

# Experimento 05 - Viscosidade - Lei de Stokes

Giovani Garuffi	<i>RA: 155559</i>
João Baraldi	<i>RA: 158044</i>
Lauro Cruz	<i>RA: 156175</i>
Lucas Schanner	<i>RA: 156412</i>
Pedro Stringhini	<i>RA: 156983</i>

19 de novembro de 2014

# 1 Resumo

O experimento consistiu em soltar pequenas esferas de aço com diâmetros variados (previamente medidos em um micrômetro) na parte superior de um cilindro preenchido com uma solução de água e glicerina, para que assim que elas atingissem uma velocidade estável, essa fosse calculada a partir da medição do tempo necessário para percorrer um trecho específico marcado. Após as devidas repetições do procedimento para as várias esferas, foi possível calcular a velocidade estável de cada esfera e por meio da fórmula:

$$v_L = \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{\rho - \rho'}{\eta}\right)gr^2$$

Sendo que, para minimizar os erros, a velocidade deveria ser multiplicada por

$$K = \left(1 + \frac{2.4r}{A}\right)\left(1 + \frac{3.3r}{H}\right)$$

Foi possível a obtenção do coeficiente de viscosidade da solução, assim como a porcentagem de glicerina presente no cilindro.

## 2 Objetivos

Esse experimento tem como objetivo calcular o coeficiente de viscosidade de uma solução de glicerina em água, e sua porcentagem em massa.

## 3 Procedimento Experimental e Coleta de Dados

### 3.1 Procedimento

O experimento é composto basicamente por um cilindro de vidro preenchido com uma solução de glicerina, até uma altura  $H$ , que está preso em suporte graduado com maracs ajustáveis que distam entre si  $L$  (no caso,  $H = (42.50 \pm 0.05) \text{ cm}$  e  $L = (20 \pm 0.05) \text{ cm}$ ). Dentro do tubo há, também, um termômetro de mercúrio para controle e conhecimento da temperatura da solução. Há, ainda, um conjunto de cinco esferas de aço de diâmetros previamente mensurados com um micrômetro (para então obter-se o raio  $r$ ). Vide figura 1.

Então, com auxílio de uma pinça, uma esfera é abandonada na superfície do líquido, e quando ela atinge a altura da primeira marca ajustável, distante da superfície o suficiente para a normalização da velocidade de queda da esfera (velocidade limite  $v_L$ ), inicia-se o cronômetro e mede-se o tempo que a esfera leva até a segunda marca. Esse procedimento foi realizado cinco vezes para cada esfera.

Então, através da relação

$$v_L = \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{\rho - \rho'}{\eta}\right)gr^2$$

onde  $\rho = 782 \pm 1 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$  é a densidade da esfera,  $\rho' = 120 \pm 10 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$  a do meio (ambas previamente conhecidas,  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do meio, e  $g$  é a aceleração da gravidade local, podemos descobrir o valor de  $\eta$ .

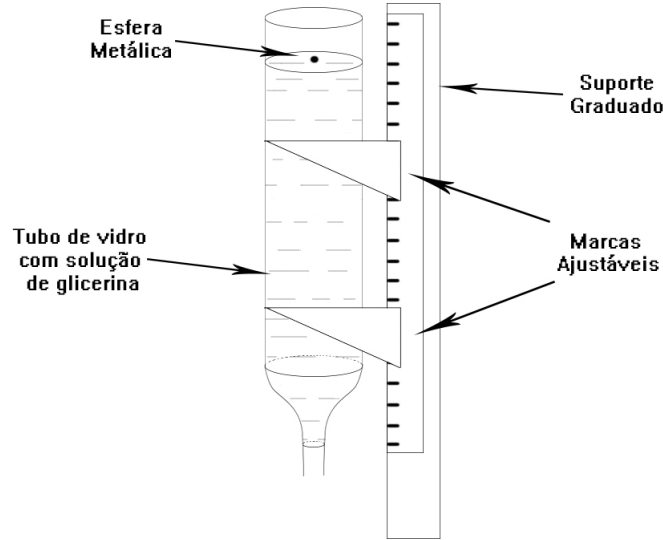


Figura 1: Exemplo da montagem experimental.

