НИУ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия
Дисциплина «Вычислительная математика»

Отчет

По лабораторной работе №6 «ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»

Вариант 27

Выполнил:

студент группы P32131

Овсянников Роман Дмитриевич

Преподаватель:

Малышева Татьяна Алексеевна

Санкт-Петербург,

2023 г.

Цель работы:

Решить задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений численными методами

Описание алгоритма решения задачи и рабочие формулы используемых методов:

Поскольку в моем варианте использовался простой метод Эйлера, а не модифицированный, то формула получения значения на каждом шаге, следующая: $y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$. Она использует значение, полученное на прошлом шаге, а также использует его для вычисления значения функции f(x, y).

Для определения точности использовалось правило Рунге: $R = \frac{y^h - y^{h/2}}{2^p - 1}$. Где y^h – это значение, полученное с шагом h, а y^(h/2) – значение полученное с шагом h/2. P в этой формуле – порядок точности метода: 2 для Эйлера и 4 для Рунге-Кутта.
Для определения точности метода Адамса использовалась формула
$\varepsilon = \max_{0 \le i \le n} |y_{i\text{точн}} - y_i|$

Поскольку чтобы запустить метод Адамса нам надо знать первые 4 значения, я их считаю методом Рунге-Кутта следующими формулам

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

$$k_1 = h \cdot f(x_i, y_i)$$
$$k_2 = h \cdot f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2})$$
$$k_3 = h \cdot f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2})$$
$$k_4 = h \cdot f(x_i + h, y_i + k_3)$$

Сам метод Адамса немного сложнее Эйлера, он использует формулу

$$y_{i+1} = y_i + hf_i + \frac{h^2}{2}\Delta f_i + \frac{5h^3}{12}\Delta^2 f_i + \frac{3h^4}{8}\Delta^3 f_i$$

, где

$$\Delta f_i = f_i - f_{i-1}$$
$$\Delta^2 f_i = f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}$$
$$\Delta^3 f_i = f_i - 3f_{i-1} + 3f_{i-2} - f_{i-3}$$

и начинается только с 5-го узла, поскольку использует предыдущие 4 шага.

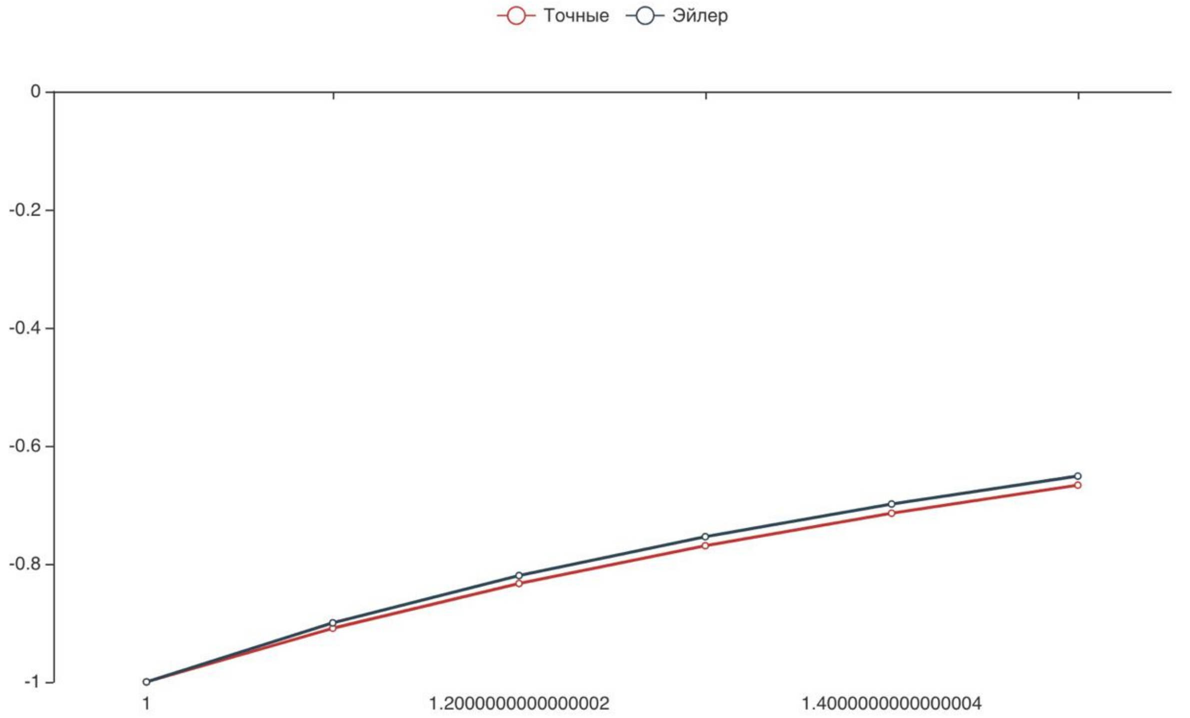
Листинг программы:

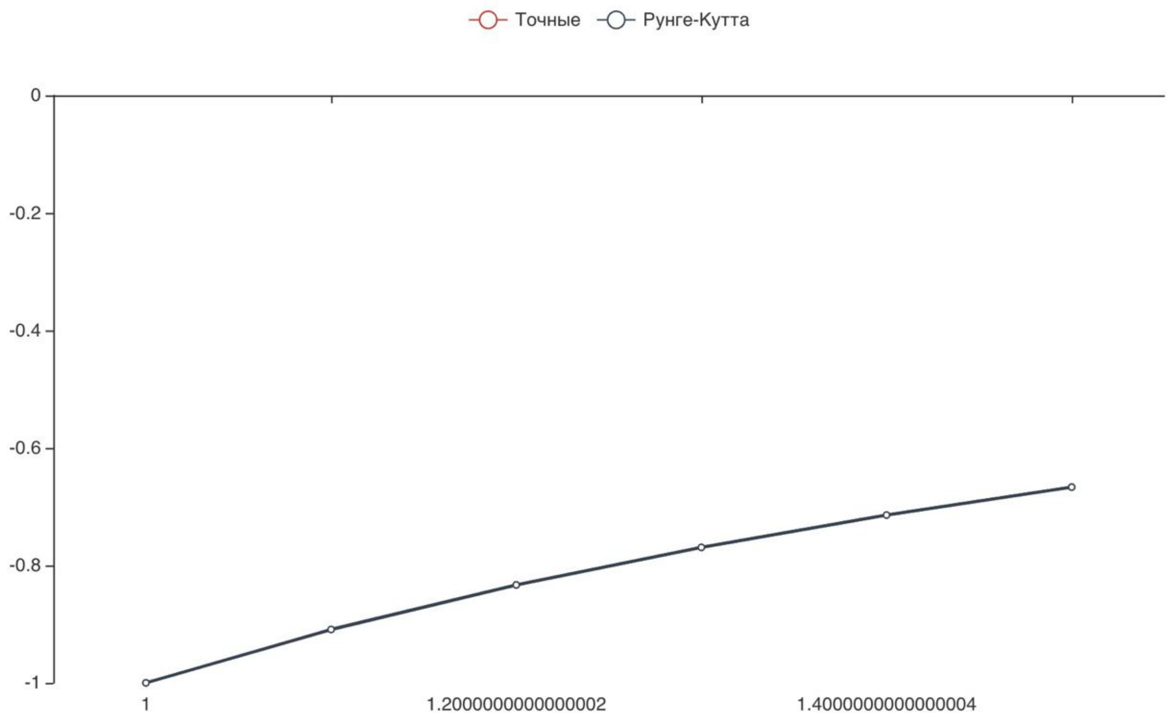
Код программы:
https://github.com/Ja1rman/Computational-Mathematics/blob/main/lab6/main.go

