Monte Carlo

Metoda Monte Carlo jest używana w celach realizacji całkowania numerycznego oraz często pojawia się też w trakcie symulowania wielu procesów i w modelowaniu.

Sposób działania:

1. Losujemy N punktów z ograniczonego obszaru
2. Następnie zliczamy ile z tych punktów leży na lub pod wykresem.
3. Oblicza się przybliżoną wartość całki oznaczonej poprzez iloczyn proporcji liczby punktów ‘trafionych’ do liczby wszystkich punktów i pola obszaru.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{k}{N}(a-b)d$$

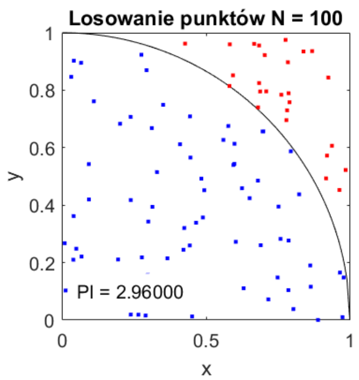
*k – liczba punktów ‘trafionych’, leżących na lub pod wykresem
*[a,b]x[0,d] – obszar w którym pracujemy

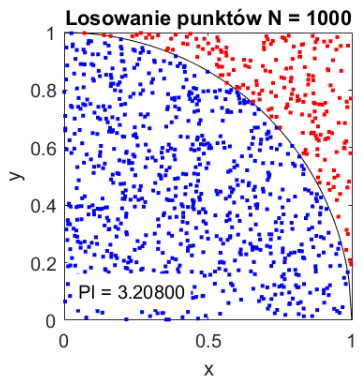
Dzięki tej metodzie możemy obliczyć całkę funkcji, których może nie dać się rozwiązać analitycznie.

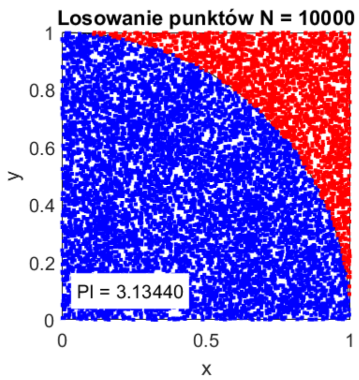
Estymacja liczby π

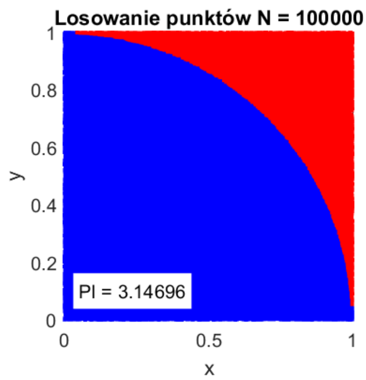
W tym dokumencie przedstawię użycie Metody Monte Carlo do estymacji wartości liczy π, oraz udowodnię zależność dokładności estymacji od liczby losowań n.

Poniżej znajduje się wizualizacja Metody Monte Carlo dla ćwiartki koła o promieniu 1, dla coraz większej liczby losowań. Jak widać w lewym dolnym rogu każdego wykresu, wraz z wzrostem wartości N wartość π zbliża się do odpowiedniej wartości.

