

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Мегафакультет компьютерных технологий и управления
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

КОМПЛЕКСНАЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ
КУРСОВАЯ РАБОТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МОДЕЛИРОВАНИЕ»

**ТЕМА: «Исследование характеристик функционирования
четырехузловой сети массового обслуживания»**

Вариант 20 / 4

Выполнили:

Марков Петр Денисович, Р34111 _____
Кривоносов Егор Дмитриевич, Р34111 _____
Нечкасова Олеся Алексеевна, Р34111 _____

Руководитель:

Алиев Тауфик Измайлович _____

Курсовая работа защищена с оценкой _____

Дата защиты: «___» _____ 20__ г.

Санкт-Петербург

2022 г.

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студенту(ам) Нечкасова О.А., Кривоносов Е.Д., Марков П.Д., Р34111

Фамилия(и), И.О, группа

Руководитель Алиев Т.И., Профессор факультета программной инженерии и компьютерной техники, доктор технических наук, профессор

Фамилия, И.О, должность, уч. степень, уч. звание

1. **Наименование темы:** «Исследование характеристик функционирования четырехузловой сети массового обслуживания»

2. **Срок сдачи студентами законченной работы** 15 декабря 2022 г.

3. **Техническое задание и сходные данные к работе**

Комплексное исследование характеристик функционирования систем, моделируемых в виде **замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок**, с использованием аналитических, численных и имитационных методов.

Исходные данные к работе (вариант 20 / 4):

- 1) тип модели: M5;
- 2) количество узлов СеМО 4;
- 3) количество обслуживающих приборов в узлах СеМО: 2 / 1 / 1 / 2;
- 4) вероятности передач: $p_{10} = 0.5, p_{12} = 0.25, p_{13} = 0.1$;
- 5) число заявок, циркулирующих в замкнутой СеМО: 2;
- 6) средние длительности обслуживания заявок в узлах СеМО: $b_1 = 0.5, b_2 = 0.25, b_3 = 0.5, b_4 = 0.5$;

4. **Содержание выпускной работы (перечень подлежащих разработке вопросов)**

- 1) Описание системы обслуживания
- 2) Постановка задачи исследования и исходные данные

- 3) Результаты исследования системы с использованием модели в виде ЗСеМО на аналитических, марковских и имитационных моделях
- 4) Исследования РСеМО на аналитических и имитационных моделях
- 5) Результаты сравнительного анализа характеристик разомкнутых и замкнутых СеМО.

5. Исходные материалы и пособия

- 1) Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. Учебное пособие. - СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.
- 2) Алиев Т.И., Муравьева-Витковская Л.А., Соснин В.В. Моделирование: задачи, задания, тесты. Учебное пособие. - СПб.: НИУ ИТМО, 2011. – 197 с.
- 3) Конспект лекций по дисциплине "Моделирование".
- 4) Электронные учебно-методические материалы по дисциплине «Моделирование», представленные в информационной системе университета ИТМО (www.cis.ifmo.ru).

6. Дата выдачи задания «11» ноября 2022 г.

Руководитель: _____
подпись

Задание принял к исполнению: _____
подпись(и)

Содержание

1. Цель работы	6
2. Исходные данные	6
Таблица 1. Структурные параметры и количество заявок в ЗСеМО	6
Таблица 2. Вероятности передач и ср. длительности обслуживания заявок в ЗСеМО	6
Рисунок 1. Модель М5	7
3. Разработка моделей и проведение над ними экспериментов	8
3.1. Разработка аналитических моделей замкнутой СеМО (ЗСеМО) и разомкнутой СеМО (РСеМО)	8
3.2. Проведение экспериментов на аналитической модели замкнутой СеМО (ЗСеМО) и разомкнутой СеМО (РСеМО)	9
Таблица 3. Результаты аналитического моделирования	9
Таблица 4. Результаты аналитического моделирования	9
Таблица 5. Результаты определения предельных параметров	10
Таблица 6. Результаты аналитического моделирования	11
Таблица 7. Результаты варьирования параметров	11
Рисунок 3. График зависимости времени пребывания и времени ожидания заявок в ЗСеМО от количества заявок	13
Таблица 8. Результаты определения предельных параметров	13
Таблица 9. Результаты варьирования параметров	13
Таблица 10. Результаты устранения узкого места в ЗСеМО	15
Таблица 11. Результаты определения предельных параметров	15
Таблица 12-13. Результаты варьирования параметров	16
Рисунок 6-7. Сравнение характеристик СеМО с “узким местом” и СеМО с устраненным наиболее нагруженным узлом	17
3.3. Разработка Марковских моделей ЗСеМО	19
Для исследования Марковской модели разработаем СеМО, с различным распределением времени обслуживания в одном из узлов. В первом случае оставим экспоненциальное, во втором – возьмем гиперэкспоненциальное.	19
3.3.1. Экспоненциальная ЗСеМО	19
Таблица 14. Перечень состояний Марковского процесса	19
Таблица 15. Матрица интенсивностей переходов	20
3.3.2. Не экспоненциальная ЗСеМО	21
Таблица 16. Перечень состояний Марковского процесса	22
Таблица 17. Матрица интенсивностей переходов	23
3.4. Проведение экспериментов на Марковской модели экспоненциальной и неэкспоненциальной ЗСеМО	24

