

# Experimento 01 - Pêndulo Composto

Giovani Garuffi	<i>RA: 155559</i>
João Baraldi	<i>RA: 158044</i>
Lauro Cruz	<i>RA: 156175</i>
Lucas Schanner	<i>RA: 156412</i>
Pedro Stringhini	<i>RA: 156983</i>

September 14, 2014

# 1 Resumo

O experimento é um estudo do pêndulo composto (formado por uma barra de alumínio e outra ferro acoplada) e seu comportamento. Medida a massa das barras, é realizada a cronometragem dos períodos de oscilação do pêndulo para diferentes configurações.

A partir dos valores dos períodos ( $T$ ) e das distâncias dos diferentes eixos de rotação ao centro de massa ( $D$ ) do pêndulo, é feito o gráfico  $T^2D$  x  $D^2$  representando a função afim  $T^2D = (4\pi^2/g)D^2 + 4\pi^2k^2/g$ , sendo  $k$  o raio de giração do pêndulo. Assim, utilizando-se o método dos mínimos quadrados, foram obtidos os valores do raio de giração:  $k = (0.46 + -0.02)m$  e da aceleração da gravidade:  $g = (10.3 + -0.6)m/s^2$ , valor dentro do esperado, considerando a aceleração da gravidade cerca de  $9.8m/s^2$ , dentro da margem de erro calculada. Como o momento de inércia do pêndulo em relação ao centro de massa é dado por  $(M1 + M2) * k^2$ , foi possível calcular seu valor:  $I_{cm} = (0.28 + -0.02)Kg.m^2$ .

## 2 Objetivos

Investigar o movimento de um pêndulo e seu comportamento relacionando as grandezas sobre ele atuantes, como centro de massa, raio de giração e momento de inércia.

## 3 Procedimento Experimental e Coleta de Dados

### 3.1 Procedimento

Um pêndulo foi montado com uma barra metálica maior de alumínio e outra adicional de ferro colocada em sua extremidade inferior. Depois de devidamente medido (com fita métrica) e pesado (com balança analítica), ele foi fixado em um eixo de suspensão. No ponto mais baixo da trajetória do instrumento, foi acoplado um photogate ligado a um cronômetro inteligente adaptado a medição dos períodos ( $T$ ) de oscilação do pêndulo. Assim, com o devido cuidado de acionar uma oscilação de ângulo menor que 15 graus para efeitos de aproximação, foram medidos tais períodos 7 vezes em cada uma das 6 configurações escolhidas, diferenciadas quanto às distâncias entre eixo fixo e centro de massa do pêndulo.

### 3.2 Dados Obtidos

As medidas da posição do centro de massa da barra maior de alumínio ( $x_1$ ) e da menor de ferro ( $x_2$ ), aproximando-as como corpos homogêneos e fixando a origem na extremidade inferior do pêndulo, são equivalentes à metade do comprimento delas, resultando em:

$$x_1 = (0.0915 \pm 0.0005)M$$

$$x_2 = (0.7420 \pm 0.0005)M$$

E suas respectivas Massas:

$$M_1 = (347.3 \pm 0.1)g$$

$$M_2 = (929.5 \pm 0.1)g$$

As medidas de período tomadas estão presentes na seguinte tabela, relacionadas as distâncias do eixo de rotação à extremidade inferior do pêndulo.

Tabela 1: Medidas do Período de oscilação do pêndulo e suas médias aritméticas relacionadas à distância X do eixo de rotação à extremidade inferior do pêndulo.

X (metro)	Períodos (s)							Valor Médio (s)
$1.0450 \pm 0.0005$	1.8866	1.8878	1.8881	1.8869	1.8867	1.8862	1.8864	$1.8870 \pm 0.0003$
$0.9900 \pm 0.0005$	1.8877	1.8882	1.888	1.888	1.8851	1.8874	1.8869	$1.8873 \pm 0.0004$
$0.9400 \pm 0.0005$	1.9018	1.9026	1.9020	1.9048	1.902	1.9016	1.8985	$1.9019 \pm 0.0007$
$0.8900 \pm 0.0005$	1.9341	1.9349	1.9345	1.9342	1.9335	1.9335	1.9340	$1.9341 \pm 0.0002$
$0.8400 \pm 0.0005$	1.9956	1.9957	1.9947	1.9947	1.9946	1.9986	1.9935	$1.9953 \pm 0.0006$
$0.7915 \pm 0.0005$	2.1042	2.1027	2.1027	2.1024	2.1026	2.1023	2.1019	$2.1027 \pm 0.0003$

*Nota: erro instrumental do cronômetro = 0.0001s.*

*erro total calculado com base nos erros estatísticos e instrumentais.*

## 4 Análise dos Resultados e Discussões

### 4.1 Centro de Massa

A posição do do centro de Massa relativo a extrememidade inferior pode ser calculado como

$$x_{cm} = \frac{x_1 \cdot M_1 + x_2 \cdot M_2}{M_1 + M_2} = 0.555M$$

O erro associado à essa medida, propagado a partir dos erros de  $x_1$ ,  $M_1$ ,  $x_2$  e  $M_2$  é de

$$\Delta x_{cm} = 0.009m$$

### 4.2 Períodos

O período de oscilação do pêndulo, T, para pequenos ângulos de oscilação, é dado por

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{Mgd}}$$

Onde  $I_0$  é o momento de inércia do pendulo em relação ao ponto de suspensão. Utilizando o teorema dos eixos paralelos, e lembrando que  $I_{cm} = Mk^2$ , sendo  $k$  o raio de giração, deduz-se a equação

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{D + \frac{k^2}{D}}{g}}$$

que pode ser reescrita como

$$T^2 D = \frac{4\pi^2}{g} \cdot D^2 + \frac{4\pi^2}{g} \cdot k^2 \quad (1)$$

Sendo que

$$D = X - x_{cm}$$

Table 1: Periodos de oscilação relacionados à distância  $D$  dos eixo de rotação ao centro de massa. O erro em  $D$  é constante igual a  $0.009M$  (propagado a partir do erro em  $X$  e em  $x_{cm}$ ) e o erro em  $T^2D$  foi propagado a partir do erro em  $D$  e em  $T$ .

Tabela 2: Periodos de oscilação relacionados à distância  $D$  dos eixo de rotação ao centro de massa.

D (M)	T(s)	$D^2$	$T^2D$
$0.490 \pm 0.009$	$1.8870 \pm 0.0003$	$0.240 \pm 0.008$	$1.74 \pm 0.03$
$0.435 \pm 0.009$	$1.8873 \pm 0.0004$	$0.189 \pm 0.008$	$1.55 \pm 0.03$
$0.385 \pm 0.009$	$1.9019 \pm 0.0007$	$0.148 \pm 0.007$	$1.39 \pm 0.03$
$0.335 \pm 0.009$	$1.9341 \pm 0.0002$	$0.112 \pm 0.007$	$1.25 \pm 0.03$
$0.285 \pm 0.009$	$1.9953 \pm 0.0006$	$0.081 \pm 0.005$	$1.13 \pm 0.04$
$0.236 \pm 0.009$	$2.1027 \pm 0.0003$	$0.055 \pm 0.004$	$1.04 \pm 0.04$

*Nota: Erro em  $D$  propagado a partir do erro em  $X$  e em  $x_{cm}$ .  
Erro em  $T^2D$  foi propagado a partir do erro em  $D$  e em  $T$ .*

$$\Delta D = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta x_{cm}^2} = 0.009m$$

Percebe-se que deve existir uma relação linear entre  $T^2D$  e  $D^2$ .

Fazendo a regressão linear de  $T^2D$  X  $D^2$  por mínimos quadrados, obtem-se os coeficientes

$$a = 3.8 \pm 0.2$$

$$b = 0.83 \pm 0.04$$

onde  $a$  é o coeficiente angular e  $b$  é o coeficiente linear. A reta formada pode ser vista no Gráfico 1, sobreposta aos pontos da tabela.

### 4.3 Gravidade

A interpretação física do coeficiente angular encontrado é, por (1),

$$a = \frac{4\pi^2}{g} = 3.8 \pm 0.2$$

logo podemos encontrar  $g$  como

$$g = \frac{4\pi^2}{3.8} = 10.3m/s^2$$

e seu erro associado, propagado a partir do erro em  $a$  é

$$\Delta g = \frac{4\pi^2}{a^2} \cdot \Delta a = \pm 0.6m/s^2$$

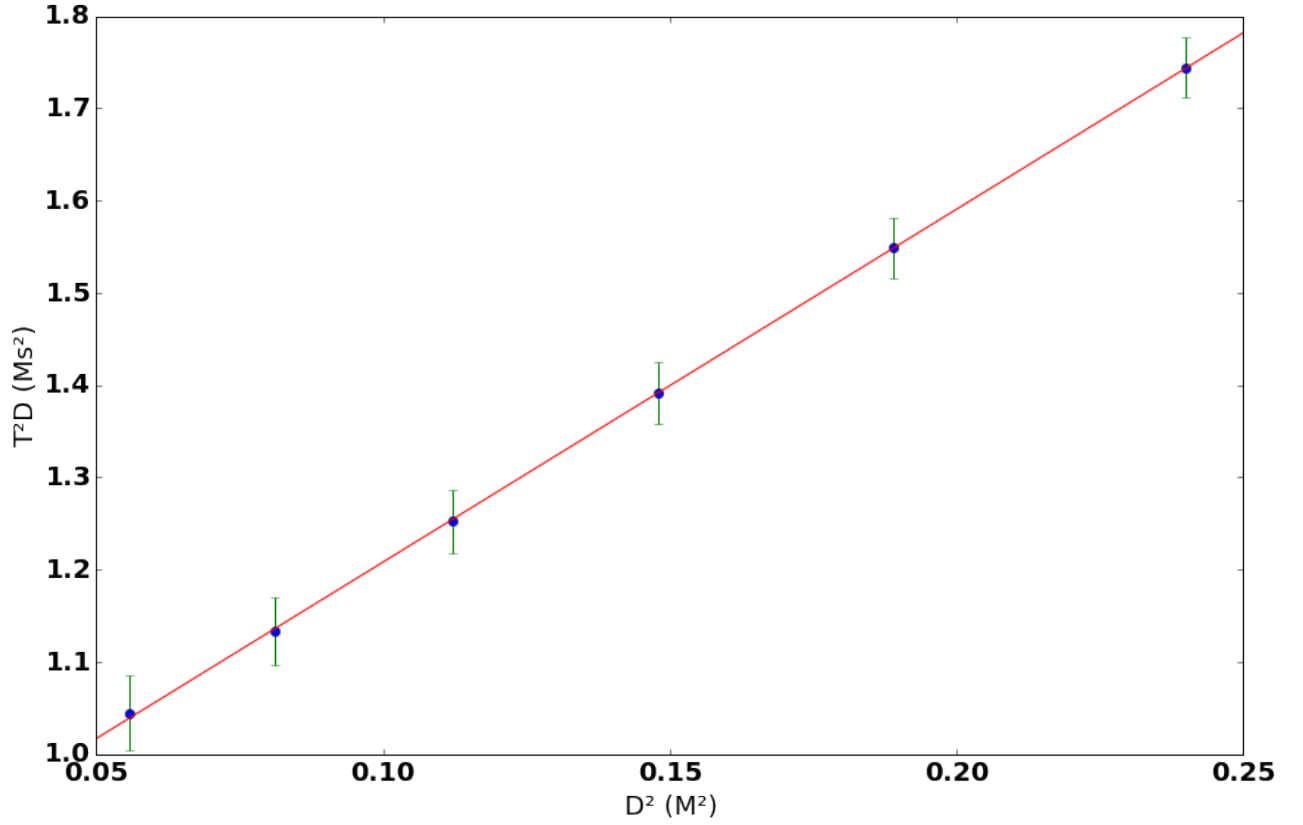


Gráfico 1:  $T^2D$  em função de  $D^2$ . Nota-se que os dados coletados se encaixam muito bem em uma projeção linear.

#### 4.4 Raio de giração

A interpretação física do coeficiente linear, a partir de (1), é

$$b = \frac{4\pi^2}{g} \cdot k^2 = 0.83 \pm 0.04$$

logo,

$$k = \sqrt{\frac{g \cdot b}{4\pi^2}} = 0.46m$$

$$\Delta k = \pm 0.02m$$

#### 4.5 Momento de Inércia

O momento de inércia pode ser descrito em função do raio de giração como

$$I_{cm} = Mk^2$$

$$I_{cm} = 0.28(m^2 \cdot Kg)$$

E o erro  $\Delta I_{cm}$  pode ser calculado a partir da expressão

$$\Delta I_{cm} = \sqrt{(2mk \cdot \Delta k)^2 + (k^2 \cdot \Delta M)^2} = \pm 0.02(m \cdot Kg)$$

## 5 Conclusões