Diseño de Experimentos

Diseños completamente aleatorizados DCA: Introducción

UTB

Universidad Tecnologica de Bolívar

Posgrado UTB 2022

Competencias

-  *Identificar dentro de la familia de los diseños experimentales con un sólo factor, aquellos utilizados para comparar tratamientos, construyendo sus modelos estadísticos y su Anova para probar las hipotesis respectivas y validar los supuestos del modelo propuesto.*

Competencias

-  *Identificar dentro de la familia de los diseños experimentales con un sólo factor, aquellos utilizados para comparar tratamientos, construyendo sus modelos estadísticos y su Anova para probar las hipotesis respectivas y validar los supuestos del modelo propuesto.*
-  *Diferenciar las diferentes pruebas de rangos múltiples en diseños de experimentos con un sólo factor.*

Experimentos con un solo factor

-  En este tipo de diseño se considera un *sólo factor de interés* y el objetivo es:

Experimentos con un solo factor

-  En este tipo de diseño se considera un *sólo factor de interés* y el objetivo es:
  -  *Comparar más de dos tratamientos (niveles del factor), con el fin de elegir la mejor alternativa (mejor tratamiento) que conduzca a optimizar una característica de calidad o variable respuesta* (Y)

-  En este tipo de diseño se considera un *sólo factor de interés* y el objetivo es:
    -  *Comparar más de dos tratamientos (niveles del factor), con el fin de elegir la mejor alternativa (mejor tratamiento) que conduzca a optimizar una característica de calidad o variable respuesta* (Y)
    -  *La comparación se hace con las medias poblacionales de los tratamientos con respecto a la variable respuesta* Y.

-  *Suponga que el factor de estudio tiene k niveles o tratamientos.*

-  *Suponga que el factor de estudio tiene k niveles o tratamientos.*
    -  *La hipótesis fundamental a probar cuando se comparan los k tratamientos es:*

$$
\begin{array}{l}
H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu \\
H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j.
\end{array}
$$

Experimentos con un solo factor

-  *Suponga que el factor de estudio tiene k niveles o tratamientos.*
    -  *La hipótesis fundamental a probar cuando se comparan los k tratamientos es:*

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu \\ H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j. \end{array}$$

    -  *Con la cual se quiere decidir si los tratamientos son estadísticamente iguales de efectivos en cuanto a sus medias poblacionales, contra la alternativa de que al menos dos de ellos tienen efectos diferentes.*

-  *Para resolver este problema se obtiene una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos con base: en las medias y varianzas muestrales,*

Experimentos con un solo factor

-  *Para resolver este problema se obtiene una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos con base: en las medias y varianzas muestrales,*
-  y se *construye un estadístico de prueba para decidir el resultado de dicha comparación*.

-  *Para resolver este problema se obtiene una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos con base: en las medias y varianzas muestrales,*
-  y se *construye un estadístico de prueba para decidir el resultado de dicha comparación*.
    - Si no se rechaza H_0, *se concluye que no hay diferencia estadística significativa entre los tratamientos en sus niveles medios con respecto a la variable respuesta* (Y).

Experimentos con un solo factor

-  *Para resolver este problema se obtiene una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos con base: en las medias y varianzas muestrales,*
-  y se *construye un estadístico de prueba para decidir el resultado de dicha comparación*.
  - Si no se rechaza H_0, *se concluye que no hay diferencia estadística significativa entre los tratamientos en sus niveles medios con respecto a la variable respuesta* (Y).
  - Si se rechaza H_0, *se concluye que al menos un par de los tratamientos son diferentes entre sí,*