3.4.1. Экспоненциальная ЗСеМО	24
Стационарные вероятности событий рассчитаем с помощью программы MARK.	24
Таблица 18. Стационарные вероятности событий экспоненциальной ЗСеМО	24
По формулам рассчитаем характеристики, исходя из определенных ранее значений вероятностей.	25
Таблица 19. Расчет характеристик экспоненциальной ЗСеМО	25
3.4.2. Не экспоненциальная ЗСеМО	26
Стационарные вероятности событий рассчитаем с помощью программы MARK.	26
Таблица 20. Стационарные вероятности событий не экспоненциальной ЗСеМО	26
По формулам рассчитаем характеристики, исходя из определенных ранее значений вероятностей.	28
Таблица 21. Расчет характеристик не экспоненциальной ЗСеМО	28
3.4.3. Сравнение и анализ экспоненциальной и не экспоненциальной ЗСеМО	30
3.5. Разработка имитационных моделей РСемо и ЗСеМО	33
Так как имитационное моделирование является наиболее универсальным способом, разработаем модели замкнутой и разомкнутой СеМО как с экспоненциальным, так и с не экспоненциальным распределением времени обслуживания заявки в узле.	33
3.5.1. Замкнутая экспоненциальная СеМО	33
3.5.2. Замкнутая не экспоненциальная СеМО	34
3.5.3. Разомкнутая экспоненциальная СеМО	35
3.5.4. Разомкнутая не экспоненциальная СеМО	36
3.6. Проведение экспериментов на имитационной модели экспоненциальной и неэкспоненциальной ЗСеМО	38
Вывод	42
Приложение 1	43
Приложение 2	44

1. Цель работы

Проведение комплексного исследования характеристик функционирования систем, моделируемых в виде **замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок** с применением аналитических, численных и имитационных методов и изучение свойств и закономерностей, присущих процессам, протекающим в них.

Учебно-исследовательская работа выполняется в рамках курсового проектирования и включает в себя разработку и подготовку моделей и исходных данных, необходимых для выполнения расчетов и экспериментов с использованием специальных программных средств моделирования, а также обработку, анализ и формирование результатов модельных экспериментов.

2. Исходные данные

Таблица 1. Структурные параметры и количество заявок в 3СеМО

Вариант (А)	К-во узлов n	Количество приборов				К-во заявок М	Номер узла	Тип модели
		у1	у2	у3	у4			
20	4	2	1	1	2	2	3	М5

Для неэкспоненциальной модели СеМО распределение длительности обслуживания заменяется на гиперэкспоненциальное с коэффициентом вариации 2 для **узла 3**.

Таблица 2. Вероятности передач и ср. длительности обслуживания заявок в 3СеМО

Вариант (В)	Вероятности передач			Средние длительности обслуживания, с			
	p_{10}	p_{12}	p_{13}	b_1	b_2	b_3	b_4
4	0.5	0.25	0.1	0.5	0.25	0.5	0.5

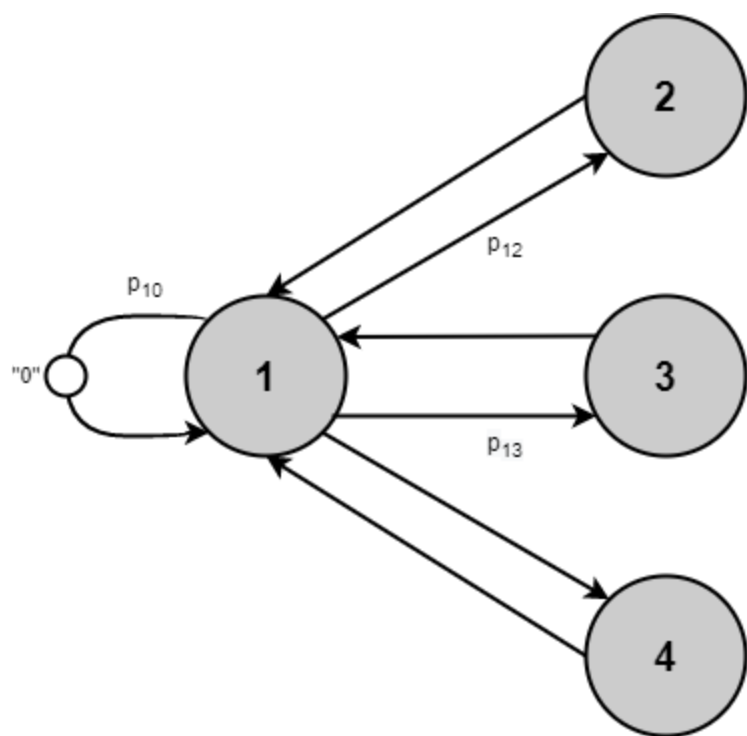


Рисунок 1. Модель M5

3. Разработка моделей и проведение над ними экспериментов

3.1. Разработка аналитических моделей замкнутой СеМО (ЗСеМО) и разомкнутой СеМО (РСеМО)

