

Grafy i Sieci – Projekt Końcowy

Autorzy: Aleksander Lewicki, Jakub Wierzbicki

Temat: W oparciu o metodę poszukiwania maksymalnego przepływu oszacować i zaimplementować algorytm najszybszego przepływu gazu w sieci pomiędzy jej dwoma punktami.

Rozwinięcie Tematu:

Najszybszy przepływ gazu w sieci, pomiędzy jej dwoma punktami, można zinterpretować, jako wyszukanie maksymalnego przepływu. Zdecydowaliśmy, że do rozwiązania tego problemu wykorzystamy popularny algorytm Forda-Fulkersona, który przerobiliśmy na ćwiczeniach z Grafów i Sieci.

Algorytm Forda-Fulkersona jest bardzo ogólny, dlatego też, często nosi nazwę metody. Problem maksymalnego przepływu jest jednym z naturalnych problemów, występujących w sieciach przepływowych. W metodzie będziemy doszukiwać się maksymalnej wielkości przepływu ze źródła do ujścia sieci przy ograniczeniach przepustowości, które dotyczą poszczególnych kanałów.

Metoda, którą wybraliśmy opiera się głównie na szukaniu sieci residualnych oraz ścieżek rozszerzających. Sieć residualna jest grafem skierowanym, który tworzony jest na podstawie sieci przepływowej, a także aktualnego przepływu. Poszczególne wagi, które znajdują się przy łukach w sieci oznaczają wartość, o jaką jesteśmy w stanie zmienić przepływ w odpowiadającym mu łuku sieci przepływowej.

Ścieżka powiększająca natomiast jest ścieżką residualną, która prowadzi od źródła do ujścia. Przepustowością residualną określamy najmniejszą spośród wag łuków, które należą do ścieżki powiększającej. Wartością tą następnie możemy zwiększyć przepływ w naszej sieci przepływowej.

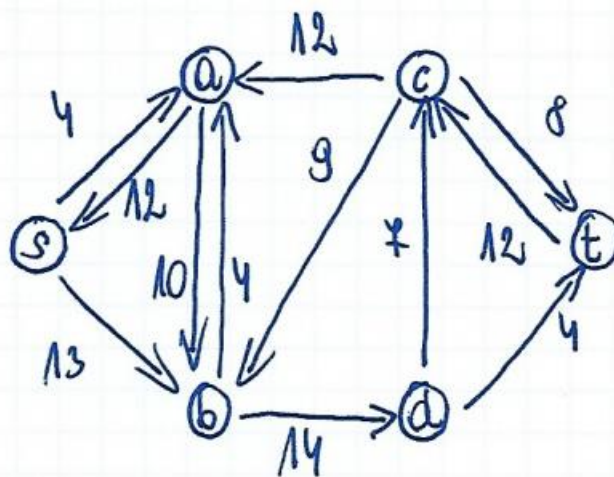
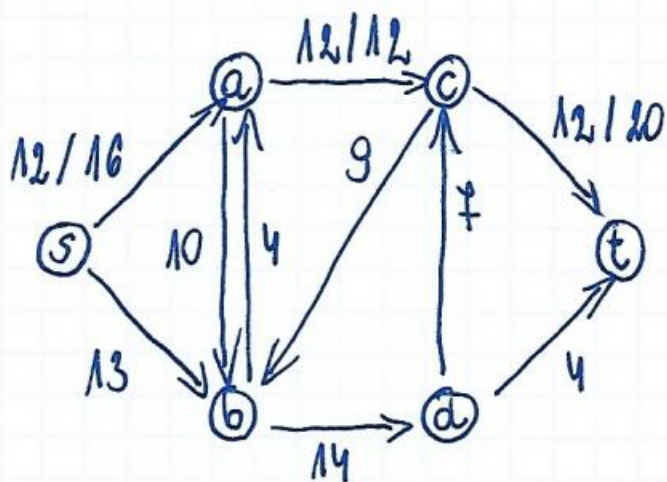
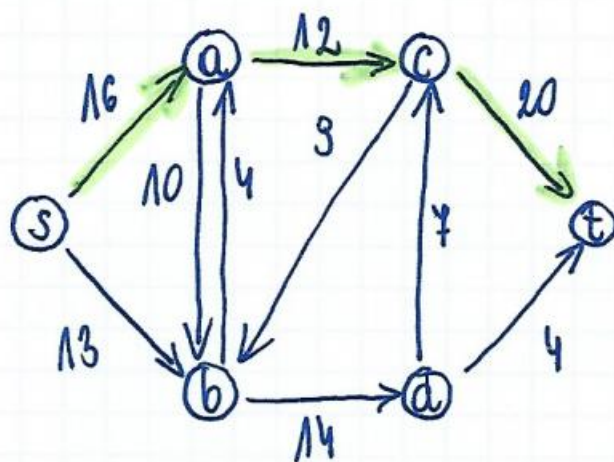
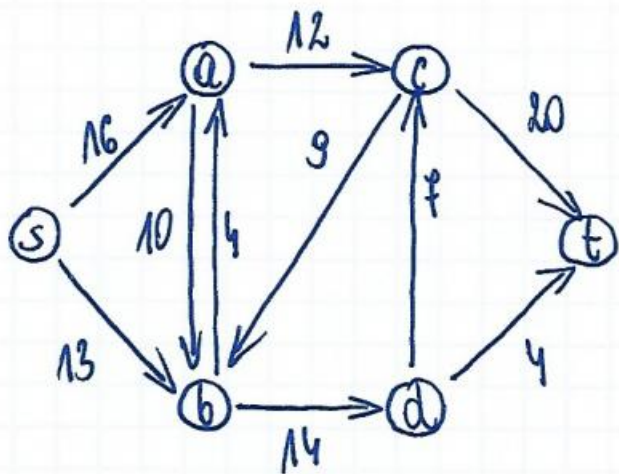
Przebieg Algorytmu:

1. Wyznaczamy sieć residualną,
2. W sieci residualnej znajdujemy dowolną ścieżkę powiększającą,
3. Jeżeli nie ma żadnej ścieżki powiększającej – kończymy algorytm,
4. Jeżeli znaleźliśmy ścieżkę powiększającą – zwiększamy przepływ w sieci, a następnie wracamy do kroku pierwszego.

Proste zobrazowanie działania algorytmu:

W naszej sieci przepływowej szukamy ścieżki roszszerzającej, która połączy źródło s z ujściem t . Jako pierwszą wybieramy ścieżkę $p = \{s - a - c - t\}$.

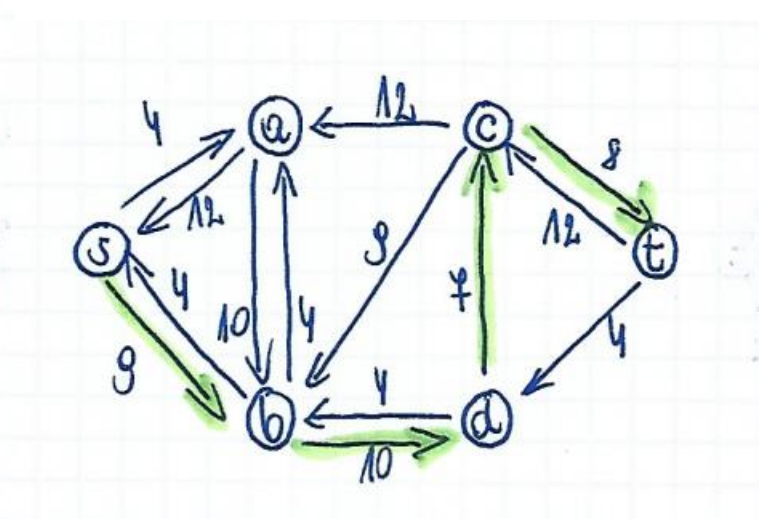
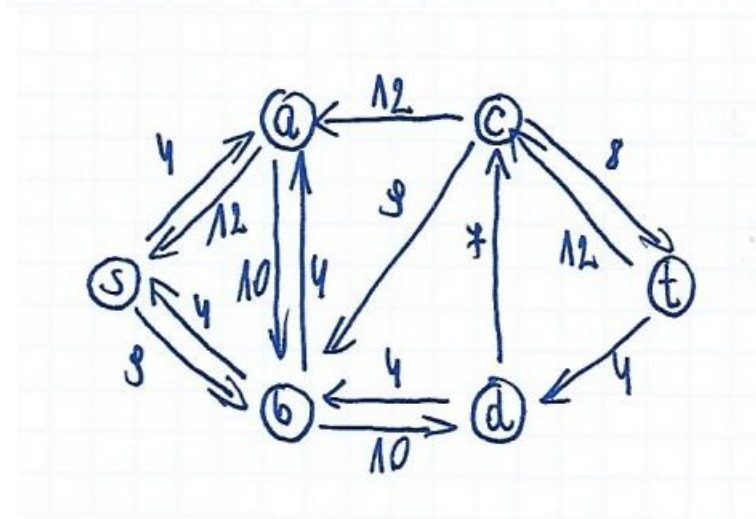
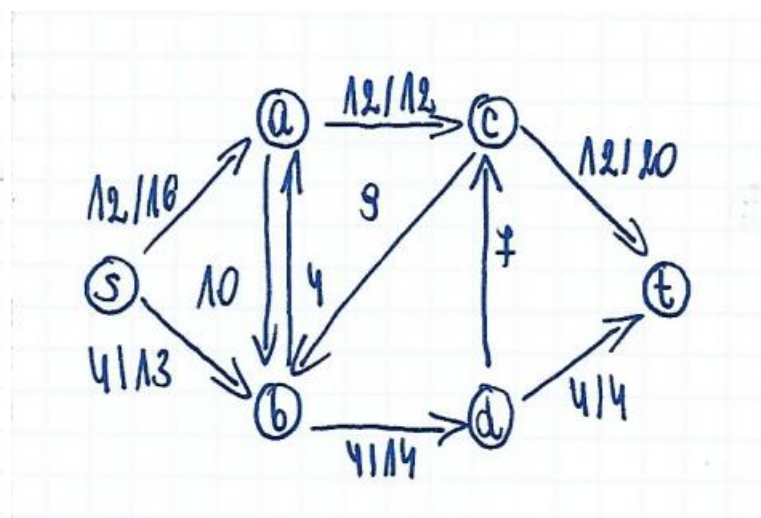
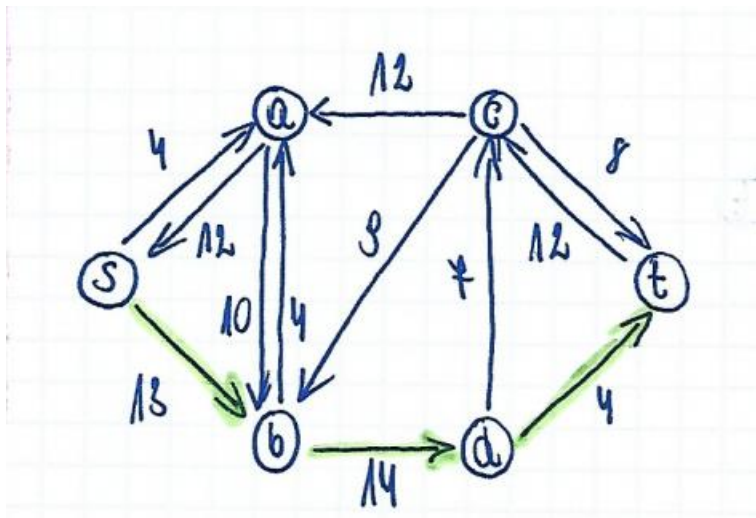
Najmniejszą przepustowość residualną posiada kanał $(a - c)$, dla którego $c_f(a, c) = 12$. Dlatego też możemy zwiększyć nasz przepływ wzdłuż ścieżek o 12 jednostek.



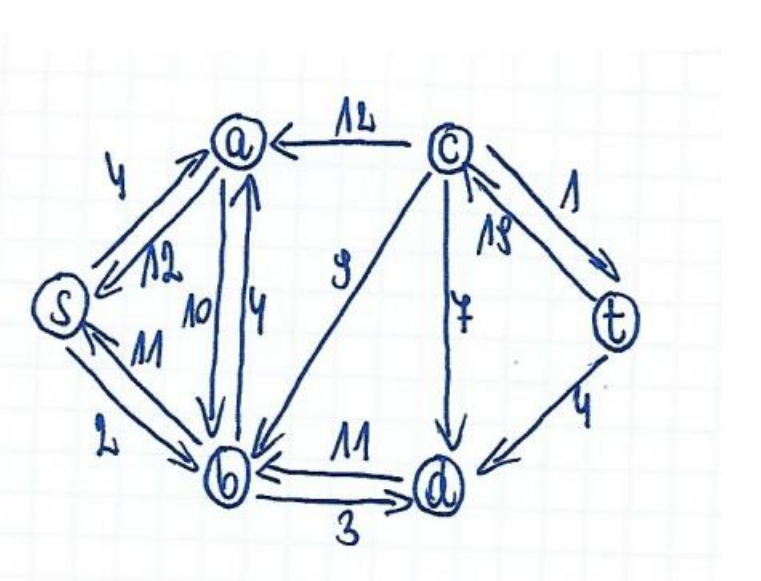
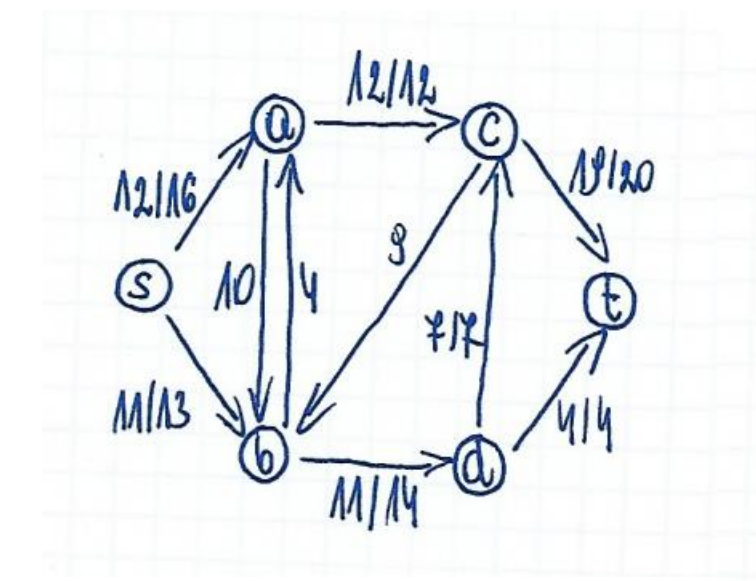
Wraz z pojawieniem się przepływu w kanale sieci pierwotnej powstaje kanał przeciwny w sieci residualnej o przepustowości residualnej, równej przepływowi.

W naszej nowej sieci residualnej, szukamy kolejnej ścieżki roszszerzającej:

$P = \{s - b - d - t\}$, w której najmniejszą przepustowość posiada kanał $(d - t)$, dla którego $c_f(a, c) = 4$



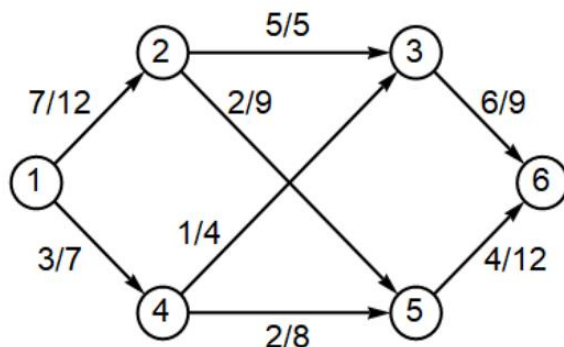
W nowej sieci residualnej zniknął kanał $(a - c)$, ale jesteśmy w stanie znaleźć kolejną ścieżkę powiększającą: $P = \{s - b - d - c - t\}$, w której najmniejszą przepustowość posiada kanał $(d - c)$, dla którego $c_f(a, c) = 7$