-  *Para resolver este problema se obtiene una muestra representativa de mediciones en cada uno de los tratamientos con base: en las medias y varianzas muestrales,*
-  y se *construye un estadístico de prueba para decidir el resultado de dicha comparación*.
  - Si no se rechaza H_0, *se concluye que no hay diferencia estadística significativa entre los tratamientos en sus niveles medios con respecto a la variable respuesta* (Y).
  - Si se rechaza H_0, *se concluye que al menos un par de los tratamientos son diferentes entre sí,*
  - *y faltaría investigar precisamente cuales de éllos son los causantes de las diferencias detectadas.*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Los diseños experimentales más utilizados para comparar tratamientos son:*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Los diseños experimentales más utilizados para comparar tratamientos son:*
    -  *Diseño completos al azar (DCA)*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Los diseños experimentales más utilizados para comparar tratamientos son:*
  -  *Diseño completos al azar (DCA)*
  -  *Diseño en bloque completos al azar (DBCA)*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Los diseños experimentales más utilizados para comparar tratamientos son:*
    -  *Diseño completos al azar (DCA)*
    -  *Diseño en bloque completos al azar (DBCA)*
    -  *Diseño en cuadro latino (DCL)*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Los diseños experimentales más utilizados para comparar tratamientos son:*
    -  *Diseño completos al azar (DCA)*
    -  *Diseño en bloque completos al azar (DBCA)*
    -  *Diseño en cuadro latino (DCL)*
    -  *Diseño en cuadro grecolatino (DCGL)*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Los diseños experimentales más utilizados para comparar tratamientos son:*
  -  *Diseño completos al azar (DCA)*
  -  *Diseño en bloque completos al azar (DBCA)*
  -  *Diseño en cuadro latino (DCL)*
  -  *Diseño en cuadro grecolatino (DCGL)*
  -  *Se diferencian en el número de factores de bloque que incorporan o controlan de forma explícita durante el experimento.*

Familia de diseños para comparar tratamientos

Tabla 1. Diseños de experimentos con un sólo factor			
Diseño	Factores de bloqueo	ANOVA con	Modelo estadístico
DCA	0	un criterio	$Y_i = \mu + \tau_i + \varepsilon_i$
DBCA	1	dos criterios	$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij}$
DCL	2	tres criterios	$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_k + \varepsilon_{ijk}$
DCGL	3	cuatro criterios	$Y_{ijkl} = \mu + \tau_i + \gamma_j + \delta_k + \varphi_l + \varepsilon_{ijkl}$

-  *Las hipótesis a probar son:*

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu$$
$$H_1: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j$$

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Las hipótesis a probar son:*

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu$$
$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j$$

-  *Se usa la técnica estadística llamada Analisis de Varianza (ANOVA) con uno, dos, tres o cuatro criterios de clasificación, dependiendo del número de factores de bloques incorporados al diseño para probar la hipótesis.*

Familia de diseños para comparar tratamientos

-  *Las hipótesis a probar son:*

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_k = \mu$$
$$H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j$$

-  *Se usa la técnica estadística llamada Analisis de Varianza (ANOVA) con uno, dos, tres o cuatro criterios de clasificación, dependiendo del número de factores de bloques incorporados al diseño para probar la hipótesis.*

-  *Los diseños tienen almenos dos fuentes de variabilidad: los tratamientos o niveles del factor de interés y el error aleatorio.Se agrega una nueva fuente de variabilidad por cada factor de bloque que se controla directamente.*

Supuestos acerca del modelo estadístico

-  **Aditividad:** *los factores o componentes del modelo estadístico son aditivos, es decir, la variable respuesta es la suma de los efectos del modelo estadístico.*

Supuestos acerca del modelo estadístico

-  **Aditividad:** *los factores o componentes del modelo estadístico son aditivos, es decir, la variable respuesta es la suma de los efectos del modelo estadístico.*
-  **Linealidad**: *la relación existente entre los factores o componentes del modelo estadístico es del tipo lineal.*

Supuestos acerca del modelo estadístico

-  **Aditividad:** *los factores o componentes del modelo estadístico son aditivos, es decir, la variable respuesta es la suma de los efectos del modelo estadístico.*
-  **Linealidad***: la relación existente entre los factores o componentes del modelo estadístico es del tipo lineal.*
-  **Normalidad***: los valores resultado del experimento provienen de una distribución de probabilidad Normal con media* μ *y variancia (finita)* σ^2.

