G. Crozier, L. De Meester, W. Godsoe, A. Gonzalez, J. J. Hellmann, R. D. Holt, A. Huth, K. Johst, C. B. Krug, P. W. Leadley, S. C. F. Palmer, J. H. Pantel, A. Schmitz, P. A. Zollner, J. M. J. Travis



Duskywing
skipper & oaks



Meadow brown



Emperor penguin

Species interactions

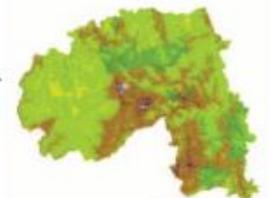
Interaction matrices
to predict novel
communities



Dengue
mosquito

Evolution

Quantitative genetic or
genetically explicit models to
predict adaptive responses



Simulated land use

Dispersal

Climate-dependent
dispersal behavior to
predict spatial
responses



Cane toad

Demography

Climate-dependent
demography to predict
population dynamics

Physiology

Energy and mass
balance to predict
physiological responses

Cómo entendemos la modelización en ecología

REVIEW SUMMARY

CLIMATE CHANGE

Improving the forecast for biodiversity under climate change

M. C. Urban,* G. Bocedi, A. P. Hendry, J.-B. Mihoub, G. Pe'er, A. Singer, J. R. Bridle, L. G. Crozier, L. De Meester, W. Godsoe, A. Gonzalez, J. J. Hellmann, R. D. Holt, A. Huth, K. Johst, C. B. Krug, P. W. Leadley, S. C. F. Palmer, J. H. Pantel, A. Schmitz, P. A. Zollner, J. M. J. Travis

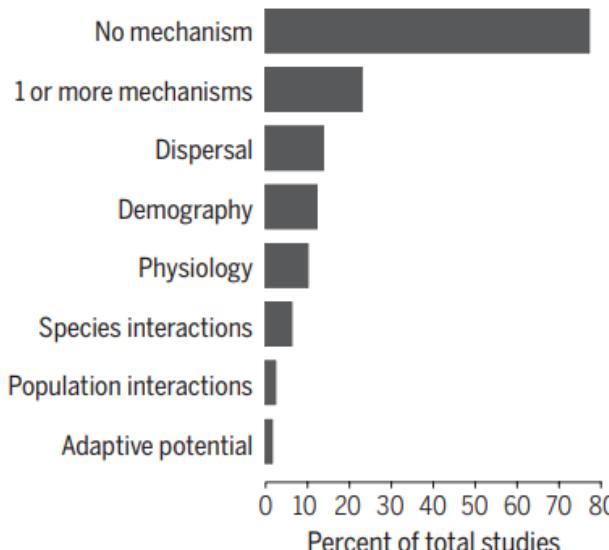


Fig. 1. Most models of biological responses to climate change omit important biological mechanisms. Only 23% of reviewed studies (4) included



Duskywing skipper & oaks



Meadow brown



Emperor penguin

Species interactions

Interaction matrices to predict novel communities

Dispersal

Climate-dependent dispersal behavior to predict spatial responses

Demography

Climate-dependent demography to predict population dynamics

Evolution

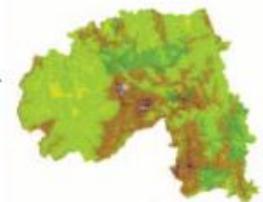
Quantitative genetic or genetically explicit models to predict adaptive responses

Dengue mosquito



Environment

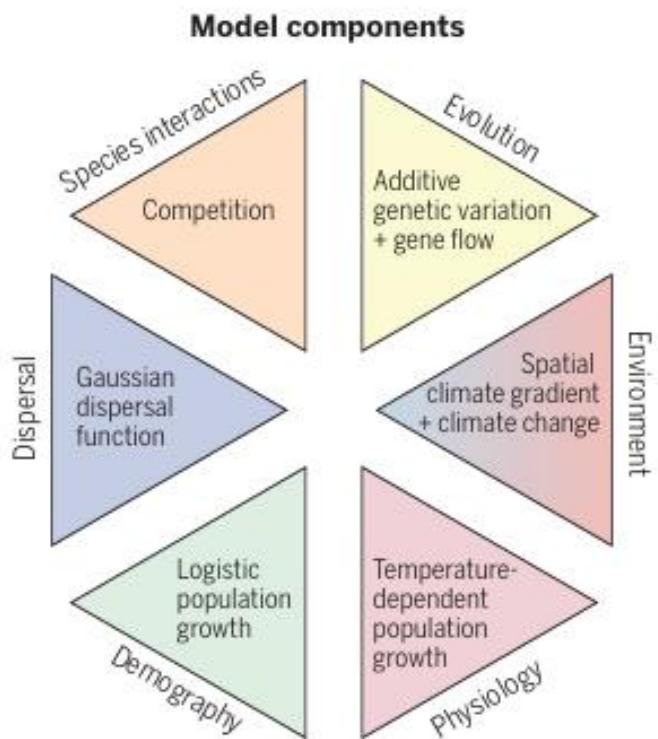
Predicting land-use changes at relevant scales



Simulated land use



Cane toad

A**B****Model equations**

$$\text{Change in population } (N) \quad \text{Population dynamics} \quad \text{Dispersal}$$

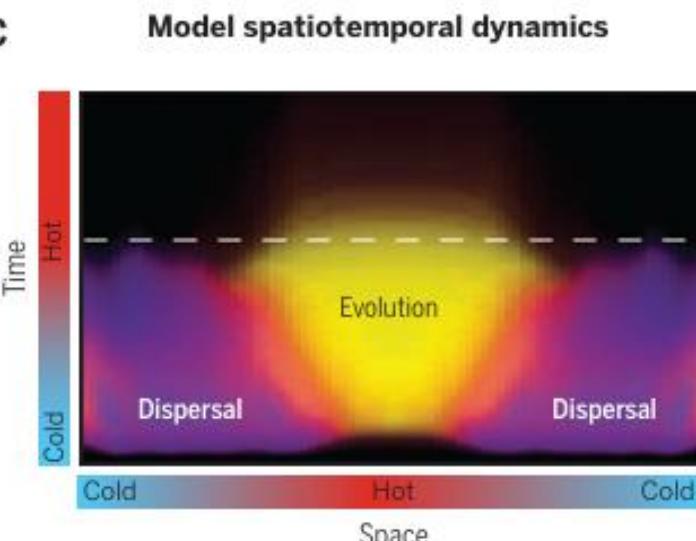
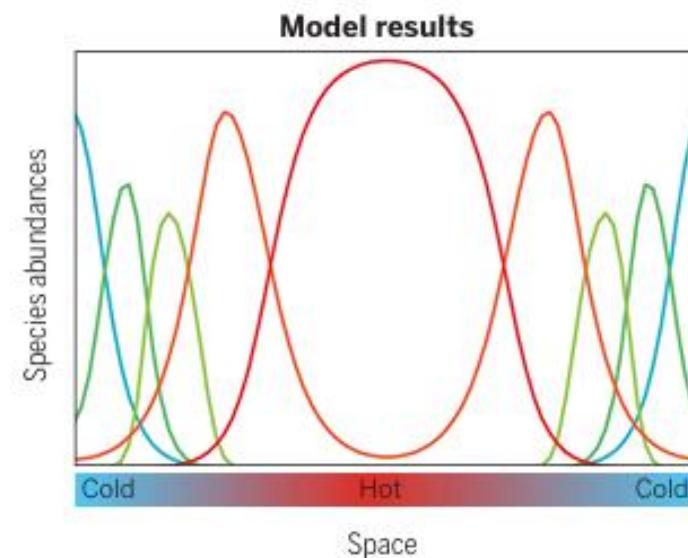
$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = g_i N_i + D_i \frac{\partial^2 N_i}{\partial x^2}$$

Fitness Temperature-dependent growth Competition

$$g_i(x, t) = r_{\max} \exp \left(\frac{-(TC(x, t) - z_i(x, t))^2}{\omega^2} \right) \left(1 - \sum_j \alpha_{ij} N_j(x, t) \right)$$

Change in trait (z) Directional selection Gene flow

$$\frac{\partial z_i}{\partial t} = q_i V_i \frac{\partial g_i}{\partial z} |_{z=z_i} + D_i \left(\frac{\partial^2 z_i}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial \log N_i}{\partial x} \frac{\partial z_i}{\partial x} \right)$$

C**D**

Cómo entendemos la modelización en ecología

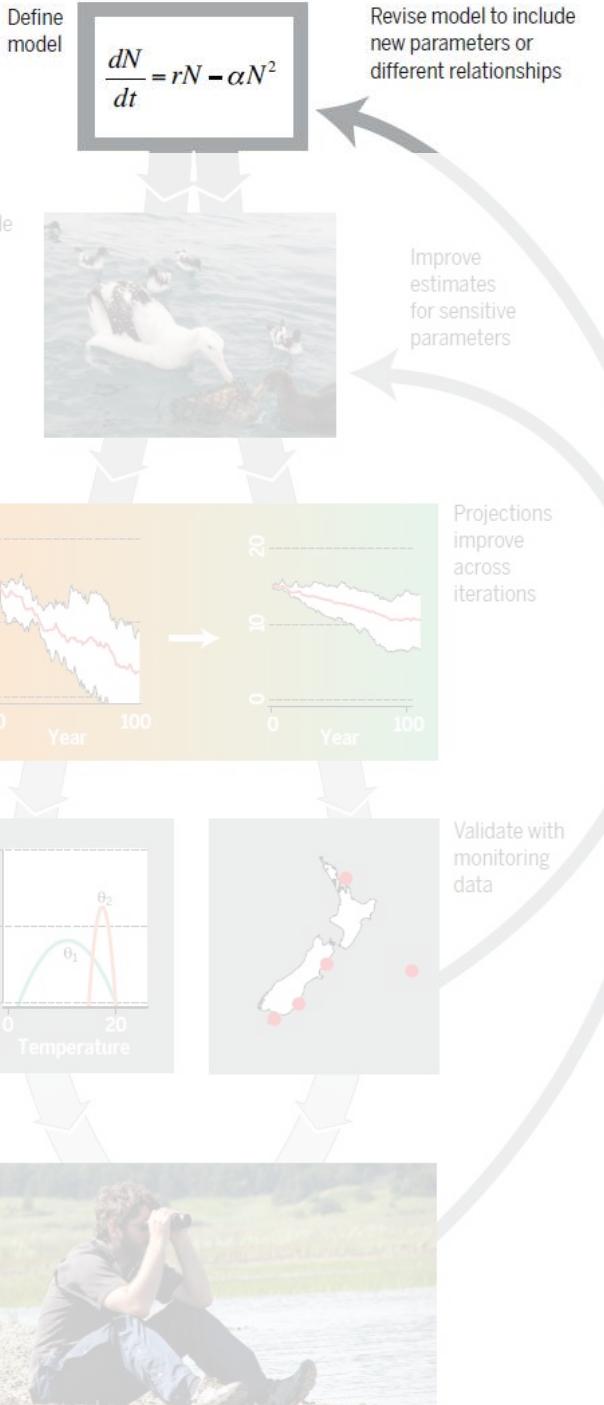
1) Un modelo es una **hipótesis definida cuantitativamente**

