Experimento 02 - Pêndulo de Torção

Giovani Garuffi	*RA: 155559*
João Baraldi	*RA: 158044*
Lauro Cruz	*RA: 156175*
Lucas Schanner	*RA: 156412*
Pedro Stringhini	*RA: 156983*

22 de setembro de 2014

1 Resumo

2 Objetivos

Calcular o módulo de Cisalhamento de um fio metálico, a partir do estudo da relação do periodo (T) e comprimento do fio (L) em um pêndulo de torção.

3 Procedimento Experimental e Coleta de Dados

3.1 Materiais utilizados

- Pêndulo de torção com fio metálico
- Trena
- Paquímetro
- Micrômetro
- Photo-gate
- Cronômetro inteligente

3.2 Procedimento

O pêndulo foi montado usando-se um fio metálico tendo um cilindro de latão acoplado em sua ponta. Foram medidos o diâmetro do fio (com o micrômetro) e contabilizada a massa do cilindro (já previamente neles explicitada). Ao lado do da base do pêndulo, foi montado o photo-gate conectado a um cronômetro inteligente configurado no modo *Pendulum*, para ser realizada a medição dos perídos de rotação. Para cada comprimento L do fio foram feitas 7 medições de período para fazer-se assim uma média aritmética. Todas as medições mencionadas foram registradas no relatório. A montagem do experimento pode ser vista nas figuras 1 e 2.

3.3 Dados Obtidos

O valor do diâmetro do fio é:

$$d = (0.56 \pm 0.01)mm,$$

sendo $0.01mm$ o erro intrumental do micrômetro.

A massa do conjunto de cilindros, previamente medida, é:

$$M = (1198.2 \pm 0.1)g,$$

sendo $0.1g$ o erro intrumental da balança usada.

Os valores dos períodos medidos (T) para cada comprimento da linha (L) podem ser encontrados na tabela 1.

