

# НИУ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Дисциплина «Вычислительная математика»

## Отчет

По лабораторной работе №5 «Интерполяция функции»

Вариант 27

Выполнил:

*студент группы Р32131*

*Овсянников Роман Дмитриевич*

Преподаватель:

*Малышева Татьяна Алексеевна*

Санкт-Петербург,

2023 г.

## **Цель работы:**

Решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

## **Порядок выполнения работы:**

Вычислительная реализация задачи:

1. Выбрать из табл. 1 заданную по варианту таблицу  $y = f(x)$  (таблица 1.1 – таблица 1.5);
2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы. Таблицу отразить в отчете;
3. Вычислить значения функции для аргумента  $X_1$  (см. табл.1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
4. Вычислить значения функции для аргумента  $X_2$  (см. табл. 1), используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса. Обратить внимание какой конкретно формулой необходимо воспользоваться;
5. Подробные вычисления привести в отчете.

Программная реализация задачи:

1. Исходные данные задаются тремя способами:
  - а) в виде набора данных (таблицы  $x, y$ ), пользователь вводит значения с клавиатуры;
  - б) в виде сформированных в файле данных (подготовить не менее трех тестовых вариантов);
  - в) на основе выбранной функции, из тех, которые предлагает программа, например,  $\sin x$ . Пользователь выбирает уравнение, исследуемый интервал и количество точек на интервале (не менее двух функций).
2. Сформировать и вывести таблицу конечных разностей;
3. Вычислить приближенное значение функции для заданного значения аргумента, введенного с клавиатуры, указанными методами (см. табл. 5.2). Сравнить полученные значения;
4. Построить графики заданной функции с отмеченными узлами интерполяции и интерполяционного многочлена Ньютона/Гаусса (разными цветами);
5. Программа должна быть протестирована на различных наборах данных, в том числе и некорректных.
6. Проанализировать результаты работы программы.

## **Рабочие формулы:**

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

---

## Интерполяционные формулы Ньютона

### для равноотстоящих узлов

Введем обозначение:  $t = (x - x_0)/h$ . Тогда получим формулу Ньютона, которая называется **первой интерполяционной формулой Ньютона для интерполирования вперед**:

$$N_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!} \Delta^n y_0$$

Для правой половины отрезка разности вычисляют справа налево:  $t = (x - x_n)/h$ . Тогда получим формулу Ньютона, которая называется **второй интерполяционной формулой Ньютона для интерполирования назад**:

$$N_n(x) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{n-2} + \dots + \frac{t(t+1)\dots(t+n-1)}{n!} \Delta^n y_0$$

## Первая интерполяционная формула Гаусса ( $x > a$ )

$$\begin{aligned}
 P_n(x) &= y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-1} \\
 &+ \frac{(t+1)t(t-1)(t-2)}{4!}\Delta^4 y_{-2} + \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{5!}\Delta^5 y_{-2} \dots \\
 &+ \frac{(t+n-1) \dots (t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1} y_{-(n-1)} + \frac{(t+n-1) \dots (t-n)}{(2n)!}\Delta^{2n} y_{-n}
 \end{aligned}$$

## Вторая интерполяционная формула Гаусса ( $x < a$ )

$$\begin{aligned}
 P_n(x) &= y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-2} \\
 &+ \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)}{4!}\Delta^4 y_{-2} + \dots + \frac{(t+n-1) \dots (t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1} y_{-n} \\
 &+ \frac{(t+n)(t+n-1) \dots (t-n+1)}{(2n)!}\Delta^{2n} y_{-n}
 \end{aligned}$$

### Вычислительная часть лабораторной работы:

x	y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$	$\Delta^6 y$
0,5	1,532	1,0036	0,0014	-0,0008	-0,0012	0,0059	-0,0166
0,55	2,5356	1,005	0,0006	-0,002	0,0047	-0,0107	
0,6	3,5406	1,0056	-0,0014	0,0027	-0,006		
0,65	4,5462	1,0042	0,0013	-0,0033			
0,7	5,5504	1,0055	-0,002				
0,75	6,5559	1,0035					
0,8	7,5594						