2) Los modelos deben ser parametrizados para casos concretos

3) Las predicciones numéricas se deben comprobar empíricamente

4) Podemos comprobar la sensibilidad de los parámetros

5) Debe crearse un proceso recursivo de mejora del modelo



Cómo entendemos la modelización en ecología

1) Un modelo es una **hipótesis definida cuantitativamente**

2) Los modelos deben ser **parametrizados para casos concretos**

3) Las predicciones numéricas se deben comprobar empíricamente

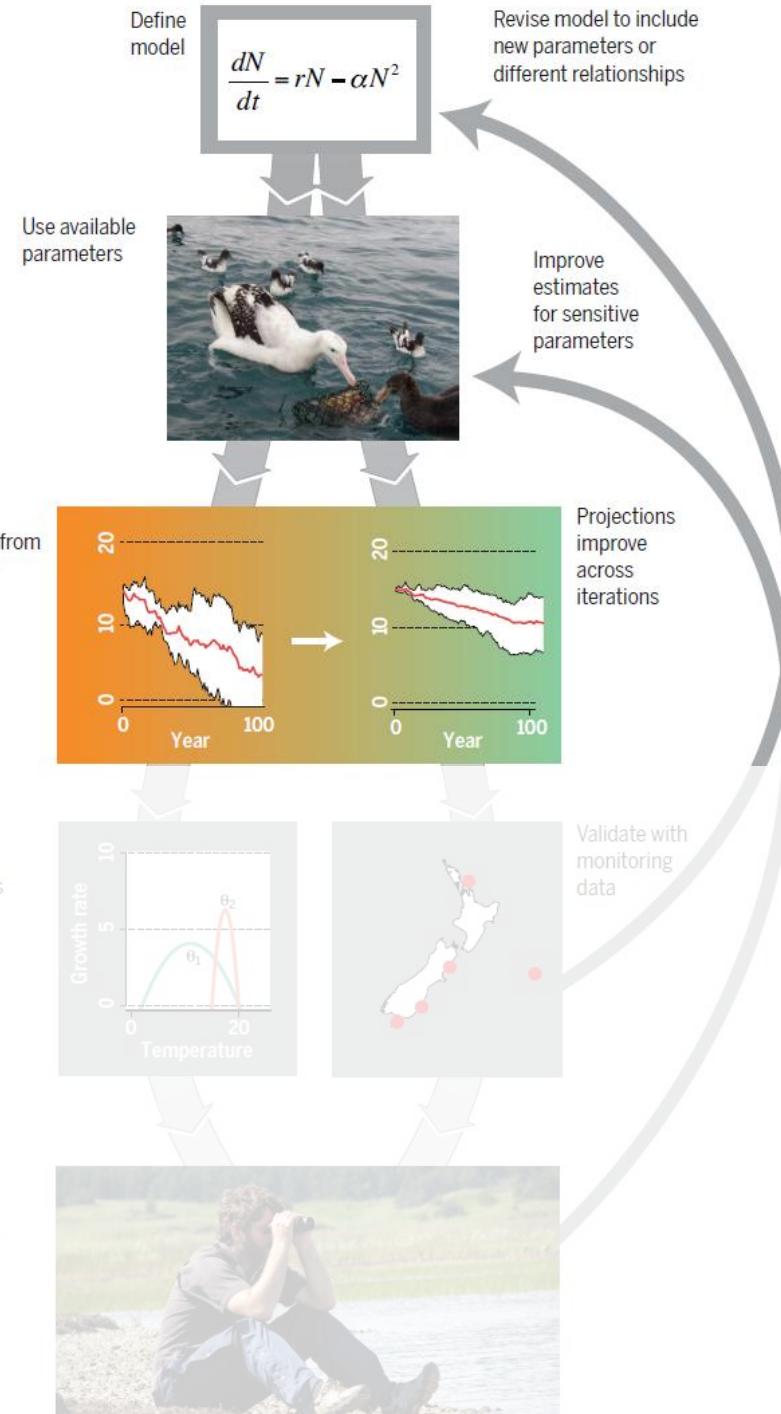
4) Podemos comprobar la sensibilidad de los parámetros

5) Debe crearse un proceso recursivo de mejora del modelo



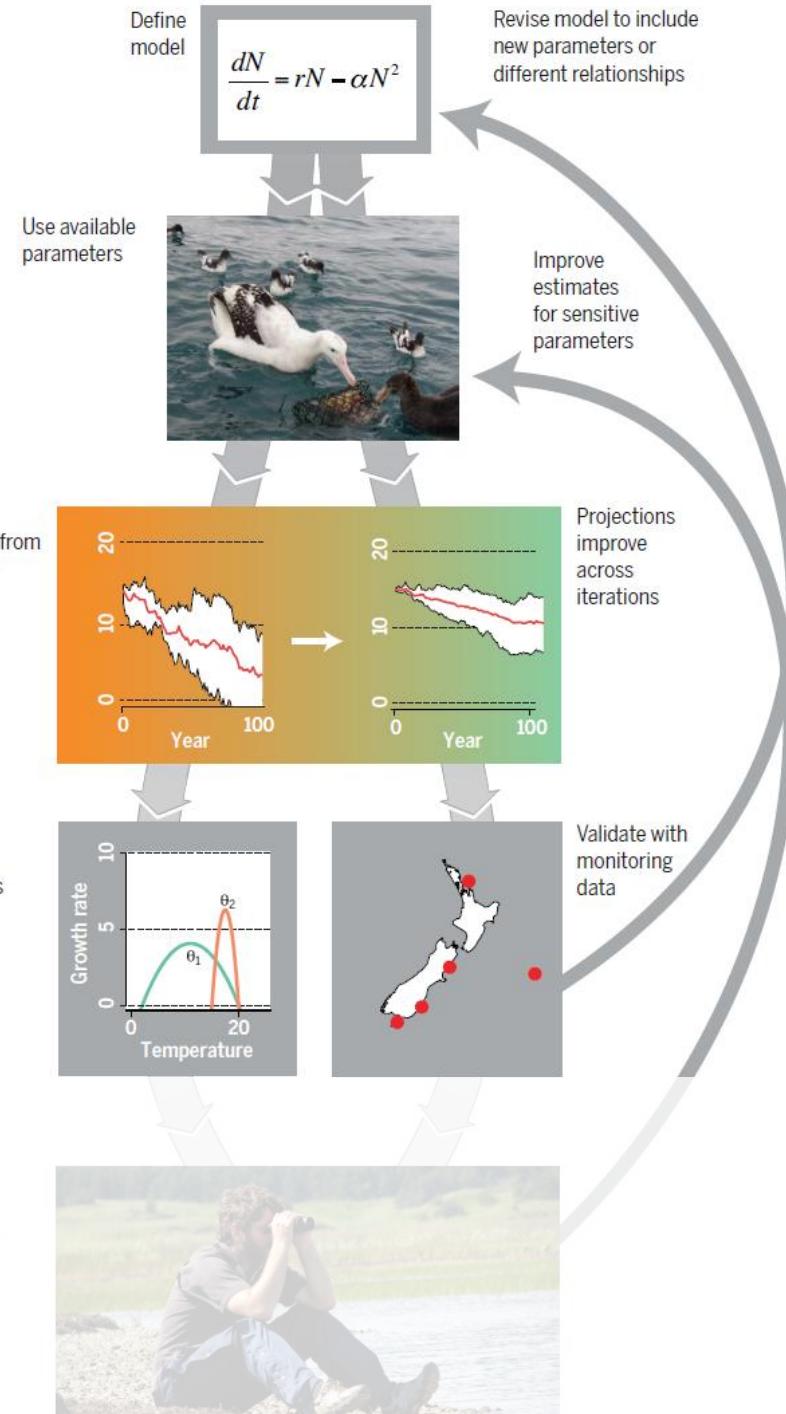
Cómo entendemos la modelización en ecología

- 1) Un modelo es una **hipótesis definida cuantitativamente**
- 2) Los modelos deben ser **parametrizados** para casos concretos
- 3) Las **predicciones numéricas** se deben comprobar empíricamente
- 4) Podemos comprobar la sensibilidad de los parámetros
- 5) Debe crearse un proceso recursivo de mejora del modelo



