

НИУ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Дисциплина «Вычислительная математика»

Отчет

По лабораторной работе №4 «Аппроксимация функции методом
наименьших квадратов»

Вариант 27

Выполнил:

студент группы Р32131

Овсянников Роман Дмитриевич

Преподаватель:

Малышева Татьяна Алексеевна

Санкт-Петербург,

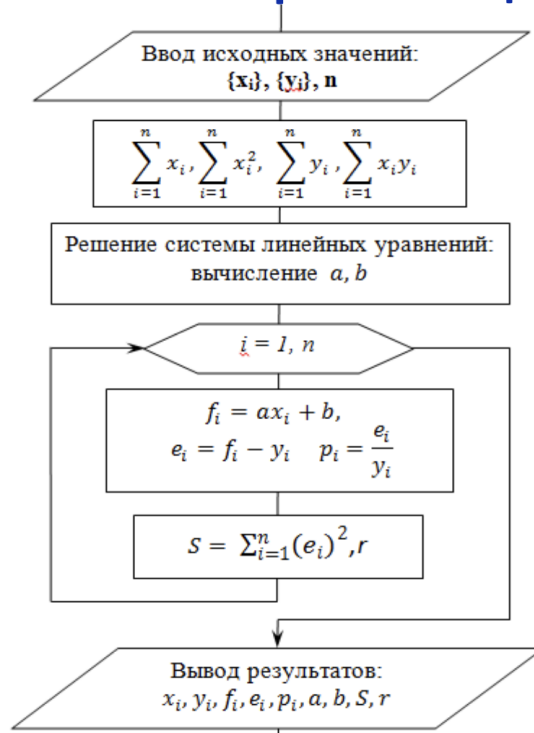
2023 г.

Цель работы:

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Рабочие формулы метода:

Блок-схема метода наименьших квадратов для линейной аппроксимации



Вычислительная часть лабораторной работы:

Функция: $y = 18x / (x^4 + 27)$, $x \in [0, 2]$, $h = 0.2$

x	y
0,00	0
0,20	0,1333254326
0,40	0,2664140667
0,60	0,398089172
0,80	0,5253633763
1,00	0,6428571429
1,20	0,7429420505
1,40	0,817078232
1,60	0,8583281675
1,80	0,8640552995
2,00	0,8372093023

Квадратичная аппроксимация:

$$\Sigma x = 11$$

$$\Sigma x^2 = 15.4$$

$$\Sigma x^3 = 24.2$$

$$\Sigma x^4 = 40.5328$$

$$\Sigma y = 6.0856622423$$

$$\Sigma xy = 8.07371525744$$

$$\Sigma x^2 y = 12.187367449448$$

Решаем систему

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum_{i=0}^{11} x_i + a_2 \sum_{i=0}^{11} x_i^2 = \sum_{i=0}^{11} y_i \\ a_0 \sum_{i=0}^{11} x_i + a_1 \sum_{i=0}^{11} x_i^2 + a_2 \sum_{i=0}^{11} x_i^3 = \sum_{i=0}^{11} x_i y_i \\ a_0 \sum_{i=0}^{11} x_i^2 + a_1 \sum_{i=0}^{11} x_i^3 + a_2 \sum_{i=0}^{11} x_i^4 = \sum_{i=0}^{11} x_i^2 y_i \end{cases}$$

$$a_0 = -0.033495$$

$$a_1 = 0.901518$$

$$a_2 = -0.224844$$

Итоговая аппроксимация: $P(x) = -0.033 + 0.902x - 0.225x^2$

x	y	Eps
0,00	0	-0,033
0,20	0,1333254326	0,004
0,40	0,2664140667	0,025
0,60	0,398089172	0,028
0,80	0,5253633763	0,018
1,00	0,6428571429	0,0003
1,20	0,7429420505	-0,018
1,40	0,817078232	-0,029
1,60	0,8583281675	-0,025
1,80	0,8640552995	-0,003
2,00	0,8372093023	0,033

$$\sigma = 0.023$$

Линейная аппроксимация:

$$\Sigma x = 11$$

$$\Sigma x^2 = 15.4$$

$$\Sigma y = 6.0856622423$$

$$\Sigma xy = 8.07371525744$$

Решаем систему:

$$\begin{cases} a \sum_{i=0}^{11} x_i^2 + b \sum_{i=0}^{11} x_i = \sum_{i=0}^{11} x_i y_i \\ a \sum_{i=0}^{11} x_i + b n = \sum_{i=0}^{11} y_i \end{cases}$$

