Anmerkungen zu “Topology, Geometry and Gauge fields, Naber” [1]

Jürgen Womser-Schütz, https://github.com/JW-Schuetz

Kapitel „Physical and Geometrical Motivation“

Elektrischer Monopol

Sein elektrisches und magnetisches Feld in Kugelkoordinaten mit den Einheitsvektoren $\underline{e}_\rho$, $\underline{e}_\phi$ und $\underline{e}_\Theta$ ist auf $\mathbb{R}^3 - \underline{0}$ durch

$$\begin{aligned} \underline{E}\left(\rho, \quad \phi, \quad \Theta\right) &= \frac{q}{\rho^2}\underline{e}_\rho \\ \underline{B}\left(\rho, \quad \phi, \quad \Theta\right) &= \underline{0} \end{aligned}$$

gegeben und erfüllt dort die quellenfreien Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\underline{E}) &= 0 \\ \operatorname{div}(\underline{B}) &= 0 \\ \operatorname{rot}(\underline{E}) &= \underline{0} \\ \operatorname{rot}(\underline{B}) &= \underline{0}. \end{aligned} \tag{1}$$

Magnetischer Monopol

Ein magnetischer Monopol wurde bisher noch nicht beobachtet und ist deshalb hypothetisch. Sein magnetisches und elektrisches Feld in Kugelkoordinaten ist auf $\mathbb{R}^3 - \underline{0}$ analog durch

$$\begin{aligned} \underline{B}\left(\rho, \quad \phi, \quad \Theta\right) &= \frac{g}{\rho^2}\underline{e}_\rho \\ \underline{E}\left(\rho, \quad \phi, \quad \Theta\right) &= \underline{0} \end{aligned}$$

gegeben und erfüllt dort ebenfalls (1).

Potentiale des magnetischen Monopols

Weil $\mathbb{R}^3 - \underline{0}$ einfach zusammenhängend ist und dort $\operatorname{rot}(\underline{B}) = \underline{0}$ gilt, existiert auf $\mathbb{R}^3 - \underline{0}$ für den magnetischen Monopol ein skalares Potential V mit $\underline{B} = \operatorname{grad}(V)$ und es gilt

$$V\left(\rho, \quad \phi, \quad \Theta\right) = -\frac{g}{\rho}.$$

Literatur

[1] Topology, Geometry and Gauge fields; Naber, Gregory; Springer Science+Business Media; 2011