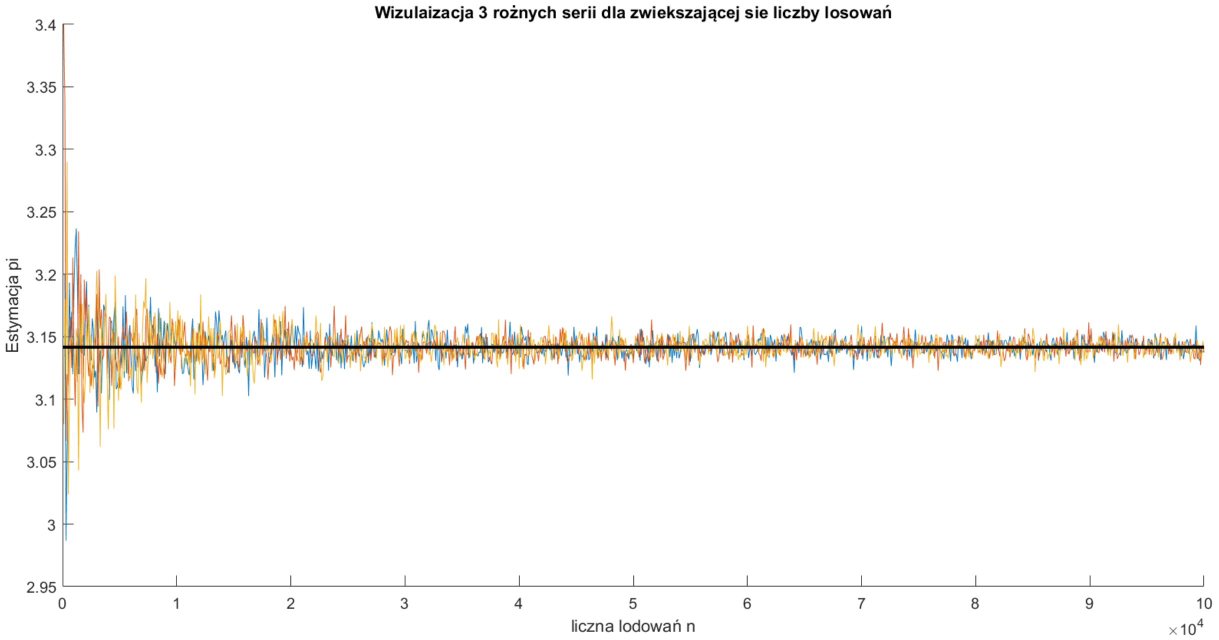






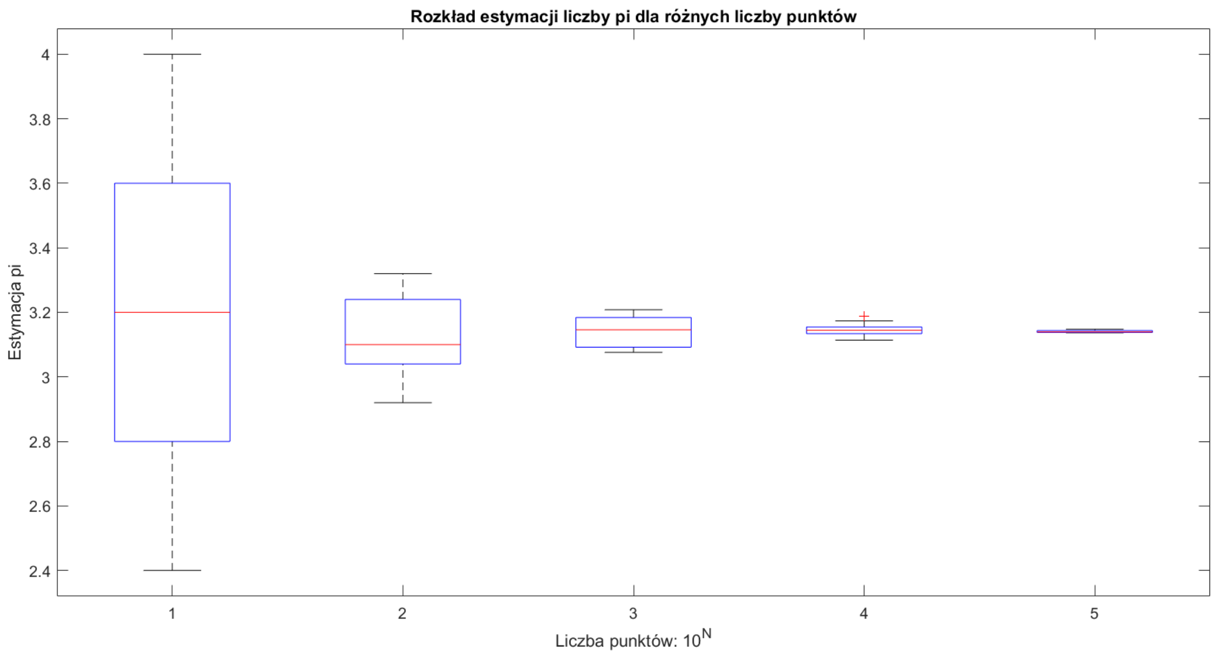


Następnie przedstawię dążenie chwilowej estymowanej wartości π dla coraz większej liczby losowań. Wykonałam 3 serie, które przedstawiłam na jednym wykresie. Jak widać wszystkie trzy dążą do tablicowej wartości π.



Z wykazanych obliczeń można wywnioskować, że błąd jest zależny od $\frac{1}{\sqrt{N}}$, co oznacza, że możemy uzyskać w miarę dobre przybliżenie po niewielkiej (w obliczeniach komputerowych) liczbie losowań.

Na koniec przedstawię analizę statystyczną dla rożnej liczby punktów. Jak widać wraz ze wzrostem liczby losowań następuje poprawa jakości estymacji.



Do tego pliku dołączam mój plik .m, który zawiera kod wykorzystany do wykonania estymacji. Kod jest podzielony na sekcję odpowiadające kolejnym analizom i wykresom.