

Lógica Matemática e Computacional

Lógica Matemática e Computacional

Tautologia, Contradição e Contingência

Rubens Rodrigues

Tautologias ou Proposições Tautológicas ou Proposições Logicamente Verdadeiras

- É toda proposição composta cuja a **última coluna** da sua **tabela-verdade** encerra somente a letra **V (verdade)**.

Em outros termos, é toda proposição composta **$P(p, q, r, \dots)$** cujo valor lógico é sempre **V (verdade)**, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes **p, q, r, \dots**

- É imediato que as proposições **$p \rightarrow p$** e **$p \leftrightarrow p$** são **tautológicas** (Princípio de Identidade para as proposições).

Tautologias - Exemplos

1. A proposição “ $\sim(p \wedge \sim p)$ ” (Princípio da não contradição) é **tautologia**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

Portanto, dizer que uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa é sempre verdadeiro.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

2. A proposição “ $p \vee \sim p$ ” (Princípio do terceiro excluído) é **tautologia**, conforme se vê pela sua tabela-verdade:

Portanto, dizer que uma proposição ou é verdadeira ou é falsa é sempre verdadeiro.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Tautologias - Exemplos

3. A proposição “ $p \vee \sim(p \wedge q)$ ” é **tautologia**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Tautologias - Exemplos

4. A proposição “ $p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ ” é **tautologia**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	$p \wedge q$	$p \leftrightarrow q$	$p \wedge q \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	F	V
F	F	F	V	V

Tautologias - Exemplos

5. A proposição “ $p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$ ” é **tautologia**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	$\sim q$	$q \wedge \sim q$	$p \vee (q \wedge \sim q)$	$p \vee (q \wedge \sim q) \leftrightarrow p$
V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	V
F	V	F	F	F	V
F	F	V	F	F	V

Tautologias - Exemplos

6. A proposição “ $p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$ ” é **tautologia**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	r	$\sim q$	$p \wedge r$	$\sim q \vee r$	$p \wedge r \rightarrow \sim q \vee r$
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

Tautologias - Exemplos

7. A proposição “ $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ ” é **tautologia**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	r	$p \rightarrow q$	$(q \rightarrow r)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$	Prop
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Exercício:

Um exemplo de tautologia é:

- a) Se Pedro é bonito, então Pedro é bonito e o céu é azul.
- b) Se Pedro é bonito, então Pedro é bonito ou o céu é azul.
- c) Se Pedro é bonito ou o céu é azul, então o céu é azul.
- d) Se Pedro é bonito ou o céu é azul, então Pedro é bonito e o céu é azul.

Contradições ou Proposições Contraválidas ou Proposições Logicamente Falsas

- É toda proposição composta cuja a última coluna da sua tabela-verdade encerra somente a letra **F (falsidade)**.

Em outros termos, é toda proposição composta **P (p, q, r,...)** cujo valor lógico é sempre **F (falsidade)**, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes **p, q, r, ...**

- Como a tautologia é sempre verdadeira (V), a **negação de uma tautologia é sempre falsa (F)**, ou seja, é uma **contradição**, e vice-versa.

Contradições - Exemplos

1. A proposição “ $p \wedge \sim p$ ” é uma **contradição**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

Portanto, dizer que uma proposição pode ser **simultaneamente verdadeira e falsa** é sempre falso.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

2. A proposição “ $p \leftrightarrow \sim p$ ” é uma **contradição**, conforme se vê pela sua tabela-verdade:

p	$\sim p$	$p \leftrightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	F

Contradições - Exemplos

3. A proposição “ $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ ” é uma **contradição**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	F
F	F	F	F	V	F

Contradições - Exemplos

4. A proposição “ $\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$ ” é uma **contradição**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \wedge (p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

Contingências ou Proposições Contingentes ou Proposições Indeterminadas

- É toda proposição composta cuja a última coluna da sua tabela-verdade figuram as letras **V** e **F** cada uma pelo menos uma vez.

Em outros termos, é toda proposição composta **P (p, q, r,...)** que não é tautologia e nem contradição.

Contigências - Exemplos

1. A proposição “ $p \rightarrow \sim p$ ” é uma **contigência**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V

Contingências - Exemplos

2. A proposição “ $p \vee q \rightarrow p$ ” é uma **contingência**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

p	q	$p \vee q$	$p \vee q \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	V

Contingências - Exemplos

3. A proposição “ $x = 3 \wedge (x \neq y \rightarrow x \neq 3)$ ” é uma **contingência**, conforme mostra a sua tabela-verdade:

$x = 3$	$x = y$	$x \neq 3$	$x \neq y$	$x \neq y \rightarrow x \neq 3$	$x = 3 \wedge (x \neq y \rightarrow x \neq 3)$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	F