Digital Humanities

Übung zur Vorlesung

Sven Büchel

Jena Language & Information Engineering (JULIE) Lab
Friedrich-Schiller-Universität Jena, Germany

http://www.julielab.de

Wintersemester 2019/20

Grundlagen der Aussagenlogik

Abschnitt 1

Grundlagen der Aussagenlogik

Überblick

- Aussagenlogik beschäftigt sich mit dem Wahrheitswert von Aussagen
- Komplexe Aussagen entstehen durch Verknüpfung von strukturlosen **Elementaraussagen** (**Atomen**) durch **Junktoren** (**Boolesche Operatoren**)
- Natürlichsprachliches Beispiel:
  Aussage A ist wahr, Aussage B ist falsch, damit ist die komplexe Aussage “A und B” falsch

Boolesche Operatoren

- Es gibt genau zwei zulässige **Wahrheitswerte** für Aussagen:
    - wahr: 1
    - falsch: 0
- Elementaraussagen werden per Konvention mit Kleinbuchstaben (a, b, c,...) dargestellt. Diese werden als Variablen behandelt.
- Verknüpfungen / Operatoren zwischen Variablen
    - `NICHT` `!` / `NOT` $\neg a$ dreht Wahrheitswert um
    - `UND` `&&` $a \wedge b$ vgl. mit Multiplikation $*$
    - `ODER` `||` $a \vee b$ vgl. mit Addition $+$

Semantik Aussagenlogischer Operatoren

Semantik (Bedeutung) der aussagenlogischen Operatoren ergibt sich aus folgender **Wahrheitswerttabelle**:

a	b	`not` a	a `or` b	a `and` b
0	0	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	1	1

Wahrheitswert komplexer Aussagen

- Wahrheitswerttabelle zur Bestimmung des Wahrheitswerts komplexer Aussagen in Abhängigkeit des Wahrheitswerts von Elementaraussagen (logischer Atome):

a	b	`not` a	(`not` a) `or` b
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Übung zur Aussagenlogik

Ermitteln Sie den Wahrheitswertverlauf der komplexen Aussagen "(a `and` b) `or` b" mithilfe einer Wahrheitswerttabelle.

Übung zur Aussagenlogik (Lösung)

a	b	a `and` b	(a `and` b) `or` b
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	1

Rechenregeln für Boolesche Operatoren

1.	$a \wedge b = b \wedge a$ $a \vee b = b \vee a$	$a * b = b * a$ $a + b = b + a$
2.	$(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$ $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$	$(a * b) * c = a * (b * c)$ $(a + b) + c = a + (b + c)$
3.	$a \wedge a = a$ $a \vee a = a$	$a * a = a$ $a + a = a$
4.	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$	$a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$
5.	$a \wedge 1 = a$ $a \vee 0 = a$	$a * 1 = a$ $a + 0 = a$
6.	$a \wedge 0 = 0$ $a \vee 1 = 1$	$a * 0 = 0$ $a + 1 = 1$
7.	$\neg(\neg a) = a$	*„minus mal minus ist plus“*
8.	$\neg\,(a \wedge b) = (\neg a) \vee (\neg b)$ $\neg\,(a \vee b) = (\neg a) \wedge (\neg b)$	*De Morganische Gesetze*
9.	$a \wedge \neg a = 0$ $a \vee \neg a = 1$	$1 * 0 = 0$ $1 + 0 = 1$

Weitere Boolesche Operatoren

- Exklusives Oder XOR („entweder oder“)
- Implikation (“Nicht *a* oder *b*”)
- Äquivalenz („genau dann wenn“)

		a ODER b	a UND b	„entweder oder“	Implikation	Äquivalenz
A	B	$A \vee B$	$A \wedge B$	A XOR B	A $\Rightarrow$ B	A $\Leftrightarrow$ B
0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1	1

Anwendung in der Suche

- *Werke von Picasso, die keine Gemälde sind und zwischen 1914 und 1916 entstanden sind.*
- *Literarische Werke, deren Titel “Faust” oder “Werther” beinhaltet, jedoch nicht von Goethe sind und nach 1900 erschienen sind.*
- *Szenen in der “Herr der Ringe”-Verfilmung in denen Frodo und Gollum auftreten, nicht aber Sam.*