

Diseño en Bloques Completos DBCA

DBCA con Bloques aleatorios

Msc. Julio Hurtado M

2022



- Analizaremos el caso cuando el factor de bloque es aleatorio.
El modelo estadístico para este caso es el siguiente

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + B_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, \dots, k; \quad j = 1, \dots, b$$

Aquí μ y τ_i son constantes con $\sum_i \tau_i = 0$ y



- Analizaremos el caso cuando el factor de bloque es aleatorio.
El modelo estadístico para este caso es el siguiente

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + B_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, \dots, k; \quad j = 1, \dots, b$$

Aquí μ y τ_i son constantes con $\sum_i \tau_i = 0$ y

- las $B_j \sim N(0, \sigma_B^2)$ independientes,



- Analizaremos el caso cuando el factor de bloque es aleatorio.
El modelo estadístico para este caso es el siguiente

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + B_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, \dots, k; \quad j = 1, \dots, b$$

Aquí μ y τ_i son constantes con $\sum_i \tau_i = 0$ y

- las $B_j \sim N(0, \sigma_B^2)$ independientes,
- $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$ independientes.



- Analizaremos el caso cuando el factor de bloque es aleatorio. El modelo estadístico para este caso es el siguiente

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + B_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, \dots, k; \quad j = 1, \dots, b$$

Aquí μ y τ_i son constantes con $\sum_i \tau_i = 0$ y

- las $B_j \sim N(0, \sigma_B^2)$ independientes,
- $\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$ independientes.



- Las hipótesis que se prueban son

$$H_{0A} : \text{Efecto } A = 0 \text{ contra } H_{1A} : \text{Efecto } A \neq 0$$

$$H_{0B} : \sigma_B^2 = 0 \text{ contra } H_{1B} : \sigma_B^2 > 0$$



- La suma de cuadrados SCT, SCTr y SCE; y los cuadrados medios se calculan del mismo igual como en el caso de efectos fijos.

Diseños en bloques aleatorizado



- La suma de cuadrados SCT, SCTr y SCE; y los cuadrados medios se calculan del mismo igual como en el caso de efectos fijos.



- Los cuadrados medios esperados para el modelo considerado es:

$$E(CME) = \sigma^2$$

$$E(CMA) = \sigma^2 + \frac{b}{a-1} \sum_{i=1}^a \alpha_i^2$$

$$E(CMB) = \sigma^2 + a\sigma_B^2$$

Diseños en bloques aleatorizado

- De los cuadrados medios esperados se tiene que la tabla Anova para el diseño mixto es:



Tabla. Anova para un diseño de efectos con bloques aleatorios.					
variabilidad	SC	GL	CM	F_0	valor-p
Efecto A	SCA	a-1	CMA	$\frac{CMA}{CME}$	$P(F > F_0^A)$
Efecto B	SCB	b-1	CMB	$\frac{CMB}{CME}$	$P(F > F_0^B)$
Error	SCE	(a-1)(b-1)	CME		
Total	SCT	ab-1			

Diseños en bloques aleatorizado

- De los cuadrados medios esperados se tiene que la tabla Anova para el diseño mixto es:



Tabla. Anova para un diseño de efectos con bloques aleatorios.					
variabilidad	SC	GL	CM	F_0	valor-p
Efecto A	SCA	a-1	CMA	$\frac{CMA}{CME}$	$P(F > F_0^A)$
Efecto B	SCB	b-1	CMB	$\frac{CMB}{CME}$	$P(F > F_0^B)$
Error	SCE	(a-1)(b-1)	CME		
Total	SCT	ab-1			

- Que no se diferencia de un DCA si no en la interpretación de los resultados.

