

Cours de Modélisation et Simulation

Table des matières

Chapitre 1. Modélisation des Systèmes.....	1
Chapitre 2. Techniques d'évaluation des performances.....	2
Chapitre 3. Simulation.....	3
Chapitre 4. Outils de Simulation.....	4
Chapitre 5. Langages de simulation.....	5
Bibliographie de base.....	6

Sites utiles sur le domaine

Facultés universitaires notre-dame de la paix, Namur ; Institut d'Informatique, INFO 2202-Processus stochastiques, y compris théorie des erreurs d'observations ; <http://www.fundp.ac.be/etudes/programme/cours/fr.html>

1. J.L. Soler, Processus aléatoires ; Vincent J. Modélisation et évaluation des performances <http://www-telecoms.imag.fr/2e-annee/2-mts.html>
2. Simulation et modélisations discrètes ; [http://ina.eivd.ch/ina/Collaborateurs/cez/Mod im/modsim.htm](http://ina.eivd.ch/ina/Collaborateurs/cez/Mod%20im/modsim.htm)[http](http://ina.eivd.ch/ina/Collaborateurs/cez/Mod%20im/modsim.htm)
3. Petitot M. , Introduction à la modélisation de réseaux, ENIC-Support de cours Fev.2003
4. Douillet, ensait, <http://193.43.37.48/~douillet/cours/oprea/node3.html>
5. Nicolas Navet, -INRIA/TRIO, Evaluation des performances par simulation : introduction générale et présentation du logiciel QNAP2
6. Les files d'attente dans la vie courante, <http://membres.lycos.fr/dthiery>
7. <http://rfv.insa-lyon.fr/~jolion/STAT/node45.html>
8. <http://www.ucalgary.ca/~grossman/simulation/history.html>.

Chapitre 1. Modélisation des Systèmes.

1.Introduction.

La simulation est de manière générale un outil d'aide à la décision dont le but principal est d'étudier les performances d'un système complexe, par exemple un système informatique. Elle est basée sur la modélisation qui permet de décrire au mieux le fonctionnement réel du système. La simulation consiste alors à conduire des expériences sur le modèle pour en déduire les performances du système, prédire son comportement...

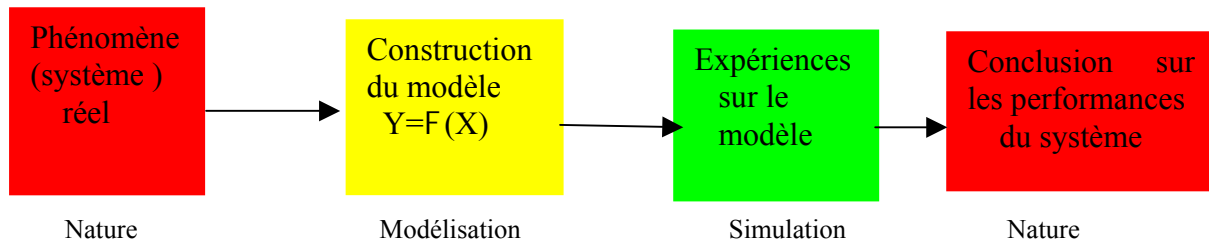


Figure 1. Processus de modélisation et de simulation.

Soit

X = variable ou vecteur représentant les paramètres d'entrées (inputs)

Y = vecteur représentant les caractéristiques du système (mesures de ses performances) (outputs ou sorties).

F =une application ayant une forme plus ou moins sympathique et servant de modèle au phénomène ou système réel qu'on cherche à étudier. Par « modèle » on entend la représentation abstraite (parfois matérielle ou physique) du système. Ce n'est pas le système lui-même, mais d'après le modèle on espère pouvoir comprendre certaines propriétés du système.

Exemples 1 : La simulation est d'abord une pratique courante dans tous les domaines de l'activité humaine.

1. Les manœuvres militaires sont destinées à « simuler » les opérations éventuelles des différents corps d'armée. Le champ de manœuvre est un modèle du champ de bataille réel.
2. Protection civile (plan ORSEC) : simulation des interventions en cas de catastrophe.
3. Les jeux des bébés animaux sont une « simulation » des combats futurs qu'ils auront à mener.
4. Certaines espèces de dauphins utilisent un bâton (modèle) représentant le poisson pour entraîner les petits à la pêche.
5. Le bac blanc est un modèle du baccalauréat où on tente de mettre les candidats dans les conditions réelles de l'examen. L'action de passer le bac blanc est une simulation de l'examen du bac.
7. Les jeux vidéos fournissent toute une gamme de simulation d'histoires ou de fictions.