Разработка аналитических моделей ЗСеМО и РСеМО предполагает подготовку следующих исходных данных (параметров модели) для проведения расчетов:

- количество узлов СеМО;
 $N = 4$
- количество обслуживающих приборов в узлах СеМО;
 $K_1 = 2, K_2 = 1, K_3 = 1, K_4 = 2$
- матрица вероятностей передач и рассчитанные по этой матрице коэффициенты передач;

	0	1	2	3	4
0		1			
1	0.5		0.25	0.1	0.15
2		1			
3		1			
4		1			

$$\lambda_0 = p_{10}\lambda_1 = 0.5\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 2\lambda_0$$

$$\lambda_1 = p_{01}\lambda_0 + p_{21}\lambda_2 + p_{31}\lambda_3 + p_{41}\lambda_4 = \lambda_0 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$$

$$\lambda_2 = p_{12}\lambda_1 = 0.25\lambda_1 = 0.25 * 2\lambda_0 = 0.5\lambda_0$$

$$\lambda_3 = p_{13}\lambda_1 = 0.1\lambda_1 = 0.1 * 2\lambda_0 = 0.2\lambda_0$$

$$\lambda_4 = p_{14}\lambda_1 = 0.15\lambda_1 = 0.15 * 2\lambda_0 = 0.3\lambda_0$$

Проверка:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + 0.5\lambda_0 + 0.2\lambda_0 + 0.3\lambda_0 = 2\lambda_0$$

Отсюда коэффициенты передач

$$\alpha_1 = 2, \alpha_2 = 0.5, \alpha_3 = 0.2, \alpha_4 = 0.3$$

Коэффициенты передач обозначают среднее число появлений заявки из входящего потока на входе i -той СМО (компонента), то есть среднее число обслуживаний заявки i -той СМО.

Для замкнутой СеМО - число заявок, циркулирующих в сети, $M = 2$

Средние длительности обслуживания заявок в узлах СеМО.

$$b_1 = 0.5; b_2 = 0.25; b_3 = 0.5; b_4 = 0.5$$

3.2. Проведение экспериментов на аналитической модели замкнутой СеМО (ЗСеМО) и разомкнутой СеМО (РСеМО)

Рассчитаем характеристики ЗСеМО по рекуррентным формулам для постоянного количества заявок в виде одной и двух заявок. Так как в узлах 1 и 4 приборы двухканальные, то время пребывания возьмем как для случая с одной заявкой.

Таблица 3. Результаты аналитического моделирования

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО				
	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4	Сеть
Загрузка	0.7175	0.1794	0.1435	0.1076	1.1481
Длина очереди	0.0000	0.0163	0.0104	0.0000	0.0267
Число заявок	1.4351	0.1957	0.1539	0.2153	2.0000
Время ожидания	0.0000	0.0227	0.0364	0.0000	0.0186
Время пребывания	0.5000	0.2727	0.5364	0.5000	1.3936
Производительность					1.4351

Для разомкнутой СеМО - интенсивность входящего потока заявок, поступающих в сеть определим после аналитического расчета характеристик замкнутой СеМО и принимаем равной производительности ЗСеМО, то есть $\lambda_0 = 0.9358$.

Таблица 4. Результаты аналитического моделирования

Характеристики СеМО	Разомкнутая СеМО				
	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4	Сеть
Загрузка	0.7175	0.1794	0.1435	0.1076	1.1481
Длина очереди	1.5231	0.0392	0.0240	0.0025	1.5889

Число заявок	2.9582	0.2186	0.1676	0.2178	3.5622
Время ожидания	0.5307	0.0547	0.0838	0.0059	1.1072
Время пребывания	1.0307	0.3047	0.5838	0.5059	2.4822
Производительность	2.8702	0.7175	0.2870	0.4305	1.4351

Можно заметить, что при приведении замкнутой СеМО к разомкнутой при той же производительности из-за увеличения числа заявок в сети появились очереди во всех узлах, и изменились другие характеристики.

В замкнутой сети в двухканальных узлах очереди отсутствуют из-за наличия в сети только двух постоянных заявок. Поэтому в любой момент времени заявка сможет быть обслужена. Соответственно, время пребывания в 1 и 4 узлах включает только время обслуживания на приборах. В одноканальных узлах 2 и 3 вторая заявка, пришедшая во время обслуживания другой, попадает в очередь.

В разомкнутой сети количество заявок в сети больше в 1.75 раза. Значит, чтобы сохранить ту же производительность, время пребывания заявок тоже увеличится примерно во столько же раз, как и время ожидания увеличится из-за наличия очередей во всех узлах. Однако заметим, что все эти показатели увеличились практически только за счет 1 узла. Число заявок осталось почти на том же уровне во всех остальных узлах.