- *Para comprobar la utilidad de ciertos compuestos que según sus fabricantes reducen el consumo de gasolina de los automóviles, una asociación de consumidores realizó el siguiente experimento: eligió al azar 9 vehículos nuevos de distintas marcas con cilindrada similar y con cada uno de ellos un mismo conductor recorrió tres veces un mismo trayecto. Además, en cada uno de estos tres proyectos empleó un compuesto diferente para la gasolina:*

Compuesto $\left\{ \begin{array}{l} \text{A Gasolina con Cyber-gas} \\ \text{B Gasolina con Consumin} \\ \text{C Gasolina sin aditivo} \end{array} \right.$

- *Para comprobar la utilidad de ciertos compuestos que según sus fabricantes reducen el consumo de gasolina de los automóviles, una asociación de consumidores realizó el siguiente experimento: eligió al azar 9 vehículos nuevos de distintas marcas con cilindrada similar y con cada uno de ellos un mismo conductor recorrió tres veces un mismo trayecto. Además, en cada uno de estos tres proyectos empleó un compuesto diferente para la gasolina:*

$$\text{Compuesto} \left\{ \begin{array}{l} \text{A Gasolina con Cyber-gas} \\ \text{B Gasolina con Consumin} \\ \text{C Gasolina sin aditivo} \end{array} \right.$$

- *En la siguiente tabla se muestra el consumo en litros de gasolina en cada uno de los recorridos y el tipo de tratamiento (A, B, C), al revisar la información no se pudo encontrar la información correspondiente al tipo de compuesto B con el octavo vehículo.*

DBCA con bloques aleatorios



Número de vehículo	Compuestos		
1	15.5 (A)	15.6 (B)	16.6 (C)
2	13.0 (B)	13.1 (A)	13.5 (C)
3	11.8 (B)	13.4 (C)	12.2 (A)
4	14.2 (A)	14.8 (C)	15.0 (B)
5	12.4 (B)	14.0 (A)	14.3 (C)
6	15.6 (C)	14.9 (A)	14.7 (B)
7	13.2 (C)	12.0 (B)	12.0 (A)
8	14.9 (C)	(B)	15.0 (A)
9	12.4 (A)	13.5 (C)	12.3 (B)
Total	123.3 (A)	106.8 (B)	129.8 (C)



- Identificación de los distintos elementos del estudio.



- Identificación de los distintos elementos del estudio.
- Variable respuesta : $Y_{ij} := \text{consumo (en litros) de gasolina por el vehículo } j \text{ contratación de gasolina } i$ ($i = 1, 2, 3$ y $j = 1, \dots, 9$)



- Identificación de los distintos elementos del estudio.
- Variable respuesta : Y_{ij} := consumo (en litros) de gasolina por el vehículo j contratación de gasolina i ($i = 1, 2, 3$ y $j = 1, \dots, 9$)
- Factor: Compuestos de gasolina, tres niveles (A:=Cyber-gas, B:=Consumin, C:=sin aditivo)



- Identificación de los distintos elementos del estudio.
- Variable respuesta : Y_{ij} := consumo (en litros) de gasolina por el vehículo j contratación de gasolina i ($i = 1, 2, 3$ y $j = 1, \dots, 9$)
- Factor: Compuestos de gasolina, tres niveles (A:=Cyber-gas, B:=Consumin, C:=sin aditivo)
- Unidades experimentales: Los vehículos.



- Identificación de los distintos elementos del estudio.
- Variable respuesta : Y_{ij} := consumo (en litros) de gasolina por el vehículo j contratación de gasolina i ($i = 1, 2, 3$ y $j = 1, \dots, 9$)
- Factor: Compuestos de gasolina, tres niveles (A:=Cyber-gas, B:=Consumin, C:=sin aditivo)
- Unidades experimentales: Los vehículos.
- Bloques: Los 9 vehículos nuevos de distintas marcas con cilindrada similar.



- Identificación de los distintos elementos del estudio.
- Variable respuesta : $Y_{ij} := \text{consumo (en litros) de gasolina por el vehículo } j \text{ contratación de gasolina } i$ ($i = 1, 2, 3$ y $j = 1, \dots, 9$)
- Factor: Compuestos de gasolina, tres niveles (A:=Cyber-gas, B:=Consumin, C:=sin aditivo)
- Unidades experimentales: Los vehículos.
- Bloques: Los 9 vehículos nuevos de distintas marcas con cilindrada similar.
- Los bloques son aleatorios ya que son seleccionados al azar.

