

# Experimento 01 - Pêndulo Composto

Pedro Stringhini RA 156983      Lucas Schanner RA 156412  
Lauro Cruz RA 156175      João Baraldi RA 158044  
Giovani Garuffi RA 155559

September 12, 2014

# 1 Resumo

## 2 Objetivos

Investigar o movimento de um pêndulo e seu comportamento relacionando as grandezas sobre ele atuantes, como o centro de massa, o momento de inércia.

## 3 Procedimento Experimental e Coleta de Dados

### 3.1 Procedimento

Um pêndulo foi montado com uma barra metálica maior e outra adicional colocada em sua extremidade inferior. Ele, depois de devidamente medido (fita métrica) e pesado (balança), foi fixado em um eixo de suspensão. No ponto mais baixo da trajetória do instrumento, foi acoplado um photogate ligado à um cronômetro inteligente adaptado a medição dos períodos (T) de oscilação do pêndulo. Assim, com o devido cuidado de acionar uma oscilação de ângulo menor que 15 graus para efeitos de aproximação, foram medidos tais períodos 7 vezes em cada uma das 6 configurações escolhidas, diferenciadas quanto às distâncias entre eixo fixo e centro de massa do pêndulo.

### 3.2 Dados Obtidos

As medidas da posição do centro de massa das barras, relativo à extremidade inferior do pêndulo, são:

$$x_1 = (0.0915 \pm 0.0005)M$$

$$x_2 = (0.7420 \pm 0.0005)M$$

E suas Massas:

$$M_1 = (347.3 \pm 0.1)g$$

$$M_2 = (929.5 \pm 0.1)g$$

As medidas de periodo tomadas estão presentes na seguinte tabela, relacionadas as distâncias do eixo de rotação à extremidade inferior do pêndulo.

X (M)	Medidas de Período (s)							Valor Médio
1.0450	1.8866	1.8878	1.8881	1.8869	1.8867	1.8862	1.8864	$1.8870 \pm 0.0003$
0.9900	1.8877	1.8882	1.888	1.888	1.8851	1.8874	1.8869	$1.8873 \pm 0.0004$
0.9400	1.9018	1.9026	1.9020	1.9048	1.902	1.9016	1.8985	$1.9019 \pm 0.0007$
0.8900	1.9341	1.9349	1.9345	1.9342	1.9335	1.9335	1.9340	$1.9341 \pm 0.0002$
0.8400	1.9956	1.9957	1.9947	1.9947	1.9946	1.9986	1.9935	$1.9953 \pm 0.0006$
0.7915	2.1042	2.1027	2.1027	2.1024	2.1026	2.1023	2.1019	$2.1027 \pm 0.0003$

Table 1: Medidas do Período de oscilação do pêndulo e suas médias aritméticas relacionadas à distância X do eixo de rotação à extremidade inferior do pêndulo. As medidas estão em Metros e Segundos. O erro no período foi calculado com base no erro estatístico e erro instrumental do cronômetro(0.0001s). O erro instrumental em X é 0.0005M

## 4 Análise dos Resultados e Discussões

### 4.1 Centro de Massa

A posição do do centro de Massa relativo a extremidade inferior pode ser calculado como

$$x_{cm} = \frac{x_1 \cdot M_1 + x_2 \cdot M_2}{M_1 + M_2} = 0.555M$$

O erro associado à essa medida, propagado a partir dos erros de  $x_1$ ,  $M_1$ ,  $x_2$  e  $M_2$  é de

$$\Delta x_{cm} = 0.009M$$

### 4.2 Períodos

A equação

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{D + \frac{k^2}{D}}{g}}$$

Pode ser reescrita como

$$T^2 D = \frac{4\pi^2}{g} \cdot D^2 + \frac{4\pi^2}{g} \cdot k^2 \quad (1)$$

Sendo que

$$D = X - x_{cm}$$

$$\Delta D = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta x_{cm}^2} = 0.009M$$

Percebe-se que deve existir uma relação linear entre  $T^2 D$  e  $D^2$ .

D (M)	T(s)	$D^2$	$T^2D$
0.490	1.8870	0.2399	$1.74 \pm 0.03$
0.435	1.8873	0.1890	$1.55 \pm 0.03$
0.385	1.9019	0.1480	$1.39 \pm 0.03$
0.335	1.9341	0.1121	$1.25 \pm 0.03$
0.285	1.9953	0.0811	$1.13 \pm 0.04$
0.236	2.1027	0.0558	$1.04 \pm 0.04$

Table 2: Períodos de oscilação relacionados à distância  $D$  dos eixo de rotação ao centro de massa. O erro em  $D$  é constante igual a  $0.009M$  (propagado a partir do erro em  $X$  e em  $x_{cm}$ ) e o erro em  $T^2D$  foi propagado a partir do erro em  $D$  e em  $T$ .

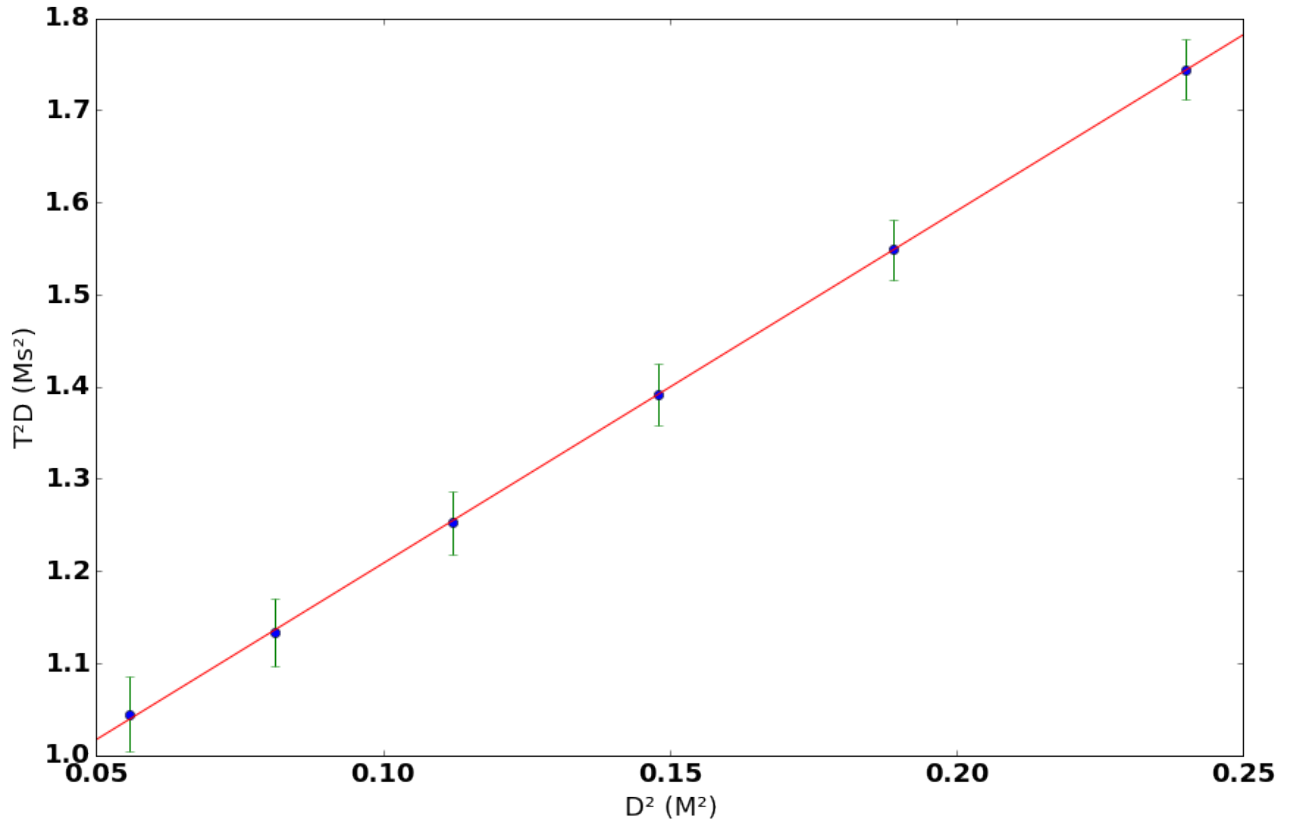
Fazendo a regressão linear de  $T^2D$  X  $D^2$  por mínimos quadrados, obtem-se os coeficientes

$$a = 3.8 \pm 0.2$$

$$b = 0.83 \pm 0.04$$

onde  $a$  é o coeficiente angular e  $b$  é o coeficiente linear.

Figure 1: Gráfico de  $T^2D$  em função de  $D^2$ . Nota-se que os dados coletados se encaixam muito bem em uma projeção linear.



### 4.3 Gravidade

A interpretação física do coeficiente angular encontrado é (equação 1)

$$a = \frac{4\pi^2}{g} = 3.8 \pm 0.2$$

logo podemos encontrar  $g$  como

$$g = \frac{4\pi^2}{3.8} = 10.32 M/s^2$$

e seu erro associado, propagado a partir do erro em  $a$  é

$$\Delta g = \frac{4\pi^2}{a^2} \cdot \Delta a = \pm 0.6 M/s^2$$

### 4.4 Raio de giração

A interpretação física do coeficiente linear da equação 1 é

$$b = \frac{4\pi^2}{g} \cdot k^2 = 0.83 \pm 0.04$$

logo,

$$k = \sqrt{\frac{g \cdot b}{4\pi^2}} = 0.46$$
$$\Delta k = \pm 0.02$$

### 4.5 Momento de Inércia

O momento de inércia pode ser descrito em função do raio de giração como

$$I_{cm} = M k^2$$

$$I_{cm} = 0.28 (M \cdot Kg)$$

E o erro  $\Delta I_{cm}$  pode ser calculado a partir da expressão

$$\Delta I_{cm} = \sqrt{(2Mk \cdot \Delta k)^2 + (k^2 \cdot \Delta M)^2} = \pm 0.02 (M \cdot Kg)$$

## 5 Conclusões