

## Einführung in die Geometrische Maßtheorie

**Zeit und Ort:** Mi, 14-16 Uhr, Hörsaaltrakt Bockenheim H5

**Vorbesprechung:** Do, 09.02., 11:00 s.t., RM10 - SR 902

**Sprechstunde** während der Vorlesungszeit: Di, Mi, Do 13:15 - 14 Uhr

**Kurzzusammenfassung.** Dieses Seminar kann als Fortsetzung der Vorlesung “Integrationstheorie” betrachtet werden und wir beschäftigen uns mit ausgewählten Themen der Maßtheorie, hin und wieder mit geometrischem Fokus. Erstes zentrales Objekt, das wir besprechen wollen, ist das  $s$ -dimensionale *Hausdorff-Maß*  $\mathcal{H}^s$  im  $\mathbb{R}^n$ , wobei  $s$  eine positive Zahl ist. Im Gegensatz zum  $n$ -dimensionalen Lebesgue-Maß kann das Hausdorff-Maß auch niedrigdimensionale Mengen auf sinnvolle Art messen, die Lebesgue-Maß gleich null haben. Zum Beispiel ist für eine Hyperfläche  $\Sigma$  die Restriktion von  $\mathcal{H}^{n-1}$  auf  $\Sigma$  einfach das in der Integrationstheorie besprochene Oberflächenmaß. Wir werden mittels des Hausdorff-Maßes für Teilmengen des  $\mathbb{R}^n$  einen Dimensionsbegriff einführen. Ist die Dimension einer Teilmenge nicht ganzzahlig, so sprechen wir von einem *Fraktal*. Fraktale sind interessante mathematische Objekte, die mitunter eine gewisse ästhetische Schönheit mitbringen. Man kann mit einer Internetsuche schonmal vorab einen ersten Eindruck gewinnen. Ausgehend von dem Hausdorff-Maß werden wir noch weitere ausgewählte Themen besprechen; einige Stichworte sind *Flächen- und Koflächenformel*, *mittlere Krümmung* und *Minimalflächen* und *Varifaltigkeit*. Je nach Hörer(innen)schaft ist die Themenauswahl aber durchaus flexibel.

**Zielgruppe und Anrechenbarkeit.** Das Seminar richtet sich an Studierende im Bachelor- und Masterstudiengang, die es im Rahmen eines Vertiefungs- bzw. Spezialisierungsgebietes belegen wollen. Besonders zu empfehlen ist es, das Seminar in Kombination mit einer oder beiden der parallel angebotenen Vorlesungen “Analysis auf Mannigfaltigkeiten” (Prof. Bernig) oder “Lineare Partielle Differentialgleichungen” (Prof. Weth) zu besuchen. Bei Interesse ist auf dem Seminarthema aufbauend im Anschluss eine Bachelor- oder Masterarbeit möglich. In folgenden Modulen kann das Seminar angerechnet werden, was bei der Themenvergabe berücksichtigt wird.

- BaM-DG: Differentialgeometrie (bzw. Geometrische Analysis MaM-GA im Master)
- BaM-DGDS: Differentialgleichungen und dynamische Systeme
- BaM-PDGL: Partielle Differentialgleichungen (bzw. MaM-FPD im Master)
- BaM-FA: Funktionalanalysis

### Voraussetzungen.

- Analysis I-II, Integrationstheorie, Lineare Algebra I

**Literatur.** Die Grundlagen (insbes. Hausdorff-Maß, sowie Flächen- und Koflächenformel) werden mit dem Buch von Evans/Gariepy [1] abgedeckt. Der Teil über Fraktale wird durch Abschnitte aus dem Buch von Falconer [2] behandelt. Hin und wieder kommt evtl. auch [3] zum Einsatz.

**Notenvergabe.** Die individuelle Note ergibt sich aus dem jeweiligen Vortrag.

### LITERATUR

1. Lawrence C. Evans and Ronald F. Gariepy, *Measure theory and fine properties of functions*, revised ed., Studies in advanced mathematics, CRC Press, Boca Raton, FL, 2015.
2. Kenneth Falconer, *Fractal geometry*, 3. ed., Wiley, 2014.

3. Leon Simon, *Introduction to geometric measure theory*, Australian National University, Canberra, 1983,  
<https://web.stanford.edu/class/math285/ts-gmt.pdf>.