Entretanto, o cilindro de vidro interfere no movimento da esfera, de modo que a velocidade da esfera no tubo é reduzida de acordo com o fator de Ladenburg

$$K = \left(1 + \frac{2.4r}{A}\right)\left(1 + \frac{3.3r}{H}\right)$$

onde  $A$  é o raio do cilindro, obtido pelo diâmetro, medido com um paquímetro.

Então, para a velocidade medida,  $v'_L$ , convir com a primeira equação, temos que multiplicá-la por  $K$ , deste modo

$$v_L = K v'_L = \left(\frac{2}{9}\right)\left(\frac{\rho - \rho'}{\eta}\right)gr^2$$

Então, com o valor de  $\eta$  e a temperatura, pode-se obter a porcentagem, em massa, de glicerina na solução, pela análise do gráfico da figura 2, retirado da bibliografia 1, presente na apostila do experimento.

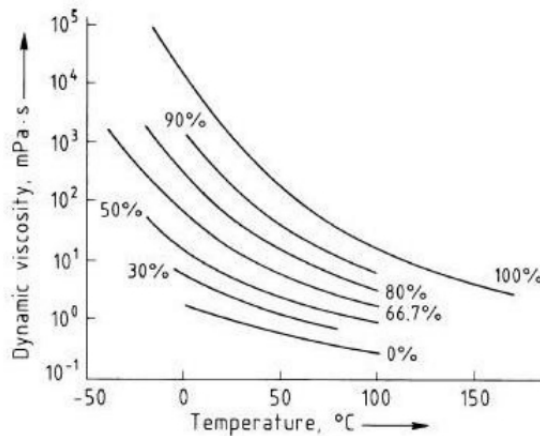


Figura 2: Viscosidade da mistura glicerina-água. As concentrações são dadas em percentual de massa de glicerina.

### 3.2 Dados Obtidos

A Tabela 1 apresenta as medições do tempo de queda de cada esfera, relacionada ao seu raio.

Tabela 1: Dados obtidos no experimento

$r$ (m)	Medidas de $T$ (s)					$T_{medio}$ (s)
$0.00100 \pm 0.00005$	12.47	12.22	11.87	11.97	11.94	$12.0 \pm 0.3$
$0.00125 \pm 0.00005$	7.65	7.87	7.59	7.60	7.78	$7.7 \pm 0.3$
$0.00150 \pm 0.00005$	5.46	5.29	5.35	5.69	5.32	$5.4 \pm 0.3$
$0.00175 \pm 0.00005$	4.07	4.15	4.09	4.09	4.13	$4.1 \pm 0.3$
$0.00200 \pm 0.00005$	3.12	3.25	3.28	3.28	3.25	$3.2 \pm 0.3$

O erro instrumental em  $T$  é considerado 0.3 devido às dificuldades em realizar as medições

## 4 Análise dos Resultados e Discussões

### 4.1 Regressão linear

O situação estudada pode ser modelada a partir da equação:

$$v_l = \frac{2(\rho - \rho')}{9\eta} g \cdot r^2$$

Obtida a partir da força de empuxo, força gravitacional e da Lei de Stokes.  $\rho$  e  $\rho'$  são as densidades da esfera e do meio, respectivamente e  $\eta$  é o coeficiente de viscosidade do meio.

No entanto a velocidade precisa ser corrigida pelo fator de Landenburg

$$v_l = K \cdot v'_l = K \frac{L}{t}$$

$$\Delta v_l = \sqrt{\frac{K^2 L^2}{t^4} \Delta t^2 + \frac{K^2 \Delta L^2}{t^2} + \frac{L^2 \Delta K^2}{t^2}}$$