Exemples 2 : Dans la majorité des cours que vous avez suivi dans votre cursus, vous avez eu l'occasion d'étudier des modèles mathématiques inspirés de la physique ou de la chimie ou d'autres domaines. Ces modèles revêtent la forme d'une équation différentielle ou algébrique, d'une intégrale ou de représentations mathématiques plus complexes.

Les équations de la chaleur ou des cordes vibrantes en physique sont des exemples de modèles décrits par des équations aux dérivées partielles.

En probabilités, la loi normale sert de modèle à de nombreux phénomènes sujets à des variations dues à des effets aléatoires : mesures d'une certaine grandeur. La loi binomiale sert de modèle pour la loi d'une variable

aléatoire représentant le nombre de succès (réalisations d'un événement donné) dans n expériences aléatoires identiques et indépendantes. La loi géométrique est le modèle de loi du premier succès dans une série infinie d'expériences identiques et indépendantes.

Les cours de recherche opérationnelle comportent une série d'exemples de modèles de la vie courante destinés à optimiser des critères économiques ou de performances :

Problème du chemin minimal dans un graphe
Problème de la diète ou du sac-à-dos.
Tournées de véhicules.
Reconnaissance.
Ordonnancement des tâches (système d'exploitation, chaîne de production, ...

2.Terminologie.

Système : ensemble d'objets liés entre eux par des interactions régulières et interdépendances pour l'accomplissement d'une certaine mission.

Entité : objet auquel on s'intéresse

Attribut : propriété d'une entité

Activité : une période de durée spécifiée

Variables d'état : ensemble de variables nécessaire pour décrire l'évolution du système à chaque instant

Evènement : Occurrence d'un fait qui fait varier l'état du système.

Système discret : l'espace des états possibles est discret (fini ou dénombrable)

Système continu : la variable d'état varie de manière continue dans le temps (espace des états non dénombrable, par exemple dans l'ensemble des nombres réels.

Modèle : Représentation du système dans le but d'étudier le système. Le modèle est en général une simplification de cette représentation qui ne tient compte que des aspects essentiels du fonctionnement du système, et négligeant les facteurs les moins influents. Par conséquent on peut représenter un même système par plusieurs modèles différents.

3.Types de modèles.

La modélisation est donc une représentation logique et mathématique du comportement du système réel dans un contexte donné et une problématique donnée. Le modèle prend dans la majorité des cas la forme d'une série d'hypothèses concernant le fonctionnement du système et qui sont exprimées à l'aide de relations mathématiques, logiques ou symboliques entre les entités (objets d'intérêt). Ces modèles sont dits **analytiques**.

Lorsque le système est assez complexe à modéliser de manière analytique, les praticiens utilisent un modèle **descriptif** qui détaille les différents événements et actions décrivant son comportement.

Les modèles peuvent être également :

a. **statiques** (indépendants du temps) ou **dynamiques** (lorsqu'ils décrivent l'évolution du système dans le temps).

b. **Déterministes** (lorsqu'ils dépendent de facteurs connus) ou **stochastiques** (ils dépendent de facteurs aléatoires).

c. **Discrets** ou **continus**. (voir terminologie concernant les systèmes). Il faut noter cependant qu'un modèle discret peut être utilisé pour décrire l'évolution d'un système continu ou vice-versa. Les systèmes informatiques sont par essence des systèmes discrets, on utilise cependant des modèles discrets ou continus pour leur simulation (cf. chap2 et 3).

On parlera également de modèles **hybrides** qui combinent deux ou plusieurs qualifications : par exemples dynamiques et stochastiques (évolution aléatoire et temporelle).

Les modélisateurs tentent d'affiner leurs modèles par la prise en compte du plus grand nombres de paramètres ce qui conduit à des modèles complexes qu'il est difficile d'exprimer à l'aide de relations mathématiques (en fait la modélisation mathématique est toujours possible, mais la résolution devient plus complexe à l'exception d'un petit nombre d'initiés, alors que la simulation doit pouvoir être accessible au plus grand nombre de personnes, principalement à l'utilisateur. En ce sens, c'est beaucoup plus un art qu'une méthode purement scientifique. Dans ce cours il sera beaucoup question des méthodes de simulation et leur illustration. La simulation s'apprend sur le terrain avec l'expérience sur des problèmes concrets.

Aujourd'hui, on comprend par simulation l'utilisation d'un outil informatique programmation des modèles analytiques ou descriptifs et leur manipulation pour réaliser des expérimentations à l'aide d'un ordinateur (ou calculateur électronique). La majorité des modèles sont donc actuellement des modèles informatiques.

Il sera ici beaucoup plus question de **simulation à événements discrets** i.e la modélisation de systèmes où la variable d'état change à des instants discrets. Les modèles de simulation sont étudiés numériquement plutôt que de manière analytique.