- Modelo:



$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 9$$

donde:

- Modelo:



$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 9$$

donde:

- μ consumo medio global; τ_i el efecto medio adicional sobre el consumo debido al compuesto de gasolina utilizado i ; γ_j el efecto medio adicional sobre el consumo debido al vehiculo j y ε_{ij} representa el error aleatorio.

- Modelo:



$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, \dots, 9$$

donde:

- μ consumo medio global; τ_i el efecto medio adicional sobre el consumo debido al compuesto de gasolina utilizado i ; γ_j el efecto medio adicional sobre el consumo debido al vehiculo j y ε_{ij} representa el error aleatorio.
- También $\sum_{i=1}^3 \tau_i = 0$, $\gamma_j \sim N(0, \sigma_\gamma^2)$, independientes, $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$
independientes



- Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes cantidades



- Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes cantidades

- $Y_{B.}^* =$



- Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes cantidades

- $Y_{B.}^* =$

- $Y_{.8}^* =$



- Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes cantidades

- $Y_{B.}^* =$

- $Y_{.8}^* =$

- $Y_{..}^* =$



- Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes cantidades

- $Y_{B.}^* =$

- $Y_{.8}^* =$

- $Y_{..}^* =$

- $(k - 1)$



- Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes cantidades

- $Y_{B\cdot}^* =$

- $Y_{\cdot 8}^* =$

- $Y_{\cdot\cdot}^* =$

- $(k - 1)$

- $(b - 1)$



cantidades

Obtenga del enunciado y de la tabla de datos los siguientes

- $Y_{B\cdot}^* =$

- $Y_{\cdot 8}^* =$

- $Y_{\cdot\cdot}^* =$

- $(k - 1)$

- $(b - 1)$

- $\omega = \frac{kY_{B\cdot}^* + bY_{\cdot 8}^* - Y_{\cdot\cdot}^*}{(k-1)(b-1)} =$

DBCA con bloques aleatorios

- Para estimar el dato perdido, hacemos uso del modelo definido de donde:

DBCA con bloques aleatorios

- Para estimar el dato perdido, hacemos uso del modelo definido de donde:

•



$$\omega = \frac{kY_{B.}^* + bY_{.8}^* - Y_{..}^*}{(k-1)(b-1)}$$

DBCA con bloques aleatorios

- Para estimar el dato perdido, hacemos uso del modelo definido de donde:

•



$$\omega = \frac{kY_{B.}^* + bY_{.8}^* - Y_{..}^*}{(k-1)(b-1)}$$

•



$$\omega = \frac{3(106.8) + 9(29.9) - 359.9}{(2)(8)}$$

DBCA con bloques aleatorios

- Para estimar el dato perdido, hacemos uso del modelo definido de donde:

-



$$\omega = \frac{kY_{B.}^* + bY_{.8}^* - Y_{..}^*}{(k-1)(b-1)}$$

-



$$\omega = \frac{3(106.8) + 9(29.9) - 359.9}{(2)(8)}$$

-



$$\omega = 14.35$$

DBCA con bloques aleatorios

- Para estimar el dato perdido, hacemos uso del modelo definido de donde:

-



$$\omega = \frac{kY_{B.}^* + bY_{.8}^* - Y_{..}^*}{(k-1)(b-1)}$$

-



$$\omega = \frac{3(106.8) + 9(29.9) - 359.9}{(2)(8)}$$

-



$$\omega = 14.35$$

- Reemplazando el dato perdido en la tabla de datos tenemos:

DBCA con bloques aleatorios Cálculos

Número de vehículo	Compuestos		
1	15.5 (A)	15.6 (B)	16.6 (C)
2	13.0 (B)	13.1 (A)	13.5 (C)
3	11.8 (B)	13.4 (C)	12.2 (A)
4	14.2 (A)	14.8 (C)	15.0 (B)
5	12.4 (B)	14.0 (A)	14.3 (C)
6	15.6 (C)	14.9 (A)	14.7 (B)
7	13.2 (C)	12.0 (B)	12.0 (A)
8	14.9 (C)	14.35(B)*	15.0 (A)
9	12.4 (A)	13.5 (C)	12.3 (B)
Total	123.3 (A)	106.8 (B)	129.8 (C)

