模型的建立--双供配电网模型

（1）双供配电网的网络拓扑图

在（1）（2）问中，以建造费用为唯一优化目标设计的单供网络，具有树状结构，且仅支持单向供电，否则会导致更高的成本。而双供配电网络，是在前者基础上增加联络线而来，目的是控制成本的情况下提高网络中用户用电的可靠性。

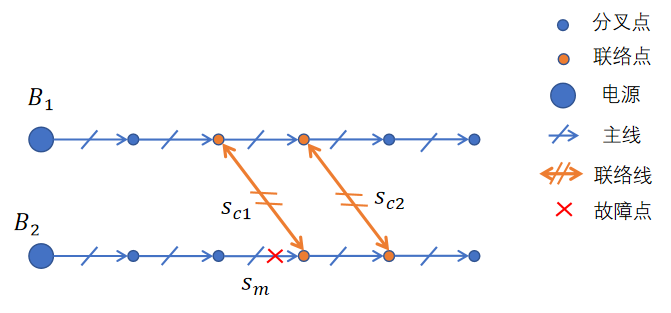
本文假定两个单供网络的地位是等价的，联络线支持双向供电，考虑由此带来工程难度的增加，定义联络线单位造价为主线的2倍，且每个方向均需设置开关。

（25）

设联络线的端点为联络点，联络点属于两个单供配电网的分叉点。两个单供网络分叉点集合分别为，设联络线，则有且，即：

（26）

根据前面假设“每个电源只有一条主线出线”，可以进一步抽象出双供配电网络主干部分的拓扑图，首先，每个单供网络仅保留电源、主线以及主线上的分叉点。其次，选择分叉点设置联络点，并在联络点之间建立联络线。由此，得到双供配电网的网络拓扑图如下：



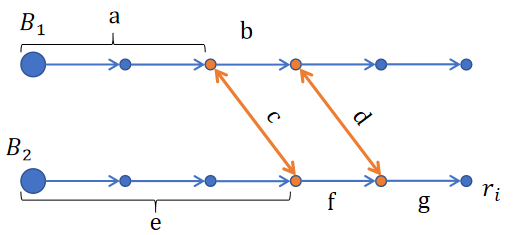
（双供配电网的网络拓扑示意图）

在使用联络线进行扩展供电时，不应出现支线为主线的上一级线路，这要求**联络点必须设置在主线上**，因此仅保留主线上的分叉点。正常情况下，联络线上联络开关，断开，一旦发生主线某部分故障，如上图所示处，线路发生故障，此时可行调度方案为（假设电源可扩供所有故障节点）断开，闭合，电源通过左侧联络线为故障点后所有用户供电。

而配电网的**支线部分发生故障**，并没有相应的调度方案。这符合我们的一般认知，双供调度是为解决区域内一定规模的用户用电故障问题。对于影响较小的故障，问题排查容易，恢复时间快，调度带来效益不高！

（2）用电可靠性精确概率模型

为论述概率模型的思想，本部分以下图所描述的情况作为例子讲述，为简化图省略线路开关。



（双供配电网的网络拓扑示意图）

不同于单供网络，双供网络由于多条联络线，存在多个扩展供电方案。设供电路径，其中为子路径。用字母表示子路径的可靠性（为了方便表达有时可指代路径本身），如字母表示从电源出发一直到首个联络点（不包含该联络点）之间路径的可靠性。假设目前需求解最右下角节点的可靠性，观察到存在和，两条条电源扩展供电路径，以及原先单供网络电源的供电路径，容易得到每条路径的可靠性：