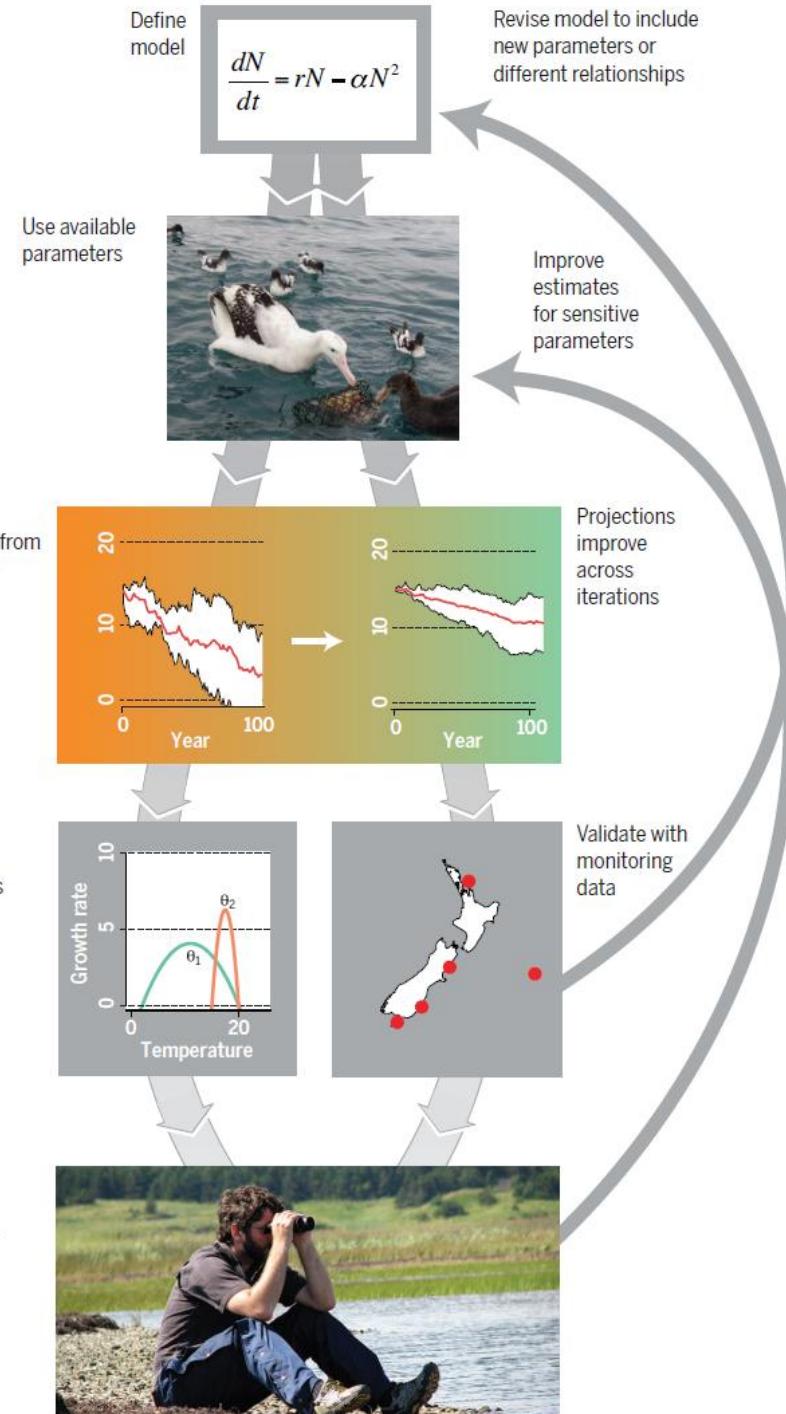
Cómo entendemos la modelización en ecología

- 1) Un modelo es una **hipótesis definida cuantitativamente**
- 2) Los modelos deben ser **parametrizados para casos concretos**
- 3) Las **predicciones numéricas** se deben **comprobar empíricamente**
- 4) Podemos comprobar la **sensibilidad de los parámetros**
- 5) Debe crearse un proceso recursivo de mejora del modelo