$x_1 = 0,783$

Так как больше 0.65, то используем 2 формулу Ньютона:

$$h = 0.05$$

$$t = (0,783 - 0,8) / 0,05 = -0.34$$

$$N6(0,783) = 7.5594 + -0.34 * 1.0035 + -0.34 * (-0.34 + 1) * -0.002 / 2 + -0.34 * (-0.34 + 1) * (-0.34 + 2) * -0.0033 / 6 + -0.34 * (-0.34 + 1) * (-0.34 + 2) * (-0.34 + 3) * -0.006 / 24 + -0.34 * (-0.34 + 1) * (-0.34 + 2) * (-0.34 + 3) * (-0.34 + 4) * -0.0107 / 120 + -0.34 * (-0.34 + 1) * (-0.34 + 2) * (-0.34 + 3) * (-0.34 + 4) * (-0.34 + 5) * -0.0166 / 720 = \mathbf{7.22}$$

$$X2 = 0,683$$

Так как больше 0.65, то используем 1 формулу Гаусса:

$$h = 0.05$$

$$t = (0.683 - 0.65) / 0.05 = 0.66$$

$$P6(0.683) = 4.5462 + 0.66 * 1.0042 + 0.66 * (0.66 - 1) / 2 * (-0.0014) + (0.66 + 1) * 0.66 * (0.66 - 1) / (2 * 3) * (0.0027) + (0.66 + 1) * 0.66 * (0.66 - 1) * (0.66 - 2) / (2 * 3 * 4) * (0.0047) + (0.66 + 2) * (0.66 + 1) * 0.66 * (0.66 - 1) * (0.66 - 2) / (2 * 3 * 4 * 5) * (-0.0107) + (0.66 + 2) * (0.66 + 1) * 0.66 * (0.66 - 1) * (0.66 - 2) * (0.66 - 3) / (2 * 3 * 4 * 5 * 6) * (-0.0166) = \mathbf{5.21}$$

### Листинг программы:

Код программы:

<https://github.com/Ja1rman/Computational-Mathematics/blob/main/lab5/main.go>

### Результаты выполнения программы при различных исходных данных:

```
jairman@MacBook-Air-Roman-2:~/Desktop/lab5 » go run main.go
```

Лабораторная работа №5, Вариант 27, Интерполяция функций

Выберите способ ввода данных

1 – ввод таблицы x, y с клавиатуры

2 – ввод таблицы x, y из файла

3 – ввод на основе функции

2

Таблица разностей:

x	0.100000	0.200000	0.300000	0.400000	0.500000
y	1.250000	2.380000	3.790000	5.440000	7.140000
$\Delta^1 y$	1.130000	1.410000	1.650000	1.700000	
$\Delta^2 y$	0.280000	0.240000	0.050000		
$\Delta^3 y$	-0.040000	-0.190000			
$\Delta^4 y$	-0.150000				

Введите значение аргумента для интерполирования

0.22

По Лагранжу: 2.638720000

По Ньютону конечные: 2.633680000

По Ньютону разделённые: 2.638720000

```
jairman@MacBook-Air-Roman-2:~/Desktop/lab5 » go run main.go
```

Лабораторная работа №5, Вариант 27, Интерполяция функций

Выберите способ ввода данных

1 – ввод таблицы x,y с клавиатуры

2 – ввод таблицы x,y из файла

3 – ввод на основе функции

2

Таблица разностей:

x	0.100000	0.200000	0.300000	0.400000	0.500000
y	1.250000	2.380000	3.790000	5.440000	7.140000
$\Delta^1 y$	1.130000	1.410000	1.650000	1.700000	
$\Delta^2 y$	0.280000	0.240000	0.050000		
$\Delta^3 y$	-0.040000	-0.190000			
$\Delta^4 y$	-0.150000				

Введите значение аргумента для интерполирования

0.4

По Лагранжу: 5.440000000

По Ньютому конечные: 5.530000000

По Ньютому разделённые: 5.440000000

## Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы я познакомился с интерполяцией функции и реализовал метод с использованием многочлена Лагранжа и метод с использованием многочлена Ньютона с конечными разностями, а также дополнительно реализовал метод с использованием многочлена Ньютона с разделёнными разностями на языке программирования Go.

Использование многочлена Лагранжа целесообразно для нескольких точек на одном и том же отрезке, так как этот метод медленнее и нестабильнее метода с использованием многочлена Ньютона.