



1. Elabora la demostración de que la prueba de divisibilidad entre 9 funciona

Prueba de divisibilidad

Primero recordemos la prueba, la idea principal es la siguiente: Si quieres probar que un número n es divisible entre 9, toma los m dígitos de n , digamos $d_0, d_1 \dots d_m$ y los sumas $d_0 + d_1 + \dots + d_m = n_1$, n será divisible entre 9 SII este nuevo número es divisible entre 9.

Ejemplo:

$n = 455981$, sumamos sus dígitos $4 + 5 + 5 + 9 + 8 + 1 = 32$ que no es divisible entre 9 y por tanto 455981 tampoco lo es.

$n = 55931112$, sumamos todos sus dígitos $5 + 5 + 9 + 3 + 1 + 1 + 1 + 2 = 27$ que si es divisible entre 9 y por tanto 55931112 también lo es.

Demostración

Intente por inducción pero no me salio así que tuve que buscar una parte :c...

Una parte muy importante, es ver que estos dígitos no están sueltos, es decir, estos describen a n usando la siguiente ec:

$$n = d_m 10^m + d_{m-1} 10^{m-1} + \dots + d_1 10 + d_0$$

Ademas, vamos a usar congruencias; anotando lo siguiente: $a \equiv b \pmod{m}$ significa m divide $a - b$, de aquí tenemos que $10 \equiv 1 \pmod{9}$ y de la misma manera $10^i \equiv 1^i \equiv 1 \pmod{9}$. Ahora solo multiplicamos por el dígito:

$$d_i 10^i \equiv d_i 1 \equiv d_i \pmod{9}$$

Ahora lo hacemos para todos los dígitos de n :

$$n = \sum_{i=0}^m d_i 10^i \equiv \sum_{i=0}^m d_i \pmod{9}$$

Pero nota como la segunda parte de la ec. es la suma de los dígitos. Si uno es divisible por 9 entonces el otro lo es.