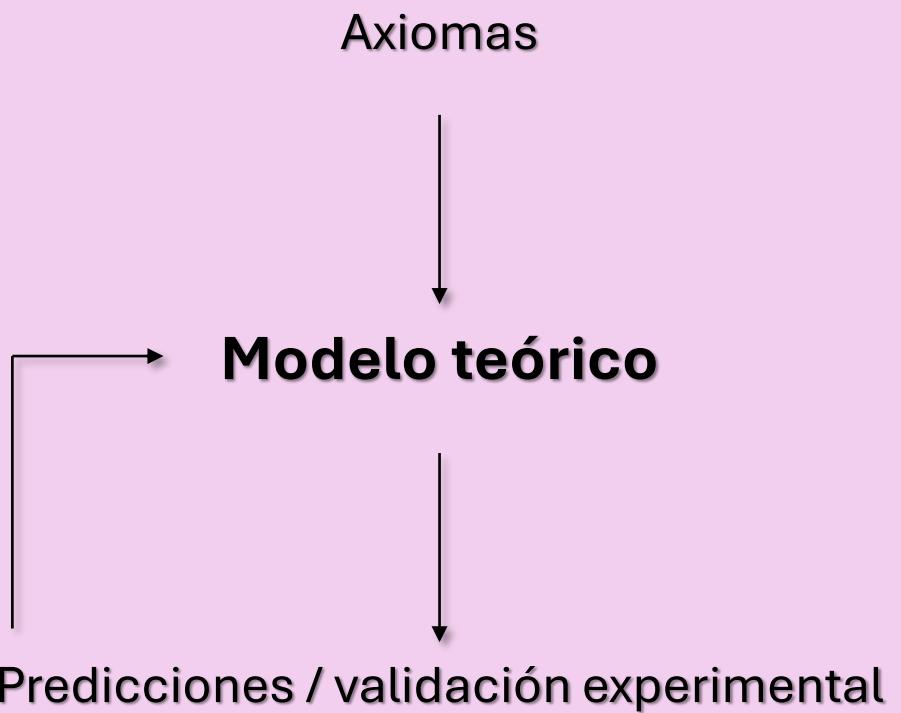


Cómo entendemos la modelización en ecología

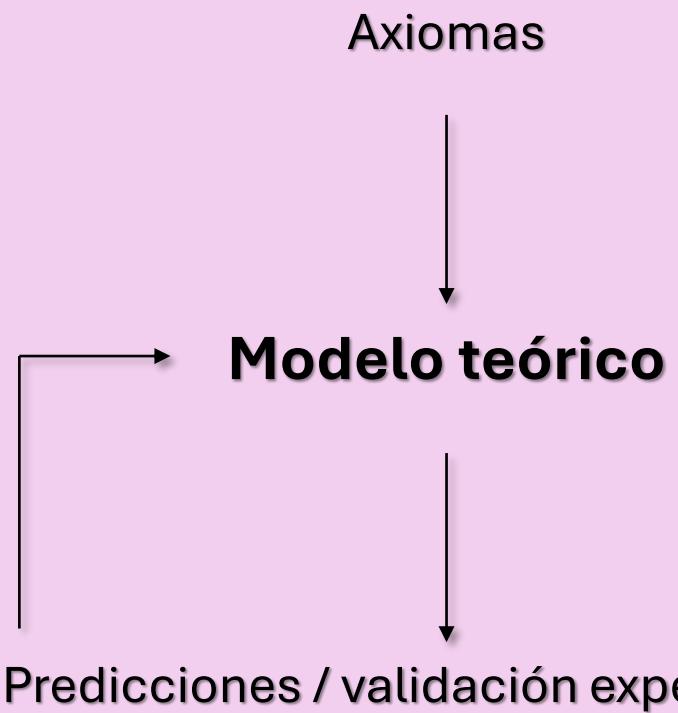
- 1) Un modelo es una **hipótesis definida cuantitativamente**
- 2) Los modelos deben ser **parametrizados para casos concretos**
- 3) Las **predicciones numéricas** se deben **comprobar empíricamente**
- 4) Podemos comprobar la **sensibilidad de los parámetros**
- 5) Debe crearse un proceso recursivo de **mejora del modelo**



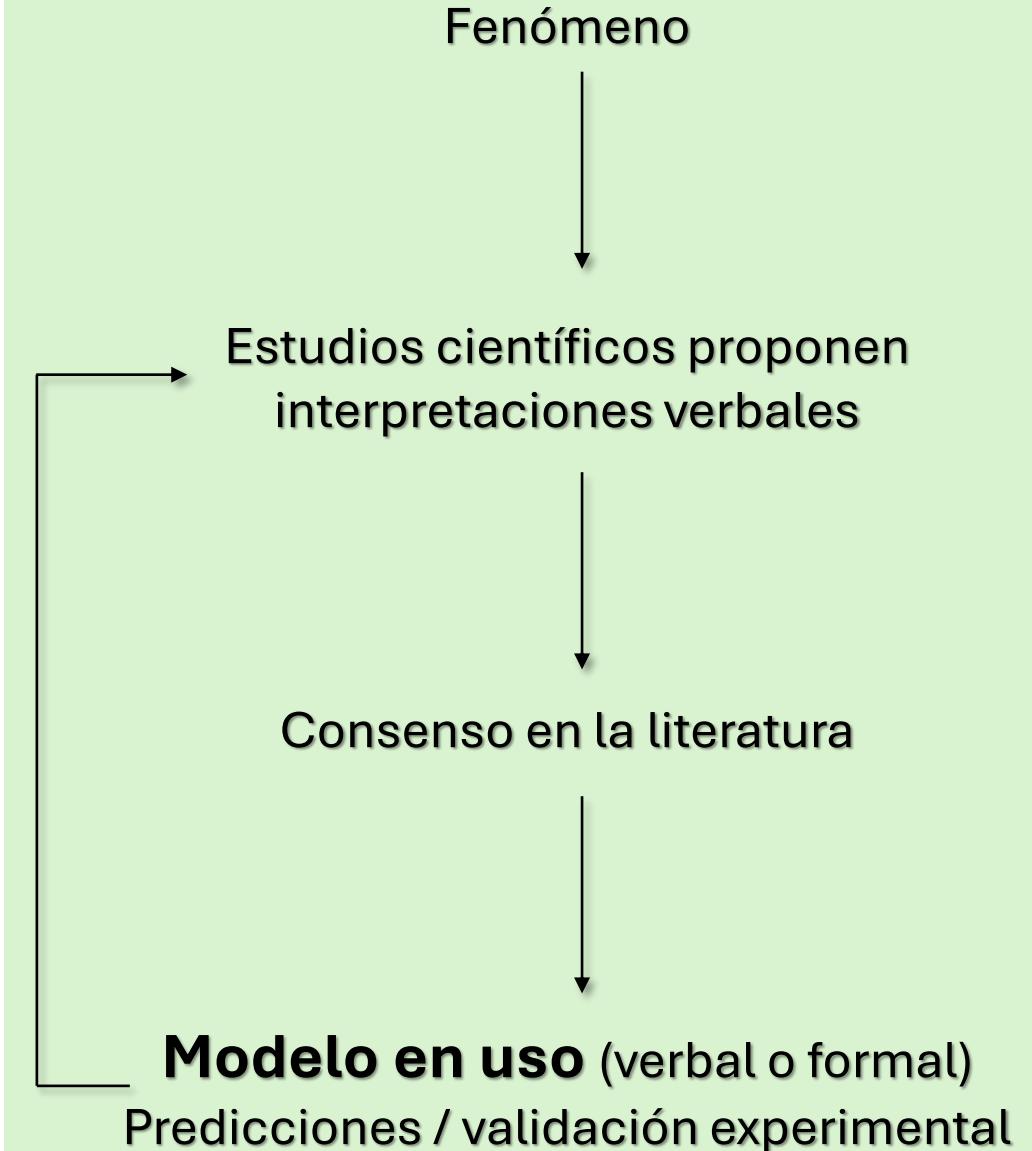
Axiomática (e.g. física)



Axiomática (e.g. física)



Pragmática (e.g. ecología)



Axiomática (e.g. física)

Los modelos tienen **valor en sí mismos**,
se derivan de **principios fundamentales**

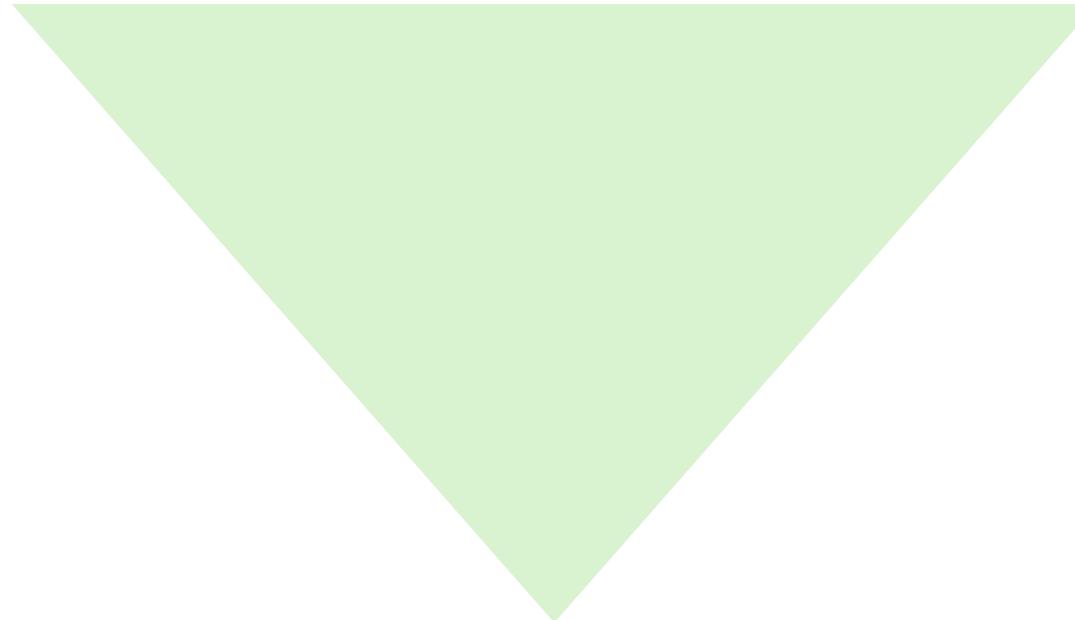
Pragmática (e.g. ecología)

Los modelos **no tienen valor en sí mismos**,
se derivan del **consenso científico**,
son válidos en tanto que:
(1) nos ayudan a **entender la realidad**,
(2) nos permite **hacer predicciones**

Cómo entendemos la **modelización** en ecología

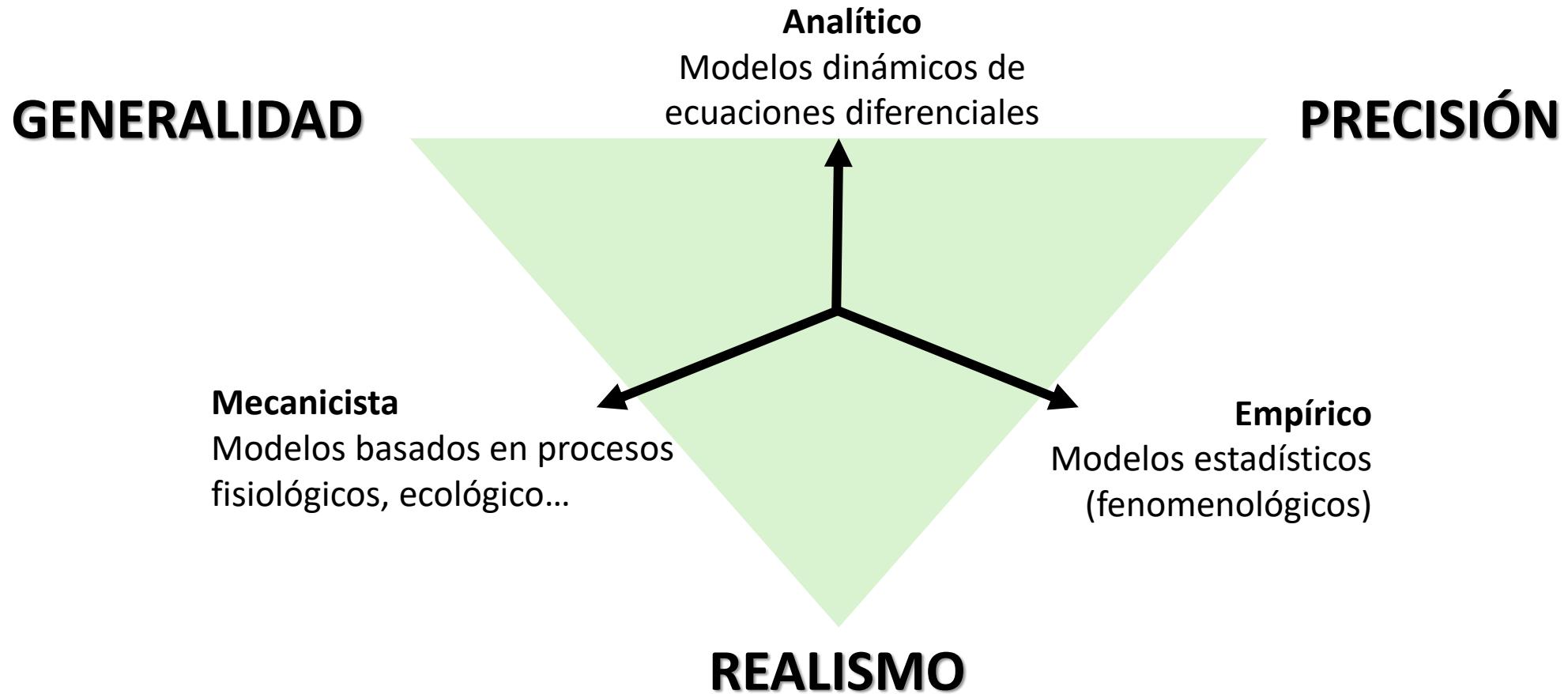
GENERALIDAD

PRECISIÓN



REALISMO

Cómo entendemos la modelización en ecología



Organización

1. ¿Por qué una asignatura de ecología matemática?
2. Modelos mecanicistas vs modelos correlativos: la importancia de incorporar los mecanismos
3. Necesitamos las matemáticas para incorporar mecanismos
4. Cómo entendemos la modelización en ecología
5. **Modelos mecanicistas:** estructura de la asignatura

Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

(TEMA 4) Modelos mecanicistas II: modelos de sucesión y dinámicos



Duskywing
skipper & oaks

Species interactions

Interaction matrices
to predict novel
communities



Meadow brown

Dispersal

Climate-dependent
dispersal behavior to
predict spatial
responses



Emperor penguin

Demography

Climate-dependent
demography to predict
population dynamics

(TEMAS 1 y 2): Generalidades y herramientas de modelización



Dengue
mosquito

Evolution

Quantitative genetic or
genetically explicit models to
predict adaptive responses



