

Bayes-owskie metody odzyskiwania obrazu

16 kwietnia 2024

Zakładamy że obraz $x = (x_{i,j})_{\substack{i=1,\dots,N, \\ j=1,\dots,M}}$, którego nie obserwujemy został zdegradowany/zniekształcony i obserwujemy zamiast niego obraz $y = (y_{i,j})_{\substack{i=1,\dots,N, \\ j=1,\dots,M}}$. Tutaj $y_{i,j}$ reprezentuje atrybut piksela (i, j) tzn np. stopień szarości w skali od 0 do n , lub kolor zapisany skali RGB lub CMYK.

Naszym celem jest jak najlepsze odtworzenie obrazu x z obserwowanego obrazu y . Motywacja i zastosowania:

1. Odtwarzanie starych, wyblakłych zdjęć.
2. W aparat cyfrowych obraz pochodzi z sensorów CCD na matrycy aparatu które liczą ilość fotonów padających na pojedynczy sensor. Taki surowy obraz z sensorów CCD/CMOS ma widoczny szum. Odpowiednie algorytmy usuwają ten szum i uzyskują obraz "rzeczywisty".

W tym projekcie należy zaimplementować modele odzyskiwania obrazu oparte na metodach statystyki bayesowskiej dla dwóch rozkładów a priori opisujących rozkład rzeczywistego obrazu:

1. Model Potts'a

$$-\log \mathbb{P}(X = x) = c + \beta \sum_{(i,j),(k,l):(i,j) \sim (k,l)} (1 - \delta(x_{i,j}, x_{k,l}))$$

gdzie $(i, j) \sim (k, l)$ oznacza że piksel (i, j) sąsiaduje z (k, l) , $\delta(a, b) = 1_{\{a=b\}}$, c -stała normująca.

2. Ucięta kwadratowa funkcja energii (zachowująca kontrast)

$$-\log \mathbb{P}(X = x) = c + \sum_{(i,j),(k,l):(i,j) \sim (k,l)} \max\{\lambda^2(x_{i,j} - x_{k,l})^2, \alpha\}$$

gdzie λ, α parametry, c -stała normująca.

Dokładniej chodzi o wyznaczanie dwóch estymatorów odzyskiwanego obrazu tzw. MAP (maximum a posteriori) i MMS (minimum mean square) przy założeniu że szum jest addytywny, iid z rozkładu normalnego $N(0, \sigma^2)$. Od strony algorytmicznej wymaga to implementacji algorytmu symulowanego wyżarzania i próbnika Gibbsa.