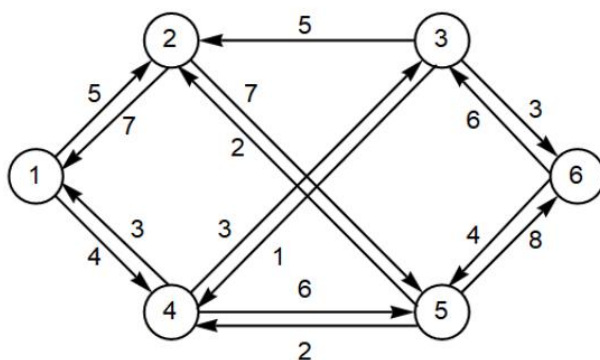
W tej sieci residualnej nie znajdziemy już żadnej żadnej ścieżki rozszerzającej, ponieważ ze źródła s nie wychodzi żaden kanał. Koniec działania Metody.

Instrukcja działania aplikacji:

1. Dla przykładowego grafu G, podanego w poniżej formie:

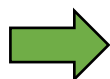


przekształcamy go do postaci sieci residualnej:



2. Tworzymy plik tekstowy, w którym umieszczamy macierz sąsiedztwa naszego powyższego grafu skierowanego (sieci residualnej):

```
{0,5,0,4,0,0},
{7,0,0,0,7,0},
{0,5,0,1,0,3},
{3,0,3,0,6,0},
{0,2,0,2,0,8},
{0,0,6,0,4,0}
```

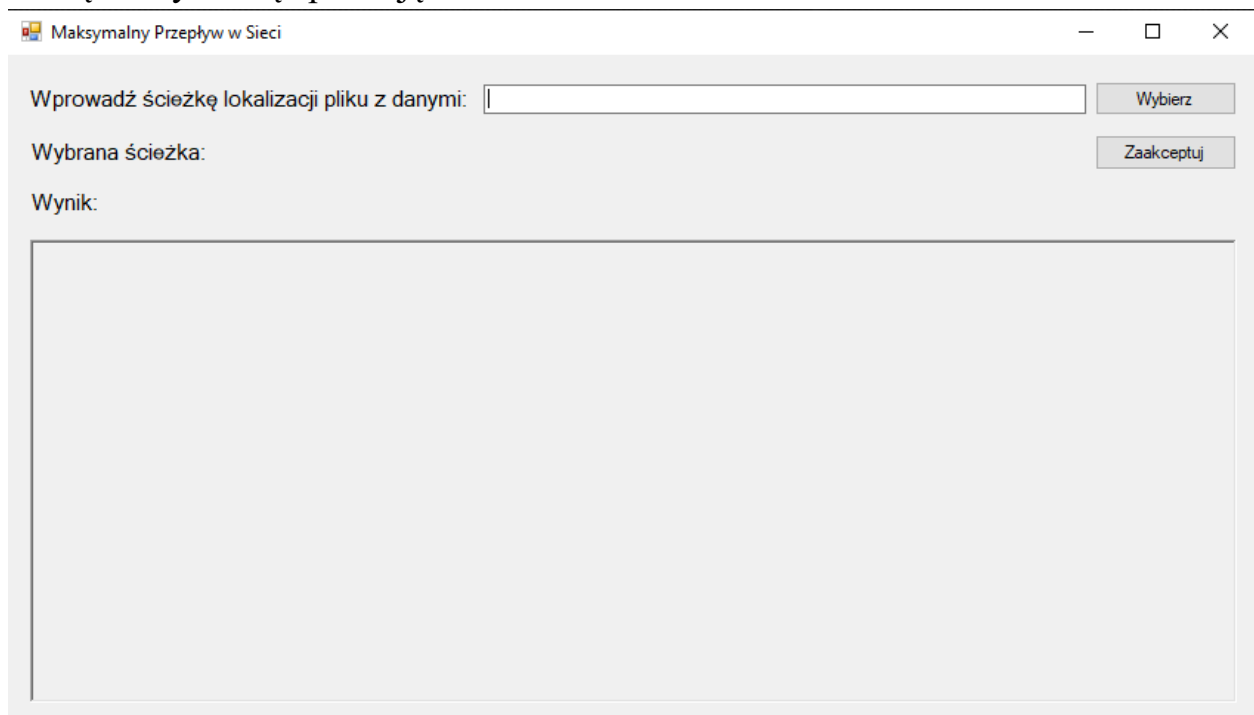


```
dane — Notatnik
Plik  Edycja  Format  Widok  Pomoc
{0,5,0,4,0,0},
{7,0,0,0,7,0},
{0,5,0,1,0,3},
{3,0,3,0,6,0},
{0,2,0,2,0,8},
{0,0,6,0,4,0}
```