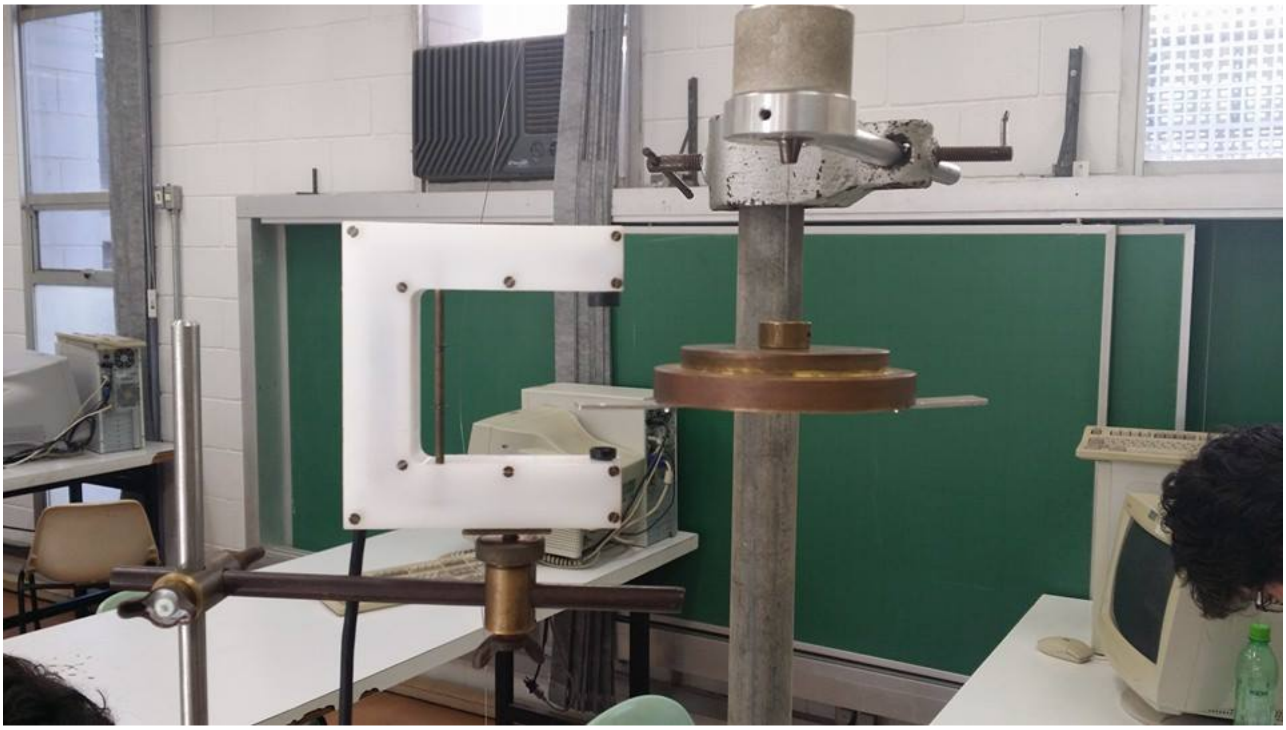

Figura 1: Medição dos períodos

Figura 2: Montagem do experimento

Tabela 1: Peridos medidos (T), relacionados ao comprimento do fio (L)

L (m)	Medidas de Periodo (s)							Periodo Médio (s)
0.540	5.7902	5.7958	5.7987	5.8002	5.7968	5.8066	5.7940	5.797 ± 0.002
0.503	5.5987	5.6002	5.5993	5.5996	5.5959	5.5928	5.5928	5.597 ± 0.001
0.415	5.1084	5.1099	5.1076	5.1058	5.1000	5.1072	5.1072	5.107 ± 0.001
0.360	4.7782	4.7815	4.7706	4.7755	4.7722	4.7716	4.7689	4.774 ± 0.002
0.298	4.3553	4.3612	4.3617	4.3604	4.3591	4.3578	4.3570	4.359 ± 0.001
0.234	3.8980	3.8927	3.8898	3.8860	3.8833	3.8801	3.8766	3.887 ± 0.003
0.155	3.2135	3.2136	3.2124	3.2184	3.2141	3.2164	3.2151	3.215 ± 0.001
0.142	3.0867	3.0862	3.0898	3.0955	3.0933	3.0945	3.0242	3.081 ± 0.009
0.088	2.5071	2.5077	2.5407	2.5142	2.5117	2.5040	2.4983	2.512 ± 0.005
0.056	2.0772	2.0758	2.0705	2.0706	2.0874	2.0646	2.0736	2.074 ± 0.002

Nota: Erro em no comprimento do fio (L) $= 0.001$ *devido a dificuldade da medição (figura 2) instrumental do cronômetro* $= 0.0001s$.
erro total calculado com base nos erros estatísticos e instrumentais.

3.3.1 Dimensões do cilindro

Para fazer o cálculo do momento de inércia do cilindro utilizado no pêndulo ele foi subdividido em três cilindros (Figure 1), e foram medidos os diâmetros e alturas de cada um, para assim calcular seus volumes e determinar a massa de cada um separadamente.

Diâmetros:

$$D_1 = (20.05 \pm 0.05)mm,$$
$$D_2 = (80.15 \pm 0.05)mm,$$
$$D_3 = (99.35 \pm 0.05)mm,$$

e Alturas:

$$h_1 = (10.05 \pm 0.05)mm,$$
$$h_2 = (8.05 \pm 0.05)mm,$$
$$h_3 = (12.40 \pm 0.05)mm,$$

sendo $0.05mm$ o erro instrumental do paquímetro.