Отметим, что время ожидания, длина очереди и загрузка значительно больше в первом узле по сравнению с другими.

Определим критическое число заявок, начиная с которого производительность 3СеМО не изменяется (прирост производительности не превосходит 1-2%).

Так как в некоторых узлах приборы являются не одноканальными, применять к ним известные нам рекуррентные формулы для вычисления не получится, поэтому рассчитаем характеристики 3СеМО с помощью программы ITMODEl, введя указанные ранее параметры.

Таблица 5. Результаты определения предельных параметров

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО					
Число заявок	1	2	3	4	5	6
Производительность	0.7273	1.4351	1.7893	1.9294	1.9781	1.9936
%	-	49.3206	19.7955	7.2613	2.4620	0.7775

Критическое число заявок: 6

Таблица 6. Результаты аналитического моделирования

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО				
	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4	Сеть
Загрузка	0.9900	0.2400	0.1900	0.1400	1.5600
Длина очереди	3.1232	0.0805	0.0486	0.0065	3.2588
Число заявок	5.1168	0.3297	0.2480	0.3056	6.0000
Время ожидания	0.7833	0.0807	0.1219	0.0109	1.6347
Время пребывания	1.2833	0.3307	0.6219	0.5109	3.0097
Производительность	-	-	-	-	1.9936

Заметим, что загрузка первого узла составляет 0.99.

Таблица 7. Результаты варьирования параметров

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО					
Число заявок	1	2	3	4	5	6
Производительность	0.7273	1.4351	1.7893	1.9294	1.9781	1.9936
Длина очереди	-	0.0267	0.5398	1.3471	2.2801	3.2588
Время ожидания	-	0.0186	0.3017	0.6982	1.1527	1.6347
Время пребывания	1.375	1.3936	1.6767	2.0732	2.5277	3.0097

Для наглядности построим графики зависимости характеристик от количества заявок в сети.

L, M - 3CeMO

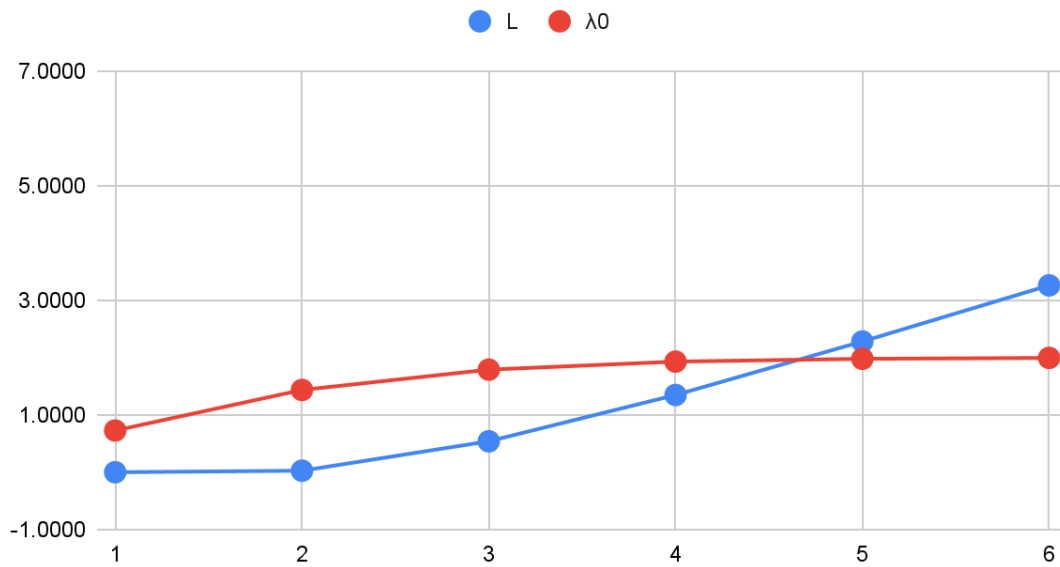


Рисунок 2. График зависимости длины очереди и производительности в 3CeMO от количества заявок

Посмотрим на график, уже начиная с 5-6 заявок функцию производительности можно считать постоянной (не изменяющейся). Длина очереди, начиная со значения 2 заявок, линейно возрастает.