-  **Independencia**: *los resultados observados en el experimento son independientes entre sí.*

-  **Independencia**: *los resultados observados en el experimento son independientes entre sí.*
-  **Variancias Homogéneas** *(Homocedasticidad): las diversas poblaciones generadas por la aplicación de dos o más tratamientos tienen variancias homogéneas (variancia común).*

Diseño completamente al azar DCA

-  El modelo estadístico para el diseño DCA

$$\begin{aligned} Y_i &= \mu_i + \varepsilon_i \\ &= \mu + \tau_i + \varepsilon_i, \; i = 1, 2, ..., K \end{aligned}$$

revela las creencias respecto a la relación entre los tratamientos y las observaciones (H_1)

Diseño completamente al azar DCA

-  El modelo estadístico para el diseño DCA

$$\begin{aligned} Y_i &= \mu_i + \varepsilon_i \\ &= \mu + \tau_i + \varepsilon_i, \;\; i = 1, 2, ..., K \end{aligned}$$

  revela las creencias respecto a la relación entre los tratamientos y las observaciones (H_1)

-  Si no hay diferencias entre las medias de los tratamientos se usa el modelo

$$Y_i = \mu + \varepsilon_i, \;\; i = 1, 2, ..., K$$

  que establece que todas las observaciones pertenecen a la misma población con media μ (H_0)

-  Todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo sin ninguna restricción.

Diseño completamente al azar DCA

-  Todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo sin ninguna restricción.
-  En un DCA se tienen K poblaciones o tratamientos, independientes y con medias desconocidas $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_K$, y varianzas también desconocidas pero que se suponen iguales $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_K^2$ $(= \sigma^2)$

Diseño completamente al azar DCA

-  Todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo sin ninguna restricción.
-  En un DCA se tienen K poblaciones o tratamientos, independientes y con medias desconocidas $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_K$, y varianzas también desconocidas pero que se suponen iguales $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_K^2$ $(= \sigma^2)$
-  Las población pueden ser:

Diseño completamente al azar DCA

-  Todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo sin ninguna restricción.
-  En un DCA se tienen K poblaciones o tratamientos, independientes y con medias desconocidas $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_K$, y varianzas también desconocidas pero que se suponen iguales $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_K^2$ $(= \sigma^2)$
-  Las población pueden ser:
  - K métodos de producción,

Diseño completamente al azar DCA

-  Todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo sin ninguna restricción.
-  En un DCA se tienen K poblaciones o tratamientos, independientes y con medias desconocidas $\mu_1, \mu_2, ..., \mu_K$, y varianzas también desconocidas pero que se suponen iguales $\sigma_1^2, \sigma_2^2, ..., \sigma_K^2$ $(= \sigma^2)$
-  Las población pueden ser:
  - K métodos de producción,
  - K tratamientos,

Diseño completamente al azar DCA

-  Todas las corridas experimentales se realizan en orden aleatorio completo sin ninguna restricción.
-  En un DCA se tienen K poblaciones o tratamientos, independientes y con medias desconocidas $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_K$, y varianzas también desconocidas pero que se suponen iguales $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_K^2$ $(= \sigma^2)$
-  Las población pueden ser:
  - K métodos de producción,
  - K tratamientos,
  - K grupos, etc.

Diseño completamente al azar DCA

-  Los datos generados por un DCA para comparar dichas poblaciones, se pueden escribir como en la tabla 2.

Diseño completamente al azar DCA

-  Los datos generados por un DCA para comparar dichas poblaciones, se pueden escribir como en la tabla 2.
-  El elemento Y_{ij} es la j-ésima observación que se hizo en el tratamiento i; n_i son las repeticiones observadas en el tratamiento i.