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{j\cdot}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	
$Y_{\cdot j}$										

$$\bullet SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i\cdot}^2}{b} - \frac{Y_{\cdot\cdot}^2}{kb} =$$

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i.}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	
$Y_{.j}$										

$$\bullet SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{kb} =$$

$$\bullet SCB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{Y_{..}^2}{kb} =$$

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i\cdot}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	
$Y_{\cdot j}$										

- $SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i\cdot}^2}{b} - \frac{Y_{\cdot\cdot}^2}{kb} =$

- $SCB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{\cdot j}^2}{k} - \frac{Y_{\cdot\cdot}^2}{kb} =$

- $SCT = \sum_{j=1}^b \sum_{i=1}^k Y_{ij}^2 - \frac{Y_{\cdot\cdot}^2}{kb} =$

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i.}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	
$Y_{.j}$										

- $SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{kb} =$

- $SCB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{Y_{..}^2}{kb} =$

- $SCT = \sum_{j=1}^b \sum_{i=1}^k Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{kb} =$

- $SCE = SCT - SCTr - SCB =$

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA con un dato perdido


-  Complete la tabla con el dato perdido y obtenga las conclusiones respectivas:

Tabla. Anova para un diseño de efectos con bloques aleatorios.					
variabilidad	SC	GL	CM	F_0	valor-p
Tratamientos	SCA	a-1	CMA	$\frac{CMA}{CME}$	$P(F > F_0^A)$
Bloques	SCB	b-1	CMB	$\frac{CMB}{CME}$	$P(F > F_0^B)$
Error	SCE	(a-1)(b-1)-1	CME		
Total	SCT	ab-1-1			

DBCA con bloques aleatorios Cálculos

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i.}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	123.3
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	121.15
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	129.8
$Y_{.j}$	47,7	39,6	37,4	44	40.7	45.2	37.2	44.25	38.2	374.25

$$\bullet SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{123.3^2 + 121.15^2 + 129.8^2}{9} - \frac{374.25^2}{27} = 4.5072$$

DBCA con bloques aleatorios Cálculos

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i.}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	123.3
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	121.15
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	129.8
$Y_{.j}$	47,7	39,6	37,4	44	40.7	45.2	37.2	44.25	38.2	374.25

$$\bullet SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{123.3^2 + 121.15^2 + 129.8^2}{9} - \frac{374.25^2}{27} = 4.5072$$

$$\bullet SCB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{47.7^2 + 39.6^2 + \dots + 38.2^2}{3} - \frac{374.25^2}{27} = 38.7733$$

DBCA con bloques aleatorios Cálculos

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i.}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	123.3
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	121.15
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	129.8
$Y_{.j}$	47,7	39,6	37,4	44	40.7	45.2	37.2	44.25	38.2	374.25

$$\bullet SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{123.3^2 + 121.15^2 + 129.8^2}{9} - \frac{374.25^2}{27} = 4.5072$$

$$\bullet SCB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{47.7^2 + 39.6^2 + \dots + 38.2^2}{3} - \frac{374.25^2}{27} = 38.7733$$

$$\bullet SCT = \sum_{j=1}^b \sum_{i=1}^k Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{kb} = 5233.5325 - \frac{374.25^2}{27} = 46.012$$

DBCA con bloques aleatorios Cálculos

	Número de vehículo									
Tr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Y_{i.}$
A	15.5	13.1	12.2	14.2	14.0	14.9	12.0	15.0	12.4	123.3
B	15.6	13.0	11.8	15.0	12.4	14.7	12.0	14.35	12.3	121.15
C	16.6	13.5	13.4	14.8	14.3	15.6	13.2	14.9	13.5	129.8
$Y_{.j}$	47,7	39,6	37,4	44	40.7	45.2	37.2	44.25	38.2	374.25

$$\bullet SCTr = \sum_{i=1}^k \frac{Y_{i.}^2}{b} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{123.3^2 + 121.15^2 + 129.8^2}{9} - \frac{374.25^2}{27} = 4.5072$$

$$\bullet SCB = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{.j}^2}{k} - \frac{Y_{..}^2}{kb} = \frac{47.7^2 + 39.6^2 + \dots + 38.2^2}{3} - \frac{374.25^2}{27} = 38.7733$$

$$\bullet SCT = \sum_{j=1}^b \sum_{i=1}^k Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{kb} = 5233.5325 - \frac{374.25^2}{27} = 46.012$$

$$\bullet SCE = SCT - SCTr - SCB = 46.012 - 4.5072 - 38.7733 = 2.7315$$

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA con un dato perdido



- La tabla Anova para este experimento es:

Tabla. Anova para un diseño de efectos con bloques aleatorios.					
variabilidad	SC	GL	CM	F_0	valor-p
Tratamientos	4.5072	2	2.2536	12.376	0.0000
Bloques	38.7733	8	4.8467	26.727	0.0000
Error	2.7315	15	0.1821		
Total	46.012	25			

DBCA con bloques aleatorios Tabla DBCA con un dato perdido



- La tabla Anova para este experimento es:

Tabla. Anova para un diseño de efectos con bloques aleatorios.					
variabilidad	SC	GL	CM	F_0	valor-p
Tratamientos	4.5072	2	2.2536	12.376	0.0000
Bloques	38.7733	8	4.8467	26.727	0.0000
Error	2.7315	15	0.1821		
Total	46.012	25			

- El *valor* $P < \alpha = 0.05$, es decir, hay evidencia estadísticamente significativa de que al menos un par de tratamientos son diferentes en cuanto al consumo medio real de gasolina.



La tabla ANOVA usando Statgraphics viene dada por:

Suma de Cuadrados Tipo III

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
COMPUESTOS	4,26722	2	2,13361	11,72	0,0009
VEHICULO	37,8844	8	4,73556	26,01	0,0000
Residuo	2,73111	15	0,182074		
Total (corregido)	45,7635	25			



La tabla ANOVA usando Statgraphics viene dada por:

Suma de Cuadrados Tipo III

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
COMPUESTOS	4,26722	2	2,13361	11,72	0,0009
VEHICULO	37,8844	8	4,73556	26,01	0,0000
Residuo	2,73111	15	0,182074		
Total (corregido)	45,7635	25			



Obsérvese que los grados de libertad del total y residuo son 25 y 15 resp., en lugar de 26 y 16, ya que partimos de 26 observaciones.



- Realizamos comparaciones múltiples con el método de Dunnett puesto que el tratamiento C funciona como control (sin tratamiento)

Método: 95,0 por ciento Dunnett

<i>Contraste</i>	<i>Sig.</i>	<i>Diferencia</i>	<i>Límites +/-</i>
A - C	*	-0,722222	0,497643
B - C	*	-0,961111	0,512958

* denota una diferencia estadísticamente significativa.

DBCA con bloques aleatorios



- Realizamos comparaciones múltiples con el método de Dunnett puesto que el tratamiento C funciona como control (sin tratamiento)







Método: 95,0 por ciento Dunnett

<i>Contraste</i>	<i>Sig.</i>	<i>Diferencia</i>	<i>Límites +/-</i>
A - C	*	-0,722222	0,497643
B - C	*	-0,961111	0,512958

* denota una diferencia estadísticamente significativa.



- Los compuestos con aditivos difieren del compuesto sin aditivos, de hecho, presentan menor consumo de gasolina ($\bar{Y}_A = 13.7$, $\bar{Y}_B = 13.4611$) que el compuesto sin aditivos ($\bar{Y}_C = 14.4222$)

-  MONTGOMERY C. DOUGLAS. Diseño y Análisis de Experimentos. Segunda Edición. LIMUSA WILEY
-  GUTIERREZ H y DE LA VARA R. Análisis y Diseño de Experimentos. Segunda Edición. Mc Graw Hill.
-  KUEHL ROBERT. Diseño de Experimentos. Segunda Edición. Thomson.
-  VICENTE M, GIRON P, NIETO C, PÉREZ T. Diseño de Experimentos. Pearson Prentice Hall.
-  DEVORE JAY. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Sexta Edición.
-  WALPOLE MYERS. Probabilidad y Estadística. Cuarta Edición. Mc Graw Hill.