U, W - 3CeMO

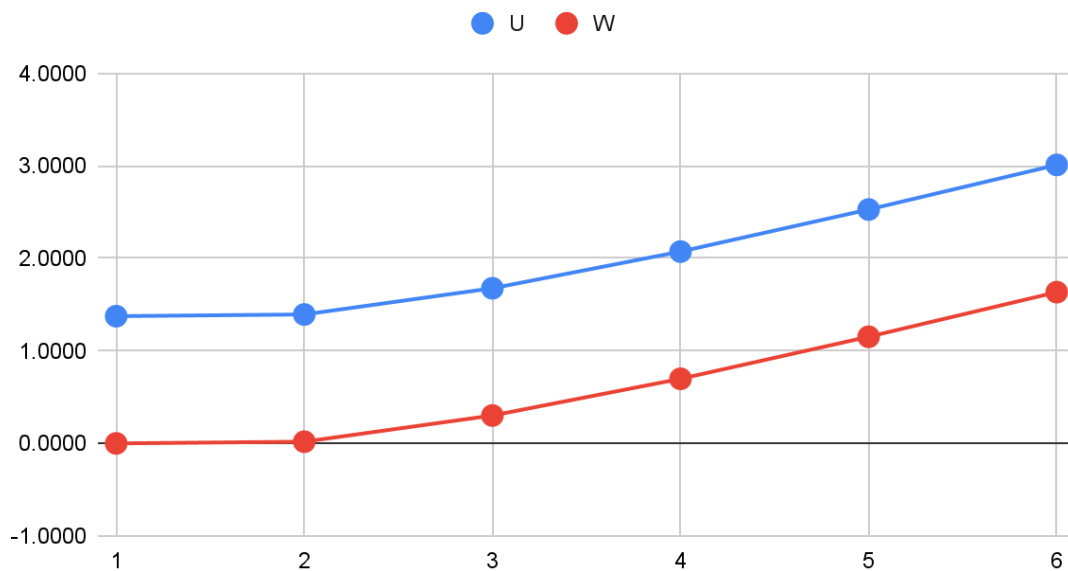


Рисунок 3. График зависимости времени пребывания и времени ожидания заявок в ЗСеМО от количества заявок

Время пребывания, как и время ожидания из-за линейно увеличивающейся очереди так же линейно увеличивается. Разница между этими двумя значениями указывает на среднее время обслуживания заявок в сети.

Теперь определим предельную интенсивность поступления заявок в РСеМО, при которой в сети еще не наступает режим перегрузок.

Условие не наступления перегрузок $\lambda_0 < \min(\frac{k_1}{\alpha_1 b_1}; \frac{k_2}{\alpha_2 b_2}; \frac{k_3}{\alpha_3 b_3}; \frac{k_4}{\alpha_4 b_4})$. После подсчета значений получим $\lambda_0 < \min(2; 8; 10; 13. (3))$. Отсюда предельное значение интенсивности должно быть меньше 2 с^{-1} .

Таблица 8. Результаты определения предельных параметров

Характеристики СеМО	Разомкнутая СеМО						
Интенсивность поступления	0.7273	1.4351	1.7881	1.9434	1.9785	1.9936	2.0000
Время пребывания	1.9754	2.4822	5.4187	18.3639	47.2071	156.9455	+inf

Максимальная интенсивность: $1.(9) \text{ с}^{-1}$

Таблица 9. Результаты варьирования параметров

Характеристики СеМО	Разомкнутая СеМО					
Производительность	0.7273	1.4351	1.7881	1.9434	1.9785	1.9936
Время пребывания	1.9755	2.4822	5.4187	18.3639	47.2071	156.9455
Время ожидания	0.6005	1.1072	4.0437	16.9889	45.8321	155.5705
Длина очереди	0.4367	1.5889	7.2305	33.0163	90.6788	310.1453
Число заявок	1.4368	3.5622	9.6892	35.6885	93.3993	312.8865

L, M - PCeMO

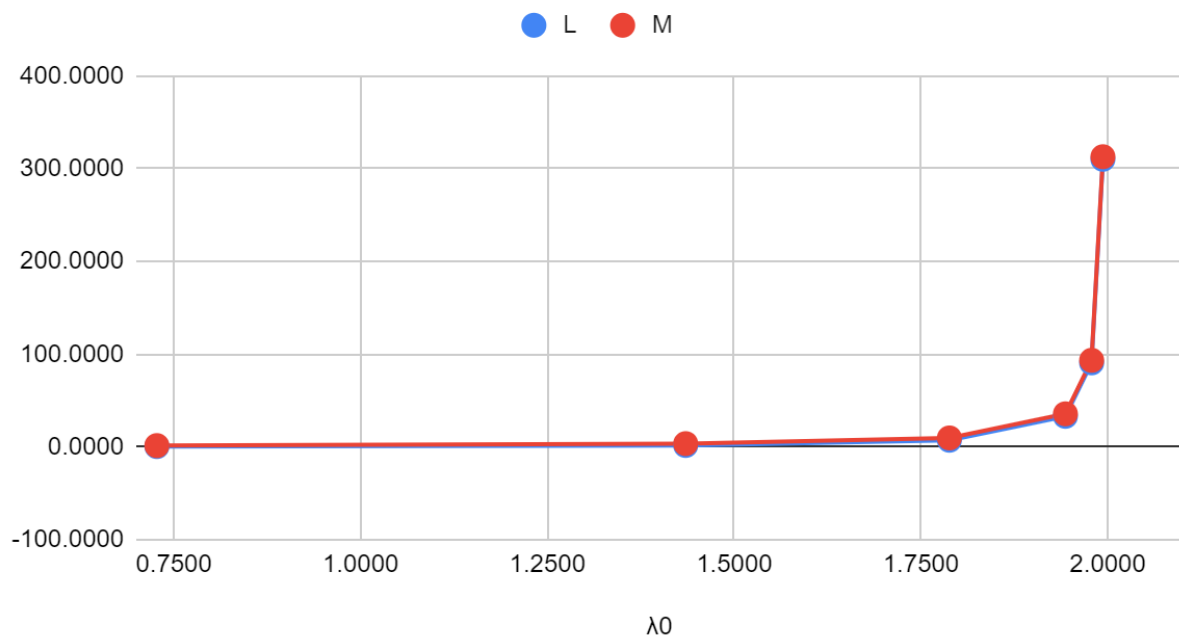


Рисунок 4. График зависимости длины очереди и количества заявок в PCeMO от производительности

