Lógica Matemática e Computacional

Lógica Matemática e Computacional

Implicação e Equivalência

Rubens Rodrigues

Implicação Lógica

- **Definição:**

  Dadas as **proposições compostas P** e **Q**, diz-se que ocorre uma implicação lógica (ou relação de implicação) entre **P** e **Q** quando a proposição condicional **P** $\rightarrow$ **Q** é uma **tautologia**.

- **Notação: P** $\Rightarrow$ **Q**

Implicação Lógica

Portanto, dizemos que P $\Rightarrow$ Q quando nas respectivas tabelas-verdade dessas duas proposições não aparece V na última coluna de P e F na última coluna de Q, com V e F em uma mesma linha, isto é, não ocorre P e Q com valores lógicos simultâneos respectivamente V e F.

Em particular, toda proposição implica uma tautologia e somente uma contradição implica outra contradição.

Implicação Lógica

Exemplos:

a) $\mathbf{3 = 2 + 1 \Rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2}$.

Podemos usar o símbolo $\Rightarrow$, pois a proposição condicional: $\mathbf{3 = 2 + 1 \rightarrow 3^2 = (2 + 1)^2}$ é **verdadeira.**

b) Não podemos escrever que $\mathbf{3 > 2 \Rightarrow 3 > 4}$, pois a proposição condicional: $\mathbf{3 > 2 \rightarrow 3 > 4}$ é **falsa**.

Implicação Lógica

- **Observação: Os símbolos $\Rightarrow$ e $\rightarrow$ têm significados diferentes: O símbolo $\Rightarrow$ entre duas proposições dadas indica uma relação, isto é, que a proposição condicional associada é uma tautologia, enquanto $\rightarrow$ realiza uma operação entre proposições dando origem a uma nova proposição $p \rightarrow q$ (que pode conter valores lógicos V ou F.**

Implicação - Propriedades

Propriedade Reflexiva:

$P(p,q,r,\ldots) \Rightarrow P(p,q,r,\ldots)$

Propriedade Transitiva:

Se $P(p,q,r,\ldots) \Rightarrow Q(p,q,r,\ldots)$ **E**

$Q(p,q,r,\ldots) \Rightarrow R(p,q,r,\ldots)$, **ENTÃO**

$P(p,q,r,\ldots) \Rightarrow R(p,q,r,\ldots)$

Exemplo

$p \wedge q$, $p \vee q$, $p \leftrightarrow q$

p	q	p ^ q	p v q	p ↔ q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

Exemplo

$p \wedge q$, $p \vee q$, $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V

Assim, diz-se que $p \wedge q \Rightarrow p \vee q$

e $p \wedge q \Rightarrow p \leftrightarrow q$

Exemplo

$p \wedge q$, $p \vee q$, $p \leftrightarrow q$

p	q	p ^ q	p v q	p ↔ q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F

REGRA DE INFERÊNCIA: $p \Rightarrow p \vee q$

(Adição)

Exemplo

$p \wedge q, \; p \vee q, \; p \leftrightarrow q$

p	q	p ^ q	p v q	p ↔ q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F

REGRA DE INFERÊNCIA: $q \Rightarrow p \vee q$

(Adição)

Exemplo

$p \wedge q,\ p \vee q,\ p \leftrightarrow q$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F

REGRA DE INFERÊNCIA: $p \wedge q \Rightarrow p$

(Simplificação)

Exemplo

p ^ q, p v q, p ↔ q

p	q	p ^ q	p v q	p ↔ q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F

REGRA DE INFERÊNCIA: $p \wedge q \Rightarrow q$

(Simplificação)

Implicação

$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q$

$p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$

PROVE!

Implicação

$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$

$(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$

REGRA DE INFERÊNCIA:

SILOGISMO DISJUNTIVO

Implicação

$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

REGRA MODUS ponens

$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$

REGRA MODUS tollens

TAUTOLOGIA e IMPLICAÇÃO LÓGICA

Teorema: A proposição P(p,q,r,...) IMPLICA a proposição Q(p,q,r,...) se e somente se a condicional $P \rightarrow Q$ é tautológica.

$P(p,q,r,...) \Rightarrow Q(p,q,r,...)$ se e somente se:

$V(P \rightarrow Q) = V$ (tautológica).

Exemplo de Implicação e Tautologia

$P(p,q,r,...) \Rightarrow Q(p,q,r,...)$ se e somente se:

$V(P \rightarrow Q) = V$ (tautológica).

A condicional:

$(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ é Tautologia.