4 Análise dos Resultados e Discussões

4.1 Momento de inércia

A partir de suas dimensões, o volume (V_n) e seu erro (ΔV_n) de cada cilindro foi calculado a partir da fórmula

$$V_n = \frac{\pi D_n^2 h_n}{4}, \quad \Delta V_n = \frac{\pi D_n^2}{4}\sqrt{h_n^2 \Delta r_n^2 + r^2 \Delta h_n^2},$$

resultando em:

$$V_2 =, \quad \Delta V_1 =,$$
$$V_2 =, \quad \Delta V_2 =,$$

$$V_3 =, \quad \Delta V_3 = .$$

Desse modo, e considerando as massas dos cilindros praticamente homogêneas, foi determinado a massa de cada um em relação ao total M a a partir da relação

$$M_n = \frac{V_n}{V}M, \quad \Delta M_n = \sqrt{\frac{M^2}{V^2}\Delta V_n^2 + \frac{V_n^2}{V^2}\Delta M^2 + \frac{V_n^2}{V^4}\Delta V^2},$$

sendo V o volume total dos cilindros e $\Delta V = \sqrt{3}\Delta V_{cilindro}$, levando em conta que os erros do volume dos cilindros é cte. Com isso, tem-se que:

$$M_1 =, \quad \Delta M_1 =,$$

$$M_2 =, \quad \Delta M_2 =,$$

$$M_3 =, \quad \Delta M_3 = .$$

Calcula-se, a partir daí, o Momento de inércia I_{0n} de cada cilindro com seu erro ΔI_{0n}. Sabendo que:

$$I_{0n} = \frac{M_n D_n^2}{8}, \quad \Delta I_{0n} = \frac{1}{2}\sqrt{M_n^2 D_n^2 \Delta D_n^2 + \frac{D_n^2}{4}\Delta M_n^2},$$

Então,

$$I_{01} =, \quad \Delta I_{01} =,$$

$$I_{02} =, \quad \Delta I_{02} =,$$

$$I_{03} =, \quad \Delta I_{03} =,$$

e logo, como o momento de inércia total I_0 é a soma dos momentos de inércia dos cilindros,

$$I_0 =, \quad \Delta I_0 = .$$

.

4.2 Determinação do módulo de cisalhamento

4.2.1 Regressão linear

A equação

$$T = \sqrt{\frac{8\pi I_0 L}{Gr^2}}$$

Pode ser reescrita como

$$T^2 = \frac{8\pi I_0 L}{Gr^2}$$

$$T^2 = \frac{8\pi I_0}{Gr^2} \cdot L$$

Vemos então que deve existir uma relação linear entre T^2 e L. A tabela 2 demonstra essa relação.

Fazendo a regressão linear T^2 por L obtem-se os coeficientes

$$a = (60.54 \pm 0.02)s^2/m$$

$$b = (0.951 \pm 0.006)m$$

A sobreposição dessa reta aos pontos da tabela pode ser vista na Figura 3.

Tabela 2: Periodos (T) e T^2, relacionados ao comprimento do fio (L)

L (m)	T (s)	T^2 (s^2)
0.540	5.797 ± 0.002	33.61 ± 0.02
0.503	5.597 ± 0.001	31.32 ± 0.01
0.415	5.107 ± 0.001	26.07 ± 0.01
0.360	4.774 ± 0.002	22.79 ± 0.02
0.298	4.359 ± 0.001	19.000 ± 0.008
0.234	3.887 ± 0.003	15.10 ± 0.02
0.155	3.215 ± 0.001	10.335 ± 0.005
0.142	3.081 ± 0.009	9.49 ± 0.05
0.088	2.512 ± 0.005	6.31 ± 0.02
0.056	2.074 ± 0.002	4.30 ± 0.01