U, W - PCeMO

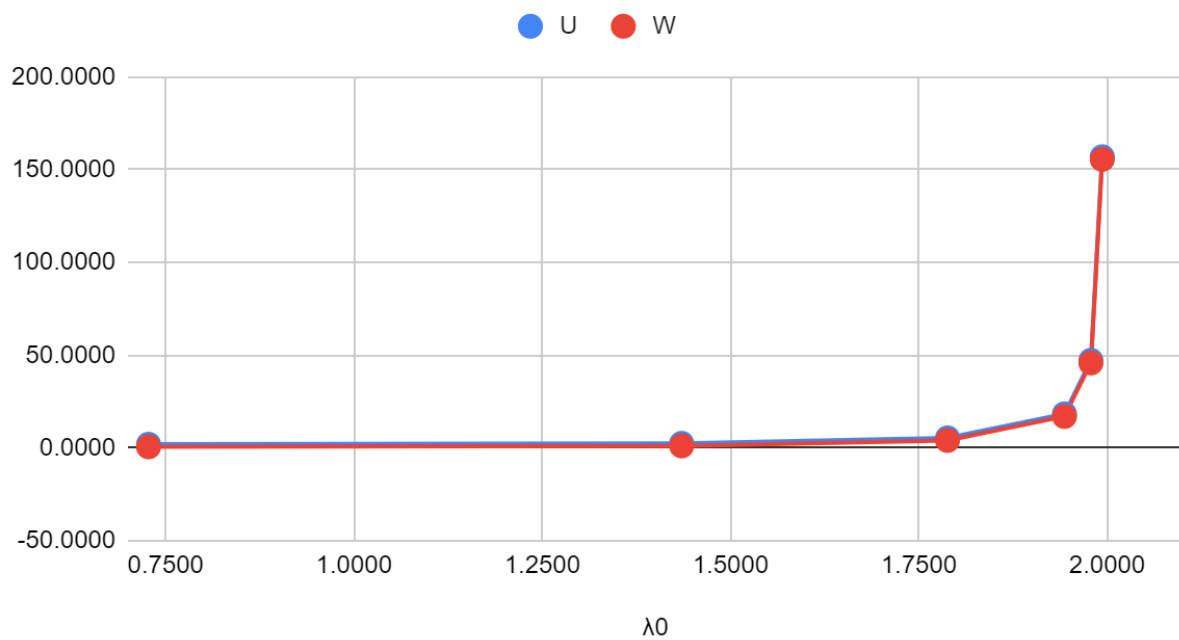


Рисунок 5. График зависимости времени пребывания и времени ожидания заявок в PCeMO от производительности

На графиках видно, что указанные характеристики медленно растут до 1.9 с^{-1} , затем резко возрастают. Количество заявок, прошедшее через систему в случае разомкнутой сети при той же производительности куда больше, чем в замкнутой, однако можно заметить, что уже начиная с производительности 1.7881 с^{-1} большая часть заявок находится в очереди. В разомкнутой СеМО ближе к значению 2 с^{-1} возникают бесконечные очереди, и наступает перегрузка системы.

В связи с растущей загруженностью системы при увеличении количества заявок определим узел, где она растет быстрее всего. «Узким местом» в системе является узел 1, так как загрузка этого узла максимальна и равна 0.99. Для его устранения уменьшаем время обслуживания заявок с 0.5 до 0.125.

Для 6 заявок в ЗСеМО получаем следующие результаты.

Таблица 10. Результаты устранения узкого места в ЗСеМО

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО				
	Узел 1	Узел 2	Узел 3	Узел 4	Сеть
Загрузка	0.7200	0.7200	0.5700	0.4300	2.4400
Длина очереди	0.6992	0.9971	0.5445	0.1356	2.3764
Число заявок	2.1487	1.7218	1.1243	1.0052	6.0000
Время ожидания	0.0603	0.3440	0.4696	0.0779	0.4099
Время пребывания	0.1853	0.5940	0.9696	0.5779	1.0349
Производительность	-	-	-	-	5.7978

Как видим, загрузка узлов теперь стала 0.72, 0.72, 0.57, 0.43 для первого, второго, третьего и четвертого узла соответственно. Загрузка у первого узла снизилась и сравнялась с загрузкой узла 2.

Попробуем заново определить критическое число заявок при изменении времени обслуживания.