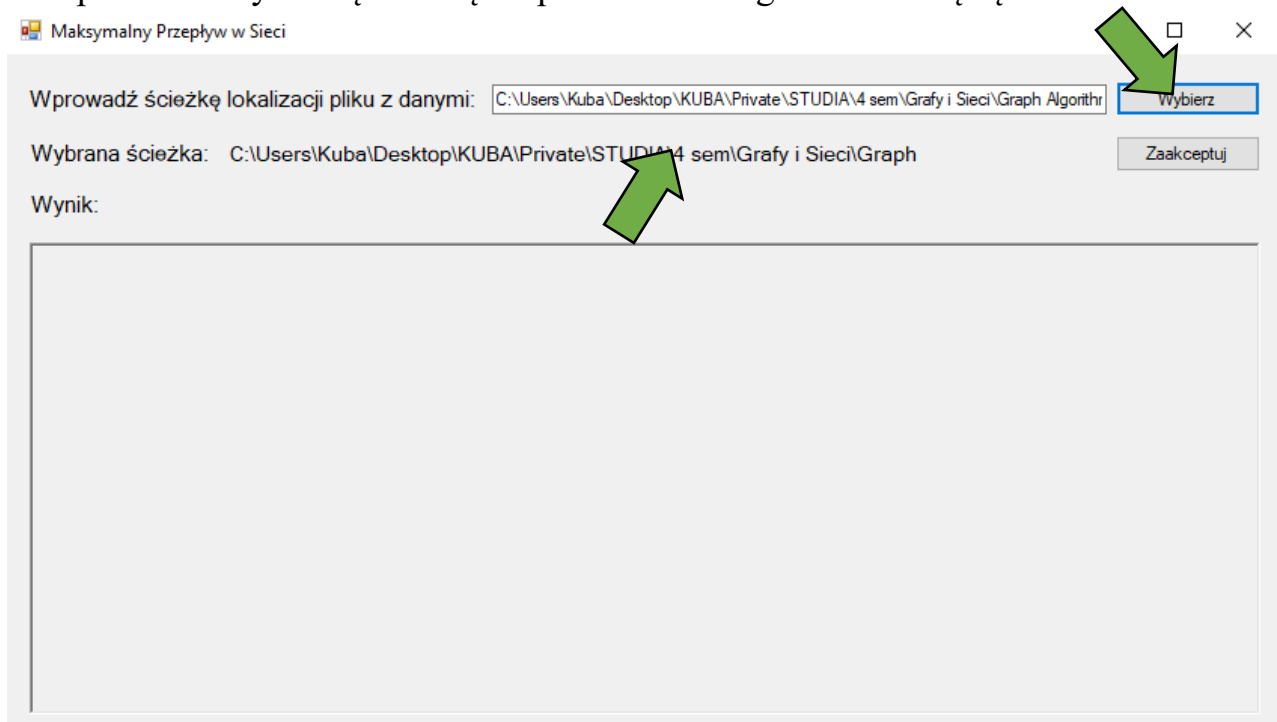
Zasady dotyczące macierzy sąsiedztwa:

- W każdej linii musi znajdować się nawias klamrowy z danymi, natomiast każdy poszczególny element w nawiasie musi być oddzielony przecinkiem bez spacji,
- Wprowadzana macierz musi być kwadratowa oraz musi przedstawiać graf skierowany, czyli sieć residualną, od której chcemy zacząć.
- W macierzy nie mogą znajdować się wartości ujemne,
- Numerowanie wierzchołków grafu zaczynamy od 0.

3. Włączamy naszą aplikację:



4. Wprowadzamy naszą ścieżkę do pliku tekstowego z macierzą sąsiedztwa:



5. Zatwierdzamy wybór naszej ścieżki i otrzymujemy rezultat:

