Fundamentos de Física I

Javier Sempere

2025-2026

Índice general

Capítulo 1

Cinemática

Ecuaciones cinemáticas para la aceleración constante en una componente (x). Si $t_0 = 0$:

Velocidad: $v_x = v_{0x} + a_x t$

Velocidad media: $v_{mx} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)$

Desplazamiento en función de v_{mx}: $\Delta x = x - x_0 = v_{mx} t$

Velocidad en función del tiempo:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \tag{1.1}$$

Desplazamiento en función del tiempo:

$$\Delta x = x - x_0 = v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \tag{1.2}$$

Si despejamos t en 1.1 y sustituimos en 1.2 obtenemos la velocidad en función del desplazamiento:

$$\begin{gathered} v_x = v_{0x} + a_x t \\ \Rightarrow t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \\ \Delta x = v_{0x}\Big(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\Big) + \frac{1}{2} a_x \Big(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\Big)^2 \\ \Leftrightarrow 2a_x \Delta x = 2v_{0x}(v_x - v_{0x}) + (v_x - v_{0x})^2 \\ \Leftrightarrow 2a_x \Delta x = v_x^2 - v_{0x}^2 \end{gathered}$$

Ejercicio 1. Un coche de policía pretende alcanzar a un coche que marcha a 125 km/h. La velocidad máxima del coche de policía es de 190km/h, y arranca desde el reposo con aceleración constante de (8km/h)/s, hasta que su velocidad alcanza los 190km/h y luego prosigue con velocidad constante.

(a) ¿Cuándo alcanzará al otro coche si se pone en marcha al pasar éste junto a él?

(b) ¿Qué espacio habrán recorrido entonces ambos coches?

[Ejercicio 99 del capítulo 2 en la edición 6]

Solución. Policía: Velocidad inicial $v_{0p} = 0km/h$, velocidad máxima $v_{max,p} = 190km/h$. Aceleración constante $a = 8\frac{km}{h\cdot s} \cdot \frac{3600s}{1h} = 28800\frac{km}{h^2}$

Coche: Velocidad inicial $v_{0c} = 125km/h$.

La policía alcanzará su velocidad máxima en t_1 y estará en la posición x_{1p} mientras que el coche estará en la posición x_{1c}:

$$\begin{aligned} v_{1p} &= v_{0p} + at_1 \\ \Leftrightarrow 190km/h &= 0km/h + 28800\frac{km}{h^2}t_1 \\ \Leftrightarrow t_1 &= \frac{190}{28800}h \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ La policía alcanzará su velocidad máxima en $t_1 = \frac{19}{2880}h \cdot \frac{3600s}{1h} = 23{,}75s$ Y se encontrará en la posición (suponiendo que parte del origen):

$$x_{1p} = x_{0p} + v_{0p} + \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 28800\frac{km}{h^2} \cdot \left(\frac{19}{2880}h\right)^2 = \frac{361}{576}km \approx 626{,}7361m$$

El coche del infractor habrá recorrido $x_{1c} = x_{0c} + v_{0c}t_1 = 125km/h \cdot \frac{19}{2880}h = \frac{475}{576}km \approx 824{,}6527m$. A partir de t_1 ambos van a velocidad consatante, supongamos por comodidad que $t_1 = 0$. Ambos se encuentran en t_f:

$$\begin{aligned} x_{fp} &= x_{1p} + v_{1p}t_f \\ x_{fc} &= x_{1c} + v_{1c}t_f \end{aligned}$$

El policía lo alcanza en $x_{fp} = x_{fc}$, por tanto

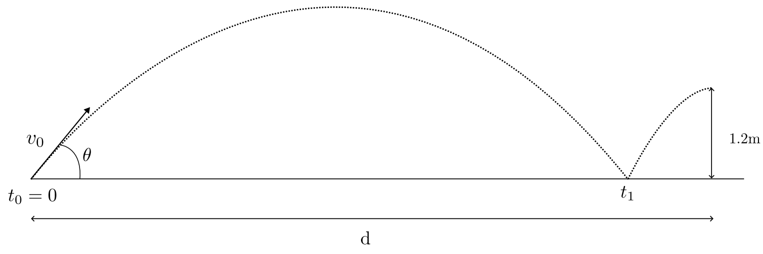
$$\begin{aligned} x_{1p} + v_{1p}t_f = x_{1c} + v_{1c}t_f &\Leftrightarrow (v_{1p} - v_{1c})t_f = (x_{1c} - x_{1p}) \\ &\Leftrightarrow t_f = \frac{x_{1c} - x_{1p}}{v_{1p} - v_{1c}} = \frac{19}{6240}h \approx 10{,}9615s \end{aligned}$$

Lo alcanzará en $t_1 + t_f = 23{,}75s + 10{,}96s = 34{,}712s$.

Ambos habrán recorrido $x_{fc} = x_{0c} + v_{0c}t_f = 0 + 125km/h \cdot 34{,}712s \cdot \frac{1h}{3600s} \approx 1{,}205km$

Ejercicio 2. Un tenista golpea la bola a una altura de 1m de modo que su velocidad inicial es $v = 14km/s$ con un ángulo de 45○ con respecto a la horizontal. El tenista golpea la bola con un efecto tal que, cuando la bola golpea el suelo al otro lado de la pista, la componente vertical de su velocidad se invierte mientras que la componente horizontal aumenta en un 30 %. ¿A qué distancia debería estar situado el tenista rival para golpear la bola, después de rebotar en el suelo, a una altura de 1.2m mientras está ascendiendo?

