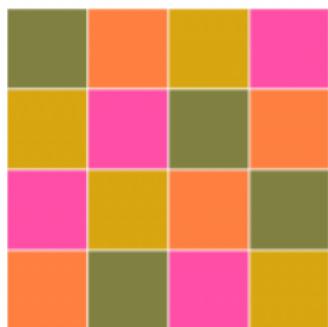
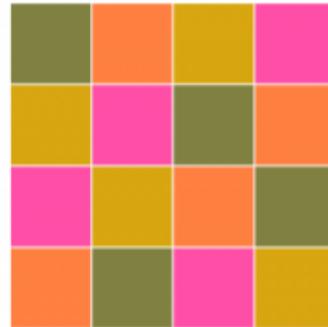
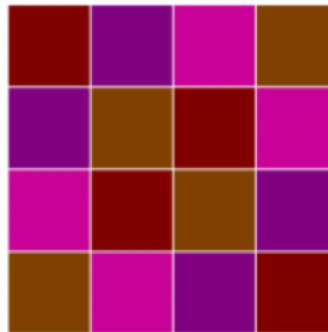
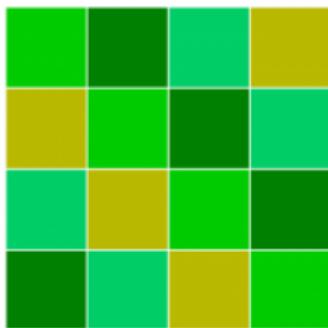


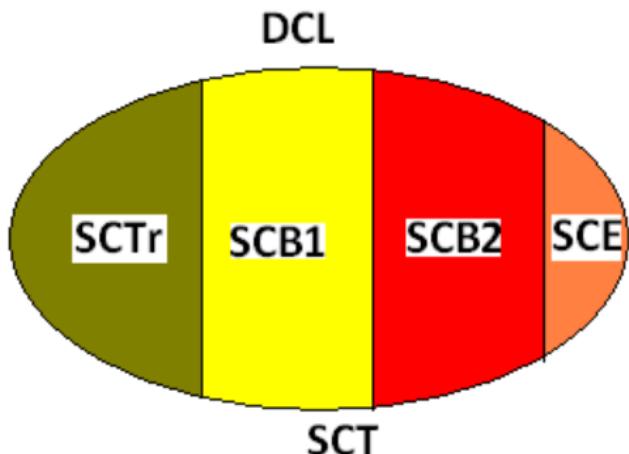
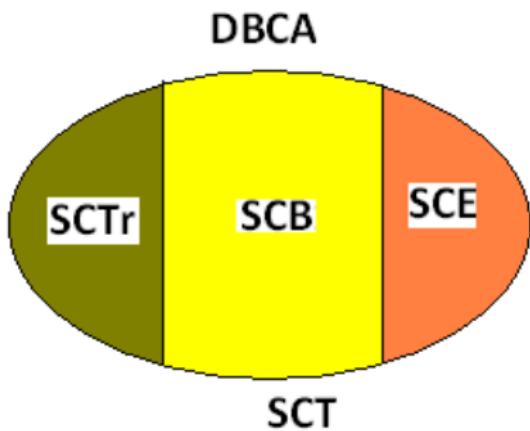
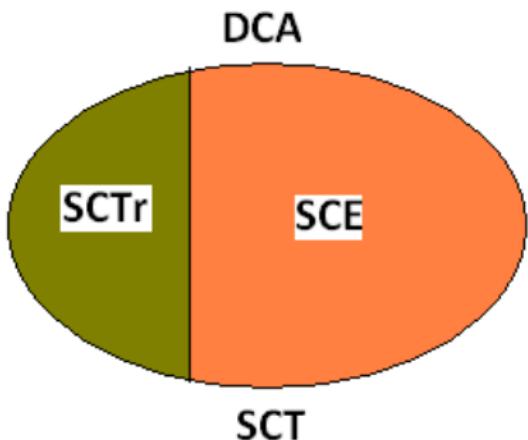
# Diseño en Cuadrados Latino - DCL

Msc. Julio Hurtado M

2020

# Diseños en Cuadrados Latinos DCL





# Diseño en cuadro latino



- Diseño en el que se controlan dos factores de bloque y uno de tratamientos con la misma cantidad de niveles.

# Diseño en cuadro latino



- Diseño en el que se controlan dos factores de bloque y uno de tratamientos con la misma cantidad de niveles.



- Los tratamientos se representan por letras latinas y se distribuyen en forma adecuada en un cuadro, por tal razón se llama Diseño en cuadro latino (DCL).

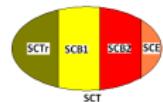
# Diseño en cuadro latino



- Diseño en el que se controlan dos factores de bloque y uno de tratamientos con la misma cantidad de niveles.



- Los tratamientos se representan por letras latinas y se distribuyen en forma adecuada en un cuadro, por tal razón se llama Diseño en cuadro latino (DCL).



- En este diseño se tienen cuatro fuentes de variabilidad que pueden afectar la respuesta observada:

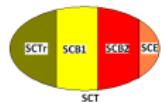
# Diseño en cuadro latino



- Diseño en el que se controlan dos factores de bloque y uno de tratamientos con la misma cantidad de niveles.



- Los tratamientos se representan por letras latinas y se distribuyen en forma adecuada en un cuadro, por tal razón se llama Diseño en cuadro latino (DCL).



- En este diseño se tienen cuatro fuentes de variabilidad que pueden afectar la respuesta observada:
  - *los tratamientos, el factor de bloque I (columnas), el factor de bloque II (renglones) y el error aleatorio.*

# Diseño en cuadro latino

- Sean  $A, B, C, \dots, K$ , los  $k$  tratamientos a comparar, por tanto ambos factores de bloques tienen también  $k$  bloques cada uno.



		Bloques II (columnas)					
		1	2	3	...	$k$	
Bloques I (renglones)	1	$A=Y_{111}$	$B=Y_{221}$	$C=Y_{331}$	...	$K=Y_{kk1}$	
	2	$B=Y_{212}$	$C=Y_{322}$	$D=Y_{432}$	...	$A=Y_{k2}$	
	3	$C=Y_{313}$	$D=Y_{423}$	$E=Y_{523}$	...	$B=Y_{k3}$	
	:	:	:	:	:	:	
	$k$	$K=Y_{k1k}$	$A=Y_{12k}$	$B=Y_{23k}$	...	$J=Y_{jkk}$	

# Diseño en cuadro latino



- El modelo estadístico para el DCL

$$Y_{ijl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varepsilon_{ijl}$$

donde  $Y_{ijl}$  es la observación del tratamiento  $i$ , en el nivel  $j$  del factor columna y en el nivel  $l$  del factor renglón;  $\varepsilon_{ijl}$ , es el error atribuible a dicha observación.

# Diseño en cuadro latino



- El modelo estadístico para el DCL

$$Y_{ijl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varepsilon_{ijl}$$

donde  $Y_{ijl}$  es la observación del tratamiento  $i$ , en el nivel  $j$  del factor columna y en el nivel  $l$  del factor renglón;  $\varepsilon_{ijl}$ , es el error atribuible a dicha observación.



- La variabilidad total se descompone en:

$$SCT = SCTr + SCB1 + SCB2 + SCE$$

y los grados de libertad correspondientes son:

$$k^2 - 1 = (k - 1) + (k - 1) + (k - 1) + (k - 2)(k - 1)$$

# Diseño en cuadro latino



- El Anova para el DCL se muestra en la tabla 6. En él se prueba la hipótesis sobre los efectos de tratamiento, del factor renglón y del factor columna.

Tabla 6 Tabla ANOVA para el DCL

Variabilidad	SC	GL	CM	$F_0$	valor-p
Tratamientos	SCTr	k-1	CMT <sub>r</sub>	$\frac{CMT_r}{CME}$	$P(F > F_0)$
Bloques	SCB1	k-1	CMB1	$\frac{CMB1}{CME}$	$P(F > F_0)$
Columnas	SCB2	k-1	CMB2	$\frac{CMB2}{CME}$	$P(F > F_0)$
Error	SCE	(k-2)(k-1)	CME		
Total	SCT	$k^2 - 1$			

# Anova para DCL

Tabla 10 ANOVA DCL

variab	SC	GL	F
Trat	$SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i..}^2}{k} - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMTr}{CME}$
Blo I	$SCB1 = \sum_{j=1}^k \frac{Y_{.j.}^2}{k} - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMB1}{CME}$
Blo II	$SCB2 = \sum_{l=1}^k \frac{Y_{..l}^2}{k} - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMB2}{CME}$
Error	$SCE = SCT - SCTr - SCB1 - SCB2$	$(k - 2)(k - 1)$	
Total	$SCT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k Y_{ijl}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N}$	$k^2 - 1$	

- En un cuadro latino cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.

- En un cuadro latino cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.
- Un cuadro latino estándar es aquel en el que en la primera columna y en el primer renglón aparecen las letras en orden alfabético.

- En un cuadro latino cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.
- Un cuadro latino estándar es aquel en el que en la primera columna y en el primer renglón aparecen las letras en orden alfabético.



A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

- En un cuadro latino cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.
- Un cuadro latino estándar es aquel en el que en la primera columna y en el primer renglón aparecen las letras en orden alfabético.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>
<i>C</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>
<i>D</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>



<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
<i>C</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>A</i>
<i>D</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>B</i>

- En un cuadro latino cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.
- Un cuadro latino estándar es aquel en el que en la primera columna y en el primer renglón aparecen las letras en orden alfabético.