Onde K é o fator de Landenburg, dado por

$$K = \left(1 + \frac{3.3r}{H}\right) \left(1 + \frac{2.4r}{\pi r_c^2}\right)$$

$$\Delta K =$$

$$\sqrt{\frac{23.04 \Delta r_c^2 r^2}{\pi^2 r_c^6} \left(1 + \frac{3.3r}{H}\right)^2 + \Delta r^2 \left(\frac{2.4 + \frac{7.92r}{H}}{\pi r_c^2} + \frac{1}{H} \left(\frac{7.92r}{\pi r_c^2} + 3.3\right)\right)^2 + \frac{10.89 \Delta H^2}{H^4} r^2 \left(\frac{2.4r}{\pi r_c^2} + 1\right)^2}$$

Na equação vemos que existe uma relação linear entre  $v_l$  e  $r^2$ . Para explorar essa relação, foi construída a Tabela 2, relacionando  $v_l$  a  $r^2$ .

Fazendo a regressão linear de  $v_l$  X  $r^2$ , pelo método de mínimos quadrados, obtém-se os seguintes coeficientes:

$$a = (41 \pm 2) \cdot 10^3 \text{ (1/ms)}$$

$$b = 0.011 \pm 0.003 \text{ (m/s)}.$$

A reta resultante da regressão linear, sobreposta aos pontos medidos experimentalmente pode ser vista na Figura 3.

Tabela 2: Raio ao quadrado relacionado à velocidade máxima de uma esfera em líquido viscoso

$r$ (m)	$r^2$ (m <sup>2</sup> )	$T_{queda}$ (s)	$K$	$v_l$ (m/s)
$0.00100 \pm 0.00005$	$1.0 \cdot 10^{-6} \pm 1 \cdot 10^{-7}$	$12.0 \pm 0.3$	$1.85 \pm 0.04$	$0.030 \pm 0.001$
$0.00125 \pm 0.00005$	$1.5 \cdot 10^{-6} \pm 1 \cdot 10^{-7}$	$7.7 \pm 0.3$	$2.07 \pm 0.04$	$0.053 \pm 0.002$
$0.00150 \pm 0.00005$	$2.2 \cdot 10^{-6} \pm 2 \cdot 10^{-7}$	$5.4 \pm 0.3$	$2.28 \pm 0.04$	$0.084 \pm 0.005$
$0.00175 \pm 0.00005$	$3.0 \cdot 10^{-6} \pm 2 \cdot 10^{-7}$	$4.1 \pm 0.3$	$2.50 \pm 0.04$	$0.121 \pm 0.009$
$0.00200 \pm 0.00005$	$4.0 \cdot 10^{-6} \pm 2 \cdot 10^{-7}$	$3.2 \pm 0.3$	$2.71 \pm 0.04$	$0.16 \pm 0.01$

O erro em  $T$  foi calculado pelo erro estatístico e utilizando como erro instrumental  $\pm 0.3$ .

