Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Computación Cuántica I | 7138
Tarea 3 : | Dinámica Cuántica
Sosa Romo Juan Mario | 320051926
3/12/24

1. El operador de Pauli Y está definido por:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) **Calcule los autovalores de Y.**
   (b) **Encuentre los autovectores normalizados de Y.**
   (c) **Verifique que los autovectores forman una base ortonormal de** $\mathbb{C}^2$

2. **Considere el estado puro de un solo qubit descrito por:**

$$|\psi(\theta, \phi)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle$$

   Suponga que en un experimento de tomografía cuántica obtiene los siguientes valores esperados:

$$\langle X\rangle = \sin(\theta)\cos(\phi), \quad \langle Y\rangle = \sin(\theta)\sin(\phi), \quad \langle Z\rangle = \cos\theta$$

   (a) **Exprese la matriz densidad** $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$
   (b) **Use las relaciones anteriores para reconstruir** ρ **únicamente a partir de** $\langle X\rangle, \langle Y\rangle, \langle Z\rangle$**.**
   (c) **Verifique que la matriz obtenida corresponde a un estado puro (pista: use** $Tr(\rho^2)$**).**

3. **Sea el Hamiltoniano de un qubit**

$$H = X$$

   donde X es el operador de Pauli correspondiente.

   (a) **Calcule explícitamente la matriz unitaria**

$$U(t) = e^{-iXt}$$

   (b) **Verifique que** $U(t) = R_X(2t)$
   (c) **Aplique** $U(t)$ **al estado inicial** $|0\rangle$ **y obtenga el estado resultante.**

4. **Sea un sistema de 2 qubits con un Hamiltoniano**

$$H = Z \otimes Z$$

   (a) **Escriba la matriz completa de H.**
   (b) **Calcule la evolución exacta** $U(t) = e^{-iHt}$

(c) **Usando la descomposición mostrada en clase,**

$$e^{-itZ\otimes Z} = CNOT(I \otimes R_Z(2t))CNOT$$

represéntelo como circuito cuántico

5. **Considere 2 qubits inicialmente en el estado**

$$|\psi_0\rangle = |+\rangle \otimes |+\rangle$$

y su evolución bajo el Hamiltoniano $H = Z \otimes Z$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-itZ\otimes Z} |\psi_0\rangle$$

(a) **Calcule la matriz densidad** $\rho(t) = |\psi(t)\rangle \langle\psi(t)|$

(b) **Obtenga la traza principal sobre el segundo qubit:**

$$\rho_A(t) = Tr_B(\rho(t))$$

(c) **Calcule la entropía de Von Neumann**

$$S(\rho_A) = -Tr(\rho_A \; log_2(\rho_A))$$

(d) **Grafique cómo varía el entrelazamiento en función de t**