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

A	B	C	D
B	D	A	C
C	A	D	B
D	C	B	A

- En un cuadro latino cada letra debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.
- Un cuadro latino estándar es aquel en el que en la primera columna y en el primer renglón aparecen las letras en orden alfabético.

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

A	B	C	D
B	D	A	C
C	A	D	B
D	C	B	A

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

# Selección de un diseño en cuadro latino

-  Para cuatro tratamientos se pueden construir un total de 576 cuadros latinos de los cuales cuatro son estándar.

# Selección de un diseño en cuadro latino

-  Para cuatro tratamientos se pueden construir un total de 576 cuadros latinos de los cuales cuatro son estándar.
-  Para elegir un cuadrado latino, se recomienda lo siguiente:

# Selección de un diseño en cuadro latino



- Para cuatro tratamientos se pueden construir un total de 576 cuadros latinos de los cuales cuatro son estándar.
- Para elegir un cuadrado latino, se recomienda lo siguiente:
  - Construir un cuadro latino estándar.

# Selección de un diseño en cuadro latino



- Para cuatro tratamientos se pueden construir un total de 576 cuadros latinos de los cuales cuatro son estándar.
- Para elegir un cuadrado latino, se recomienda lo siguiente:
  - Construir un cuadro latino estándar.
  - Aleatorizar el orden de los renglones (o columnas) y posteriormente aleatorizar el orden de las columnas (o renglones).

# Selección de un diseño en cuadro latino



- Para cuatro tratamientos se pueden construir un total de 576 cuadros latinos de los cuales cuatro son estándar.
- Para elegir un cuadrado latino, se recomienda lo siguiente:
  - Construir un cuadro latino estándar.
  - Aleatorizar el orden de los renglones (o columnas) y posteriormente aleatorizar el orden de las columnas (o renglones).
  - Por último, los tratamientos a comparar se asignan en forma aleatoria a las letras latinas.**

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patología s y raza s, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).
- 

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	

# DCL aplicación



- Se desea evaluar el funcionamiento hepático en perros con diferentes patologías hepáticas que se encuentran con tratamiento de vitaminas B a 4 diferentes concentraciones. Por lo que se hace un doble arreglo en base a las patologías y razas, y se procedió a la medición de la *Transaminasa Glutámico Pirúvica* (TGP).

		Patologias(columnas)			
		1:lsquemia	2:Tumor	3:Hepatitis	4:He
Razas (renglones)	1:Cocker_Spaniel	A=10	B=8	C=14	
	2:Pastor_Aleman	D=7	A=12	B=12	
	3:Boxer	C=14	D=12	A=16	
	4:Schnauzer	B=13	C=13	D=10	



- Una compañía de mensajería está interesada en determinar cuál marca de llantas tiene mayor duración, medida ésta en términos del desgaste. Para ello, planea un experimento en cuadro latino en el que se comparan las cuatro marcas de llantas sometiéndolas a una prueba de 32000 kilómetros de recorrido, utilizando cuatro diferentes tipos de auto y las cuatro posiciones posibles de las llantas en el auto. El factor de interés: tipo de llanta o marca; los factores de bloques: el tipo de carro y la posición de la llanta en el carro, porque por experiencia se sabe que el tipo de carro y la posición de la llanta tienen efecto en el desgaste de la misma.

# DCL aplicación



- *Las pruebas se hacen al mismo tiempo con choferes a quienes se les instruye para que manejen de manera similar, sobre el mismo terreno para los cuatro automóviles. Al hacer las pruebas de los cuatro autos al mismo tiempo se evita el efecto del ambiente en el desgaste; asimismo, el conductor y el tipo de terreno podrían influir, pero se considera suficiente mantenerlos lo más homogéneo posible durante el experimento. Los datos observados se muestran en la tabla 7. Se mide la diferencia máxima entre el grosor de la llanta nueva y el grosor de la llanta después de haber recorrido los 32000 kilómetros. Obviamente a mayor diferencia en grosor, mayor desgaste. Las unidades de medición son milésimas de pulgada.*

# DCL aplicación



Tabla 7. DCL en la comparación de llantas

Posición (renglones)		Carro (columnas)			
		1	2	3	4
1		$C = 12$	$D = 11$	$A = 13$	$B = 8$
2		$B = 14$	$C = 12$	$D = 11$	$A = 13$
3		$A = 17$	$B = 14$	$C = 10$	$D = 9$
4		$D = 13$	$A = 14$	$B = 13$	$C = 9$

# DCL aplicación



Tabla 7. DCL en la comparación de llantas

		Carro (columnas)				$Y_{..j}$
		1	2	3	4	
Posición (renglones)	1	$C = 12$	$D = 11$	$A = 13$	$B = 8$	54
	2	$B = 14$	$C = 12$	$D = 11$	$A = 13$	50
	3	$A = 17$	$B = 14$	$C = 10$	$D = 9$	50
	4	$D = 13$	$A = 14$	$B = 13$	$C = 9$	49
$Y_{.j}$		56	51	47	39	203

# DCL aplicación



Tabla 7. DCL en la comparación de llantas

		Carro (columnas)				$Y_{..j}$
		1	2	3	4	
Posición (renglones)	1	$C = 12$	$D = 11$	$A = 13$	$B = 8$	54
	2	$B = 14$	$C = 12$	$D = 11$	$A = 13$	50
	3	$A = 17$	$B = 14$	$C = 10$	$D = 9$	50
	4	$D = 13$	$A = 14$	$B = 13$	$C = 9$	49
$Y_{.j}$		56	51	47	39	203



$$Y_{A..} = 57, Y_{B..} = 49, Y_{C..} = 43, Y_{D..} = 44$$

# DCL aplicación



- El ANOVA resultante se muestra en la tabla 8, se observa que existen diferencias entre las marcas de llanta y entre los tipos de carro, a un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$ ; no hay evidencia suficiente para concluir que la posición tiene un efecto importante, puesto que su correspondiente *valor p* es mayor que 0.05.

Tabla 8. ANOVA para el DCL

Variabilidad	SC	GL	CM	$F_0$	valor-p
Marca	30.6875	3	10.2292	11.42	0.0068
Posicion	6.1875	3	2.0625	2.30	0.1769
Carro	38.6875	3	12.8958	14.40	0.0038
Error	5.375	6	0.895833		
Total	80.9375	15			

# DCL aplicación



- *Interpretación.* Para investigar cuáles marcas de llantas son diferentes entre sí, se aplica la prueba LSD y se obtienen los resultados de la siguiente tabla:

Tabla 9 Test LSD			
Método	$n_i$	LS Mean	Grupos
C	4	10,75	X
D	4	11,00	X
B	4	11,25	X
A	4	14,25	X

# DCL aplicación



- Las conclusiones sobre los seis pares de marcas se leen en la columna de grupos homogéneos, donde se observa que:

# DCL aplicación



- Las conclusiones sobre los seis pares de marcas se leen en la columna de grupos homogéneos, donde se observa que:
- la marca A no tiene X en la primera columna y es la única con X en la segunda columna, lo que indica que es diferente al resto de las marcas;

# DCL aplicación



- Las conclusiones sobre los seis pares de marcas se leen en la columna de grupos homogéneos, donde se observa que:
- la marca *A* no tiene *X* en la primera columna y es la única con *X* en la segunda columna, lo que indica que es diferente al resto de las marcas;
- y, considerando que mientras la diferencia máxima en grosor sea mayor, la llanta se desgasta más, se concluye que la marca *A* sufre mayor desgaste que las otras tres, por lo que es la peor llanta.



- Las conclusiones sobre los seis pares de marcas se leen en la columna de grupos homogéneos, donde se observa que:
- la marca *A* no tiene *X* en la primera columna y es la única con *X* en la segunda columna, lo que indica que es diferente al resto de las marcas;
- y, considerando que mientras la diferencia máxima en grosor sea mayor, la llanta se desgasta más, se concluye que la marca *A* sufre mayor desgaste que las otras tres, por lo que es la peor llanta.
- Entre las tres marcas restantes (*C*, *D* y *B*) no se encontró una diferencia significativa en cuanto al desgaste medio,



- Las conclusiones sobre los seis pares de marcas se leen en la columna de grupos homogéneos, donde se observa que:
- la marca *A* no tiene *X* en la primera columna y es la única con *X* en la segunda columna, lo que indica que es diferente al resto de las marcas;
- y, considerando que mientras la diferencia máxima en grosor sea mayor, la llanta se desgasta más, se concluye que la marca *A* sufre mayor desgaste que las otras tres, por lo que es la peor llanta.
- Entre las tres marcas restantes (*C*, *D* y *B*) no se encontró una diferencia significativa en cuanto al desgaste medio,
- se concluye que desde el punto de vista estadístico y a la luz de los resultados experimentales, estas tres marcas de llantas pueden considerarse iguales.

# Estimación de valores en DCL



- Ocasionalmente puede faltar una observación en un cuadrado latino.

# Estimación de valores en DCL



- Ocasionalmente puede faltar una observación en un cuadrado latino.