Logo, deduz-se a implicação lógica:

$(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge r) \Rightarrow p \rightarrow r$

(Regra do SILOGISMO HIPOTÉTICO)

Implicação Lógica

Exemplo: Mostrar que **$(p \wedge q) \Rightarrow p$**

p	q	p ^ q	(p ^ q) → p
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Como **$(p \wedge q) \rightarrow p$** é uma **tautologia**, então **$(p \wedge q) \Rightarrow p$**, isto é, ocorre a **implicação lógica**.

Implicação Lógica

1. As tabelas-verdade das proposições **p ^ q, p v q, p ↔ q** são:

A proposição **"p ^ q"** é verdadeira **(V)** somente na **linha 1** e, nesta linha, as proposições **"p v q"** e **"p ↔ q"** também são verdadeiras **(V)**. Logo, a primeira posição implica cada uma das outras posições, isto é:

p	q	p ^ q	p v q	p ↔ q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

p ^ q ⇒ p v q e **p ^ q ⇒ p ↔ q**

Implicação Lógica

As mesmas tabelas-verdade também demonstram as importantes **Regras de Inferência**:

p	q	p ^ q	p v q	p ↔ q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	F	V

(i) $p \Rightarrow p \vee q$ e $q \Rightarrow p \vee q$ **(Adição)**

(ii) $p \wedge q \Rightarrow p$ e $p \wedge q \Rightarrow q$ **(Simplificação)**

Implicação Lógica

Regras de Inferência	
Adição disjuntiva (AD)	$p \Rightarrow p \vee q$
Simplificação conjuntiva(SIM)	$p \wedge q \Rightarrow p$ ou $p \wedge q \Rightarrow q$
Modus Ponens(MP)	$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$
Modus Tollens(MT)	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$
Silogismo Disjuntivo(SD)	$(p \vee q) \wedge \sim q \Rightarrow p$
Silogismo Hipotético(SH)	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$
Dilema Construtivo(DC)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r) \Rightarrow q \vee s$
Dilema Destrutivo(DD)	$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (\sim q \vee \sim s) \Rightarrow \sim p \vee \sim r$
Absorção(ABS)	$p \rightarrow q \Rightarrow p \rightarrow (p \rightarrow q)$

Implicação Lógica

2. As tabelas-verdade das proposições **$p \leftrightarrow q$, $p \rightarrow q$, $q \rightarrow p$** são:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
V	V	**V**	**V**	**V**
V	F	F	F	V
F	V	F	V	F
F	F	**V**	**V**	**V**

A proposição **"$p \leftrightarrow q$"** é verdadeira **(V)** nas linhas 1 e 4 e, nestas linhas, as proposições "$p \rightarrow q$" e "$q \rightarrow p$" também são verdadeiras **(V)**. Logo, a primeira posição **implica** cada uma das outras duas posições, isto é:

$$p \leftrightarrow q \Rightarrow p \rightarrow q \quad \text{e} \quad p \leftrightarrow q \Rightarrow q \rightarrow p$$

Implicação Lógica

3. A tabela-verdade da proposição **"(p v q) ^ ~p"** é:

Esta proposição é verdadeira **(V)** somente na **linha 3** e, nesta linha, a proposição **"q"** também é **verdadeira.** Logo, subsiste a **implicação lógica**:

$$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q ,$$

p	q	p v q	~p	(p v q) ^ ~p
V	V	V	F	F
V	F	V	F	F
F	V	V	V	V
F	F	F	V	F

Implicação Lógica

4. A tabela-verdade da proposição **“$(p \rightarrow q) \wedge p$”** são:

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$
V	**V**	**V**	**V**
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	F

Esta proposição é verdadeira **(V)** somente na **linha 1** e, nesta linha, a proposição **“q”** também é verdadeira. Logo, subsiste a **implicação lógica**:

$$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q \,,$$

denominada **Regra Modus ponens**.

Implicação Lógica

5. As tabelas-verdade das proposições **“$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$”** **e** **“$\sim p$”** são:

Esta proposição é verdadeira **(V)** somente na **linha 4** e, nesta linha, a proposição **“$\sim p$”** também é verdadeira. Logo, subsiste a **implicação lógica**:

$$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p \text{ ,}$$

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$\sim p$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

denominada Regra do Modus tollens.

As mesmas tabelas-verdade também mostram que **“$\sim p$”** implica **“$p \rightarrow q$”**, isto é: $\sim p \Rightarrow p \rightarrow q$

Equivalência Lógica

Definição: Dadas as proposições compostas **P** e **Q**, diz-se que ocorre uma equivalência lógica entre **P e Q** quando suas **tabelas-verdade forem idênticas**.

Notação: P ≡ Q ou P ⇔ Q

(Lê-se: "P é equivalente a Q")

Equivalência Lógica

Notação:

$P(p,q,r,\ldots) \Leftrightarrow Q(p,q,r,\ldots)$

P é equivalente a Q

Se as proposições $P(p,q,r,\ldots)$ e $Q(p,q,r,\ldots)$ são ambas TAUTOLOGIAS, ou então, são CONTRADIÇÕES, então são EQUIVALENTES.

Equivalência - Propriedades

Propriedade Reflexiva:

$P(p,q,r,...) \Leftrightarrow P(p,q,r,...)$

Propriedade Simétrica:

Se $P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...)$ **ENTÃO**

$Q(p,q,r,...) \Leftrightarrow P(p,q,r,...)$

Equivalência - Propriedades

Propriedade Transitiva:

Se $P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...)$ **E**

$Q(p,q,r,...) \Leftrightarrow R(p,q,r,...)$ **ENTÃO**

$P(p,q,r,...) \Leftrightarrow R(p,q,r,...)$.

Exemplo - Equivalência Lógica

$\sim\sim p \Leftrightarrow p$ (Regra da dupla negação)

p	~p	~~p
V	F	V
F	V	F

Exemplo - Equivalência Lógica

$\sim p \rightarrow p \Leftrightarrow p$ (Regra de Clavius)

p	$\sim p$	$\sim p \rightarrow p$
V	F	V
F	V	F

Exemplo - Equivalência Lógica

$p \rightarrow p \wedge q \Leftrightarrow p \rightarrow q$ (Regra da absorção)

p	q	p ^ q	p→p ^ q	p → q
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Equivalência Lógica

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

PROVE!

Tautologia Equivalência Lógica

Teorema: P(p,q,r,...) é EQUIVALENTE à Q(p,q,r,...) se e somente se a bicondicional $P \leftrightarrow Q$ é tautológica.

$P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...)$ se e somente se:

$V(P \leftrightarrow Q) = V$ (tautológica).

Tautologia e Equivalência Lógica

$P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...)$ se e somente se:

$V(P \leftrightarrow Q) = V$ (tautológica).

DEMONSTRAÇÃO:

Se $P(p,q,r,...)$ e $Q(p,q,r,...)$ SÃO EQUIVALENTES então têm tabelas-verdade idênticas, e por conseguinte o valor lógico da bicondicional é sempre Verdade

Ex. Tautologia e Equivalência Lógica

$P(p,q,r,...) \Leftrightarrow Q(p,q,r,...)$ se e somente se:

$V(P \leftrightarrow Q) = V$ (tautológica).

A bicondicional:

$(p \wedge \sim q \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow q)$ e sendo $V(r) = F$

é Tautologia.

Logo, deduz-se a equivalência lógica:

$(p \wedge \sim q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow q)$

(Demonstração por Absurdo)

Proposições associadas a uma condicional

Definição: Dada a condicional $p \rightarrow q$, chamam-se PROPOSIÇÕES ASSOCIADAS a $p \rightarrow q$, as 3 seguintes proposições condicionais que contêm p e q:

- Proposição RECÍPROCA de $p \rightarrow q$: $q \rightarrow p$
- Proposição CONTRÁRIA de $p \rightarrow q$: $\sim p \rightarrow \sim q$
- Proposição CONTRAPOSITIVA de $p \rightarrow q$: $\sim q \rightarrow \sim p$

Proposições associadas a uma condicional

As tabelas-verdade dessas 4 proposições:

p	q	p → q	q→p	~p → ~q	~q →~p
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Proposições associadas a uma condicional

As tabelas-verdade dessas 4 proposições:

p	q	p → q	q→p	~p → ~q	~q→~p
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Equivalentes

Proposições associadas a uma condicional

As tabelas-verdade dessas 4 proposições:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Equivalentes

Proposições associadas a uma condicional

As tabelas-verdade dessas 4 proposições:

p	q	p → q	q→p	~p → ~q	~q → ~p
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

NÃO Equivalentes

Proposições associadas a uma condicional

As tabelas-verdade dessas 4 proposições:

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$\sim p \to \sim q$	$\sim q \to \sim p$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

NÃO Equivalentes

Outras Denominações

- Proposição CONTRÁRIA de $p \rightarrow q$: $\sim p \rightarrow \sim q$

  Também chamada de INVERSA de $p \rightarrow q$

- Proposição CONTRAPOSITIVA de $p \rightarrow q$: $\sim q \rightarrow \sim p$

  Também chamada de CONTRA-RECÍPROCA,

  já que é a contrária da recíproca.

- $p \rightarrow q$ também é chamada de DIRETA.

Exemplo

- Achar a contrapositiva da condicional:

“Se x é menor que 0, então x não é positivo”.

p: x é menor que 0.

q: x é positivo.

Condicional: $p \rightarrow \sim q$

Contrapositiva: $\sim\sim q \rightarrow \sim p$

Porém: $\sim\sim q \text{ -> } \sim p \Leftrightarrow q \rightarrow \sim p$

Ling.corrente: “Se x é positivo, então x não é < que 0”.

Negação conjunta de 2 proposições

Definição:

A proposição "não p e não q" ($\sim p \wedge \sim q$)

Notação: $p \downarrow q$

p	q	~p	~ q	$p \downarrow q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Negação disjuntas de 2 proposições

Definição:

A proposição “não p ou não q” (~p v ~q)

Notação: p ↑ q

p	q	~p	~ q	p ↑ q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Equivalência Lógica

Teoremas

A proposição **P** é **logicamente equivalente** à proposição **Q**, ou seja, **($P \Leftrightarrow Q$)**, sempre que o bicondicional **($P \leftrightarrow Q$)** é uma **tautologia**.

Equivalência Lógica

Exemplo:
Mostrar que $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ e $(p \leftrightarrow q)$ são equivalentes.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Tabelas-verdade idênticas

Logo, $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

Equivalência Lógica

Exemplo:

Mostrar que $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$

p	q	p ^ q	~ p	~q	~p v ~q	~(~p v~q)	A↔B
V	V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V

Como $(p \wedge q) \rightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$ é uma **tautologia**, então $(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$, isto é, ocorre a **equivalência lógica**.

Equivalência Lógica

Equivalências Notáveis		
Nome	**Propriedade**	**Dual**
Dupla Negação (DN)	$\sim\sim p \Leftrightarrow p$	
Idempotente (IP)	$p \lor p \Leftrightarrow p$	$p \land p \Leftrightarrow p$
Comutativa (COM)	$p \lor q \Leftrightarrow q \lor p$	$p \land q \Leftrightarrow q \land p$
Associativa (ASS)	$p \lor (q \lor r) \Leftrightarrow (p \lor q) \lor r$	$p \land (q \land r) \Leftrightarrow (p \land q) \land r$
De Morgan (DM)	$\sim(p \lor q) \Leftrightarrow \sim p \land \sim q$	$\sim(p \land q) \Leftrightarrow \sim p \lor \sim q$
Distributiva (DIS)	$p \land (q \lor r) \Leftrightarrow (p \land q) \lor (p \land r)$	$p \lor (q \land r) \Leftrightarrow (p \lor q) \land (p \lor r)$
Absorção (ABS)	$p \land (p \lor q) \Leftrightarrow p$	$p \lor (p \land q) \Leftrightarrow p$
Reescrita da Condicional (COND)	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \lor q$	
Reescrita da Bicondicional (BI)	$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \land (q \rightarrow p)$	
Elemento Neutro (EN)	$p \lor \mathbf{F} \Leftrightarrow p$	$p \land \mathbf{V} \Leftrightarrow p$
Elemento Absorvedor (EA)	$p \lor \mathbf{V} \Leftrightarrow \mathbf{V}$	$p \land \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$
Complementares (COMPLE)	$p \lor \sim p \Leftrightarrow \mathbf{V}$	$p \land \sim p \Leftrightarrow \mathbf{F}$
F = *contradição* V = *tautologia*		

Equivalência Lógica

Uma **diferença** importantíssima entre a **implicação** e **equivalência** reside no fato de que, na implicação, só há o caminho de ida, não existe o de volta. Ou melhor, toda equivalência é uma implicação lógica por natureza. Diferentemente, a implicação não se trata necessariamente de uma equivalência lógica. Podemos então dizer que **toda equivalência é uma implicação lógica**, mas **nem toda implicação é uma equivalência lógica.**

Equivalência Lógica

Assim: $p \wedge q \Rightarrow p$ (certo)

O caminho de volta pode estar errado se desejado:

$p \Rightarrow p \wedge q$ (errado)

Na equivalência, pode-se ir e vir entre duas proposições. Temos:

$$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q)$$

O caminho de volta seria perfeitamente válido:

$$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$$

Equivalência Lógica

Em outras palavras:

Dizer que **$p \wedge q \Leftrightarrow p$** é a mesma coisa que afirmar que **$p \wedge q \Rightarrow p$**

Porém, **$p \wedge q \Rightarrow p$** não é a mesma coisa de dizer que **$p \Leftrightarrow p \wedge q$**

Equivalência Lógica

As proposições **P** e **Q** são **equivalentes** quando apresentam **tabelas verdades idênticas**.

