35

证明:

$$
\begin{aligned}
&n\text{为偶完全数}->n=2^{p-1}(2^p-1),\text{其中}2^p-1,p\text{为素数}\\
&\text{由于}n>6,\text{故}p>2,\text{不妨记}p=2k+1,k\in Z\\
&\text{则}n=2^{2k}(2^{2k+1}-1)->n=4^k(2\times4^k-1)\\
&\text{又}4^3mod9=1\\
&\\
&\text{对}k\text{按照}mod3\text{分类考虑}\\
&kmod3=0:\\
&\text{记}k=3m,k\in Z\\
&nmod9\\
&=4^{3m}(2\times4^{3m}-1)mod9\\
&=1\times(2\times1-1)mod9\\
&=1mod9\\
&\\
&\text{其余情况同理可证}
\end{aligned}
$$

注：部分同学只选择完系带入计算，还需要证明带入的一般性

考试时不要写显然和同理可证

38

n	k	n	k	n	k	n	k
1	0	8	3	15	27	22	26
2	1	9	10	16	4	23	20
3	5	10	23	17	21	24	8
4	2	11	25	18	11	25	16
5	22	12	7	19	9	26	19
6	6	13	18	20	24	27	15
7	12	14	13	21	17	28	14

(2) 26

(3) 11

41

证:

设a模p的阶为l

$q|a^p+1,q\neq 2->a^{2p}=1modq$

$l|2p$

对$l=1,l=2,l=p,l=2p$分类讨论

$l=1:$

$q|a+1$

$l=2:$

$q|(a+1)(a-1)$

若$q\not|(a+1)$

$q|a-1,$则$a=1modq,a^p=1modq,$矛盾

$l=p:$

显然矛盾

$l=2p:$

由费马小定理$,a^{q-1}=1modq,$故$q-1|2p,$则$q=2pk+1,k\in Z$

得证

42

注:

证明$(a+1)^x mod\ p=1$在$x=6$成立比较简单，但是需要证明6是使方程成立的最小正整数

在已知$x=6$成立时，只需要验证$x=1,2,3$时不成立即可

注意，验证$x=4,x=5$不成立并不能保证$x=1,2,3$时不成立