Tabla 2. Tratamientos				
T_1	T_2	T_3	$\cdots$	T_K
Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	$\cdots$	Y_{K1}
Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	$\cdots$	Y_{K2}
Y_{13}	Y_{23}	Y_{33}	$\cdots$	Y_{K3}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Y_{1n_1}	Y_{2n_2}	Y_{3n_3}	$\cdots$	Y_{Kn_K}

(1)

Diseño completamente al azar DCA

-  El nombre de análisis de varianza (ANOVA) viene del hecho de que se utilizan cocientes de varianzas para probar la hipótesis de igualdad de medias.

-  El nombre de análisis de varianza (ANOVA) viene del hecho de que se utilizan cocientes de varianzas para probar la hipótesis de igualdad de medias.
- La variación total se separa en dos partes:

Diseño completamente al azar DCA

-  El nombre de análisis de varianza (ANOVA) viene del hecho de que se utilizan cocientes de varianzas para probar la hipótesis de igualdad de medias.
- La variación total se separa en dos partes:
  - la variabilidad debida a los *tratamientos* y

Diseño completamente al azar DCA

-  El nombre de análisis de varianza (ANOVA) viene del hecho de que se utilizan cocientes de varianzas para probar la hipótesis de igualdad de medias.
- La variación total se separa en dos partes:
  - la variabilidad debida a los *tratamientos* y
  - la debida al *error*.

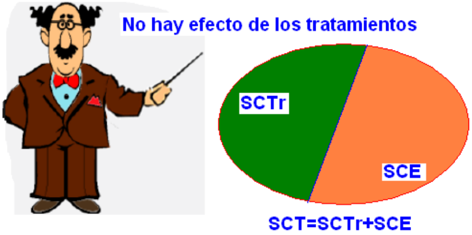
Diseño completamente al azar DCA

-  El nombre de análisis de varianza (ANOVA) viene del hecho de que se utilizan cocientes de varianzas para probar la hipótesis de igualdad de medias.
- La variación total se separa en dos partes:
  - la variabilidad debida a los *tratamientos* y
  - la debida al *error*.
- Si la primera predomina "claramente" sobre la segunda se concluye que los tratamientos tienen efecto (las medias son diferentes).

Diseño completamente al azar DCA

-  El nombre de análisis de varianza (ANOVA) viene del hecho de que se utilizan cocientes de varianzas para probar la hipótesis de igualdad de medias.
- La variación total se separa en dos partes:
  - la variabilidad debida a los *tratamientos* y
  - la debida al *error*.
- Si la primera predomina "claramente" sobre la segunda se concluye que los tratamientos tienen efecto (las medias son diferentes).
- Si los tratamientos contribuyen igual o menos que el error, se concluye que las medias son iguales (ver Figura 1).

Diseño completamente al azar DCA



Diseño completamente al azar DCA

- Las cantidades de interés son las siguientes:

Diseño completamente al azar DCA

- Las cantidades de interés son las siguientes:
  - $Y_{i.}$ = Suma de las observaciones del *i*-ésimo tratamiento.

Diseño completamente al azar DCA

- Las cantidades de interés son las siguientes:
  - $Y_{i.}$ = Suma de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $\overline{Y}_{i.}$ = Media de las observaciones del i-ésimo tratamiento.

Diseño completamente al azar DCA

- Las cantidades de interés son las siguientes:
  - $Y_{i.}$ = Suma de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $\overline{Y}_{i.}$ = Media de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $Y_{..}$ = Suma o total de las $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_K$ observaciones.

Diseño completamente al azar DCA

- Las cantidades de interés son las siguientes:
  - $Y_{i.}$ = Suma de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $\overline{Y}_{i.}$ = Media de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $Y_{..}$ = Suma o total de las $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_K$ observaciones.
  - $\overline{Y}_{..}$ = Media global o promedio de todas las observaciones.

Diseño completamente al azar DCA

- Las cantidades de interés son las siguientes:
  - $Y_{i.}$ = Suma de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $\overline{Y}_{i.}$ = Media de las observaciones del i-ésimo tratamiento.
  - $Y_{..}$ = Suma o total de las $N = n_1 + n_2 + \cdots + n_K$ observaciones.
  - $\overline{Y}_{..}$ = Media global o promedio de todas las observaciones.
- Note que el punto indica la suma sobre el correspondiente subíndice.

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}; \quad \overline{Y}_{i.} = \frac{\sum\limits_{j=1}^{n_i} Y_{ij}}{n_i}; \quad Y_{..} = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}; \quad \overline{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N} \tag{2}$$

ANOVA en el DCA

- El objetivo es probar las hipótesis de igualdad de respuestas medias dadas por:

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_K = \mu \\
H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j
\end{aligned} \tag{3}
$$

- El objetivo es probar las hipótesis de igualdad de respuestas medias dadas por:

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_K = \mu \\ H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{array} \quad (3)$$

- o en forma equivalente

$$\begin{array}{l} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_K = 0 \\ H_1 : \tau_i \neq 0, \qquad \text{para algún } \; i \end{array} \quad (4)$$

ANOVA en el DCA

- El objetivo es probar las hipótesis de igualdad de respuestas medias dadas por:

$$\begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_K = \mu \\ H_1 : \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{array} \quad (3)$$

- o en forma equivalente

$$\begin{array}{ll} H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_K = 0 & \\ H_1 : \tau_i \neq 0, & \text{para algún } \; i \end{array} \quad (4)$$

  - τ_i : efecto medio del i-ésimo tratamiento sobre la variable respuesta.

ANOVA en el DCA

- El objetivo es probar las hipótesis de igualdad de respuestas medias dadas por:

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_K = \mu \\ H_1 &: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algún } i \neq j \end{aligned} \tag{3}$$

- o en forma equivalente

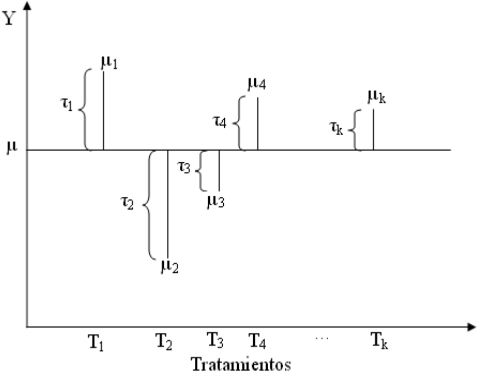
$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \cdots = \tau_K = 0 \\ H_1 &: \tau_i \neq 0, \qquad \text{para algún } \; i \end{aligned} \tag{4}$$

  - τ_i : efecto medio del i-ésimo tratamiento sobre la variable respuesta.

- Si se acepta H_0 se confirma que los efectos sobre la respuesta de los k tratamientos son estadísticamente nulos y en caso de rechazar se estaría concluyendo que almenos un efecto es diferente de cero.

ANOVA en el DCA

Figura 2 Representación de los efectos de tratamientos en el DCA



ANOVA en el DCA

- Para probar las hipótesis dada por (3) o (4) mediante ANOVA se decompone la variabilidad total de los datos en sus dos componentes: la debida a *tratamientos* y al *error aleatorio*

$$SCT = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{N}$$

donde $Y_{..}$ es la suma de los $N = \sum_{i=1}^{K} n_i$ datos del experimento.