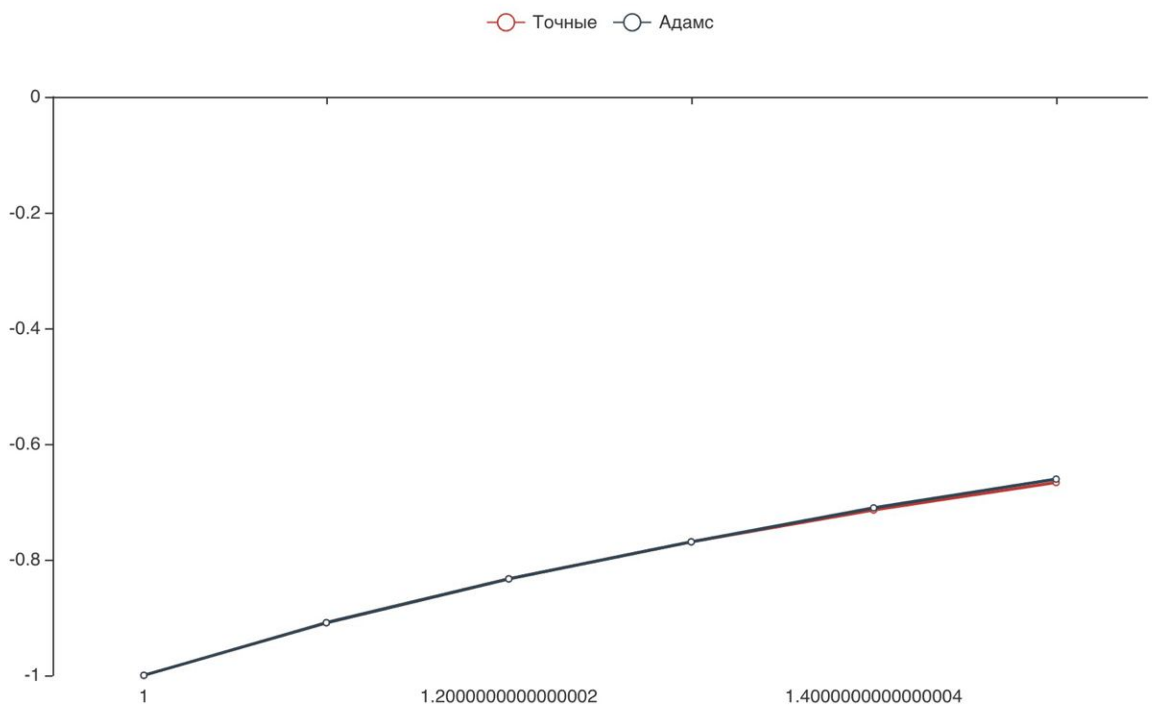
Результаты выполнения программы и графики:

```
jairman@Air-Roman-2:~/Desktop/lab5/lab6 » go run main.go

Лабораторная работа №6, Вариант 27, ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
Выберите функцию:
1 - y' = y + (1 + x)y^2
2 - y' = (x+1)^3 - y
3 - y' = 6*x*x + 5*y
1

Введите начальное условие y0: -1

Введите интервал дифференцирования x0, xn: 1 1.5

Введите шаг h: 0.1

Введите точность ε: 0.1
```

```
lab6 > data > output.txt
Шаг метода Эйлера: 0.100000
x:                 1.000000    1.100000    1.200000    1.300000    1.400000    1.500000
y:                 -1.000000   -0.909091   -0.833333   -0.769231   -0.714286   -0.666667
Метод Эйлера:      -1.000000   -0.900000   -0.819900   -0.753998   -0.698640   -0.651360

Шаг метода Рунге-Кутта: 0.100000
x:                 1.000000    1.100000    1.200000    1.300000    1.400000    1.500000
y:                 -1.000000   -0.909091   -0.833333   -0.769231   -0.714286   -0.666667
Метод Рунге-Кутта: -1.000000   -0.909093   -0.833337   -0.769234   -0.714289   -0.666670

Погрешность метода Адамса: 0.005774
x:                 1.000000    1.100000    1.200000    1.300000    1.400000    1.500000
y:                 -1.000000   -0.909091   -0.833333   -0.769231   -0.714286   -0.666667
Метод Адамса:      -1.000000   -0.909093   -0.833337   -0.769234   -0.710564   -0.660892
```




Точные
Рунге-Кутта
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
1
1.2000000000000002
1.4000000000000004


Точные
Адамс
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
1
1.2000000000000002
1.4000000000000004

lab6 > data > output.txt

```
Шаг метода Эйлера: 0.031250
x:                0.000000    0.031250    0.062500    0.093750    0.125000    0.156250    0.187500    0.21875
y:                0.000000    0.032247    0.066570    0.103095    0.141947    0.183255    0.227150    0.27376
Метод Эйлера:     0.000000    0.031250    0.064546    0.100012    0.137775    0.177964    0.220709    0.26614

Шаг метода Рунге-Кутта: 0.125000
x:                0.000000    0.125000    0.250000    0.375000    0.500000    0.625000    0.750000    0.87500
y:                0.000000    0.141947    0.323227    0.552313    0.838061    1.189663    1.616608    2.12864
Метод Рунге-Кутта: 0.000000   0.141948    0.323229    0.552317    0.838066    1.189670    1.616616    2.12865

Погрешность метода Адамса: 0.056572
x:                0.000000    0.015625    0.031250    0.046875    0.062500    0.078125    0.093750    0.10937
y:                0.000000    0.015872    0.032247    0.049141    0.066570    0.084549    0.103095    0.12222
Метод Адамса:     0.000000    0.015872    0.032247    0.049141    0.066304    0.084014    0.102287    0.12113
```

ПРОБЛЕМЫ   ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ   ТЕРМИНАЛ

ТЕРМИНАЛ   Python - lab6

```
jairman@Air-Roman-2:~/Desktop/lab5/lab6 » go run main.go                                    1 ↵

Лабораторная работа №6, Вариант 27, ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
Выберите функцию:
1 - y' = y + (1 + x)y^2
2 - y' = (x+1)^3 - y
3 - y' = 6*x*x + 5*y
2

Введите начальное условие y0: 0

Введите интервал дифференцирования x0, xn:  0 2

Введите шаг h: 1

Введите точность ε: 0.1
```

lab6 > data > output.txt

```
Шаг метода Эйлера: 0.050000
x:                1.000000    1.050000    1.100000    1.150000    1.200000    1.250000    1.300000    1.35000
y:                1.000000    1.614188    2.438573    3.534560    4.980995    6.879119    9.358927    12.5873
Метод Эйлера:     1.000000    1.550000    2.268250    3.198313    4.394641    5.925301    7.875376    10.3512

Шаг метода Рунге-Кутта: 0.100000
x:                1.000000    1.100000    1.200000    1.300000    1.400000    1.500000
y:                1.000000    2.438573    4.980995    9.358927    16.778670   29.229084
Метод Рунге-Кутта: 1.000000   2.500094    5.143436    9.686914    17.378209   30.274048

Погрешность метода Адамса: 0.127781
x:                1.000000    1.006250    1.012500    1.018750    1.025000    1.031250    1.037500    1.04375
y:                1.000000    1.067025    1.136658    1.208982    1.284088    1.362066    1.443010    1.52701
Метод Адамса:     1.000000    1.070073    1.142849    1.218418    1.295422    1.375311    1.458179    1.54412
```

ПРОБЛЕМЫ   ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ   ТЕРМИНАЛ

ТЕРМИНАЛ

```
jairman@MacBook-Air-Roman-2:~/Desktop/lab5/lab6 » go run main.go                            1 ↵

Лабораторная работа №6, Вариант 27, ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
Выберите функцию:
1 - y' = y + (1 + x)y^2
2 - y' = (x+1)^3 - y
3 - y' = 6*x*x + 5*y
3

Введите начальное условие y0: 1

Введите интервал дифференцирования x0, xn: 1 1.5

Введите шаг h: 0.1

Введите точность ε: 1
```

Вывод:

В результате выполнения данной лабораторной работой я познакомился с численными метода дифференцирования и реализовал метод Эйлера, метод Рунге-Кутта и метод Адамса на языке программирования Go.

Одношаговый метод Эйлера является самым неточным из представленных, но и самым простым для вычислений. Многошаговый метод Адамса, который используется в работе, имеет порядок точности = 4, его вычисления сложны и напоминают метод Рунге-Кутта, с отличием в том, что тут каждое новое значение находится на основе 4-х предыдущих, а не 1.