Таблица 11. Результаты определения предельных параметров

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО					
Число заявок	1	2	3	4	5	6
Производительность	1.6000	3.0030	4.0597	4.8213	5.3790	5.7978
%	-	46.7199	26.0290	15.7966	10.3681	7.2234

Число заявок	7	8	9	10	11	12
Производительность	6.1198	6.3728	6.5751	6.7394	6.8747	6.9874
%	5.2616	3.9700	3.0768	2.4379	1.9681	1.6129

Критическое число заявок в системе изменилось с 6 до 11.

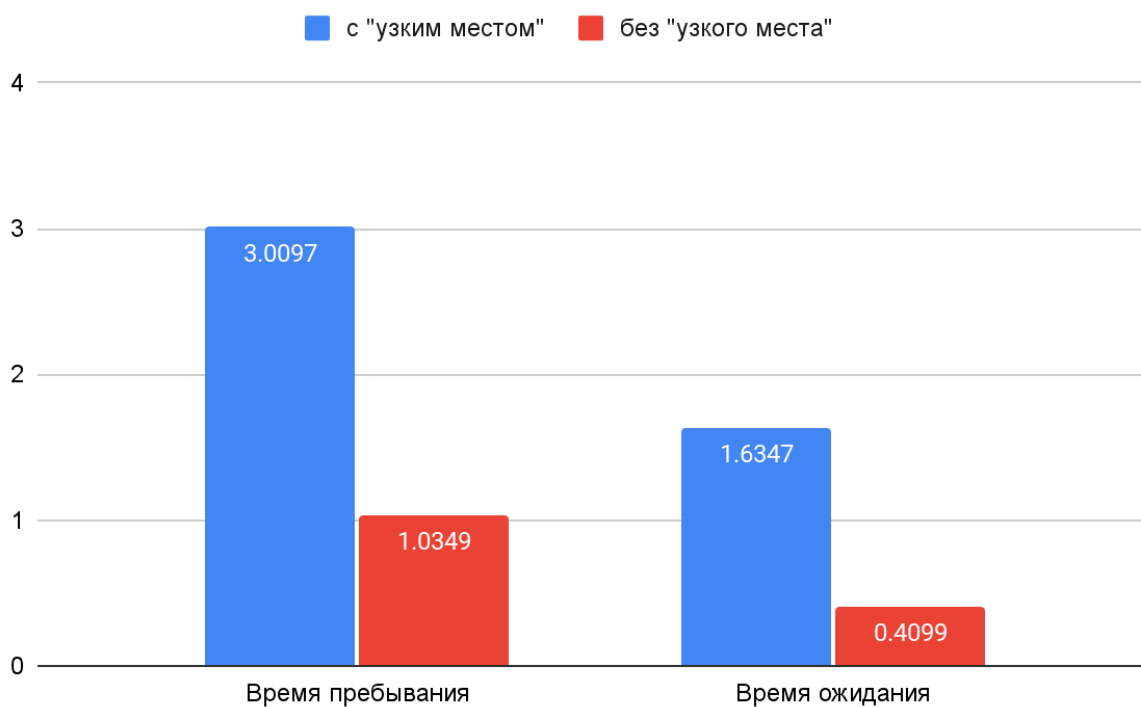
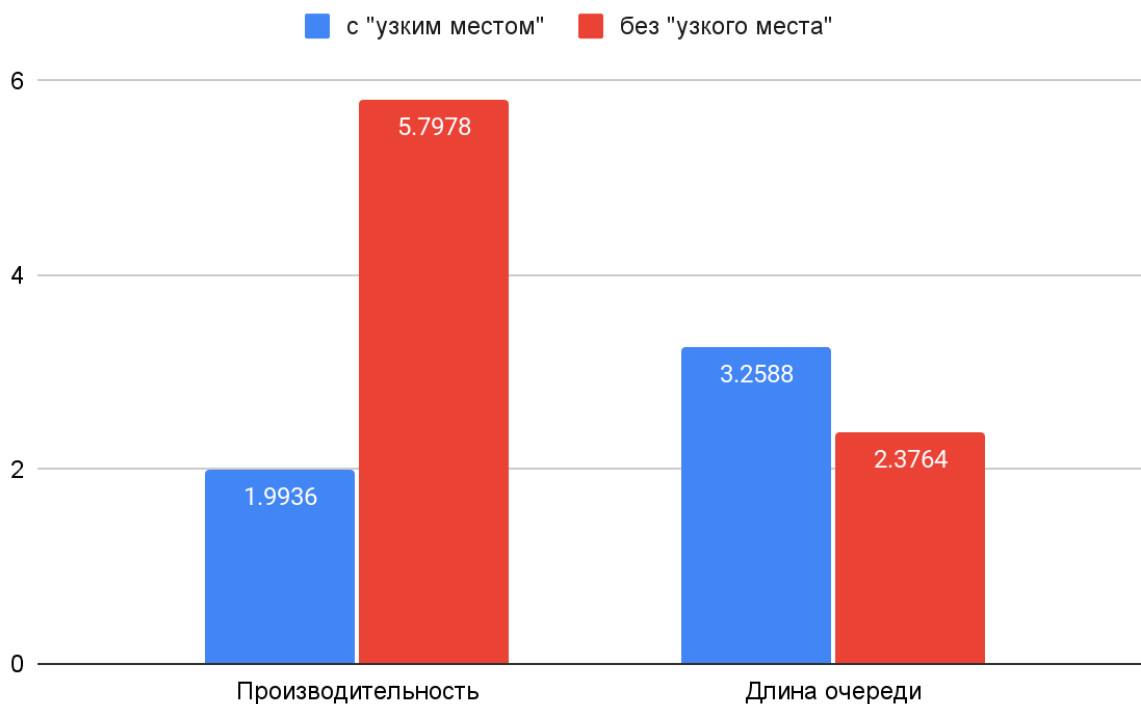
Определим, как изменились сетевые характеристики СеМО (критическое число заявок в сети, производительность СеМО, время пребывания заявок в сети) при устранении «узкого места».