[Examen Febrero 2017]



Solución. Velocidad inicial $v_0 = 14m/s$. La componente vertical $v_{0y} = v_0 \sin\theta = 14 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 9{,}90m/s$ y la horizontal $v_{0x} = v_0 \cos\theta = 14 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 9{,}90m/s$. La pelota golpea el suelo en t_1:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow 0 = 1 + 9{,}9t_1 - 4{,}9t_1^2$$
$$\Leftrightarrow t_1 = \frac{-9{,}9 \pm \sqrt{9{,}9^2 - 4(-4{,}9 \cdot 1)}}{2(-4{,}9)} \approx 2{,}12s$$

La pelota habrá recorrido hasta entonces $x(t_1) = x_0 + v_{0x}t_1 = 0 + 9{,}9 \cdot 2{,}12s \approx 21m$. En ese punto, la componente horizontal de la velocidad es igual a la inicial, pues es constante: $v_{1x} = v_{0x} = 9{,}9m/s$ y la vertical será:

$$v_{1y}(t_1) = v_{0y} - gt_1 = 9{,}9m/s - 9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}12s \approx -10{,}87m/s$$

La compomente vertical es negativa, ya que el movimiento se dirige hacia abajo en ese momento. Al tocar el suelo, la componente vertical de la velocidad se invierte y la horizontal aumenta en un 30 %: $v'_{1y} = 10{,}87m/s$ y $v'_{1x} = 1{,}3 \cdot 9{,}9m/s \approx 12{,}87m/s$. En t_f, $y(t_f) = 1{,}2 = y_0 + v'_{1y}t_f - \frac{1}{2}gt_f^2 \Leftrightarrow -4{,}9t_f^2 + 10{,}87t_f - 1{,}2 = 0$. Esta parábola tiene dos soluciones positivas: $0{,}11s$ y $2{,}10s$. Como buscamos el tiempo en el que la pelota alcanza $1{,}2m$ de altura *mientras asciende*, la solución es $t_f = 0{,}1165s$.

Habrá recorrido entonces $x(t_f) = x_1 + v'_{1x}t_f = 21m + 12{,}87m/s \cdot 0{,}1165s \approx 22{,}49m = d$

Ejercicio 3. Un tren de mercancías se mueve con una velocidad constante de 10m/s. Un observador de pie sobre una plataforma del mismo lanza una pelota al aire y la recoge al caer. Respecto a la plataforma la velocidad inicial de la pelota es de 15m/s directamente hacia arriba. Otro observador lo observa desde la tierra.

(a) ¿Qué tipo de movimiento realiza la pelota con respecto al observador que va en la plataforma y con respecto al observador que está en la tierra? Halle el tiempo que está en el aire la pelota con respecto a estos dos observadores. ¿Cuál es el módulo de la velocidad inicial según el observador que está en tierra?

(b) ¿Qué distancia horizontal ha recorrido la pelota durante el tiempo que está en el aire con respecto a los dos observadores?

(c) ¿Cuál es la velocidad mínima (en módulo) de la pelota durante su vuelo con respecto a los dos observadores? ¿Cuál es la aceleración y la altura máxima de la pelota según los dos observadores?

[Examen Febrero 2015]

Solución. (a) Para el observador en la plataforma será un MRUA vertical, mientras que el observador en la tierra será un MRU horizontal y MRUA vertical, es decir, un movimiento parabólico.

Plataforma: El movimiento vertical se rige por:

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Como $y_0 = 0$ y $v_{0y} = 15m/s$, la pelota volverá a caer en el suelo en:

$$0 = 0 + 15t - 4{,}9t^2 \Leftrightarrow t \approx 3{,}0612s$$

Tierra: El tiempo que tarda en volver a tocar el suelo es el mismo para el observador en la tierra.

La velocidad inicial según el observador en la tierra tiene dos componentes: una horizontal $v_{0x} = 10m/s$ y una vertical $v_{0y} = 15m/s$. Por tanto su módulo es:

$$\|v\| = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{10^2 + 15^2} = 18{,}0277m/s$$

(b) Para el observador en la plataforma no ha recorrido distancia horizontal, ya que solo ha jugado papel la compomente horizontal. Para el observador en la tierra, la distancia horizontal recorrida es:

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t = 0 + 10t \Leftrightarrow x(t) = 10t \underset{t=3{,}0612}{=} 30{,}612m$$

(c) El módulo de la velocidad para el observador en la paltaforma es solo la componente vertical $\|v_y\| = \|v_{0y} - gt\|$. Por tanto, su velocidad mínima (en módulo) es cuando llega al punto máximo del lanzamiento vertical, donde la velocidad es 0. Para el observador en la tierra, el módulo de la velocidad es:

$$\|v\| = \sqrt{v_y^2 + v_x^2}$$

Donde v_x^2 es constante, y v_y^2 varía, siendo su valor mínimo cuando alcanza el punto de altura máxima, donde $v_y = 0m/s$ y $\|v\| = v_x = 10m/s$.

La aceleración en ambos es la gravedad $-g = -9{,}8m/s^2$, que es constante. Y la altura máxima es común a ambos observadores, se alcanza en $t = \frac{v_y - v_{0y}}{-g} = \frac{0-15}{-9{,}8} \approx 1{,}5306s$, y la altura máxima es

$$y_{max} = 0 + 15m/s \cdot 1{,}5306s - \frac{1}{2}9{,}8m/s^2 \cdot (1{,}5306)^2 = 11{,}4796m$$