

MAT3008 - Homework 5

박준영

Contents

1	How to Build	1
2	Problem 1	2
2.1	Linear Equation 1	2
2.2	Linear Equation 2	2
2.3	Linear Equation 3	3
2.4	Discussion of the advantage/disadvantage of each method	3
3	Problem 2	3
3.1	Results	3
3.2	Discussion	4
4	Problem 3	4
4.1	Method	4
4.2	Results	4

1 How to Build

다음의 명령어를 수행한다.

```
cd nr
make
cd ..
make
```

2 Problem 1

2.1 Linear Equation 1

첫 번째 선형 방정식은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & -2 & 2 \\ 5 & 3 & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 4 \\ 11 \end{bmatrix}$$

2.1.1 Gauss-Jordan Elimination

위 선형 방정식의 해를 구할 수 없다.

2.1.2 LU Decomposition

구한 해는 $x_1 = 1, x_2 = -3, x_3 = 2, x_4 = 0$

2.1.3 Singular Value Decomposition

구한 해는 $x_1 = 1.293531, x_2 = -2.412938, x_3 = 1.119406, x_4 = -0.293531$

2.2 Linear Equation 2

두 번째 선형 방정식은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -5 & 5 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 4 \\ -1 & 6 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & 5 \\ 5 & 0 & 8 & 7 & -2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ 0 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

2.2.1 Gauss-Jordan Elimination

구한 해는 $x_1 = -2.873567, x_2 = -0.612357, x_3 = 0.976277, x_4 = 0.635819, x_5 = -0.553441$

2.2.2 LU Decomposition

구한 해는 $x_1 = -2.873566, x_2 = -0.612357, x_3 = 0.976277, x_4 = 0.635819, x_5 = -0.553441$

2.2.3 Singular Value Decomposition

구한 해는 $x_1 = -2.873566, x_2 = -0.612357, x_3 = 0.976278, x_4 = 0.635819, x_5 = -0.553441$

2.3 Linear Equation 3

세 번째 선형 방정식은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0.4 & 8.2 & 6.7 & 1.9 & 2.2 & 5.3 \\ 7.8 & 8.3 & 7.7 & 3.3 & 1.9 & 4.8 \\ 5.5 & 8.8 & 3 & 1 & 5.1 & 6.4 \\ 5.1 & 5.1 & 3.6 & 5.8 & 5.7 & 4.9 \\ 3.5 & 2.7 & 5.7 & 8.2 & 9.6 & 2.9 \\ 3 & 5.3 & 5.6 & 3.5 & 6.8 & 5.7 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -2.9 \\ -8.2 \\ 7.7 \\ -1 \\ 5.7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

2.3.1 Gauss-Jordan Elimination

구한 해는 $x_1 = -0.326608$, $x_2 = 1.532293$, $x_3 = -1.044825$, $x_4 = -1.587447$, $x_5 = 2.928480$, $x_6 = -2.218931$

2.3.2 LU Decomposition

구한 해는 $x_1 = -0.326608$, $x_2 = 1.532292$, $x_3 = -1.044826$, $x_4 = -1.587447$, $x_5 = 2.928480$, $x_6 = -2.218930$

2.3.3 Singular Value Decomposition

구한 해는 $x_1 = -0.326609$, $x_2 = 1.532292$, $x_3 = -1.044825$, $x_4 = -1.587447$, $x_5 = 2.928479$, $x_6 = -2.218929$

2.4 Discussion of the advantage/disadvantage of each method

Gauss-Jordan Elimination의 경우, inverse가 존재하지 않는 경우 해가 존재함에도 해를 구하지 않는 문제가 존재한다. 다만 다른 두 방법에선 SVD보다는 LU Decomposition이 더 정확한 해를 구할 수 있는 것처럼 보인다. 다만 SVD가 근사된 해를 내보내는 것으로 보아, 아예 해가 존재하지 않는 상황에선 SVD가 더 실질적으로 도움이 될 것이라 생각된다.

3 Problem 2

3.1 Results

3.1.1 Linear Equation 1

구한 해는 $x_1 = 1$, $x_2 = -3$, $x_3 = 2$, $x_4 = 0$

3.1.2 Linear Equation 2

구한 해는 $x_1 = -2.873566$, $x_2 = -0.612357$, $x_3 = 0.976277$, $x_4 = 0.635819$, $x_5 = -0.553441$

3.1.3 Linear Equation 3

구한 해는 $x_1 = -0.326608$, $x_2 = 1.532292$, $x_3 = -1.044826$, $x_4 = -1.587447$, $x_5 = 2.928480$, $x_6 = -2.218930$

3.2 Discussion

위 결과를 보면 iterative 방식을 사용한 결과는 LU Decomposition의 결과와 유사하다. 또한 이 방식은 해가 없을 경우에도 유사한 해를 구할 수 있기 때문에 SVD와 LU Decomposition의 장점을 결합한 방식으로 보인다.

4 Problem 3

4.1 Method

LU Decomposition을 활용하여 inverse matrix와 determinant를 구할 수 있었다.

4.2 Results

4.2.1 Linear Equation 1

이 경우 역행렬은 존재하지 않으며 $\det(A) = 0$

4.2.2 Linear Equation 2

역행렬은

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0.354536 & 0.766945 & 0.207769 & -0.595412 & 0.253128 \\ 0.035454 & 0.126695 & 0.195777 & -0.159541 & 0.050313 \\ -0.138686 & -0.098540 & -0.096715 & 0.124088 & 0.016423 \\ -0.052138 & -0.303962 & -0.023201 & 0.234619 & -0.044578 \\ 0.149114 & 0.459333 & 0.051356 & -0.171011 & 0.042492 \end{bmatrix}$$

또한 $\det(A) = 3835.999512$

4.2.3 Linear Equation 3

역행렬은

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -0.162205 & 0.122801 & 0.024068 & -0.016431 & -0.022840 & 0.04613 \\ 0.169407 & -0.041117 & 0.228313 & -0.087624 & 0.180306 & -0.395655 \\ -0.011636 & 0.122745 & -0.117407 & -0.180981 & 0.015910 & 0.186766 \\ 0.105669 & -0.051726 & -0.108916 & 0.299774 & 0.000859 & -0.190541 \\ -0.053026 & -0.042362 & 0.160508 & -0.224034 & 0.161811 & 0.015024 \\ -0.062341 & -0.064694 & -0.234216 & 0.351126 & -0.364828 & 0.434633 \end{bmatrix}$$

또한 $\det(A) = 16178.401367$