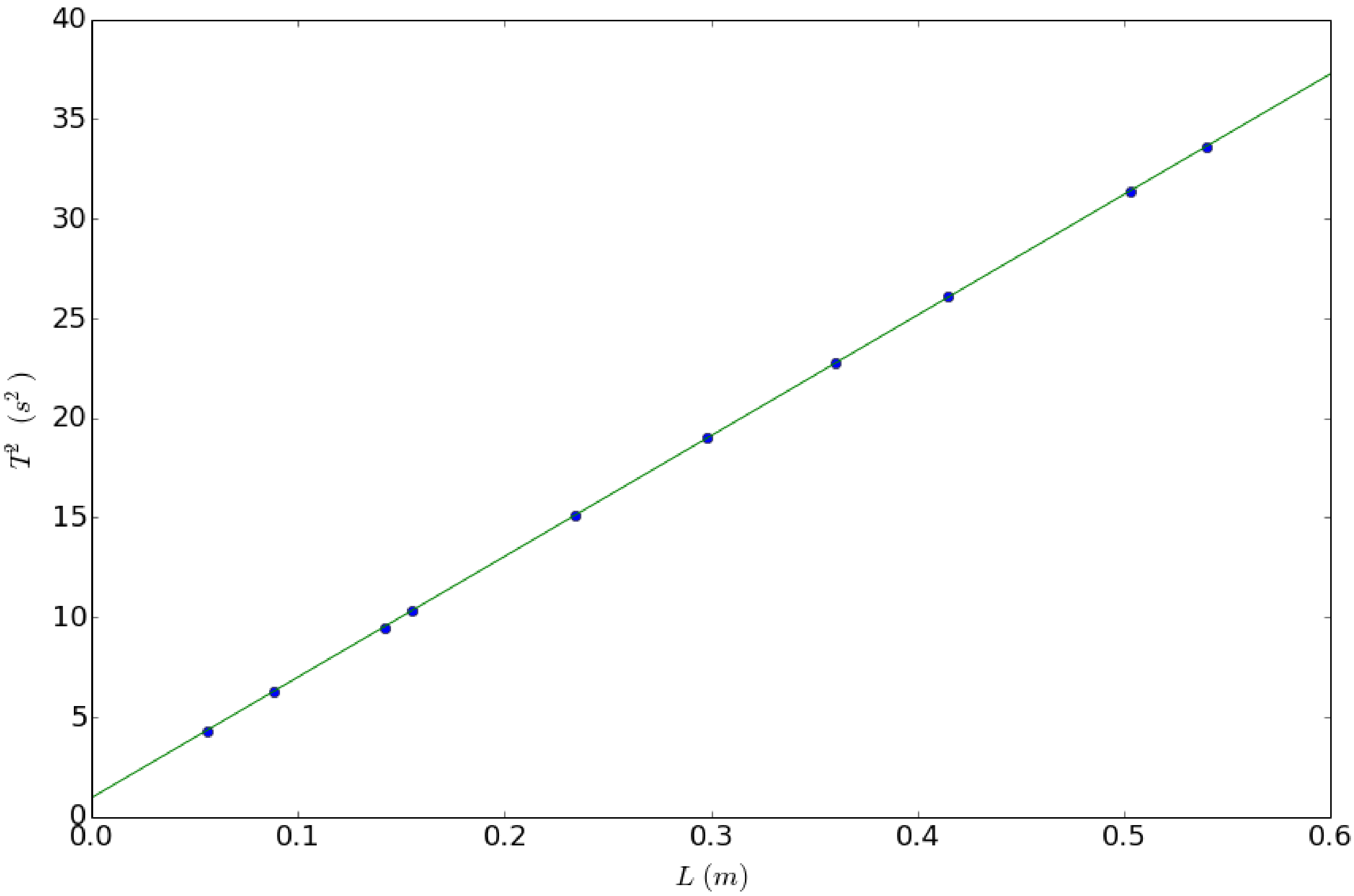

Figura 3: Gráfico da regressão linear de T^2 por L, sobreposta aos pontos obtidos experimentalmente.

4.2.2 Estudo do coeficiente linear

A interpretação física do coeficiente linear a é

$$a = \frac{8\pi I_0}{Gr^4}$$

isolando G, obtemos:

$$G = \frac{8\pi I_0}{ar^4}$$

sendo que $r = d/2$, $\Delta r = \Delta d/2$. Logo,

$$G = 21500414874914.6\pi I$$

$$\Delta G = \sqrt{\frac{64\pi^2 \Delta {I_0}^2}{a^2 r^8} + \frac{64\pi^2 \Delta a^2 {I_0}^2}{a^4 r^8} + \frac{256\pi^2 \Delta r^2 {I_0}^2}{a^2 r^{10}}}$$

$$= \sqrt{2841357013360.82\pi^2 \Delta I^2 + 3624637429.80694\pi^2 I^2}$$

5 Conclusões