

## 问题分析

问题三四：需要建立一条联络线，连接两个单供电网，以实现在不同背景下最大程度提高用户用电可靠性的最低水平。本文设定联络线的两个端点分别位于两个网络的分叉点上，将每一段供电的线路拆分成多个子路段，根据各个子路段之间的独立性，使用容斥原理对用户可靠性进行描述。同时，考虑在各种不同调度方案下的开关闭合情形，制定相应的供电调度方案。

由题意得知，扩展电源会优先提高最低可靠性的负荷的用电可靠性。因此，我们将采用**贪心算法**来构造联络线，在成本允许的范围内，优先考虑对可靠性最低的负荷搭建联络线，以此来最大程度上地提升可靠性最低负荷的用电可靠性。

模型中电源遵从**优先供给原则**，首先考虑使用本供电网中电源，如果本供电网电源无法连接，才会考虑使用另一个网络中的电源。

此外，使用期望的方式计算扩展后网络的功率，即将**每一个电源所负担的功率写为自身网络中负荷乘上连接本网络电源的概率与另一个网络中负荷乘上连接自身网络电源的概率的和**。这样就可以相对准确地估计双供配电网中的功率。并在此基础上，进一步考虑扩供带来的花费期望。

由于三四问之间对于最终目标都是一致的，即最大限度提升整体的用电可靠性水平，只是在具体限制下有所不同，因此针对不同的限制，设立相应的约束目标。即问题三限制建造成本上限为X，问题四要求用户的最低可靠性为Y%。其余整体论断大致相同，因此采用同一套计算/约束方案。

## 摘要

对于问题三、四，都是在问题二建立的配电网基础上添加联络线，使其变为双供电网。问题三需要在控制成本上限的情况下，将最低的用电可靠性得到最大的提升；而问题四则需要保证用户的最低用电可靠性在阈值之上，控制建造成本最低。

本文建立了**基于容斥原理的概率模型**对用户的用电可靠性进行描述，且使用期望的方式刻画扩展后的功率及其伴随的花费。在此基础上，借助贪心算法的思想，首先对最低用电可靠性的用户进行联络线连接的考虑，这样必定能在一定限度内提升这些用户的用电可靠性，由此提升整个网络中最低用电可靠性的水平。此外，由于贪心算法带来的时间复杂度很高，本文提出了一种**启发式的贪心算法**，使用**两级最小堆**的结构，结合**负荷分块改进算法**，能够在面对大规模问题时快速求得近似最优解，将求解的时间复杂度从指数级别优化到对数级别。最后，根据两个问题不同的条件限制，本文分别设立了两个目标函数，结合问题二的两个单供配电网模型进行联络线的选择，以及模型成本、用户可靠性等信息进行求解。

最终，模型经过了的多轮优化后，可以使得 用户的最低用电可靠性达到 91%。相比最初的 76%，提升了15%。如此验证了贪心算法下求解模型的可靠性。

## 符号

- 存在**供电路径集合** $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ ,
- **调度方案扩供的**负荷集合为 $\{W'_i\}$ ,
- 常闭开关状态集合 $\{S\}$

- 调度方案 $D_i$ ;
- 调度集合 $\{W_i\}$ ;
- 用电功率和供电路径集合，一个是 $P$ ，一个是 $P'$ ，冲突还有这里（ $P$ 太多了）

定义调度方案 $D_i$ 的使用概率为 $P(D = D_i)$ ,

- 

## 问题

1. 为什么子路径你说是独立的？你怎么判断它是独立的？你只说他们是独立的，怎么得来的结果呢？

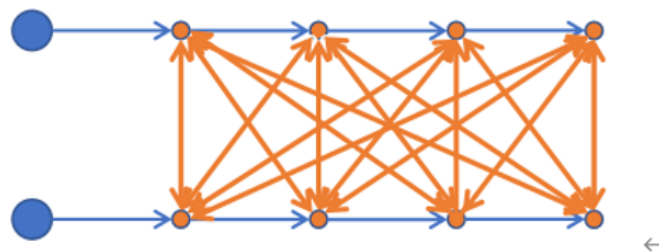
但可以用两条路径包含的所有子路径可靠性之积表达，子路径之间是相互独立的！如：↓

$$r((a, c, f, g) \cap (a, b, d, g)) = \prod_{p \in (a, c, f, g) \cup (a, b, d, g)} r(p) = acfgbd \leftarrow$$

2. 为什么这里不能被允许？

└

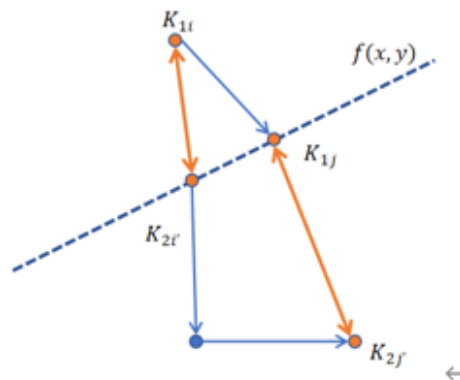
否则，设想 $|K_1| \times |K_2|$ 条联络线的情况，如下图所示，此时双供网络之间的联系甚至强于自身网络，联络线的作用已经不仅仅是联络，而是构建了一个新网络。即使是在成本允许的情况下这也不能被允许！ $\leftarrow$



（任意两点间有联络线的情况示意） $\leftarrow$

3. AD和BC是啥没写清楚。且这样乘积小于零的依据是啥。

设 $B_1$ 所在网络存在两个联络点 $K_{1i}$ 和 $K_{1j}$ ，它们通过联络线相关的、位于 $B_2$ 所在网络的联络点分别为 $K_{2i'}$ 和 $K_{2j'}$ ，为表达简洁抽象为下图。



(网络中的联络点联络线示意)

因此联络线为 $K_{1i}K_{2i'}$ 和 $K_{1j}K_{2j'}$ 。设 $K_{1j}K_{2i'}$ 所在直线方程为

$$l_{K_{1j}K_{2i'}}: f(x, y) = 0$$

$$f(x, y) = \frac{y - y_{K_{2i'}}}{y_{K_{1j}} - y_{K_{2i'}}} - \frac{x - x_{K_{2i'}}}{x_{K_{1j}} - x_{K_{2i'}}} = 0$$

为避免联络线重叠，点A和D应在直线BC的两侧，存在约束：

$$f(x_{K_{1i}}, y_{K_{1i}}) \times f(x_{K_{2j'}}, y_{K_{2j'}}) < 0$$

4. 调度一定会导致可靠性增加吗？不变/减少的情况是怎么控制的

实际上，这里定义的 $P(D = D_i)$ 并不容易得到，而前文一直是从负荷视角描述调度方案，负荷的可靠性增量是由调度带来的！已知负荷在单供配电网中的用电可靠性为 $r_{0i}$ ，在给定联络线和调度方案下的可靠性为 $r_i'$ ，显然 $r_i' > r_{0i}$ ，设可靠性增量为 $\Delta r = r_i' - r_{0i}$ ，有

$$\sum P_{D_i, y} \times P(D = D_i, y) = \sum r_{0i, y} \times W_{i, y} + \sum \Delta r_{3-y} \times W_{i, 3-y}$$

$$E(P_y) = \sum r_{0i, y} \times W_{i, y} + \sum \Delta r_{3-y} \times W_{i, 3-y}$$

5. 我们算法课上老师教我们，使用贪心算法之前需要证明一下贪心的正确性，你们三四问也使用了贪心算法，可以说说你们怎么说明它的正确性吗？

