

# MAT3008 - Homework 9

박준영

## 1 How to Build

```
cd nr
make
cd ..
make
```

## 2 Method

주어진 linear model

$$x' = a_1x + a_2y + a_3 \quad (1)$$

$$y' = a_4x + a_5y + a_6 \quad (2)$$

에 대하여

$$\frac{\partial x'}{\partial a_1} = x, \frac{\partial x'}{\partial a_2} = y, \frac{\partial x'}{\partial a_3} = 1 \quad (3)$$

$$\frac{\partial y'}{\partial a_4} = x, \frac{\partial y'}{\partial a_5} = y, \frac{\partial y'}{\partial a_6} = 1 \quad (4)$$

이므로 전체 데이터의 개수  $N$ 에 대하여 다음의 행렬

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 \\ x'_1 & y'_1 \\ \vdots & \vdots \\ x'_N & y'_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

에 대하여 least-square 해를 구하는 방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{J}^\top \mathbf{J} \mathbf{a} = \mathbf{J}^\top \mathbf{y} \quad (6)$$

이때,  $\mathbf{J}^\top \mathbf{J}$ 는  $\mathbb{R}^{3 \times N} \times \mathbb{R}^{N \times 3} = \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 이고,  $\mathbf{J}^\top \mathbf{y}$ 는  $\mathbb{R}^{3 \times N} \times \mathbb{R}^{N \times 2} = \mathbb{R}^{3 \times 2}$ 이므로

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 & a_4 \\ a_2 & a_5 \\ a_3 & a_6 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 2} \quad (7)$$

마지막으로, 위 방정식 (6)를 풀기 위해 Gauss-Jordan method를 사용하였다.

### 3 Results

#### 3.1 Fitdata1

총 77개의 데이터에 대하여 fitting된 해는 다음과 같다.

$$a_1 = 0.981888, a_2 = 0.002540, a_3 = 0.001250, a_4 = 0.982163, a_5 = 0.002540, a_6 = -0.375178$$

#### 3.2 Fitdata2

총 77개의 데이터에 대하여 fitting된 해는 다음과 같다.

$$a_1 = 0.979907, a_2 = 0.000452, a_3 = -0.001069, a_4 = 0.980346, a_5 = 0.000452, a_6 = -1.192226$$

#### 3.3 Fitdata3

총 77개의 데이터에 대하여 fitting된 해는 다음과 같다.

$$a_1 = 0.980806, a_2 = 0.000545, a_3 = -0.000717, a_4 = 0.979108, a_5 = 0.000545, a_6 = -0.944462$$