Les méthodes analytiques utilisent le raisonnement déductif pour « résoudre » le modèle (par exemple le calcul différentiel ou intégral, les méthodes d'optimisation... Les méthodes numériques utilisent des procédures de calcul pour « résoudre des modèles mathématiques ou analytiques. En simulation, les modèles sont « exécutés » plutôt que « résolus ». On génère l'histoire « artificielle » du système sur la base du modèle puis on récolte les observations à analyser. On effectue ensuite un traitement statistique de ces observations pour en déduire les mesures de performance du système qui nous intéresse.

La simulation c'est donc :

(i) . L'imitation artificielle (à l'aide d'un modèle) du fonctionnement réel d'un système à l'aide d'un ordinateur. Ceci n'exclut pas la possibilité d'utiliser des moyens plus rudimentaires (roulettes, tables,...) et des simulateurs physiques plus sophistiqués pour reproduire expérimentalement les conditions de fonctionnement du système. Ces derniers sont coûteux et c'est pourquoi on préfère l'outil informatique qui permet d'avoir les informations requises dans des délais très court.

(ii) . L'expérimentation artificielle sur le modèle plutôt que sur un prototype réel (du système).

(iii) . La génération artificielle de l'histoire du système à l'aide d'un modèle informatique.

On distingue deux tendances :

(i) . La simulation dynamique ou de fonctionnement (logique et/ou mathématique) à l'aide de modèles descriptifs.

(ii) . La simulation statistique (stochastique ou Monte Carlo) qui consiste en des expériences statistiques sur ordinateur (c'est également souvent une simulation dynamique).

4. But de la simulation :

La simulation peut-être appliquée aux problèmes suivants :

(i) . **Evaluation des performances du système :**

Les mesures de performance d'un système informatique peuvent être : le débit (quantité d'informations traitées par unité de temps), temps de réponse (temps mis pour le traitement d'un programme), Fiabilité, Sécurité,... L'équivalent pour un système de production sont la productivité, temps de fabrication,...

(ii) . **Contrôle du système:** par exemple dimensionner le système ; décider de manière optimale de la position, du type, du nombre d'éléments d'un système, trouver en quelques sorte les paramètres optimaux ou estimer l'influence des facteurs les plus significatifs pour garantir les performances exigées du système

(iii) . **Comparaisons de scénarios** : Comparer différentes conceptions (stratégies, politiques, règles de fonctionnement). Que se passerait-il si on utilisait une nouvelle conception du système par rapport à l'ancienne actuellement utilisée ?

(iv) . **Apprentissage** : Les outils de simulation servent très souvent à l'apprentissage dans un environnement virtuel (conduite automobile, pilotage d'un avion ou d'une usine...).

5. Outils de modélisation:

Parmi les outils de modélisation on distingue :

(i). **Automate ou machine à états finis**. Modèle composé d'une série d'états et d'une table de transition [états, entrée] donnant un nouvel état pour chaque entrée de caractère. On peut le donner sous forme de tableau (ou matrice) ou sous forme de graphe. On l'utilise par exemple pour la modélisation des protocoles dans les réseaux (spécification et vérification de protocoles).

(ii). **Réseaux de Pétri**. Un autre outil graphique, variante des modèles d'automates.

(iii). **Processus aléatoires (ou stochastiques)**. Outils mathématiques permettant de décrire des systèmes dynamiques évoluant dans un environnement aléatoire.

Exemples :

automates probabilistes.
réseaux de Petri stochastiques.
modèles de files d'attente (objet du prochain chapitre).
chaînes de Markov (idem)

6. Avantages et inconvénients de la simulation.

Comme toute approche scientifique, la simulation présente des avantages et des inconvénients :

6.1. Avantages:

permet la résolution de problèmes complexes, pour explorer de nouvelles politiques (économie, gestion,...), comparer des systèmes complexes (par exemple un système en exploitation avec des améliorations), vérifier des solutions analytiques (théorèmes) données sous forme complexes... .

Simplicité et ne nécessite pas de fortes connaissances en théories mathématiques. Tout le monde peut faire de la simulation selon son niveau de connaissance : du profane à l'expert.

plus flexible que la modélisation strictement mathématique,

permet d'exploiter les outils informatiques existants (logiciels mathématiques, langages de simulation, ...

permet de simuler rapidement (en quelques minutes sur ordinateur) un processus évoluant sur des mois ou des années.

6.2. Inconvénients:

nécessite beaucoup de dépenses: construction du modèle, programmation.

les résultats ne sont qu'approximatifs en raison des simplifications apportées au modèle.

il faut consacrer beaucoup de temps à la modélisation, expérimentation et validation.

ne met pas en évidence les propriétés du modèle

absence d'universalité (dépend exclusivement du modèle).