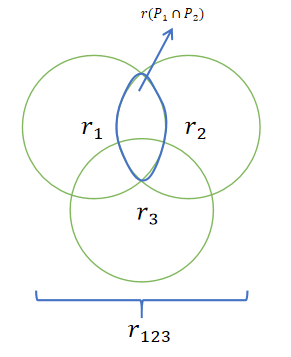
由于路径相互重叠，它们之间的可靠性不是相互独立的，如：

但可以用两条路径包含的所有子路径可靠性之积表达，子路径之间是相互独立的！如：​

进一步，可通过容斥原理计算存在和两条供电线路时的节点的可靠性：

同理可得：

进而3条供电路径可根据3元容斥原理计算：



（韦恩图视角下的三元容斥原理）

以上讨论，可进一步拓展至条供电路径的情况。设对于目标供电节点，存在供电路径集合，现求节点的用电可靠性。相应地，应用元容斥原理：

（3）基于具体调度方案的用电可靠性刻画

根据双供配电网用户供电调度原则第（1）点，满足一个用户全部需求功率，否则断开该用户，以及配电网规划的实际过程，并不是设置联络线后就为**所有故障后可恢复用户**均准备供电调度方案（如在（1）部分最后的调度方案），一方面受限于电源的可扩展供电量和扩供成本，另一方面有些用户本身用电可靠性较高，失电于它们是小概率事件，而本问中优化目标为可控成本下提高最低的用电可靠性，因此这些用户并不是首要的优化目标，甚至不是优化目标。

因此，设节点​备有调度方案的供电路径集合​​，且满足约束​，节点​的用电可靠性刻画为：

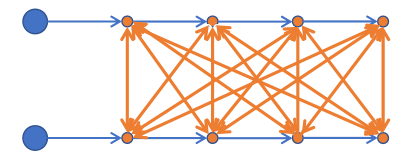
（4）联络线的设置约束

首先，本文认为联络线的设置至少满足：

<1> 每个联络点仅和一条联络线相关；

<2> 联络线之间不存在相互重叠的情况；

否则，设想条联络线的情况，如下图所示，此时双供网络之间的联系甚至强于自身网络，联络线的作用已经不仅仅是联络，而是构建了一个新网络。即使是在成本允许的情况下这也不能被允许！

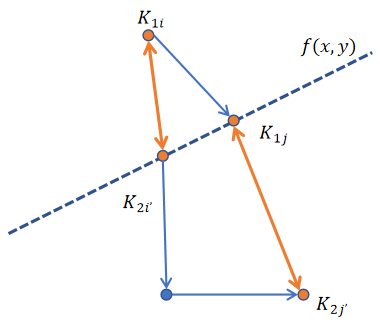


（任意两点间有联络线的情况示意）

对于第<2>点，城市中配电电缆往往铺设在地下空间，线路重叠意味着施工深度的增加，与其他建设管道冲突可能性的提升。因此，规划时保证联络线不重叠。

如何保证以上约束？在所有联络线构成的集合中，对于任意两条不同联络线和，，有，，即：

设所在网络存在两个联络点和，它们通过联络线相关的位于所在网络的联络点分别为和，**为表达简洁抽象为下图**。



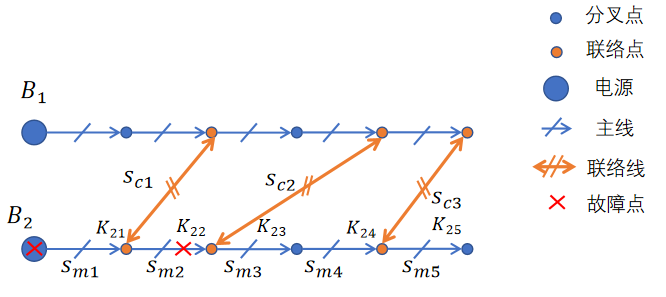
（网络中的联络点联络线示意）

因此联络线为和，设所在直线方程为

为避免联络线重叠，点和应在直线的两侧，存在约束：

（5）调度方案的初步讨论

通过第（4）点的讨论，对整个双供系统的全貌有了更清楚的认识。下面通过一个例子引出调度规则的定义。



（调度规则示意图）

非常不幸地，电源供电网络发生多处故障，连电源本身也需要故障修复，整个单供网络瘫痪！现通过调度，采取电源扩展供电的方式恢复网络。一个可行的调度方案为：

断开隔离和故障点

闭合 恢复

闭合恢复

观察到，断开本网络开关，主要为了隔离用户与故障点。因此，当线路故障，断开线路的控制开关；电源故障，断开主线上第一个控制开关；负荷故障，断开负荷前开关。

而闭合联络开关，是为了恢复联络点以及联络点下级线路的供电。调度方案的最后一步可以变为：

闭合恢复

这样，,的子网络无论是否存在相应的调度方案，都无法恢复，因为没有物理线路的支持！而且这样调度会使得处于上行电路的联络线使用频率变低。因此，**选择故障点后第一个正常联络点**，由于联络点只与一条联络线相关，实际上选择了一条联络线。闭合联络开关，恢复供电。进而得出，**一个具体调度方案是和所使用联络线绑定的**。