ANOVA en el DCA

- Sumando y restando adentro del paréntesis la media del *i*-ésimo tratamiento $(\overline{Y}_{i.})$ y desarrollando el cuadrado se tiene:

ANOVA en el DCA

- Sumando y restando adentro del paréntesis la media del i-ésimo tratamiento $(\overline{Y}_{i.})$ y desarrollando el cuadrado se tiene:
  - $$SCT = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left[(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}) + (\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})\right]^2$$

ANOVA en el DCA

- Sumando y restando adentro del paréntesis la media del i-ésimo tratamiento $\left(\overline{Y}_{i.}\right)$ y desarrollando el cuadrado se tiene:
  - $$SCT = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left[\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right) + \left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\right]^2$$
  - $$SCT = \sum_{i=1}^{K} n_i\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2$$

ANOVA en el DCA

- Sumando y restando adentro del paréntesis la media del i-ésimo tratamiento $(\overline{Y}_{i.})$ y desarrollando el cuadrado se tiene:

  - $$SCT = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left[\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right) + \left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\right]^2$$

  - $$SCT = \sum_{i=1}^{K} n_i\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2$$

  - $$SCT = \left(\sum_{i=1}^{K}\frac{Y_{i.}^2}{n_i} - \frac{Y_{..}^2}{N}\right) + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2 \tag{5}$$

ANOVA en el DCA

- Sumando y restando adentro del paréntesis la media del i-ésimo tratamiento $\left(\overline{Y}_{i.}\right)$ y desarrollando el cuadrado se tiene:
   - $$SCT = \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left[\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right) + \left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)\right]^2$$
   - $$SCT = \sum_{i=1}^{K} n_i\left(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..}\right)^2 + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2$$
   - $$SCT = \left(\sum_{i=1}^{K}\frac{Y_{i.}^2}{n_i} - \frac{Y_{..}^2}{N}\right) + \sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{n_i}\left(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.}\right)^2 \qquad (5)$$
- El primer componente de 5 es la suma de los cuadrados de los tratamientos, $SCTr$; y el segundo es la suma de los cuadrados del error, SCE.

ANOVA en el DCA

- 

Se puede escribir: $SCT = SCTr + SCE$.

ANOVA en el DCA

- 

Se puede escribir: $SCT = SCTr + SCE$.
- Como hay un total de N observaciones, la SCT tiene $(N-1)$ grados de libertad.

ANOVA en el DCA

- 

Se puede escribir: $SCT = SCTr + SCE$.
- Como hay un total de N observaciones, la SCT tiene $(N-1)$ grados de libertad.
- Hay K tratamientos o niveles del factor de interés, así $SCTr$ tiene $(K-1)$ grados de libertad, mientras que la SCE tiene $(N-K)$.

- 

Se puede escribir: $SCT = SCTr + SCE$.
- Como hay un total de N observaciones, la SCT tiene $(N-1)$ grados de libertad.
- Hay K tratamientos o niveles del factor de interés, así $SCTr$ tiene $(K-1)$ grados de libertad, mientras que la SCE tiene $(N-K)$.
- Los grados de libertad respectivos a los términos de la igualdad cumplen la relación similar dada por: $N-1 = (K-1) + (N-K)$.

- 

Se puede escribir: $SCT = SCTr + SCE$.
- Como hay un total de N observaciones, la SCT tiene $(N-1)$ grados de libertad.
- Hay K tratamientos o niveles del factor de interés, así $SCTr$ tiene $(K-1)$ grados de libertad, mientras que la SCE tiene $(N-K)$.
- Los grados de libertad respectivos a los términos de la igualdad cumplen la relación similar dada por: $N-1=(K-1)+(N-K)$.
- Las sumas de cuadrados divididas entre sus respectivos grados de libertad se llaman *cuadrados medios*. El cuadrado medio de tratamientos y el cuadrado medio del error se denotan por:

$$CMTr = \frac{SCTr}{K-1} \quad \text{y} \quad CME = \frac{SCE}{N-K} \tag{6}$$

-  Cuando la hipótesis nula H_0 es verdadera, ambos cuadrados medios son estimadores insesgados varianza común σ^2 de los tratamientos que se comparan.