Au lieu de donner trop de détail à la modélisation, ce qui conduirait à des difficultés de programmation, il est souvent conseillé d'estimer l'erreur du modèle, et de bien étudier les séquences de programmation (structure du programme).

Voici la chronologie des étapes d'une simulation selon Gaver D.P (in Hand Book of Operations Research, vol.1)

- 1.Position du problème: mettre en évidence les principaux sous-problèmes.
- 2.Collecte des données et de l'information empirique(en contact avec l'utilisateur).
- 3.Formulation des modèles: élaboration de conventions relatives aux principes de description, aux simplifications admissibles des paramètres à mesurer, aux critères d'estimation de l'efficacité des modèles.
- 4.Construction et choix des modèles: description des sous-modèles, définition des paramètres du modèle.
- 5.Etude du modèle et expérimentation: effectuer les calculs dans le but d'étudier les variations des résultats en fonction des variations de fonctionnement du modèle. Réduction de la variance (amélioration de la précision).
- 6.Test de conformité: adéquation des résultats numériques avec les données d'entrées (existence d'erreurs dans les programmes et conformité des résultats obtenus avec la réalité).
- 7.Présentation des résultats à l'utilisateur: répétition des tâches exécutées selon certains des points évoqués ci-dessus, en conformité avec le problème étudié.

La plupart des auteurs donnent à peu près les mêmes étapes.

7.Langages de simulation.

La programmation des modèles de simulation a été facilitée par les progrès de l'informatique.

Il existe des langages spécifiques de simulation orientés objets, agents, etc. vers la résolution de tel ou tel problème: GPSS (General Purpose Digital Simulator) , SIMSCRIPT, SIMULA, GASP, SIML, SOL, CSL, OSSL....1001, LISP, SLAM, SIEMAN,...Cependant, les langages universels sont également utilisés (FORTRAN, PASCAL, C...), car dotés de générateurs de nombres au hasard. On peut utiliser également des logiciels de mathématiques (MATEMATIKA, MATLAB,...ou statistique (SPSS.... Actuellement la tendance va vers l'utilisation d'Internet avec XML, Java...

Les simulateurs (ou templates) sont des packages ou logiciels qui contiennent des modèles qui ne nécessitent que les données d'entrées et pouvant être manipulés directement par l'utilisateur sans

En résumé :

1. Si vous êtes un utilisateur de la simulation, optez pour un logiciel disponible que vous maîtrisez.
2. Pour un usage multiple et fréquent, concevez votre propre programme ou langage de simulation. C'est le rôle particulier de l'ingénieur, informaticien surtout.

8.Domains d'application de la simulation.

Les applications de la simulation recouvrent pratiquement tous les domaines où l'utilisation de méthodes scientifiques se heurte à des difficultés: recherche opérationnelle, physique nucléaire, théorie de l'information, chimie, biologie, économie, gestion....

Les domaines où la simulation a pu être utilisée avec succès concernent deux grands groupes:

(i) Etude sur ordinateur de phénomènes et processus aléatoires:

systèmes stochastiques de gestion (politique d'investissement, aménagement et maintenance, gestion de stocks, maintenance, ordonnancement, contrôle de qualité...).

systèmes de communication et d'information

fiabilité des systèmes complexes, sûreté de fonctionnement,...

mouvement de particules nucléaires (processus de diffusion,...

reconnaissance statistique des formes (analyse d'images, paroles, ..

modèles cybernétiques sous forme de graphes stochastiques (automates, commande,..

systèmes de commande décrits par des équations différentielles ordinaires ou des équations aux différences,

Productique (calcul des performances des systèmes de production, analyse des flux de produits, aide à la conception et à l'organisation de l'atelier,...

Analyse et gestion du risque (Industries pétrolières, assurances, Finances,....

La seconde classe concerne les systèmes purement déterministes faisant appel au calcul numérique

calcul d'intégrales multiples ou stochastiques,

résolution d'équations intégrales,

résolution de systèmes d'équations algébriques (le nombre d'opérations avec la simulation est proportionnel au nombre d'équations, alors qu'il est proportionnel au cube de ce nombre avec les méthodes numériques usuelles).

calcul matriciel (vecteur-propre, inversion de matrices,...

résolution d'équations aux dérivées partielles (problème de Dirichlet...).

analyse de données (composantes principales, analyse factorielle..).

résolution de problèmes d'optimisation combinatoire (fréquents en recherche opérationnelle). Ces problèmes se ramènent souvent à l'énumération d'un grand nombre de variantes (problème du voyageur de commerce, affectation, allocation, ordonnancement....).

Dans ce type de problèmes, l'idée consiste à remplacer le problème purement déterministe par un problème statistique équivalent. On obtient alors une solution approchée dont l'erreur diminue avec l'accroissement du nombre d'expériences.

Bibliographie.

Sites utiles.