- En este caso, usando una metodología análoga a la que se utiliza en el diseño de bloques completamente aleatorizados, el valor faltante puede estimarse mediante la expresión

$$\omega = \frac{k \left( Y_{i..}^* + Y_{.j.}^* + Y_{..k}^* \right) - 2Y_{...}^*}{(k-2)(k-1)} \quad (1)$$

# Estimación de valores en DCL



- Ocasionalmente puede faltar una observación en un cuadrado latino.



- En este caso, usando una metodología análoga a la que se utiliza en el diseño de bloques completamente aleatorizados, el valor faltante puede estimarse mediante la expresión

$$\omega = \frac{k \left( Y_{i..}^* + Y_{.j.}^* + Y_{..k}^* \right) - 2Y_{...}^*}{(k-2)(k-1)} \quad (1)$$

- donde  $Y_{i..}^*$ ,  $Y_{.j.}^*$ ,  $Y_{..k}^*$  indican los totales por filas, tratamientos y columnas, respectivamente, con el valor faltante y  $Y_{...}^*$  es el gran total con el valor faltante.

## Aplicación 2 de DCL

- Un experimentador está custodiando el efecto de cinco posibles mezclas de material explosivo para la fabricación de la dinamita. El material explosivo proviene de cinco orígenes distintos y es manipulado por cinco operarios para realizar las mezclas. Los datos que se recogen corresponden a la fuerza al explotar. Con las letras se están representando las cinco mezclas. El operario uno tuvo un accidente al manipular la cuarta mezcla, por lo que no pudo continuar.

Orígenes	Operarios				
	1	2	3	4	5
1	A24	B20	C19	D24	E24
2	B17	C24	D30	E27	A36
3	C18	D38	E26	A27	B21
4	D26	E31	A26	B23	C22
5	E	A30	B20	C29	D31

Se pide: (1i) Estimar la opción faltante. (2i) Determinar si influyen todos los factores considerados

# Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar.}$

# Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*

# Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .
  - Donde:  $Y_{ijkl}$  = fuerza al explotar de un material explosivo de la mezcla  $i$ , de una procedencia  $j$  y manipulada por un operario  $k$ ,

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .
  - Donde:  $Y_{ijkl}$  = fuerza al explotar de un material explosivo de la mezcla  $i$ , de una procedencia  $j$  y manipulada por un operario  $k$ ,
  - $\mu$  =fuerza media al explotar,

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .
  - Donde:  $Y_{ijkl}$  = fuerza al explotar de un material explosivo de la mezcla  $i$ , de una procedencia  $j$  y manipulada por un operario  $k$ ,
  - $\mu$  =fuerza media al explotar,
  - $\alpha_i$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la mezcla  $i$ .

# Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .
  - Donde:  $Y_{ijkl}$  = fuerza al explotar de un material explosivo de la mezcla  $i$ , de una procedencia  $j$  y manipulada por un operario  $k$ ,
  - $\mu$  =fuerza media al explotar,
  - $\alpha_i$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la mezcla  $i$ .
  - $\beta_j$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la procedencia  $j$ .

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .
  - Donde:  $Y_{ijkl}$  = fuerza al explotar de un material explosivo de la mezcla  $i$ , de una procedencia  $j$  y manipulada por un operario  $k$ ,
  - $\mu$  =fuerza media al explotar,
  - $\alpha_i$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la mezcla  $i$ .
  - $\beta_j$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la procedencia  $j$ .
  - $\gamma_k$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido al operario  $k$ ,

## Aplicación 2 de DCL

- Del enunciado de problema podemos identificar:
  - Variable respuesta:  $Y = \text{Fuerza al explotar}$ .
  - Unidades experimentales: *Los materiales explosivos*
  - Un sólo Factor: Mezcla con cinco niveles (A, B, C, D, y E), pero aparecen dos bloques el “origen” y el “operario”, ambos también con cinco niveles.
  - Módelo matemático asociado  $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$  con  $i, j, k = 1, \dots, 5$ .
  - Donde:  $Y_{ijkl}$  = fuerza al explotar de un material explosivo de la mezcla  $i$ , de una procedencia  $j$  y manipulada por un operario  $k$ ,
  - $\mu$  =fuerza media al explotar,
  - $\alpha_i$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la mezcla  $i$ .
  - $\beta_j$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido a la procedencia  $j$ .
  - $\gamma_k$  =efecto medio adicional sobre la fuerza media al explotar debido al operario  $k$ ,
  - Son parámetros a estimar, con las condiciones  $\sum \alpha_i = 0$ ,  $\sum \beta_j = 0$ ,  $\sum \gamma_k = 0$ .

# Aplicación 2 de DCL



- Haciendo uso de la expresión (1),

$$x = \hat{Y}_{E51} = \frac{5(Y_{E..}^* + Y_{.5.}^* + Y_{..1}^*) - 2Y_{...}^*}{12}$$

y de los datos tabulados en la tabla se obtiene que

$$Y_{E..}^* = 108$$

$$Y_{.5.}^* = 110$$

$$Y_{..1}^* = 85$$

$$Y_{...}^* = 613$$

por tanto

$$\hat{Y}_{E51} = 24.08$$

# Aplicación 2 de DCL



- Ahora se construye la tabla Anova con el valor estimado

Orígenes	Operarios				
	1	2	3	4	5
1	A24	B20	C19	D24	E24
2	B17	C24	D30	E27	A36
3	C18	D38	E26	A27	B21
4	D26	E31	A26	B23	C22
5	E24.08	A30	B20	C29	D31

# Aplicación 2 de DCL

## Tabla anova



Tabla . Anova para el diseño CUADRO LATINO

variabilidad	SC	GL	CM	$F_0$	valor-p
A: Mezcla	333,188	4	83.2971	7,276	0.004
B: Origen	72,8522	4	18.2131	1,591	0.244
C: Operario	134,052	4	33.5131	2,927	0.071
Error	125,917	11	11.447		
Total	666,009	23			

# Aplicación 2 de DCL



- Observese la pérdida de un grado de libertad, tanto en la suma total de cuadrados, como en la suma de cuadrados de errores, debido a que el número de observaciones independientes es ahora 24.

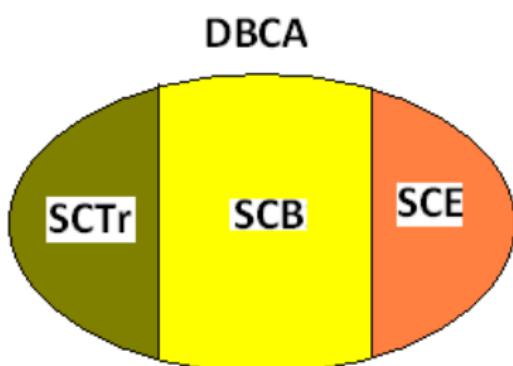
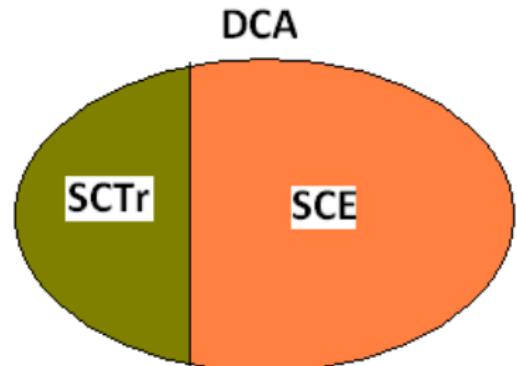
# Aplicación 2 de DCL



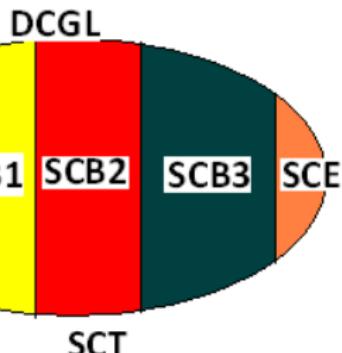
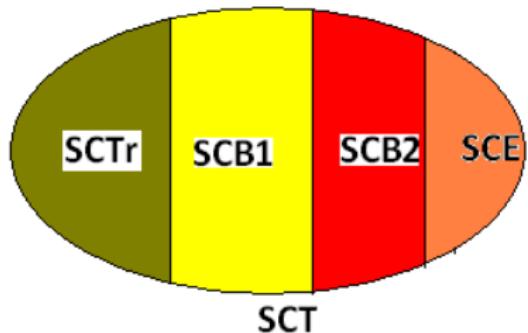
- Observese la pérdida de un grado de libertad, tanto en la suma total de cuadrados, como en la suma de cuadrados de errores, debido a que el número de observaciones independientes es ahora 24.
- Se rechaza la igualdad entre las fuerzas medias al explorar, debidas a las cinco mezclas por tener *valor – p < 1%*.



- Observese la pérdida de un grado de libertad, tanto en la suma total de cuadrados, como en la suma de cuadrados de errores, debido a que el número de observaciones independientes es ahora 24.
- Se rechaza la igualdad entre las fuerzas medias al explorar, debidas a las cinco mezclas por tener *valor – p < 1%*.
- Sin embargo, se observa que los factores de bloque no tienen influencia en la respuesta observada por lo que pudo realizarse un diseño completamente al azar.



SCT  
DCL



# Diseño en cuadro grecolatino



- *Con el diseño en cuadro grecolatino (DCGL) se controlan tres factores de bloque además del factor de tratamientos.*

# Diseño en cuadro grecolatino



- *Con el diseño en cuadro grecolatino (DCGL) se controlan tres factores de bloque además del factor de tratamientos.*
- *Se llama cuadro grecolatino porque los cuatro factores involucrados se prueban en la misma cantidad de niveles, de aquí que se pueda escribir como un cuadro (véase tabla 10); y se utilizan letras latinas para denotar a los tratamientos y letras griegas para nombrar los niveles o bloques del tercer factor del bloque.*

# Diseño en cuadro grecolatino



- *Con el diseño en cuadro grecolatino (DCGL) se controlan tres factores de bloque además del factor de tratamientos.*
- *Se llama cuadro grecolatino porque los cuatro factores involucrados se prueban en la misma cantidad de niveles, de aquí que se pueda escribir como un cuadro (véase tabla 10); y se utilizan letras latinas para denotar a los tratamientos y letras griegas para nombrar los niveles o bloques del tercer factor del bloque.*
- *Al igual que en el cuadro latino, cada letra (latinas y griegas) debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.*

# Diseño en cuadro grecolatino



- *Con el diseño en cuadro grecolatino (DCGL) se controlan tres factores de bloque además del factor de tratamientos.*
- *Se llama cuadro grecolatino porque los cuatro factores involucrados se prueban en la misma cantidad de niveles, de aquí que se pueda escribir como un cuadro (véase tabla 10); y se utilizan letras latinas para denotar a los tratamientos y letras griegas para nombrar los niveles o bloques del tercer factor del bloque.*
- *Al igual que en el cuadro latino, cada letra (latinas y griegas) debe aparecer sólo una vez en cada renglón y en cada columna.*
- *Además, cada par de letras debe aparecer sólo una vez en todo el arreglo. En la tabla 10 se presenta el aspecto de los datos del diseño en cuadro latino de dimensión  $k = 4$ .*

# Diseño en cuadro grecolatino



Tabla 10 Diseño en cuadro grecolatino (DCGL)

		Columnas			
		1	2	3	4
Renglones	1	$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
	2	$B\delta$	$A\gamma$	$D\beta$	$C\alpha$
	3	$C\beta$	$D\alpha$	$A\delta$	$B\gamma$
	4	$D\gamma$	$C\delta$	$B\alpha$	$A\beta$

# Diseño en cuadro grecolatino



- El modelo estadístico que describe a las mediciones en un cuadro grecolatino está dado por

$$Y_{ijlm} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varphi_m + \varepsilon_{ijlm}$$

donde  $Y_{ijlm}$  es la observación o respuesta que se encuentra en el tratamiento  $i$  ( $i$ -ésima letra latina), en el renglón  $j$ , en la columna  $l$  y en la  $m$ -ésima letra griega;  $\tau_i$ . es el efecto del tratamiento  $i$ ;  $\gamma_j$  es el efecto del renglón  $j$ ;  $\delta_l$  representa el efecto de la columna  $l$ ;  $\varphi_m$  representa el efecto de la  $m$ -ésima letra griega, que son los niveles del tercer factor de bloque;  $\varepsilon_{ijlm}$  representa el error aleatorio atribuible a la medición  $Y_{ijlm}$ .

# Diseño en cuadro grecolatino



- La variabilidad total presente en los datos se puede partir de la manera usual como:

$$SCT = SCTr + SCB1 + SCB2 + SCB3 + SCE$$

donde las sumas  $SCB1$ ,  $SCB2$  y  $SCB3$  miden la variabilidad debida a los factores de bloque renglón, columna y de letras griegas, respectivamente. Para  $k$  tratamientos, los grados de libertad correspondientes a cada suma son

$$k^2 - 1 = (k - 1) + (k - 1) + (k - 1) + (k - 1) + (k - 3)(k - 1)$$

Tabla 11 ANOVA DCGL

variabilidad	SC	GL	F
Tratamientos	$SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i...}^2}{k} - \frac{Y_{....}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMT_r}{CME}$
Renglones	$SCB1 = \sum_{j=1}^k \frac{Y_{j..}^2}{k} - \frac{Y_{....}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMB1}{CME}$
Columnas	$SCB2 = \sum_{l=1}^k \frac{Y_{..l.}^2}{k} - \frac{Y_{....}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMB2}{CME}$
Letras griegas	$SCB3 = \sum_{m=1}^k \frac{Y_{...m}^2}{k} - \frac{Y_{....}^2}{N}$	$k - 1$	$\frac{CMB3}{CME}$
Error	$SCE = SCT - SCTr - SCB1 - SCB2 - SCB3$	$(k - 3)(k - 1)$	
Total	$SCT = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \sum_{l=1}^k \sum_{m=1}^k Y_{ijlm}^2 - \frac{Y_{....}^2}{N}$	$k^2 - 1$	



- *Suponga que un experimentador estudia los efectos que tienen cinco formulaciones diferentes de la carga propulsora, utilizada en los sistemas de expulsión de la tripulación de un avión basado en la rapidez de combustión. Cada formulación se hace con un lote de materia prima que solo alcanza para probar cinco formulaciones. Además, las formulaciones son preparadas por varios operadores, y puede haber diferencias sustanciales en las habilidades y experiencias de los operadores. Por lo tanto, hay dos factores perturbadores que serán “calculados en promedio” en el diseño: los lotes de materia prima y los operadores. El diseño apropiado para este problema consiste en probar cada formulación exactamente una vez con cada uno de los cinco operadores. Al diseño resultante se llama diseño de cuadro latino (DCL), que usaremos para eliminar las dos fuentes perturbadoras.*



- *Factor de interés: Formulaciones de la carga propulsora.*



- *Factor de interés:* Formulaciones de la carga propulsora.



- *Niveles del Factor:* cinco formulaciones *A, B, C, D, y E*  
(cinco niveles  $k = 5$ )



- *Factor de interés:* Formulaciones de la carga propulsora.
- *Niveles del Factor:* cinco formulaciones  $A, B, C, D$ , y  $E$  (cinco niveles  $k = 5$ )
- *Variable de interés*  $Y =$  Rápidez de combustión



# Aplicación DCGL



- *Factor de interés:* Formulaciones de la carga propulsora.
- *Niveles del Factor:* cinco formulaciones  $A, B, C, D$ , y  $E$  (cinco niveles  $k = 5$ )
- *Variable de interés*  $Y =$  Rápidez de combustión
- *Replicas por nivel*  $n = 1$ .



- Datos de la rápida de combustión  $Y()$

Tabla 6. Diseño en cuadro latino (DCL)

		columnas: / (operadores)				
		1	2	3	4	5
renglones: $j$ (materia prima)	1	A=24	B=20	C=19	D=24	E=24
	2	B=17	C=24	D=30	E=27	A=36
	3	C=18	D=38	E=26	A=27	B=21
	4	D=26	E=31	A=26	B=23	C=22
	5	E=22	A=30	B=20	C=29	D=31



- **Modelo estadístico**

$$Y_{ijl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varepsilon_{ijl}$$

donde  $Y_{ijl} :=$  rapidez de combustión de la  $i$ -ésima formulación, realizada por el  $j$ -ésimo operador (factor columna) con el  $l$ -ésimo lote de materia prima (factor renglón);  $\tau_i :=$  es la medida del efecto de la  $i$ -ésima formulación a la rapidez de combustión,  $\varepsilon_{ijl} :=$  es el error aleatorio y  $\mu :=$  es la media global real de todos las formulaciones.



- Modelo estadístico

$$Y_{ijl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_l + \varepsilon_{ijl}$$

donde  $Y_{ijl}$  := rápidez de combustión de la  $i$ -ésima formulación, realizada por el  $j$ -ésimo operador (factor columna) con el  $l$ -ésimo lote de materia prima (factor renglón);  $\tau_i$  := es la medida del efecto de la  $i$ -ésima formulación a la rápidez de combustión,  $\varepsilon_{ijl}$  := es el error aleatorio y  $\mu$  := es la media global real de todos las formulaciones.

- Hipótesis del problema

$$\begin{aligned}H_0 &: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E = \mu \\H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algunos } i, j\end{aligned}$$

# Aplicación DCGL

Tabla 6. Diseño en cuadro latino (DCL)							
	columnas: $l$ (operadores)					total	
renglones: $j$	1	2	3	4	5	$Y_{\cdot j \cdot}$	$Y_{\cdot j \cdot}^2$
1	A=24	B=20	C=19	D=24	E=24	111	12321
2	B=17	C=24	D=30	E=27	A=36	134	17956
3	C=18	D=38	E=26	A=27	B=21	130	16900
4	D=26	E=31	A=26	B=23	C=22	128	16384
5	E=22	A=30	B=20	C=29	D=31	132	17424
$Y_{\cdot \cdot l}$	107	143	121	130	134		
$Y_{\cdot \cdot l}^2$	11449	20449	14641	16900	17956		
total						635	80985



- Totales de tratamientos

Letra latina	total del tratamiento
A	$Y_{1..} = 143$
B	$Y_{2..} = 101$
C	$Y_{3..} = 112$
D	$Y_{4..} = 149$
E	$Y_{5..} = 130$
	$Y_{i..}^2 = 82295$

# Aplicación DCGL

## Fuentes de variabilidad: Estadísticos de la ANOVA

$$SCT = \sum_{i,j,l=1}^5 Y_{ijl}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N} = 16805 - \frac{635^2}{25} = 676$$

$$SC_{formulaciones} = SCTr = \sum_{i=1}^5 \frac{Y_{i..}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{82295}{5} - \frac{635^2}{25} = 330$$

$$SC_{lotes} = SCB1 = \sum_{j=1}^5 \frac{Y_{.j.}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{80985}{5} - \frac{635^2}{25} = 68$$

$$SC_{operadores} = SCB2 = \sum_{l=1}^5 \frac{Y_{..l}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{81395}{5} - \frac{635^2}{25} = 150$$

$$SCE = SCT - SCTr - SCB1 - SCB2 = 676 - 68 - 150 - 330 = 128$$



- Anova para rápidez de combustión

Tabla ANOVA para rápidez de combustión en un DCL

Fuente	Sumas de cuad	Gl	Cuadrado Medio	Cociente
Formulaciones	330	4	82.50	7.73
Lotes de materia prima	68	4	17.00	valor p
Operadores	150	4	37.5	=0.0025
Error	128	12	10.67	
Total	676	24		



- Como  $F_{0.05;4,12} = 3.26 < 7.73$  Se concluye que hay una diferencia significativa en la rapidez de combustión media generada por las diferentes formulaciones de la carga propulsora.



