11.

H_1是G的正规子群，故对任意元素$g \in G, h \in H_1, h * g \in H_1$,且显然逆元存在，故$H_1 * N$是G的子群，同理可证$H_2 * N$是G的子群，$H1 * N$是$H_2 * N$的子群

记$h_1 \in H_1, h_2 \in H_2, n_1, n_2 \in N$

$(h_2 * n_2) * (h_1 * n_1) * (h_2 * n_2)'$

$= h_2 * n_2 * h_1 * n_2' * n_2 * n_1 * n_2' * h_2'$

$= h_2 * h_{11} * n_{11} * h_2'$

$= h_2 * h_{11} * h_2' * h_2 * n_{11} * h_2'$

$= h_{111} * n_{111} \in H_1 * N$

所以$H1 * N$是$H_2 * N$的正规子群

15.

f(A)*f(B)=|A||B|=|AB|=f(AB)

f(G)是非零有理数（求值域）

Kerf={A|A∈$(Q)_{n*n}$,|A|=1}

17.

略

19.

$H * g_1 * H * g_2 = H(g_1 * g_2) = H(g_2 * g_1)$

故$(g_1 * g_2)' * (g_2 * g_1) \in H$

同理$(g_1 * g_2)' * (g_2 * g_1) \in K$

故$(g_1 * g_2)' * (g_2 * g_1) \in H \bigcap K$

所以$H \bigcap K * g_1 * H \bigcap K * g_2 = H \bigcap K * g_2 * H \bigcap K * g_1$

得证

20.

(1)

单位元、逆元存在，G'是G的子群

记g∈G

$g' * a' * b' * a * b * g$

=$g' * a' * g * g' * b' * g * g' * a * g * g' * b * g$

=$(g' * a * g)' * (g' * b * g)' * (g' * a * g) * (g' * b * g) \in G'$

所以G'是G的正规子群

(2)

$(g_2 * g_1)' * (g_1 * g_2) = g_1' * g_2' * g_1 * g_2 \in G'$

故$G'(g_1 * g_2) = G'(g_2 * g_1)$

(3)

任意a,b∈G

$N(a * b) = N(b * a)$

故$(b * a)' * (a * b) = a' * b' * a * a \in N$

故G'∈N