回顾第（2）点中的精确用户可靠性概率模型，对于一个用电节点，当存在多条可靠供电路径时如何选择，以上调度规则给出选择优先级。

（6）调度方案的数学表达

在第（5）点的讨论中发现，调度方案实际上是所有开关（包括联络开关和常闭开关）的状态集合。但为了后面求解算法表达的简便性，本文选择从用户的角度出发定义调度方案。

第（5）点提及，对于一个网络而言，调度方案和联络线相互绑定，也就是两者一一对应。但是，仅仅说明使用哪条联络线并不能具体描述出整个调度方案，因为调度不一定扩供以联络点为根的整个子树，换而言之，处于支线的开关状态还未给出。

为此，定义调度方案扩供的负荷集合为，因此，调度方案定义为：

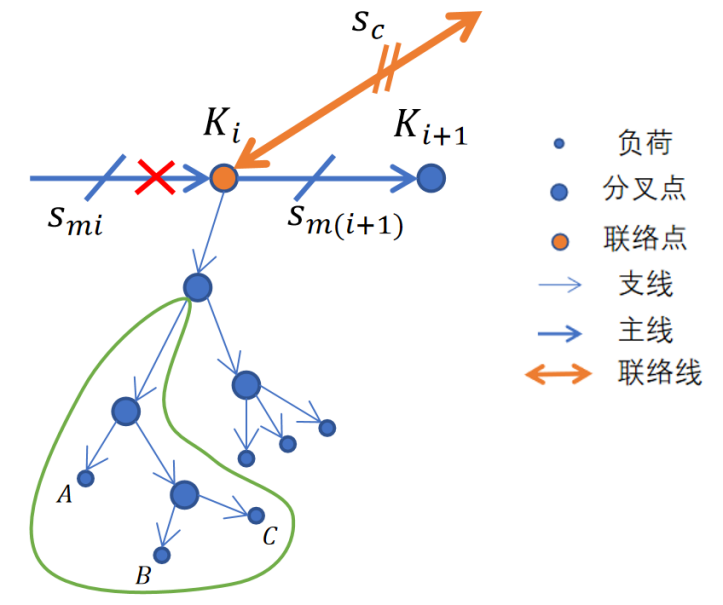
为了表达的简洁性，扩充定义：使用本网络电源正常供电的调度方案为。

根据可以依据以下原则推出常闭开关状态集合：

【是不是少了一行】

若所在线路连接的子树中对于均有，则断开，否则将其闭合。

举个例子，闭合使用相应联络线进行扩供，但负荷节点，，不在调度集合内，则自下而上地**绿色曲线包裹的区域内**的开关都将断开，若连接所有负荷也不在内，则断开。



（扩功举例示意图）

（7）电源供电功率的约束

所有调度方案中，必定存在一个用电功率最大的方案。设调度方案集合为，对应扩展用电功率为，最大扩展用电功率为

而每个网络中负荷需求之和为，由于电源扩展功率的上限为，因此电源供电功率约束为

（8）电源功率的期望

在考察实际电源功率，发现在不同调度方案中扩展电源功率并不是一定会产生，而是故障发生后，采取该调度方案后产生的。因此本文通过期望的方式刻画电源功率，并在此基础上考察扩供的花费期望。

定义调度方案的使用概率为，电源功率的期望描述为：

实际上，这里定义的并不容易得到，而前文一直是从负荷视角描述调度方案，**负荷的可靠性增量是由调度带来的！**已知负荷在单供配电网络中的用电可靠性为，在给定联络线和调度方案下的可靠性为，显然，设可靠性增量为，有

进一步，电源扩展功率的期望可以表达为

（9）双供配电网的建造成本

双供配电网系统的总花费由单供网络各自的建造花费，联络线的建造花费，以及扩展功率花费三部分组成，即

第一部分由第（2）问求出，第二部分和其他类型线路的总造价计算方式相同：

定义距离函数，有

对于所有联络线，有

对于第三部分，根据第（6）点中的讨论，扩展功率花费为

（10）双供配电网模型

根据问题条件构建目标函数和相应约束条件，

**问题三：**总花费上限为，通过建造联络线，和设计合适的调度方案使得最低的用电可靠性最大，即

**问题四：**以最低的总费用建造联络线，和设计合适的调度方案使得最低的用电可靠性不低于，即

其他相同约束如下：