Indicamos que **p** é equivalente a **q** do seguinte modo: $p \Leftrightarrow q$.

Exemplos:

$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \Leftrightarrow p \leftrightarrow q$

$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$

Equivalência Lógica

Exercício:

Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:

a) André é artista se e somente Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro.
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

Resolução: Na expressão temos $\sim p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p$

Temos duas possibilidades de equivalência $p \rightarrow q$: Se André não é artista , então Bernardo não é engenheiro. Porém não temos essa opção.

$\sim q \rightarrow \sim p$: Se Bernardo é engenheiro, então André é artista. Logo reposta letra d).

Equivalência Lógica

Exercício:

Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista," é do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que::

a) Se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista.
b) Se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro.
c) Se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista.
d) Se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista.
e) Se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista.

Resolução: Na expressão temos $\sim p \vee q \Leftrightarrow p \rightarrow q$

$\mathbf{p \rightarrow q}$: Se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista. Letra **a)**.

Equivalência Lógica

Exercício:

Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.
d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

p: Pedro é pobre   q: Alberto é alto

A proposição é Pedro é pobre e Alberto é alto.

$(p \wedge q)$

Equivalência Lógica

Logo, dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto é negar toda a proposição Pedro é pobre e Alberto é alto. Aí, escrevendo a nossa proposição composta em linguagem simbólica:

$$\sim(p \wedge q)$$

Agora, vamos demonstrar na tabela-verdade...

Equivalência Lógica

p	q	~p	~q	p^q	~(p^q)	~pv~q	~p^~q	pv~q	~p→q	~p→~q
V	V	F	F	V	F	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	V	V	V	F	V

Resposta correta: **a) ~(p ^ q) ⇔ ~p v ~q**

Ou, no bom português, podemos dizer que:

Não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto é logicamente equivalente a dizer que Pedro não é pobre ou Alberto não é alto

Exercícios

1. A negação da afirmação condicional "se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva" é:

a) se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva
b) não está chovendo e eu levo o guarda-chuva
c) não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva
d) se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva
e) está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

Exercícios

2. Chama-se tautologia a toda proposição que é sempre verdadeira, independentemente da verdade dos termos que a compõem. Um exemplo de tautologia é:

a) se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo
b) se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo
c) se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo
d) se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo
e) se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo

Exercícios

3. Considere as afirmações: A) se Patrícia é uma boa amiga, Vítor diz a verdade; B) se Vítor diz a verdade, Helena não é uma boa amiga; C) se Helena não é uma boa amiga, Patrícia é uma boa amiga. A análise do encadeamento lógico dessas três afirmações permite concluir que elas:

   a) implicam necessariamente que Patrícia é uma boa amiga
   b) são consistentes entre si, quer Patrícia seja uma boa amiga, quer Patrícia não seja uma boa amiga
   c) implicam necessariamente que Vítor diz a verdade e que Helena não é uma boa amiga
   d) são equivalentes a dizer que Patrícia é uma boa amiga
   e) são inconsistentes entre si

Exercícios

4. Se Rodrigo mentiu, então ele é culpado. Logo:

   a) Rodrigo é culpado.
   b) se Rodrigo não mentiu, então ele não é culpado.
   c) Rodrigo mentiu.
   d) se Rodrigo não é culpado, então ele não mentiu.
   e) se Rodrigo é culpado, então ele mentiu.

Exercícios

4. Se Rodrigo mentiu, então ele é culpado. Logo:

   a) Rodrigo é culpado.
   b) se Rodrigo não mentiu, então ele não é culpado.
   c) Rodrigo mentiu.
   d) se Rodrigo não é culpado, então ele não mentiu.
   e) se Rodrigo é culpado, então ele mentiu.

Exercícios

5. Se você se esforçar, então irá vencer. Logo:

   a) mesmo que se esforce, você não vencerá.
   b) seu esforço é condição necessária para vencer.
   c) se você não se esforçar, então não irá vencer.
   d) você vencerá só se se esforçar.
   e) seu esforço é condição suficiente para vencer.

Exercícios

5. Se você se esforçar, então irá vencer. Logo:

a) mesmo que se esforce, você não vencerá.
b) seu esforço é condição necessária para vencer.
c) se você não se esforçar, então não irá vencer.
d) você vencerá só se se esforçar.
e) seu esforço é condição suficiente para vencer.