Anmerkungen zu „The Algebra of Grand Unified Theories, Baez et. al.“ [1]

Jürgen Womser-Schütz, https://github.com/JW-Schuetz

Gruppendarstellungen

Seien V ein n-dimensionaler $\mathbb{K}$-Vektorraum und G eine endliche Gruppe. Eine lineare Darstellung von G ist eine Abbildung

$$\rho : G \quad \rightarrow \quad GL\left(V\right)$$

für die

$$\rho\left(st\right) \quad = \quad \rho\left(s\right)\rho\left(t\right) \qquad \forall s,t \in G$$

gilt (Gruppenhomomorphismus). Mit $GL\left(V\right)$ wird die allgemeine lineare Gruppe (also die Gruppe der regulären $n \times n$-Matrizen mit Koeffizienten aus $\mathbb{K}$) bezeichnet.

Unterdarstellung

Ein linearer Unterraum $W \subset V$ wird G-invariant genannt, falls $\rho\left(g\right)w \in W$ für alle $g \in G$ und alle $w \in W$. Die Restriktion von ρ auf einen G-invarianten Unterraum $W \subset V$ wird Unterdarstellung genannt. Eine Darstellung $\rho : G \rightarrow GL\left(V\right)$ wird irreduzibel genannt, wenn sie ausschliesslich triviale Unterdarstellungen ($W = V$ und $W = \{\}$) besitzt.

Eichtheorien

Im Rahmen von Eichtheorien ist G eine kompakte Lie-Gruppe und V ein ein n-dimensionaler Hilbertraum. V kann in direkte Summen von irreduziblen Darstellungen (Irreps) von G zerlegt werden. Die Teilchen sind die Einheits-Basisvektoren dieser Irreps. Teilchengemische sind Einheitsvektoren der Irreps.

Die Systemdynamik wird durch Differentialgleichungen auf den Irreps vermittelt.

Literatur

[1] The Algebra of Grand Unified Theories; Baez, J., Huerta, J.; arXiv:0904.1556v2 [hep-th]; 04.05.2010