Memoria provisional

September 17, 2022

1 Introducción

1.1 Curvas de Bézier

Qué son, breve resumen de su historia y para qué son utilizadas.

1.2 Motivación y objetivos

Qué son las curvas fraccionarias generalizadas, ventajas, mencionar posibles usos. Objetivo: Aplicarlas al Data Fitting en Superficies de Riemann. Plan de trabajo.

2 Curvas de Bézier fraccionarias generalizadas

2.1 Parámetros de forma

Sea la curva de Bézier original definida por los $n+1$ puntos de control $P_i \in \mathbb{R}^m$:

$$\alpha(t) = \sum_{i=0}^{n} B_{i,n}(t) P_i$$

donde

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i}(1-t)^{n-i}t^i, \qquad t \in [0,1]$$

Definimos la **Base de funciones Bernstein de grado n con n parámetros de forma** como:

$$\begin{aligned} \hat{B}_{i,n}(t) &= B_{i,n}(t)(1 + \frac{a_i}{n-i+1}(1-t) - \frac{a_{i+1}}{i+1}t), \qquad t \in [0,1] \\ a_0 &= a_{n+1} = 0 \qquad -(n-i+1) < a_i < i, \qquad i = 0, 1, ..., n \end{aligned}$$

donde $a_1, ..., a_n$ son los *parámetros de forma*.

La base de funciones $\hat{B}_{i,n}(t)$ tiene las siguientes propiedades:

1. $\hat{B}_{i,n}(t) \geq 0, \qquad t \in [0,1]$

2. $\hat{B}_{i,n}(t) = \hat{B}_{n-i,n}(1-t)$, cuando $a_i = -a_{n-i+1}$
3. $\hat{B}_{i,n}(t) = B_{i,n}(t)$ cuando $a_i = 0, \qquad i = 1, ..., n.$
4. $\sum_{i=0}^{n} \hat{B}_{i,n}(t) = 1$

NOTA: ¿LO DEMUESTRO O MENCIONO EL ARTÍCULO DONDE SE DEMUESTRA? LA DEMOSTRACIÓN ES MECÁNICA

Definimos la **Curvas de Bézier de grado n con n parámetros de forma** como

$$\hat{\alpha}(t) = \sum_{i=0}^{n} \hat{B}_{i,n}(t) P_i, \qquad t \in [0,1] \tag{1}$$

Por las propiedades de la base de funciones $\hat{B}_{i,n}$ se sigue que la nueva curva de Bézier cumple la propiedad del casco convexo.

Veamos el efecto que tiene en las curvas al variar los valores de los parámetros de forma: