Lógica Matemática e Computacional

Lógica Matemática e Computacional

Proposições Simples e Compostas

Rubens Rodrigues

PROPOSIÇÕES SIMPLES OU ATÔMICAS

PROPOSIÇÃO SIMPLES (ÁTOMOS)

Proposição NÃO contém nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesmo.

Minha casa é grande.

Seus olhos são azuis.

Está calor.

PROPOSIÇÕES SIMPLES OU ATÔMICAS

PROPOSIÇÃO SIMPLES (ÁTOMOS)

São designadas pelas letras latinas minúsculas p,q,r,s,...,

chamadas letras proposicionais.

p: Minha casa é grande.

q: Seus olhos são azuis.

r: Está calor.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS OU MOLECULARES

PROPOSIÇAO COMPOSTA (MOLÉCULAS)

Formada pela combinação de 2 ou mais PROPOSIÇÕES.

Minha casa é grande e meu carro é azul.

Seus olhos são azuis ou verdes.

Se está calor, então é verão.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS OU MOLECULARES

PROPOSIÇAO COMPOSTA (MOLÉCULAS)

São designadas pelas letras latinas maiúsculas P,Q,R,S,...,
chamadas letras proposicionais.

P: Minha casa é grande e meu carro é azul.

Q: Seus olhos são azuis ou verdes.

R: Se está calor, então é verão.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS OU MOLECULARES

PROPOSIÇÃO COMPOSTA (MOLÉCULAS)

Também chamadas de
fórmulas proposicionais ou fórmulas.

Notação:

P(q,r,s) – significa que P
é uma proposição composta das
proposições atômicas q,r e s.

Os símbolos da Linguagem do Cálculo Proposicional

VARIÁVEIS PROPOSICIONAIS SIMPLES E COMPOSTAS

Proposições Simples: letras minúsculas **p**, **q**, **r**, **s**,....

Ex: A lua é quadrada: **p**

A neve é branca: **q**

Proposições Compostas: letras maiúsculas **P**, **Q**, **R**, **S**,....

Ex: Carlos é estudante e Pedro é Careca: **P**

Se André é médico então sabe biologia: **Q**

- **P (p, q, r, ...)** indica que a proposição composta **P** é combinação das proposições simples **p**, **q**, **r**, ...
- O valor lógico de uma proposição simples **p** indica-se por **V(p)** e o de uma proposição composta **P** por **V(P).**

Conectivos Lógicos

Termos usados para formar novas proposições a partir de outras.

E

OU

NÃO

SE... ENTÃO...

...SE E SOMENTE SE...

Conectivos Lógicos

CONECTIVO – Exemplos:

P: Minha casa é grande e meu carro é azul.

Q: Seus olhos são azuis ou verdes.

R: Se está calor então é verão.

S: Não está chovendo.

T: O triângulo é equilátero se e somente se é equiângulo.

Operadores Lógicos

Assim como operamos com números, as proposições também podem ser “operadas” utilizando os operadores lógicos. São eles:

Conjunção - E (^)

Disjunção - Ou (v)

Condicional - Se ... então (→)

Bi-condicional - Se e só se (↔)

Conectivos Lógicos

~	não
∧	e
∨	ou
→	se ... então
↔	se e somente se
|	tal que
⇒	implica
⇔	equivalente
∃	existe
∃ |	existe um e somente um
∀	qualquer que seja

Exemplos

- A lua é quadrada **e** a neve é branca.
  p $\wedge$ q (p e q são chamados **conjunctos**)
- A lua é quadrada **ou** a neve é branca.
  p $\vee$ q (p e q são chamados **disjunctos**)
- **Se** a lua é quadrada **então** a neve é branca.
  p $\rightarrow$ q (p é o **antecedente** e q o **consequente**)
- A lua é quadrada **se e somente se** a neve é branca.: **p $\leftrightarrow$ q**
- A lua não é quadrada.: **~p**

Outros Exemplos

- Pedro é estudante **e** Carlos professor.

  $p \wedge q$ (p e q são chamados **conjunctos**)

- O triângulo ABC é retângulo **ou** isósceles.

  $p \vee q$ (p e q são chamados **disjunctos**)

- **Se** Roberto é engenheiro **então** sabe matemática.

  $p \rightarrow q$ (p é o **antecedente** e q o **conseqüente**)

- O triângulo ABC é equilátero **se e somente se** tem os três lados iguais.: **$p \leftrightarrow q$**

- Não tenho carro.: **$\sim p$**

Símbolos Auxiliares

( ), servem para denotar o "alcance" dos conectivos.

Exemplos: p: a lua é quadrada e q: a neve é branca

- **Se** a lua é quadrada **e** a neve é branca **então** a lua **não** é quadrada.:

$$((p \wedge q) \rightarrow \sim p)$$

- A lua **não** é quadrada **se e somente se** a neve é branca.:

$$((\sim p) \leftrightarrow q))$$

Definição de Fórmula

1. Toda **fórmula atômica** é uma fórmula.
2. Se **A** e **B** são fórmulas então **(A $\wedge$ B)**, **(A $\vee$ B)**, **(A $\rightarrow$ B)**, **(A $\leftrightarrow$ B)** e **(~ A)** também são fórmulas.
3. São fórmulas apenas as obtidas por 1. e 2..

Os parênteses serão usados segundo a seguinte ordem dos conectivos:

~, $\vee$, $\wedge$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

Com o mesmo conectivo adotaremos a convenção pela **direita**.

Exemplo: a fórmula **p $\vee$ q $\wedge$ ~ r $\rightarrow$ p $\rightarrow$ ~ q** deve ser entendida como

(((p $\vee$ q) $\wedge$ (~ r)) $\rightarrow$ (p $\rightarrow$ (~ q)))

Negação (~)

Chama-se negação de uma proposição **p** a proposição representada por **não p** cujo valor lógico é a verdade (**v**) se **p** é falsa e a falsidade (**f**) se **p** é verdadeira. Simbolicamente: **~p**.

Dada uma proposição p, sua negação será denotada por **~p** (**não p**).

Se **p** é verdadeira então **~ p** será falsa e vice versa.

Ex: **p** = Bia está usando tênis preto.

~p = Bia não está usando tênis preto.

p = Esta frase possui cinco palavras.

~p = Esta frase não possui cinco palavras.

Sejam as proposições **p** e **q**, traduzir para a linguagem corrente as seguintes proposições:

1. **p**: Está frio e **q**: Está Chovendo.

   a) $\sim p$ b) $p \wedge q$ c) $p \vee q$ d) $q \leftrightarrow p$ e) $p \rightarrow \sim q$
   f) $p \vee \sim q$ g) $\sim p \wedge \sim q$ h) $p \leftrightarrow \sim q$ i) $p \wedge \sim q \rightarrow p$

2. p: Jorge é rico e q: Carlos é feliz.

   a) $q \rightarrow p$ b) $p \vee \sim q$ c) $q \leftrightarrow \sim p$ d) $\sim p \rightarrow q$ e) $\sim\sim p$
   f) $\sim p \wedge q \rightarrow p$

3. p: Claudio fala inglês e q: Claudio fala alemão.

   a) $q \vee p$ b) $p \wedge q$ c) $p \wedge \sim q$ d) $\sim p \wedge \sim q$ e) $\sim\sim p$
   f) $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

4. p: João é gaúcho e q: Jaime é paulista.

   a) $\sim(\sim p \wedge \sim q)$ b) $\sim\sim p$ c) $\sim(\sim p \vee \sim q)$ d) $p \rightarrow \sim q$ e) $\sim p \rightarrow \sim q$
   f) $\sim(\sim q \rightarrow p)$

Sejam as proposições **p** e **q**, traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições:

5. **p**: Marcos é alto e **q**: Marcos é elegante.

a) Marcos é alto e elegante

b) Marcos é alto, mas não é elegante

c) Não é verdade que Marcos é baixo ou elegante

d) Marcos não é nem alto e nem elegante

e) Marcos é alto ou é baixo e elegante

f) É falso que Marcos é baixo ou que não é elegante

Sejam as proposições **p** e **q**, traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições:

6. **p**: Suely é rica e **q**: Suely é feliz.

a) Suely é pobre, mas feliz

b) Suely é rica ou infeliz

c) Suely é pobre e infeliz

d) Suely é pobre ou rica, mas infeliz

Sejam as proposições **p** e **q**, traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições:

7. **p**: Carlos fala francês e **q**: Carlos fala inglês e r: Carlos fala alemão.

a) Carlos fala francês ou inglês, mas não fala alemão

b) Carlos fala francês e inglês, ou não fala francês e alemão

c) É falso que Carlos fala francês mas que não fala alemão

d) É falso que Carlos fala inglês ou alemão mas que não fala francês

Traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições matemáticas:

8. a) $x = 0$ ou $x > 0$

b) $x \neq 0$ ou $y \neq 0$

c) $x > 1$ ou $x + y > 0$

d) $x^2 = x \cdot x$ ou $x^0 = 1$

9. a) $(x + y = 0$ e $z > 0)$ ou $z = 0$

b) $x = 0$ e $(y + z > x$ ou $z = 0)$

c) $x \neq 0$ ou $(x = 0$ e $y < 0$ e $z = 0)$

d) $x + y = 0$ e $z > 0)$ ou $z = 0$

Traduzir para a linguagem simbólica as seguintes proposições matemáticas:

10. a) Se $x > 0$ então $y = 2$

b) Se $x + y = 2$ então $z > 0$

c) $x = 1$ ou $z = 2$ então $y > 1$

d) Se $z > 5$ então $x \neq 1$ e $x \neq 2$

e) Se $x \neq y$ então $x + z > 5$ e $y + z < 5$

f) Se $x + y > z$ e $z = 1$ então $x + y > 1$

g) Se $x < 2$ então $x = 1$ ou $x = 0$

h) Se $y = 4$ e se $x < y$ então $x < 5$