- Como  $F_{0.05;4,12} = 3.26 < 7.73$  Se concluye que hay una diferencia significativa en la rapidez de combustión media generada por las diferentes formulaciones de la carga propulsora.
- También hay indicios de que hay diferencias entre los operadores, por lo que la formación en bloques de este factor fue una buena precaución.



- Como  $F_{0.05;4,12} = 3.26 < 7.73$  Se concluye que hay una diferencia significativa en la rapidez de combustión media generada por las diferentes formulaciones de la carga propulsora.
- También hay indicios de que hay diferencias entre los operadores, por lo que la formación en bloques de este factor fue una buena precaución.
- No hay evidencia sólida de una diferencia entre los lotes de materia prima, por lo que al parecer en este experimento particular hubo una preocupación innecesaria en esta fuente de variabilidad.



- Como  $F_{0.05;4,12} = 3.26 < 7.73$  Se concluye que hay una diferencia significativa en la rapidez de combustión media generada por las diferentes formulaciones de la carga propulsora.
- También hay indicios de que hay diferencias entre los operadores, por lo que la formación en bloques de este factor fue una buena precaución.
- No hay evidencia sólida de una diferencia entre los lotes de materia prima, por lo que al parecer en este experimento particular hubo una preocupación innecesaria en esta fuente de variabilidad.
- Sin embargo, la formación de bloques de los lotes de materia prima es por lo general una buena idea.

# Aplicación DCGL

Haciendo uso de Statgraphics:

The screenshot shows the Statgraphics software interface with a menu bar, toolbar, and a main window displaying an Analysis of Variance (ANOVA) table.

**Analysis of Variance for Rapidez de combustión - Type III Sums of Squares**

Source	Sum of Squares	DF	Mean Square	F-Ratio	P-Value
<b>MAIN EFFECTS</b>					
A:Carga propulsora	330,0	4	82,5	7,73	0,0025
B:Lotes	68,0	4	17,0	1,59	0,2391
C:Operadores	150,0	4	37,5	3,52	0,0404
<b>RESIDUAL</b>	<b>128,0</b>	<b>12</b>	<b>10,6667</b>		
<b>TOTAL (CORRECTED)</b>	<b>676,0</b>	<b>24</b>			

All F-ratios are based on the residual mean square error.

# Aplicación DCGL

## Contraste LSD

Multiple Range Tests for Rapidez de combustión by Carga propulsora

Method: 95,0 percent LSD

Level	Count	LS Mean	LS Sigma	Homogeneous Groups
-------	-------	---------	----------	--------------------

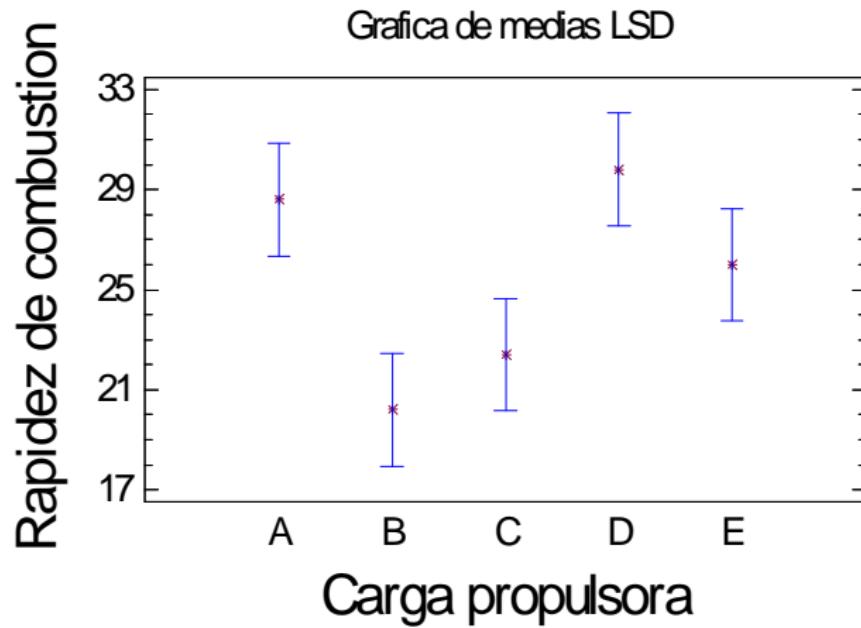
B	5	20,2	1,46059	X
C	5	22,4	1,46059	XX
E	5	26,0	1,46059	XX
A	5	28,6	1,46059	X
D	5	29,8	1,46059	X

Contrast	Difference	+/- Limits
----------	------------	------------

A - B	*8,4	4,50055
A - C	*6,2	4,50055
A - D	-1,2	4,50055
A - E	2,6	4,50055
B - C	-2,2	4,50055
B - D	*-9,6	4,50055
B - E	*-5,8	4,50055
C - D	*-7,4	4,50055
C - E	-3,6	4,50055
D - E	3,8	4,50055

\* denotes a statistically significant difference.

## Grafica de medias



# Aplicación DCGL

- Suponga que en el experimento de la carga propulsora un factor adicional: los montajes de prueba, podría ser importante. Sea que haya cinco montajes de prueba denotados con las letras griegas  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ , y  $\varepsilon$

Tabla 6. Diseño en cuadro grecolatino (DCGL)

	columnas:/ (operadores)					total	
renglones: $j$	1	2	3	4	5	$Y_{.j..}$	$Y_{.j..}^2$
1	$A\alpha=24$	$B\gamma=20$	$C\varepsilon=19$	$D\beta=24$	$E\delta=24$	111	12321
2	$B\beta=17$	$C\delta=24$	$D\alpha=30$	$E\gamma=27$	$A\varepsilon=36$	134	17956
3	$C\gamma=18$	$D\varepsilon=38$	$E\beta=26$	$A\delta=27$	$B\alpha=21$	130	16900
4	$D\delta=26$	$E\alpha=31$	$A\gamma=26$	$B\varepsilon=23$	$C\beta=22$	128	16384
5	$E\varepsilon=22$	$A\beta=30$	$B\delta=20$	$C\alpha=29$	$D\gamma=31$	132	17424
$Y_{..1..}$	107	143	121	130	134		
$Y_{..1..}^2$	11449	20449	14641	16900	17956		
total						635	80985

# Aplicación DCGL

Letra latina	total del tratamiento	Letra griega	total del ensamble
A	$Y_1\dots = 143$	$\alpha$	$Y_{\dots 1} = 135$
B	$Y_2\dots = 101$	$\beta$	$Y_{\dots 2} = 119$
C	$Y_3\dots = 112$	$\gamma$	$Y_{\dots 3} = 122$
D	$Y_4\dots = 149$	$\delta$	$Y_{\dots 4} = 121$
E	$Y_5\dots = 130$	$\varepsilon$	$Y_{\dots 5} = 138$
	$\sum_{i=1}^5 Y_i^2 = 82295$		$\sum_{k=1}^5 Y_k^2 = 80955$

- Modelo estadístico

$$Y_{ijlk} = \mu + \tau_i + \theta_j + \omega_l + \psi_k + \varepsilon_{ijlk}$$

donde  $Y_{ijlk}$  := rapidez de combustión de la  $i$ -ésima formulación, realizada por el  $j$ -ésimo operador (factor columna) con el  $l$ -ésimo lote de materia prima (factor renglón) con el  $k$ -ésimo montaje;  $\tau_i$  := es la medida del efecto de la  $i$ -ésima formulación a la rapidez de combustión,  $\varepsilon_{ijl}$  := es el error aleatorio y  $\mu$  := es la media global real de todos las formulaciones.

- Modelo estadístico

$$Y_{ijlk} = \mu + \tau_i + \theta_j + \omega_l + \psi_k + \varepsilon_{ijlk}$$

donde  $Y_{ijlk}$  := rápidez de combustión de la  $i$ -ésima formulación, realizada por el  $j$ -ésimo operador (factor columna) con el  $l$ -ésimo lote de materia prima (factor renglón) con el  $k$ -ésimo montaje;  $\tau_i$  := es la medida del efecto de la  $i$ -ésima formulación a la rápidez de combustión,  $\varepsilon_{ijl}$  := es el error aleatorio y  $\mu$  := es la media global real de todos las formulaciones.