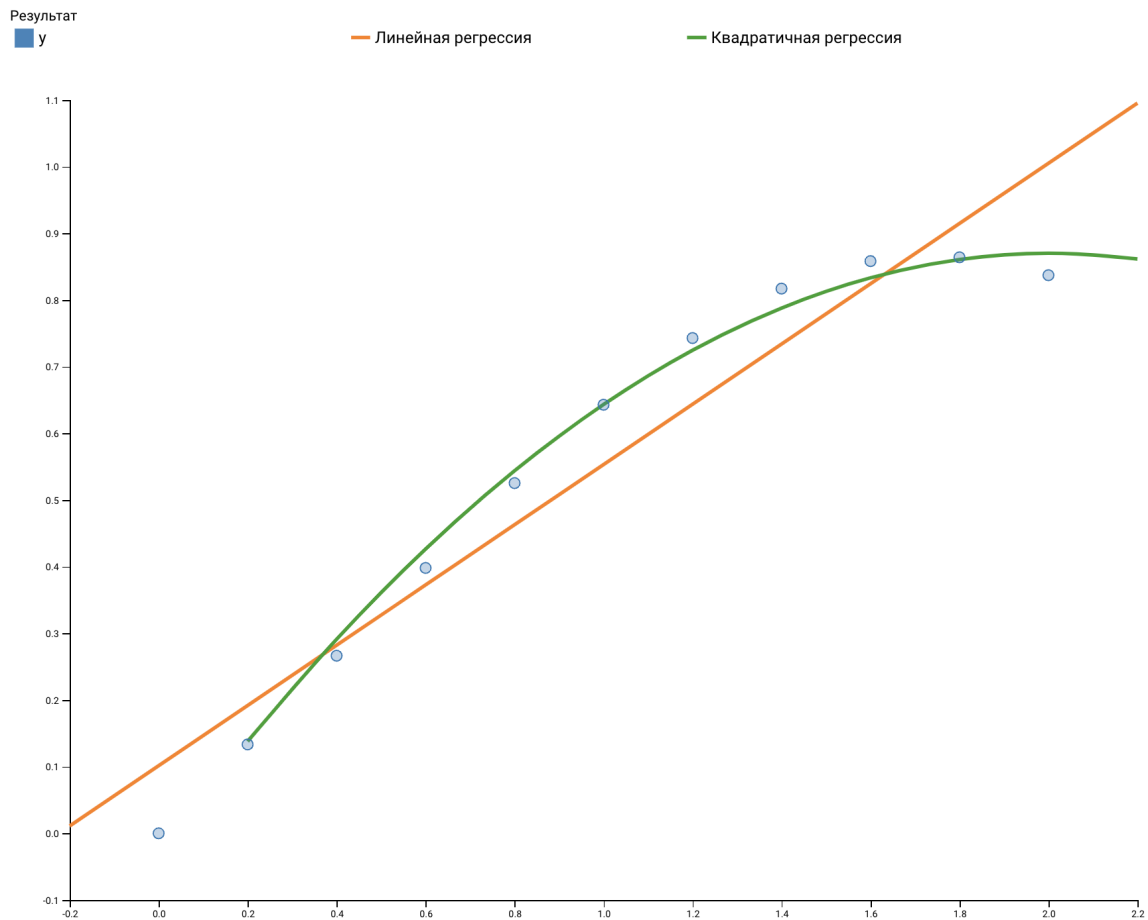
a = 0.451830

b = 0.101412

Итоговая аппроксимация: $P(x) = 0.452x + 0.101$

x	y	Eps
0,00	0	0,101
0,20	0,1333254326	0,058
0,40	0,2664140667	0,016
0,60	0,398089172	-0,026
0,80	0,5253633763	-0,062
1,00	0,6428571429	-0,090
1,20	0,7429420505	-0,099
1,40	0,817078232	-0,083
1,60	0,8583281675	-0,034
1,80	0,8640552995	0,051
2,00	0,8372093023	0,168

$\sigma = 0.083$



Квадратичная аппроксимация является лучшей

Листинг программы:

Код программы:

<https://github.com/Ja1rman/Computational-Mathematics/blob/main/lab4/main.go>

Графики аппроксимирующих функций:



Результаты выполнения программы при различных исходных данных:

```

1  Линейная аппроксимация:
2   $P(x) = 1.685383x + 1.216788$ 
3   $S = 0.473020$ ,  $r = 0.997419$ , Среднеквадратичное отклонение =  $0.259950$ 
4  Значения:
5  x   1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
6  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
7   $P(x)$    3.070710   5.093169   7.452705   8.801011   10.317855   12.677391   13.857159
8  e    0.340710   -0.026831   -0.287295   -0.108989   -0.272145   -0.072609   0.427159
9
10  Квадратичная аппроксимация:
11   $P(x) = 0.374260 + 2.197386x - 0.058853x^2$ 
12   $S = 0.069008$ , Среднеквадратичное отклонение =  $0.099289$ 
13  Значения:
14  x   1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
15  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
16   $P(x)$    2.720172   5.116916   7.698891   9.070725   10.523993   12.595125   13.544178
17  e   -0.009828   -0.003084   -0.041109   0.160725   -0.066007   -0.154875   0.114178
18
19  Кубическая аппроксимация:
20   $P(x) = 0.639772 + 1.911877x + 0.019107x^2 - 0.006042x^3$ 
21   $S = 0.059399$ , Среднеквадратичное отклонение =  $0.092117$ 
22  Значения:
23  x   1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
24  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
25   $P(x)$    2.757914   5.064653   7.669250   9.079564   10.569680   12.624264   13.504675
26  e    0.027914   -0.055347   -0.070750   0.169564   -0.020320   -0.125736   0.074675
27
28  Экспоненциальная аппроксимация:
29   $P(x) = 2.730945 * e^{0.234550x}$ 
30   $S = 10.707090$ , Среднеквадратичное отклонение =  $1.236764$ 
31  Значения:
32  x   1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
33  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
34   $P(x)$    3.534788   4.683819   6.504437   7.846950   9.691220   13.458233   15.859622
35  e    0.804788   -0.436181   -1.235563   -1.063050   -0.898780   0.708233   2.429622
36
37  Логарифмическая аппроксимация:
38   $P(x) = 1.198875 * \ln x + 5.650037$ 
39   $S = 4.199778$ , Среднеквадратичное отклонение =  $0.774576$ 
40  Значения:
41  x   1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
42  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
43   $P(x)$    1.737381   5.904843   8.591004   9.696968   10.727092   12.029559   12.583152
44  e   -0.992619   0.784843   0.851004   0.786968   0.137092   -0.720441   -0.846848
45
46  Степенная аппроксимация:
47   $P(x) = 2.542090 * x^{0.838036}$ 
48   $S = 0.154396$ , Среднеквадратичное отклонение =  $0.148514$ 
49  Значения:
50  x   1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
51  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
52   $P(x)$    2.753465   5.108953   7.609647   8.966163   10.446321   12.672535   13.757005
53  e    0.023465   -0.011047   -0.130353   0.056163   -0.143679   -0.077465   0.327005
54
55  Лучшая аппроксимация: Кубическая

```

```

1  Линейная аппроксимация:
2  P(x) = 1.318713x + 3.270777
3  S = 2.857985, r = 0.984302, Среднеквадратичное отклонение = 0.638971
4  Значения:
5  x   -1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
6  y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
7  P(x)  1.820193   6.303818   8.150017   9.204987   10.391829   12.238028   13.161127
8  e   -0.909807   1.183818   0.410017   0.294987   -0.198171   -0.511972   -0.268873
9
10 Квадратичная аппроксимация:
11 P(x) = 3.430844 + 0.874488x + 0.068606x^2
12 S = 0.948794, Среднеквадратичное отклонение = 0.368160
13 Значения:
14 x   -1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
15 y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
16 P(x)  2.551921   5.805095   7.605673   8.755322   10.153645   12.549726   13.848618
17 e   -0.178079   0.685095   -0.134327   -0.154678   -0.436355   -0.200274   0.418618
18
19 Кубическая аппроксимация:
20 P(x) = 2.739843 + 0.420678x + 0.341230x^2 + -0.027593x^3
21 S = 0.049395, Среднеквадратичное отклонение = 0.084002
22 Значения:
23 x   -1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
24 y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
25 P(x)  2.726711   5.176784   7.570120   9.028388   10.616866   12.702808   13.448323
26 e   -0.003289   0.056784   -0.169880   0.118388   0.026866   -0.047192   0.018323
27
28 Экспоненциальная аппроксимация:
29 P(x) = 3.499977 * e^0.192600x
30 S = 3.327955, Среднеквадратичное отклонение = 0.689509
31 Значения:
32 x   -1.100000   2.300000   3.700000   4.500000   5.400000   6.800000   7.500000
33 y   2.730000   5.120000   7.740000   8.910000   10.590000   12.750000   13.430000
34 P(x)  2.831753   5.450662   7.137607   8.326622   9.902609   12.967403   14.839002
35 e   0.101753   0.330662   -0.602393   -0.583378   -0.687391   0.217403   1.409002
36
37 Логарифмическая аппроксимация невозможна из-за отрицательного числа X
38
39
40 Степенная аппроксимация невозможна из-за отрицательного числа X
41
42
43 Лучшая аппроксимация: Кубическая
44

```



```

1  Линейная аппроксимация:
2  P(x) = 1.454330x + 5.291060
3  S = 1.345854, r = 0.995418, Среднеквадратичное отклонение = 0.410161
4  Значения:
5  x   1.200000   2.900000   4.100000   5.500000   6.700000   7.800000   9.200000   10.300000
6  y   7.400000   9.500000   11.100000  12.900000  14.600000  17.300000  18.200000  20.700000
7  P(x)  7.036255   9.508616  11.253811  13.289873  15.035068  16.634831  18.670892  20.270655
8  e   -0.363745   0.008616   0.153811   0.389873   0.435068   -0.665169   0.470892   -0.429345
9
10 Квадратичная аппроксимация:
11 P(x) = 5.943053 + 1.152563x + 0.025974x^2
12 S = 1.015890, Среднеквадратичное отклонение = 0.356351
13 Значения:
14 x   1.200000   2.900000   4.100000   5.500000   6.700000   7.800000   9.200000   10.300000
15 y   7.400000   9.500000   11.100000  12.900000  14.600000  17.300000  18.200000  20.700000
16 P(x)  7.363531   9.503925  11.105179  13.067854  14.831184  16.513283  18.745045  20.570000
17 e   -0.036469   0.003925   0.005179   0.167854   0.231184   -0.786717   0.545045   -0.130000
18
19 Кубическая аппроксимация:
20 P(x) = 6.177879 + 0.954754x + 0.066875x^2 + -0.002371x^3
21 S = 0.999587, Среднеквадратичное отклонение = 0.353480
22 Значения:
23 x   1.200000   2.900000   4.100000   5.500000   6.700000   7.800000   9.200000   10.300000
24 y   7.400000   9.500000   11.100000  12.900000  14.600000  17.300000  18.200000  20.700000
25 P(x)  7.415785   9.451246  11.053096  13.057447  14.863513  16.568274  18.775326  20.515312
26 e   0.015785   -0.048754  -0.046904   0.157447   0.263513   -0.731726   0.575326   -0.184688
27
28 Экспоненциальная аппроксимация:
29 P(x) = 6.839635 * e^0.111077x
30 S = 2.718870, Среднеквадратичное отклонение = 0.582974
31 Значения:
32 x   1.200000   2.900000   4.100000   5.500000   6.700000   7.800000   9.200000   10.300000
33 y   7.400000   9.500000   11.100000  12.900000  14.600000  17.300000  18.200000  20.700000
34 P(x)  7.814854   9.439060  10.784914  12.599480  14.395957  16.266888  19.003798  21.473574
35 e   0.414854   -0.060940  -0.315086  -0.300520  -0.204043  -1.033112   0.803798   0.773574
36
37 Логарифмическая аппроксимация:
38 P(x) = 4.295866 * ln x + 6.008624
39 S = 18.692764, Среднеквадратичное отклонение = 1.528593
40 Значения:
41 x   1.200000   2.900000   4.100000   5.500000   6.700000   7.800000   9.200000   10.300000
42 y   7.400000   9.500000   11.100000  12.900000  14.600000  17.300000  18.200000  20.700000
43 P(x)  5.391368   10.693313  12.773956  14.539057  15.724915  16.638323  17.630226  18.308842
44 e   -2.008632   1.193313   1.673956   1.639057   1.124915   -0.661677   -0.569774   -2.391158
45
46 Степенная аппроксимация:
47 P(x) = 6.128671 * x^0.479894
48 S = 8.046184, Среднеквадратичное отклонение = 1.002882
49 Значения:
50 x   1.200000   2.900000   4.100000   5.500000   6.700000   7.800000   9.200000   10.300000
51 y   7.400000   9.500000   11.100000  12.900000  14.600000  17.300000  18.200000  20.700000
52 P(x)  6.689058   10.215707  12.062511  13.888715  15.268445  16.423939  17.777982  18.768129
53 e   -0.710942   0.715707   0.962511   0.988715   0.668445   -0.876061   -0.422018   -1.931871
54
55 Лучшая аппроксимация: Кубическая

```

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы я познакомился с аппроксимациями функции методом наименьших квадратов и реализовал их на языке программирования Go.