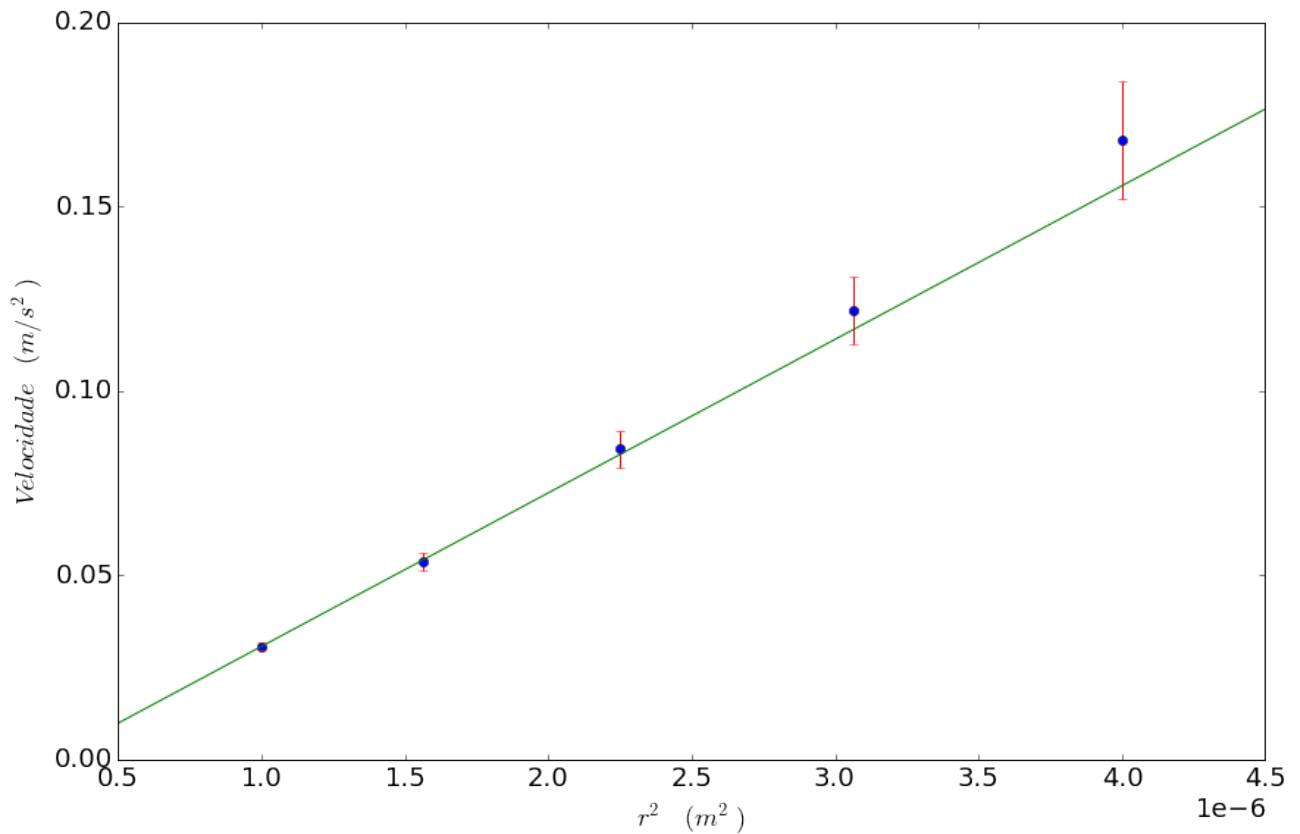


Figura 3: Regressão linear de  $v_t$  por  $r^2$  sobreposta aos pontos experimentais

## 4.2 Significado físico do coeficiente angular

O coeficiente angular é equivalente a

$$a = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho')}{\eta} g,$$

o que implica que

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{(\rho - \rho')}{a} g,$$

$$\Delta\eta = \frac{2}{9} \sqrt{g^2 \frac{(\rho - \rho')^2}{a^4} \cdot \Delta a^2 + \frac{(\rho - \rho')^2}{a^2} \cdot \Delta g^2 + \frac{g^2}{a^2} \cdot \Delta \rho^2 + \frac{g^2}{a^2} \cdot \Delta \rho'^2}.$$

Considerando  $g = 9.8 \pm 0.1$ :

$$\eta = 0.35 \pm 0.02 \frac{Kg}{m \cdot s}$$

A partir do gráfico da figura 2, com os valores do coeficiente de viscosidade da solução e sua temperatura  $T = 25.5 \pm 0.5 \text{ } ^\circ C$ , podemos afirmar que a porcentagem em massa de glicerina na solução está entre 80% e 100%. É difícil de afirmar a porcentagem, devido a escala exponencial usada no eixo coordenado do gráfico.

## 5 Conclusões

A partir da Lei de Stokes, relação obtida a partir das forças de empuxo e gravitacional, foi possível fazer o cálculo do valor do coeficiente de viscosidade  $\eta$  de uma solução de água e glicerina e a porcentagem em massa de glicerina na solução. Foram obtidos os valores  $\eta = 0.35 \pm 0.02$  e, sabendo a temperatura da solução  $T = 25.5 \pm 0.5 \text{ } ^\circ C$ , descobrir que a porcentagem de glicerina está entre 80% e 100%.

## 6 Bibliografia

1. *Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry*, Vol. A12, p. 479. (Biblioteca do IQ, Unicamp # R660 ULM5 IQ/10.183 V.A12).