Simulated land use

Environment

Predicting land-
use changes at
relevant scales



Cane toad

Physiology

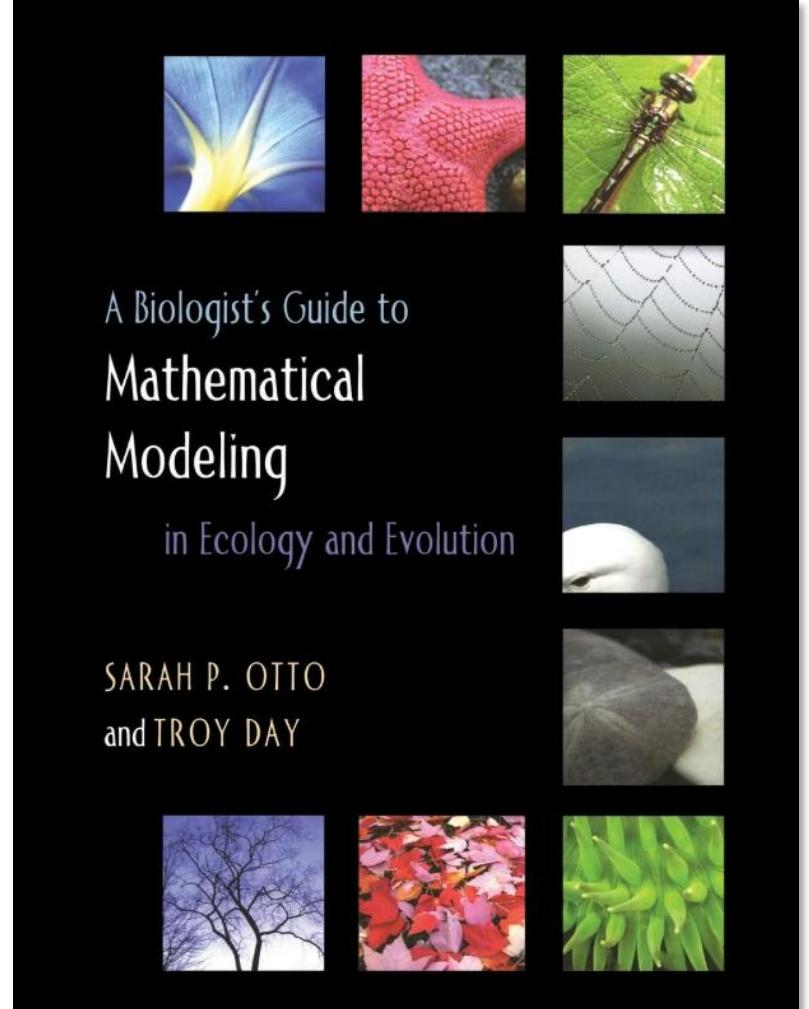
Energy and mass
balance to predict
physiological responses

(TEMA 3) Modelos mecanicistas I: modelos biofísicos

Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

(TEMAS 1 y 2): Generalidades y herramientas de modelización

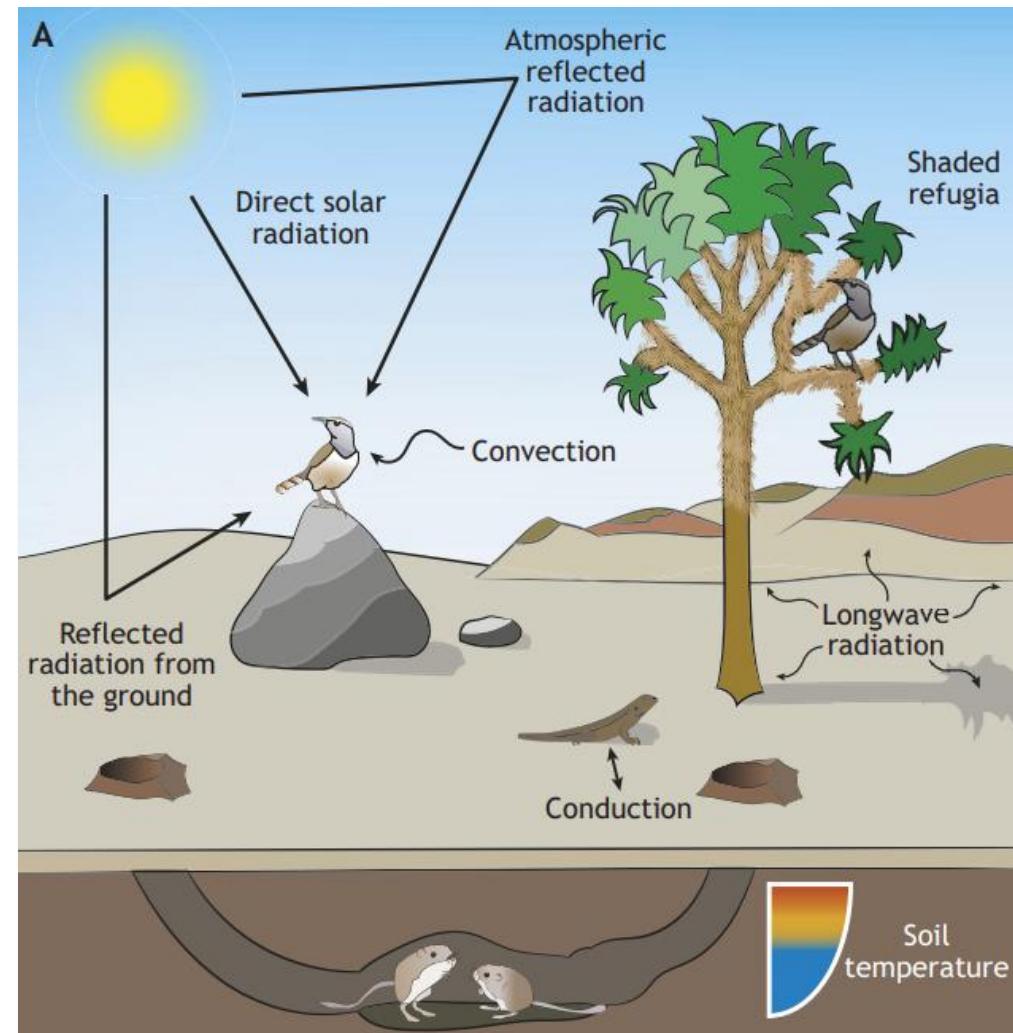
- **Cómo se construye un modelo**
- **Introducción a herramientas numéricas de cálculo**



Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

(TEMA 3) Modelos mecanicistas I: modelos biofísicos

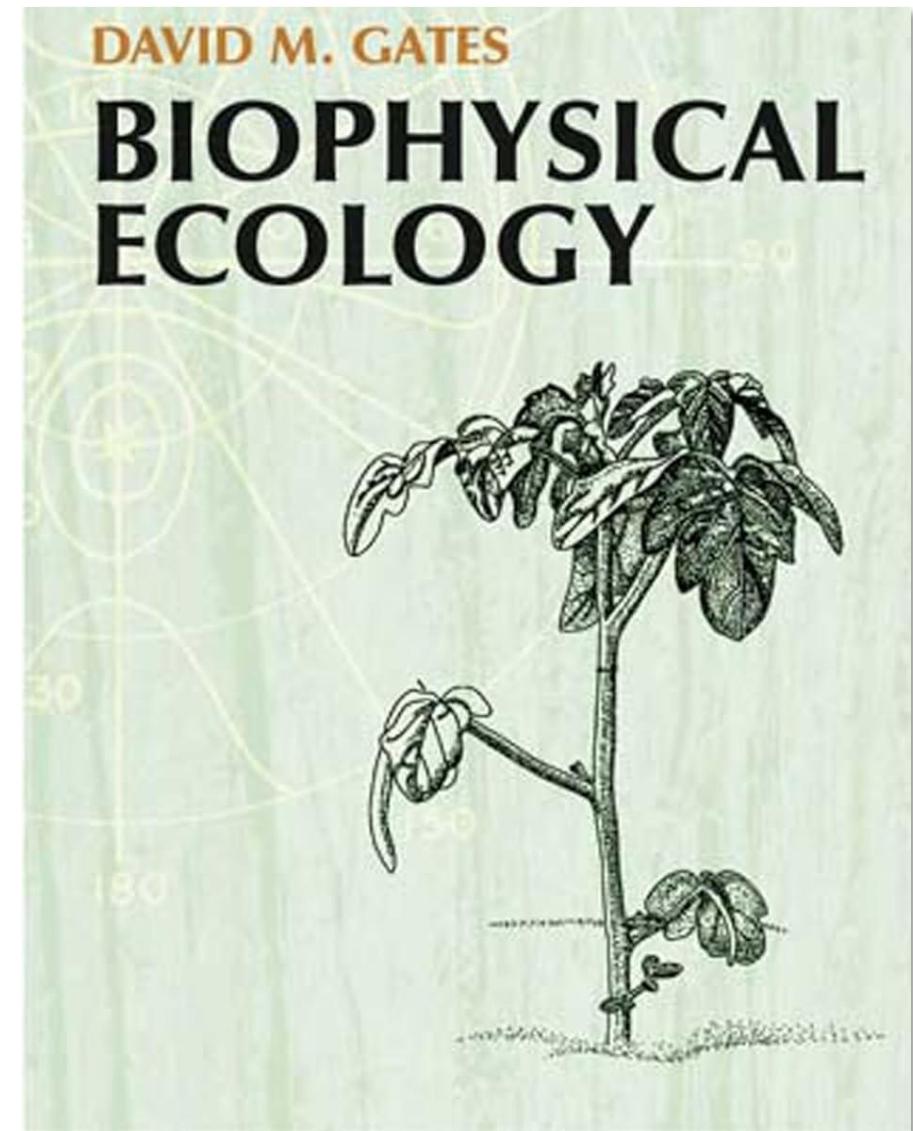
- Interacciones organismo-ambiente
- Intercambio de calor y agua
- Consecuencias sobre metabolismo, crecimiento y reproducción



Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

(TEMA 3) Modelos mecanicistas I: modelos biofísicos

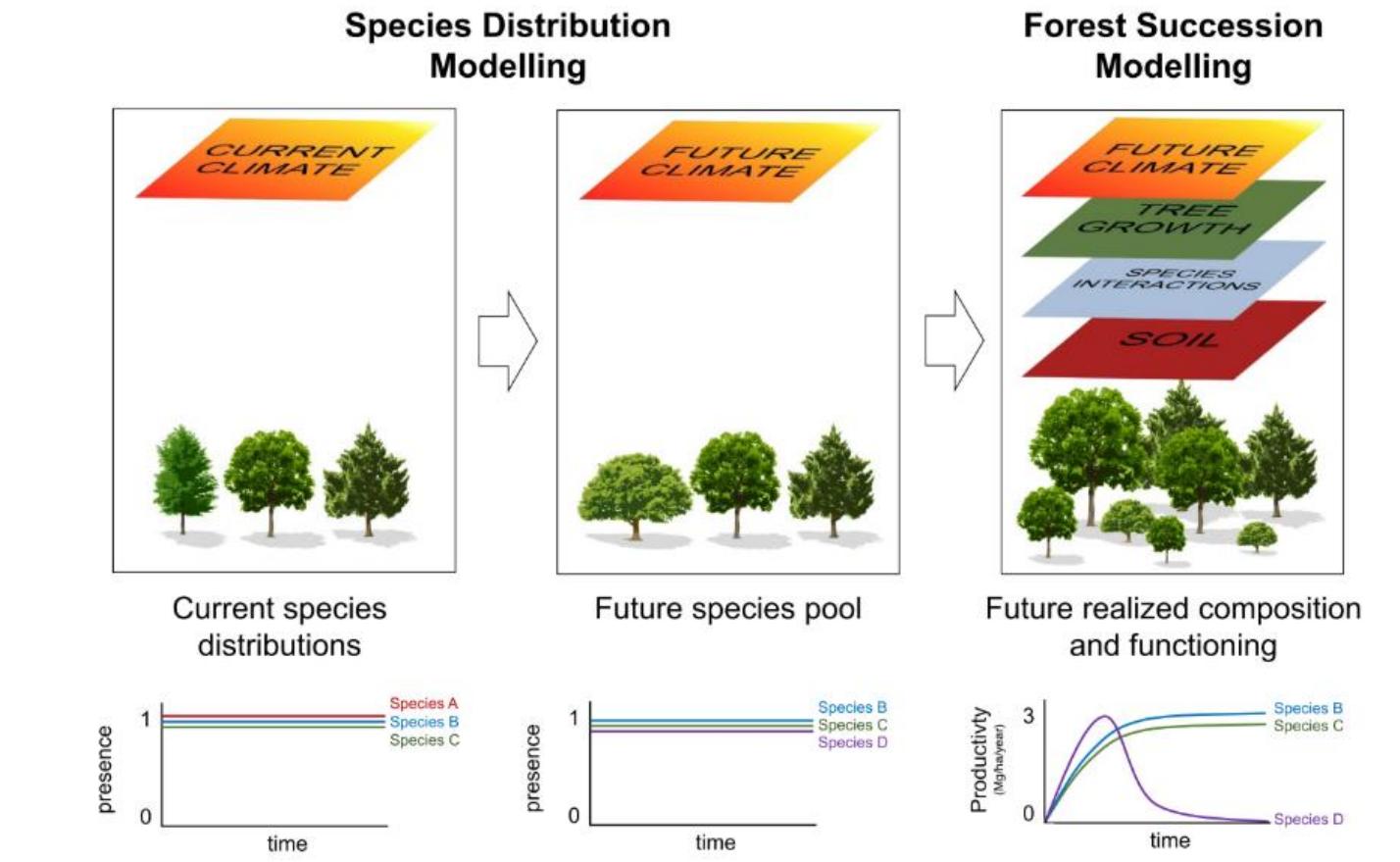
- Interacciones organismo-ambiente
- Intercambio de calor y agua
- Consecuencias sobre metabolismo, crecimiento y reproducción



Modelos mecanicistas: estructura de la asignatura

(TEMA 4) Modelos mecanicistas II: modelos de sucesión y dinámicos

- Incorporando interacciones bióticas
- Incorporando dispersión



García-Valdés et al. (2020, Glob Ecol Biogeogr)