- Hipótesis del problema

$$\begin{aligned}H_0 &: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D = \mu_E = \mu \\H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algunos } i, j\end{aligned}$$

# Aplicación DCGL

## Estadísticos para el Anova

$$SCT = \sum_{i,j,l,k=1}^5 Y_{ijkl}^2 - \frac{Y_{...}^2}{N} = 16805 - \frac{635^2}{25} = 676$$

$$SC_{formulaciones} = SCTr = \sum_{i=1}^5 \frac{Y_{i...}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{82295}{5} - \frac{635^2}{25} = 330$$

$$SC_{lotes} = SCB1 = \sum_{j=1}^5 \frac{Y_{.j..}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{80985}{5} - \frac{635^2}{25} = 68$$

$$SC_{operadores} = SCB2 = \sum_{l=1}^5 \frac{Y_{...l.}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{81395}{5} - \frac{635^2}{25} = 150$$

$$SC_{ensambles} = SCB3 = \sum_{k=1}^5 \frac{Y_{...k.}^2}{5} - \frac{Y_{...}^2}{N} = \frac{80955}{5} - \frac{635^2}{25} = 62$$

$$SCE = SCT - SCTr - SCB1 - SCB2 - SCB3 = 66$$

# Aplicación DCGL

Tabla ANOVA para rapidez de combustión					
Fuente	SC	GI	CM	F	valor p
Formulaciones	330	4	82.50	10	0,0033
Materia prima	68	4	17.00	2,06	0,1783
Operadores	150	4	37.5	4,55	0,0329
Montajes	62	4	15.50	1,88	0,2076
Error	66	8	8.25		
Total	676	24			

# Aplicación DCGL

Tabla ANOVA para rapidez de combustión					
Fuente	SC	GI	CM	F	valor p
Formulaciones	330	4	82.50	10	0,0033
Materia prima	68	4	17.00	2,06	0,1783
Operadores	150	4	37.5	4,55	0,0329
Montajes	62	4	15.50	1,88	0,2076
Error	66	8	8.25		
Total	676	24			

- Al comparar los dos diseños DCL y DCGL, se observa que al sacar la variabilidad debida a los montajes de prueba, el error experimental disminuye.

# Aplicación DCGL

Tabla ANOVA para rapidez de combustión					
Fuente	SC	GI	CM	F	valor p
Formulaciones	330	4	82.50	10	0,0033
Materia prima	68	4	17.00	2,06	0,1783
Operadores	150	4	37.5	4,55	0,0329
Montajes	62	4	15.50	1,88	0,2076
Error	66	8	8.25		
Total	676	24			

- Al comparar los dos diseños DCL y DCGL, se observa que al sacar la variabilidad debida a los montajes de prueba, el error experimental disminuye.
- Sin embargo, al disminuir el error experimental, se han reducido también los grados de libertad de 12 a 8. Por lo tanto, la estimación de error tiene menos grado de libertad y la prueba puede ser menos sensible.

- Es posible que en algunos experimentos que usan diseños por bloques no puedan realizarse los ensayos de todas las combinaciones de tratamiento dentro de cada bloque.

- Es posible que en algunos experimentos que usan diseños por bloques no puedan realizarse los ensayos de todas las combinaciones de tratamiento dentro de cada bloque.
- **Situaciones como éstas ocurren debido a escasez en los recursos del experimento, o por el tamaño físico de los bloques.**

- Es posible que en algunos experimentos que usan diseños por bloques no puedan realizarse los ensayos de todas las combinaciones de tratamiento dentro de cada bloque.
- Situaciones como éstas ocurren debido a escasez en los recursos del experimento, o por el tamaño físico de los bloques.
- En estos casos es posible usar diseños aleatorizados por bloques en los que cada tratamiento no está presente en cada bloque.

- Es posible que en algunos experimentos que usan diseños por bloques no puedan realizarse los ensayos de todas las combinaciones de tratamiento dentro de cada bloque.
- Situaciones como éstas ocurren debido a escasez en los recursos del experimento, o por el tamaño físico de los bloques.
- En estos casos es posible usar diseños aleatorizados por bloques en los que cada tratamiento no está presente en cada bloque.
- **Estos diseños se conocen como Diseños Aleatorizados por Bloques Incompletos (BIBD)**

- Es posible que en algunos experimentos que usan diseños por bloques no puedan realizarse los ensayos de todas las combinaciones de tratamiento dentro de cada bloque.
- Situaciones como éstas ocurren debido a escasez en los recursos del experimento, o por el tamaño físico de los bloques.
- En estos casos es posible usar diseños aleatorizados por bloques en los que cada tratamiento no está presente en cada bloque.
- Estos diseños se conocen como Diseños Aleatorizados por Bloques Incompletos (BIBD)
- Cuando las comparaciones entre todos los tratamientos tienen la misma importancia, éstas deben elegirse de manera que ocurran en forma balanceada dentro de cada bloque, lo que significa que cualquier par de tratamientos ocurren juntos el mismo número de veces que cualquier otro par, este tipo de diseño se llama un *diseño balanceado por bloques incompletos*.

- Suponga que existen  $a$  tratamientos y  $b$  bloques y que se prueban  $k$  tratamientos en cada bloque, que cada tratamiento sucede  $r$  veces en el diseño (o se repite  $r$  veces) y que hay un total de  $N = ar = bk$  observaciones.

- Suponga que existen  $a$  tratamientos y  $b$  bloques y que se prueban  $k$  tratamientos en cada bloque, que cada tratamiento sucede  $r$  veces en el diseño (o se repite  $r$  veces) y que hay un total de  $N = ar = bk$  observaciones.
- Más aún, el número de veces que cada par de tratamientos ocurre en el mismo bloque es:

$$\lambda = r(k - 1) / (a - 1)$$

Se dice que el diseño es *simétrico* si  $a = b$ .

- Suponga que existen  $a$  tratamientos y  $b$  bloques y que se prueban  $k$  tratamientos en cada bloque, que cada tratamiento sucede  $r$  veces en el diseño (o se repite  $r$  veces) y que hay un total de  $N = ar = bk$  observaciones.
- Más aún, el número de veces que cada par de tratamientos ocurre en el mismo bloque es:

$$\lambda = r(k - 1) / (a - 1)$$

Se dice que el diseño es *simétrico* si  $a = b$ .

- El parámetro  $\lambda$  debe ser un entero. Para deducir la relación de  $\lambda$ , considérese cualquier tratamiento, por ejemplo el 1. Como el tratamiento 1 ocurre en  $r$  bloques y hay otros  $k - 1$  tratamientos en cada uno de esos bloques, existen  $r(k - 1)$  observaciones en un bloque que contiene al tratamiento 1. Estas  $r(k - 1)$  observaciones deben representar al resto de los  $a - 1$  tratamientos  $\lambda$  veces. Por lo tanto,  $\lambda(a - 1) = r(k - 1)$ .

# Diseño BIB

- Para  $a = 4$  (nº de tratamientos),  $b = 4$ , (nº de bloques)  $k = 3$  (tratamientos en cada bloque), un diseño BIBD puede ser construido con:  $r = bk/a = 3$  (cada tratamiento sucede 3 veces en el diseño)  
 $\lambda = r(k - 1)/(a - 1) = 3(3 - 1)/(4 - 1) = 2$  (el número de veces que cada par de tratamientos ocurre en el mismo bloque)

bloques	Tratamientos		
1	1	2	3
2	1	2	4
3	1	3	4
4	2	3	4

- Para  $a = 4$  ( $n^o$  de tratamientos),  $b = 6$ , ( $n^o$  de bloques)  $k = 2$  (tratamientos en cada bloque), un diseño BIBD puede ser construido con:  $r = bk/a = 3$  (cada tratamiento sucede 3 veces en el diseño)  $\lambda = r(k - 1)/(a - 1) = 3(2 - 1)/(4 - 1) = 1$  (el número de veces que cada par de tratamientos ocurre en el mismo bloque)

bloques	Tratamientos	
1	1	2
2	3	4
3	1	3
4	2	4
5	1	4
6	2	3

- Supongamos  $b = 4$  bloques incompletos para investigar  $a = 6$  tratamientos.

bloques	Tratamientos		
1	1	2	3
2	1	3	6
3	2	4	5
4	4	5	6

- Supongamos  $b = 4$  bloques incompletos para investigar  $a = 6$  tratamientos.

bloques	Tratamientos		
1	1	2	3
2	1	3	6
3	2	4	5
4	4	5	6

- Aunque  $r = 2$  (cada tratamiento sucede 2 veces en el diseño), pero no es un diseño BIBD porque  $\lambda$  no es igual para todas las parejas de tratamientos. Los pares de tratamientos  $(1, 5)$ ,  $(2, 6)$  y  $(3, 4)$  no ocurren en todos los bloques, el resto de parejas aparecen una sola vez en el mismo bloque.

- El modelo estadístico del BIBD es:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

- El modelo estadístico del BIBD es:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

- En donde  $Y_{ij}$  es la  $i$ -ésima observación del  $j$ -ésimo bloque,  $\mu$  es la media general,  $\tau_i$  es el efecto del  $i$ -ésimo tratamiento,  $\beta_j$  es el efecto del  $j$ -ésimo bloque, y  $\varepsilon_{ij}$  es la componente del error aleatorio  $NID(0, \sigma^2)$ .