-  Cuando la hipótesis nula H_0 es verdadera, ambos cuadrados medios son estimadores insesgados varianza común σ^2 de los tratamientos que se comparan.
-  Los valores esperados de los cuadrados medios cuya demostración se muestra más adelante estan dados por:

$$E\left(CME\right)=\sigma^2 \quad \text{y} \quad E\left(CMTr\right)=\sigma^2+\frac{\sum_{i=1}^{K} n_i\tau_i^2}{K-1} \tag{7}$$

Diseño completamente al azar DCA

- Se construye el estadístico de prueba como sigue:

Diseño completamente al azar DCA

- Se construye el estadístico de prueba como sigue:
- SCE y $SCTr$ son variables aleatorias independientes, por lo que SCE/σ^2 y $SCTr/\sigma^2$ son dos variables aleatorias independientes con distribución *ji-cuadrada* con $(N-K)$ y $(K-1)$ grados de libertad, respectivamente.

Diseño completamente al azar DCA

- Se construye el estadístico de prueba como sigue:
- SCE y $SCTr$ son variables aleatorias independientes, por lo que SCE/σ^2 y $SCTr/\sigma^2$ son dos variables aleatorias independientes con distribución *ji-cuadrada* con $(N-K)$ y $(K-1)$ grados de libertad, respectivamente.
- Entonces, bajo el supuesto de que la hipótesis H_0 es verdadera, el estadístico

$$F_0 = \frac{CMTr}{CME} \tag{8}$$

debe seguir una distribución F con $(K-1)$ grados de libertad en el numerador y $(N-K)$ grados de libertad en el denominador.

-  De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que si:

-  De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que si:
    - F_0 es grande, se rechaza la hipótesis de que no hay efectos de tratamientos

-  De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que si:
    - F_0 es grande, se rechaza la hipótesis de que no hay efectos de tratamientos
    - F_0 es pequeño se confirma la validez de H_0.

ANOVA en el DCA

-  De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que si:
    - F_0 es grande, se rechaza la hipótesis de que no hay efectos de tratamientos
    - F_0 es pequeño se confirma la validez de H_0.
- Para un nivel de significancia α prefijado, se rechaza H_0 si

$$F_0 > F_{\alpha,K-1,.N-K}$$

donde $F_{\alpha,K-1,.N-K}$ es el percentíl $(1-\alpha)\times 100$ de la distribución F.

ANOVA en el DCA

-  De las ecuaciones (7) y (8) se deduce que si:
  - F_0 es grande, se rechaza la hipótesis de que no hay efectos de tratamientos
  - F_0 es pequeño se confirma la validez de H_0.
- Para un nivel de significancia α prefijado, se rechaza H_0 si

$$F_0 > F_{\alpha,K-1,.N-K}$$

  donde $F_{\alpha,K-1,.N-K}$ es el percentíl $(1-\alpha)\times 100$ de la distribución F.
- También se rechaza H_0 si *valor* $p < \alpha$, donde el *valor* p es el área bajo la distribución $F_{K-1,.N-K}$ a la derecha del estadístico F_0, es decir, *valor* $p = P(F > F_0)$.

-  Toda la información necesaria para calcular el estadístico F_0 hasta llegar al *valor p* se escribe en la llamada tabla de análisis de varianza $(ANOVA)$.

Anova para DCA				
Variabilidad	SC	g.l	CM	F-valor
Entre	SCTr	k-1	CMTr=SCTr/(k-1)	CMTr/CME
Dentro	SCE	N-k	CME=SCE/(N-k)	
Total	SCT	N-1		

- MONTGOMERY C. DOUGLAS. Diseño y Análisis de Experimentos. Segunda Edición. LIMUSA WILEY
- GUTIERREZ H y DE LA VARA R. Análisis y Diseño de Experimentos. Segunda Edición. Mc Graw Hill.
- KUEHL ROBERT. Diseño de Experimentos. Segunda Edición. Thomson.
- VICENTE M, GIRON P, NIETO C, PÉREZ T. Diseño de Experimentos. Pearson Prentice Hall.
- DEVORE JAY. Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. Sexta Edición.
- WALPOLE MYERS. Probabilidad y Estadística. Cuarta Edición. Mc Graw Hill.