Teoría de Probabilidad

Maestría en Estadística Aplicada

Julio Hurtado, Msc.

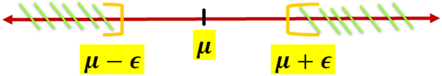
UTB

2020

Desigualdades de Chevishev

Desigualdades de Chevishev

Sea X una variable aleatoria con $\mathbb{E}(X) = \mu$ y $\mathbb{V}(X) = \sigma^2$. Para $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$

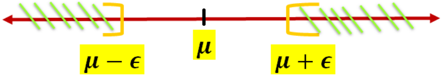


- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X-\mu)^2 = \mathbb{E}[(X-\mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu|\geq\epsilon} + (X-\mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu|<\epsilon}]$
- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X-\mu)^2 = \mathbb{E}[(X-\mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu|\geq\epsilon}] + \mathbb{E}[(X-\mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu|<\epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \mathbb{E}[(X-\mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu|\geq\epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{E}[\mathbb{1}_{|X-\mu|\geq\epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{P}(|X-\mu| \geq \epsilon)$

Desigualdades de Chevishev

Desigualdades de Chevishev

Sea X una variable aleatoria con $\mathbb{E}(X) = \mu$ y $\mathbb{V}(X) = \sigma^2$. Para $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$

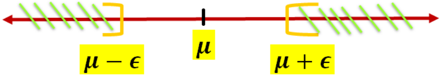


- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon} + (X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}] + \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{E}[\mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon)$

Desigualdades de Chevishev

Desigualdades de Chevishev

Sea X una variable aleatoria con $\mathbb{E}(X) = \mu$ y $\mathbb{V}(X) = \sigma^2$. Para $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$

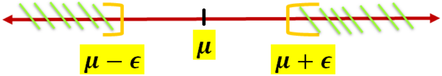


- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon} + (X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}] + \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{E}[\mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon)$

Desigualdades de Chevishev

Desigualdades de Chevishev

Sea X una variable aleatoria con $\mathbb{E}(X) = \mu$ y $\mathbb{V}(X) = \sigma^2$. Para $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$

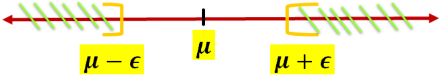


- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon} + (X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}] + \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{E}[\mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon)$

Desigualdades de Chevishev

Desigualdades de Chevishev

Sea X una variable aleatoria con $\mathbb{E}(X) = \mu$ y $\mathbb{V}(X) = \sigma^2$. Para $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon) \leq \frac{\sigma^2}{\epsilon^2}$



- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon} + (X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 = \mathbb{E}(X - \mu)^2 = \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}] + \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| < \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \mathbb{E}[(X - \mu)^2 \mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{E}[\mathbb{1}_{|X-\mu| \geq \epsilon}]$
- $\sigma^2 \geq \epsilon^2 \mathbb{P}(|X - \mu| \geq \epsilon)$

Convergencia de Variables aleatorias

- Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ una sucesión de variables aleatorias, ¿En que sentido $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ puede ser convergente a la variable aleatoria X?

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

-

Convergencia de Variables aleatorias

- Sea $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ una sucesión de variables aleatorias, ¿En que sentido $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ puede ser convergente a la variable aleatoria X?

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia de Variables aleatorias

- Sea $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ una sucesión de variables aleatorias, ¿En que sentido $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ puede ser convergente a la variable aleatoria X?

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia de Variables aleatorias

- Sea $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ una sucesión de variables aleatorias, ¿En que sentido $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ puede ser convergente a la variable aleatoria X?

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

-

Convergencia de Variables aleatorias

- Sea $X_1, X_2, ..., X_n, ...$ una sucesión de variables aleatorias, ¿En que sentido $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ puede ser convergente a la variable aleatoria X?

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia de Variables aleatorias

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia en distribución

$X_n \xrightarrow{d} X$ si para cada punto de continuidad x de $\mathbb{F}_X(x)$, $\mathbb{F}_{X_n}(x) \to \mathbb{F}_X(x)$.

Convergencia de Variables aleatorias

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia en distribución

$X_n \xrightarrow{d} X$ si para cada punto de continuidad x de $\mathbb{F}_X(x)$, $\mathbb{F}_{X_n}(x) \to \mathbb{F}_X(x)$.

Convergencia de Variables aleatorias

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia en distribución

$X_n \xrightarrow{d} X$ si para cada punto de continuidad x de $\mathbb{F}_X(x)$, $\mathbb{F}_{X_n}(x) \to \mathbb{F}_X(x)$.

Convergencia de Variables aleatorias

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia en distribución

$X_n \xrightarrow{d} X$ si para cada punto de continuidad x de $\mathbb{F}_X(x)$, $\mathbb{F}_{X_n}(x) \to \mathbb{F}_X(x)$.

Convergencia de Variables aleatorias

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia en distribución

$X_n \xrightarrow{d} X$ si para cada punto de continuidad x de $\mathbb{F}_X(x)$, $\mathbb{F}_{X_n}(x) \to \mathbb{F}_X(x)$.

Convergencia de Variables aleatorias

Convergencia puntual

$X_n \to X$ puntualmente si para cada $\omega \in \Omega$, $X_n(\omega) \to X(\omega)$.

Convergencia casi segura

$X_n \xrightarrow{c.s} X$ casi seguramente si $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : X_n(\omega) \to X(\omega)) = 1$.

Convergencia en probabilidad

$X_n \xrightarrow{p} X$ si para cualquier $\epsilon > 0$, $\mathbb{P}(\omega \in \Omega : |X_n(\omega) - X(\omega)| > \epsilon) \to 0$.

Convergencia en distribución

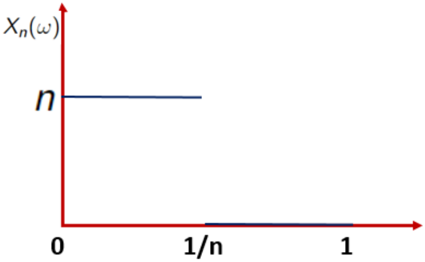
$X_n \xrightarrow{d} X$ si para cada punto de continuidad x de $\mathbb{F}_X(x)$, $\mathbb{F}_{X_n}(x) \to \mathbb{F}_X(x)$.

Convergencia de Variables aleatorias

Ejemplo 1

- Suponga que $\Omega = [0,1]$ y $\mathfrak{F} = \mathfrak{B}[0,1]$, $\mathbb{P}[a,b] = b - a$.

$$X_n(\omega) = \begin{cases} n, & \text{si } 0 \leq \omega \leq \frac{1}{n}, \\ 0, & \text{si } \frac{1}{n} < \omega \leq 1. \end{cases}$$




YAHWEH
YAHSHUA
YAHWEH