- El modelo estadístico del BIBD es:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

- En donde  $Y_{ij}$  es la  $i$ -ésima observación del  $j$ -ésimo bloque,  $\mu$  es la media general,  $\tau_i$  es el efecto del  $i$ -ésimo tratamiento,  $\beta_j$  es el efecto del  $j$ -ésimo bloque, y  $\varepsilon_{ij}$  es la componente del error aleatorio  $NID(0, \sigma^2)$ .
- La variación total en los datos se expresa mediante la suma total de cuadrados corregidos (o ajustados).

$$SCT = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$$



- La variabilidad total puede ser descompuesta

$$SCT = SCT_{(aj)} + SCB + SCE$$

En donde corrige la suma de cuadrados de tratamiento para separar los efectos de tratamiento y de bloque. Esta corrección es necesaria porque cada tratamiento ocurre en un conjunto diferente de  $r$  bloques. Por esta razón las diferencias entre los totales de tratamientos no corregidos,  $Y_{1\cdot}, Y_{2\cdot}, \dots, Y_{a\cdot}$  también son afectadas por las diferencias entre los bloques.

- La variabilidad total puede ser descompuesta

$$SCT = SCT_{(aj)} + SCB + SCE$$

En donde corrige la suma de cuadrados de tratamiento para separar los efectos de tratamiento y de bloque. Esta corrección es necesaria porque cada tratamiento ocurre en un conjunto diferente de  $r$  bloques. Por esta razón las diferencias entre los totales de tratamientos no corregidos,  $Y_{1..}, Y_{2..}, \dots, Y_{a..}$  también son afectadas por las diferencias entre los bloques.

- La suma de cuadrados de los bloques es:

$$SCB = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^b Y_{\cdot j}^2 - \frac{Y_{\cdot \cdot}^2}{N}$$

en donde  $Y_{\cdot j}$  es el total del  $j$ -ésimo bloque. La  $SCB$  tiene  $b - 1$  grados de libertad. La suma de cuadrados de tratamiento corregida (o ajustada) es:

- En donde  $Q_i$  es el total corregido del  $i$ -ésimo tratamiento, el cual se calcula mediante

$$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^b n_{ij} Y_{\cdot j}, i = 1, 2, \dots, a$$

con  $n_{ij} = 1$  si el tratamiento  $i$  ocurre en el bloque  $j$ ,  $n_{ij} = 0$  en otro

caso. Por lo tanto,  $\frac{1}{k} \sum_{j=1}^b n_{ij} Y_{\cdot j}$  es el promedio de los totales de los

bloques en los que se aplica el tratamiento  $i$ . La suma de los totales de tratamiento corregidos siempre será 0. La  $SCTr_{(aj)}$  tiene  $a - 1$  grados de libertad. La suma de cuadrados del error se calcula por diferencia  $SCE = SCT - SCTr_{(aj)} - SCB$  y tiene  $N - a - b + 1$  grados de libertad.

- En donde  $Q_i$  es el total corregido del  $i$ -ésimo tratamiento, el cual se calcula mediante

$$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{k} \sum_{j=1}^b n_{ij} Y_{\cdot j}, i = 1, 2, \dots, a$$

con  $n_{ij} = 1$  si el tratamiento  $i$  ocurre en el bloque  $j$ ,  $n_{ij} = 0$  en otro

caso. Por lo tanto,  $\frac{1}{k} \sum_{j=1}^b n_{ij} Y_{\cdot j}$  es el promedio de los totales de los bloques en los que se aplica el tratamiento  $i$ .

La suma de los totales de tratamiento corregidos siempre será 0. La  $SCTr_{(aj)}$  tiene  $a - 1$  grados de libertad. La suma de cuadrados del error se calcula por diferencia  $SCE = SCT - SCTr_{(aj)} - SCB$  y tiene  $N - a - b + 1$  grados de libertad.

- La estadística apropiada para probar la igualdad de los efectos de tratamiento es

$$F = CMTr_{(aj)} / CME$$

- Análisis de varianza para el diseño BIBD

Tabla ANOVA para el BIBD				
Variabilidad	SC	GL	CM	F <sub>0</sub>
Tratamientos ajustados	$\frac{k \sum_{i=1}^a Q_i^2}{\lambda a}$	a-1	$CMT_{(aj)}$	$\frac{CMT_{(aj)}}{CME}$
Bloques	$\frac{1}{k} \sum_{j=1}^b Y_{\cdot j}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$	-	-	-
Error	SCE	N-a-b+1	CME	
Total	$\sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$	N-1		

- *Supóngase que un ingeniero químico cree que el tiempo de reacción en un proceso químico es función del catalizador empleado. De hecho 4 catalizadores están siendo investigados. El procedimiento experimental consiste en seleccionar un lote de materia prima, cargar una planta piloto, aplicar cada catalizador a ensayos separados de dicha planta y observar el tiempo de reacción. Debido a que las variaciones en los lotes de materia prima pueden afectar el comportamiento del catalizador, el ingeniero decide controlar este factor por medio de bloques. Sin embargo, cada lote es lo suficientemente grande para permitir el ensayo de 3 catalizadores únicamente. Por lo tanto, es necesario utilizar un diseño aleatoriazado por bloques incompletos. El diseño BIBD, junto con las observaciones recopiladas aparecen en la siguiente tabla:*

# Diseño BIB

	Bloque (Lote de Materia Prima)				
Tratamiento (Catalizador)	1	2	3	4	$Y_{i\cdot}$
1	73	74	—	71	218
2	—	75	67	72	214
3	73	75	68	—	216
4	75	—	72	75	222
$Y_{\cdot j}$	221	224	207	218	870 = $Y_{..}$

# Diseño BIB



Tratamiento (Catalizador)	Bloque (Lote de Materia Prima)				
	1	2	3	4	$Y_i.$
1	73	74	—	71	218
2	—	75	67	72	214
3	73	75	68	—	216
4	75	—	72	75	222
$Y_{.j}$	221	224	207	218	870 = $Y..$

- Considérense los datos de la Tabla para el experimento de los catalizadores. Éste es un diseño BIBD con  $a = 4$ ,  $b = 4$ ,  $k = 3$ ,  $r = 3$ ,  $\lambda = 2$  y  $N = 12$ . A continuación vamos a realizar el análisis de estos datos.

- La Suma Total de Cuadrados y de bloques se calculan como:

- La Suma Total de Cuadrados y de bloques se calculan como:
- $SCT = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N} = 63156 - \frac{(870)^2}{12} = 81$

- La Suma Total de Cuadrados y de bloques se calculan como:
- $SCT = \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N} = 63156 - \frac{(870)^2}{12} = 81$
- $SCB = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^4 Y_{\cdot j}^2 - \frac{Y_{..}^2}{12} = \frac{(221)^2 + (224)^2 + (207)^2 + (218)^2}{3} - \frac{(870)^2}{12} = 55$

- Para calcular la suma de cuadrados de tratamiento corregida que tome en cuenta los bloques, primero hay que determinar los totales de tratamientos corregidos:

- Para calcular la suma de cuadrados de tratamiento corregida que tome en cuenta los bloques, primero hay que determinar los totales de tratamientos corregidos:
- $$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^4 n_{ij} Y_{\cdot j}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

- Para calcular la suma de cuadrados de tratamiento corregida que tome en cuenta los bloques, primero hay que determinar los totales de tratamientos corregidos:
- $$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^4 n_{ij} Y_{\cdot j}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$
- $$Q_1 = 218 - \frac{221+224+218}{3} = -\frac{9}{3}$$

- Para calcular la suma de cuadrados de tratamiento corregida que tome en cuenta los bloques, primero hay que determinar los totales de tratamientos corregidos:
- $$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^4 n_{ij} Y_{\cdot j}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$
- $$Q_1 = 218 - \frac{221+224+218}{3} = -\frac{9}{3}$$
- $$Q_2 = 214 - \frac{207+224+218}{3} = -\frac{7}{3}$$

- Para calcular la suma de cuadrados de tratamiento corregida que tome en cuenta los bloques, primero hay que determinar los totales de tratamientos corregidos:
- $$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^4 n_{ij} Y_{\cdot j}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$
- $$Q_1 = 218 - \frac{221+224+218}{3} = -\frac{9}{3}$$
- $$Q_2 = 214 - \frac{207+224+218}{3} = -\frac{7}{3}$$
- $$Q_3 = 216 - \frac{221+207+224}{3} = -\frac{4}{3}$$

- Para calcular la suma de cuadrados de tratamiento corregida que tome en cuenta los bloques, primero hay que determinar los totales de tratamientos corregidos:
- $$Q_i = Y_{i\cdot} - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^4 n_{ij} Y_{\cdot j}, \quad i = 1, 2, 3, 4$$
- $$Q_1 = 218 - \frac{221+224+218}{3} = -\frac{9}{3}$$
- $$Q_2 = 214 - \frac{207+224+218}{3} = -\frac{7}{3}$$
- $$Q_3 = 216 - \frac{221+207+224}{3} = -\frac{4}{3}$$
- $$Q_4 = 222 - \frac{221+207+218}{3} = \frac{20}{3}$$

- Se calcula ahora la suma de cuadrados de tratamiento corregida:

$$\begin{aligned}SCTr_{(aj)} &= \frac{k \sum_{i=1}^a Q_i^2}{\lambda a} \\&= \frac{3 [(-\frac{9}{3})^2 + (-\frac{7}{3})^2 + (-\frac{4}{3})^2 + (\frac{20}{3})^2]}{(2)(4)} = 22.75\end{aligned}$$

- Se calcula ahora la suma de cuadrados de tratamiento corregida:

$$\begin{aligned}SCTr_{(aj)} &= \frac{k \sum_{i=1}^a Q_i^2}{\lambda a} \\&= \frac{3 [(-\frac{9}{3})^2 + (-\frac{7}{3})^2 + (-\frac{4}{3})^2 + (\frac{20}{3})^2]}{(2)(4)} = 22.75\end{aligned}$$

- La suma de cuadrados del error se calcula por diferencia:

$$\begin{aligned}SCE &= SCT - SCTr_{(aj)} - SCB \\&= 81 - 22.75 - 55 = 3.25\end{aligned}$$

- Realizando la Tabla para el Análisis de la Varianza:

Tabla ANOVA para el BIBD					
Variabilidad	SC	GL	CM	F <sub>0</sub>	valor p
Tratamientos ajustados	22.75	3	7.58	11.66	0.0107
Bloques	55.00	3	-	-	-
Error	3.25	5	0.65		
Total	81.00	11			

- En ocasiones, se desea evaluar los efectos de los bloques. Para lograrlo se requiere una descomposición alterna de  $SCT$ , en otras palabras,

$$SCT = SCTr + SCB_{(aj)} + SCE$$

$$Q'_j = Y_{\cdot j} - \frac{1}{r} \sum_{i=1}^a n_{ij} Y_{i \cdot}, \quad j = 1, 2, \dots, b$$

$$SCB_{(aj)} = \frac{r \sum_{j=1}^b (Q'_j)^2}{\lambda b}$$

- Como  $a = b = 4$ , el diseño balanceado por bloques incompletos es simétrico. Por lo tanto,

$$Q'_1 = 221 - \frac{218 + 216 + 222}{3} = \frac{7}{3}$$

$$Q'_2 = 224 - \frac{218 + 214 + 216}{3} = \frac{24}{3}$$

$$Q'_3 = 207 - \frac{214 + 216 + 222}{3} = \frac{-31}{3}$$

$$Q'_4 = 218 - \frac{218 + 214 + 222}{3} = 0$$

$$SCB_{(aj)} = \frac{3[(\frac{7}{3})^2 + (\frac{24}{3})^2 + (\frac{-31}{3})^2 + 0^2]}{(2)(4)} = 66.08$$

$$SCTr = \frac{(218)^2 + (214)^2 + (216)^2 + (222)^2}{3} - \frac{(870)^2}{12} = 11.67$$

- El resumen del Análisis de la Varianza para el diseño BIBD simétrico, se muestra en la siguiente tabla:

Tabla ANOVA para el BIBD					
Variabilidad	SC	GL	CM	$F_0$	valor p
Tratamientos ajustados	22.75	3	7.58	11.66	0.0107
Tratamientos no ajustados	11.67	3	-	-	
Bloques	55.00	3	-	-	-
Bloques ajustados	66.08	3	22.03	33.90	0.0010
Error	3.25	5	0.65		
Total	81.00	11			

- Hay que observar que la suma de cuadrados asociadas con cada media de cuadrados en la tabla anterior no es igual a la suma total de cuadrados, o sea que

$$SCT \neq SCT_{(aj)} + SCB_{(aj)} + SCE$$

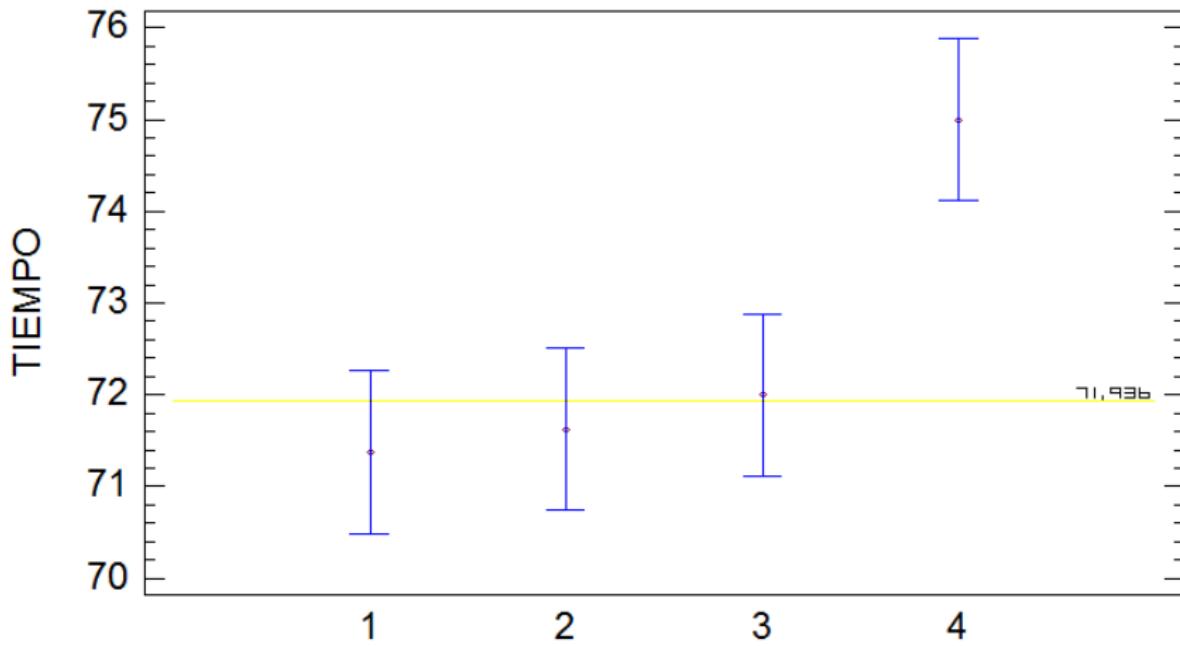
A continuación se presenta el análisis del problema usando statgraphics

### Análisis de Varianza para tiempo - Suma de Cuadrados Tipo III

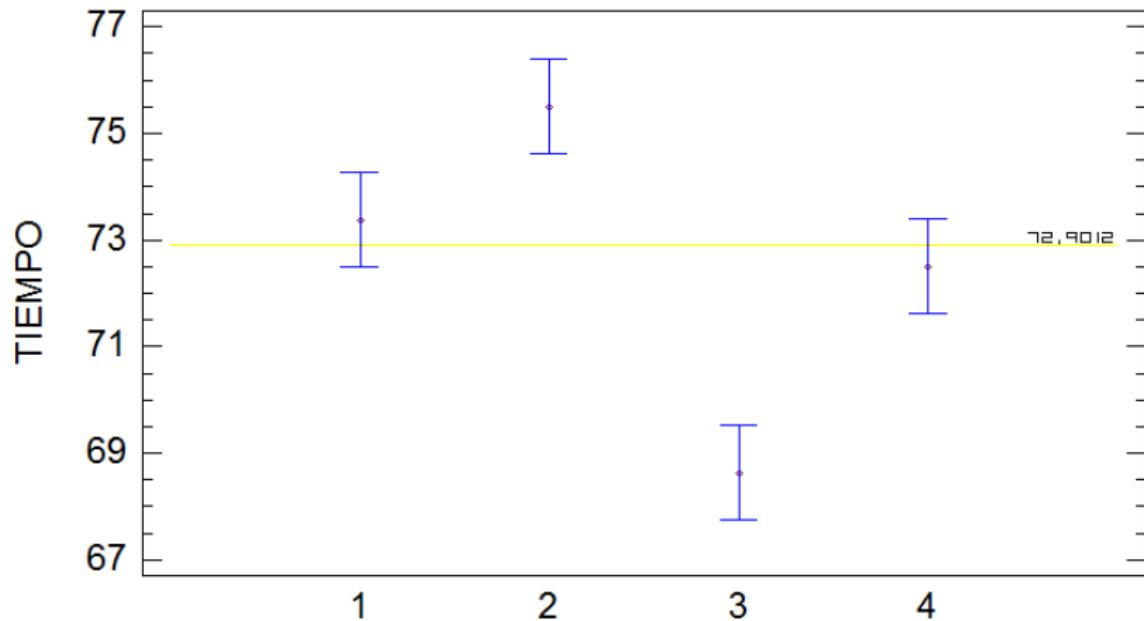
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	Valor-P
EFECTOS PRINCIPALES					
A:catalizadores	22,75	3	7,58333	11,67	0,0107
B:BLOQUE	66,0833	3	22,0278	33,89	0,0010
RESIDUOS	3,25	5	0,65		
TOTAL (CORREGIDO)	81,0	11			

Todas las razones-F se basan en el cuadrado medio del error residual

Medias y 95,0% de Fisher LSD



Medias y 95,0% de Fisher LSD





MONTGOMERY C. DOUGLAS. Diseño y Análisis de Experimentos.  
Segunda Edición. LIMUSA WILEY



GUTIERREZ H y DE LA VARA R. Análisis y Diseño de Experimentos.  
Segunda Edición. Mc Graw Hill.



KUEHL ROBERT. Diseño de Experimentos. Segunda Edición.  
Thomson.



VICENTE M, GIRON P, NIETO C, PÉREZ T. Diseño de  
Experimentos. Pearson Prentice Hall.



DEVORE JAY. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias.  
Sexta Edición.



WALPOLE MYERS. Probabilidad y Estadística. Cuarta Edición. Mc  
Graw Hill.