

Что является решением системы линейных алгебраических уравнений?

вектор n корней, при подстановке которых каждое уравнение системы обращается в верное равенство

Сформулируйте признак отсутствия корней системы линейных алгебраических уравнений.

если главный элемент равен нулю и мы не можем переставить столбцы чтобы он был не равен нулю и при этом вектор b на этом шаге не равен нулю, то у системы нет решений

Оцените достоинства и недостатки прямых методов решения СЛАУ?

достоинства:

позволяют получить решение за конечное число операций
не зависят от выбора начального приближения
погрешность решения определяется машинным эпсилон

недостатки:

число операций порядка $O(n^3)$
приводят к потере свойства разреженности матрицы коэффициентов

Оцените достоинства и недостатки итерационных методов решения СЛАУ?

достоинства:

позволяют найти решение с заданной степенью точности;
сохраняют свойство разреженности матрицы коэффициентов;
число операций порядка $O(n^2)$;
эффективно используют оперативную память.

недостатки:

нет гарантии сходимости в общем случае;
область применения конкретного метода зависит от свойства сходимости.

Как вычислить определитель, если решать СЛАУ методом Гаусса?

вычислить определитель на матрице a , приведя матрицу a к треугольному виду и тогда определитель будет равен произведению элементов главной диагонали.

Идея метода Гаусса с выбором главного элемента по столбцам/строкам?

Основная идея метода Гаусса с выбором главного элемента состоит в том, чтобы на очередном шаге исключать не следующее по номеру неизвестное, а то неизвестное, коэффициент при котором является наибольшим по модулю. Таким образом, в качестве ведущего элемента здесь выбирается главный, т.е. наибольший по модулю элемент.

Что такое сходимость итерационного метода?

Характер сходимости и сам факт сходимости метода зависит от выбора начального приближения корня x_0

Какое достаточное условие сходимости итерационных методов решения СЛАУ?

Метод сходится, если при $k \rightarrow \infty$ последовательность $\{x_n\}$ имеет предел.

Чем отличается метод простой итерации от метода Гаусса-Зейделя?

Метод Зейделя отличается от метода простой итерации тем, что вычисленное новое значение компоненты тут же используется для вычисления нового значения очередной компоненты

Идея метода Гаусса-Зейделя?

Метод Зейделя представляет собой некоторую модификацию метода простой итерации. Основная его идея заключается в том, что при вычислении $(k+1)$ -го приближения неизвестной x_i учитываются уже вычисленные ранее $(k+1)$ – е приближения неизвестных x_1, x_2, \dots ,

В каких случаях применяется метод Гаусса с выбором главного элемента?

$Ax=f$ имеет единственное решение, хотя какой-либо из угловых миноров матрицы A равен нулю. В этом случае обычный метод Гаусса оказывается непригодным, но может быть применен метод Гаусса с выбором главного элемента.

Как определить погрешность решения СЛАУ методом Гаусса?

Для оценки точности найденного решения СЛАУ существует две общеупотребительной меры погрешности:

1. вектор ошибок $\Delta \bar{x} = \bar{x} - x^*$

где \bar{x} точное решение

x^* -найденное решение

Мера абсолютно точная, только для того, чтобы ею пользоваться нужно \bar{x}

Чтобы избежать трудностей, вводят другую меру

2. вектор невязок $\bar{r} = \bar{b} - A x^* = A(\bar{x} - x^*) = A \Delta \bar{x}$

Невязка - количественная мера несоответствия между правыми и левыми частями системы уравнений при подстановки в них вычислительного решения.

Очевидно, что равенство нулю вектора ошибок влечет за собой равенство нулю вектора невязок.

Однако, в общем случае из малости величины невязок не следует малость ошибки. Т.е. несмотря на то, что найденное решение x^* почти удовлетворяет уравнению, оно может совсем не подходить в качестве подлинного решения. Невязка полезна в том смысле, что с ее помощью можно осуществить контроль точности решения. Т.к. использовать в качестве меры контроля вектор ошибок не представляется возможным в виду того, что неизвестно точное решение.

Назовите критерии окончания итерационного процесса метода простой итерации.

При заданной точности $\epsilon > 0$ вычисления следует вести до тех пор, пока не окажется выполненным неравенство: $\frac{1}{2}x_n - x_{n-1} \leq \epsilon$

Если норма преобразованной матрицы будет больше 1, что это означает?

отображений).

Теорема: Если матрица A не вырождена и норма преобразованной матрицы A' , $\|A'_{ij}\| < 1$ то метод простой итерации будет сходящимся.

будет расходящимся?

Если диагональный элемент равен нулю, можно ли использовать метод Гаусса?
нет?

Так как главный диагональный элемент входит в коэффициент преобразования в знаменателе, то обязательным условием возможности применения этого метода является неравенство нулю главного диагонального элемента на каждом шаге преобразований. Если все же он оказался равным нулю, то перед выполнением

61

очередного шага уравнивания преобразуемой системы должны быть так переставлены, чтобы главный диагональный элемент не оказался нулевым.