Таблица 12-13. Результаты варьирования параметров

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО							
Число заявок	1	2	3	4	5	6	10	11
Производительность	1.6000	3.0030	4.0597	4.8213	5.3790	5.7978	6.7394	6.8747
Длина очереди	0	0.1231	0.4627	0.9867	1.6381	2.3764	5.7879	6.7033
Время ожидания	0	0.041	0.114	0.2047	0.3045	0.4099	0.8588	0.9751
Время пребывания	0.6250	0.666	0.739	0.8297	0.9295	1.0349	1.4838	1.6001

Характеристики СеМО	Разомкнутая СеМО							
Производительность	1.6000	3.0030	4.0597	4.8213	5.3790	5.7978	6.7394	6.8747
Время пребывания	0.6879	0.7921	0.9242	1.0728	1.2334	1.4036	2.1626	2.3688
Время ожидания	0.0629	0.1671	0.2992	0.4478	0.6084	0.7786	1.5376	1.7438
Длина очереди	0.1006	0.5017	1.2145	2.1592	3.2724	4.5142	10.3622	11.9882
Число заявок	1.1006	2.3786	3.7518	5.1725	6.6343	8.1378	14.5743	16.2849

Рисунок 6-7. Сравнение характеристик СеМО с "узким местом" и СеМО с устраненным наиболее нагруженным узлом



По графикам видно, что система стала более эффективной. При устранении загруженности первого узла и частичному перераспределению нагрузки между соседними

узлами значительно уменьшилось время пребывания заявок (в 3 раза) и намного увеличилась общая производительность сети (почти в 4 раза). При этом длина очереди несильно изменилась. Скорее, она стала лишь более равномерно распределенной между узлами, и заявки перестали накапливаться в очереди в первом узле. Однако, изменение лишь времени обслуживания одного узла не позволяет сделать идеально сбалансированную систему с равномерной нагрузкой между узлами. И при некоторых значениях времени обслуживания узким местом может стать второй узел.

3.3. Разработка Марковских моделей ЗСеМО

Для исследования Марковской модели разработаем СеМО, с различным распределением времени обслуживания в одном из узлов. В первом случае оставим экспоненциальное, во втором – возьмем гиперэкспоненциальное.

3.3.1. Экспоненциальная ЗСеМО

Для начала определим состояния, в которых может находиться система. Обозначение У1 / У2 / У3 / У4 показывает количество заявок на приборах в узле.

Таблица 14. Перечень состояний Марковского процесса

Номер состояния	У1 / У2 / У3 / У4
E_0	2 / 0 / 0 / 0
E_1	1 / 1 / 0 / 0
E_2	1 / 0 / 1 / 0
E_3	1 / 0 / 0 / 1
E_4	0 / 2 / 0 / 0
E_5	0 / 1 / 1 / 0
E_6	0 / 1 / 0 / 1
E_7	0 / 0 / 2 / 0
E_8	0 / 0 / 1 / 1
E_9	0 / 0 / 0 / 2

Имеем следующие интенсивности обслуживания, соответствующие времени обслуживания:

$$\mu_1 = 1/b_1 = 1/0.5 = 2$$

$$\mu_2 = 1/b_2 = 1/0.25 = 4$$

$$\mu_3 = 1/b_3 = 1/0.5 = 2$$

$$\mu_4 = 1/b_4 = 1/0.5 = 2$$

Размеченный граф переходов см. [Приложение 1](#)

Таблица 15. Матрица интенсивностей переходов

	E_0	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9
E_0	-2	1	0.4	0.6						
E_1	4	-5			0.5	0.2	0.3			
E_2	2		-3			0.5		0.2	0.3	
E_3	2			-3			0.5		0.2	0.3
E_4		4			-4					
E_5		2	4			-6				
E_6		2		4			-6			
E_7			2					-2		
E_8			2	2					-4	
E_9				4						-4

3.3.2. Не экспоненциальная ЗСеМО

Рассчитаем значения для прибора с гиперэкспоненциальным распределением.

Параметр $q \leq \frac{2}{1+v^2} = \frac{2}{1+2^2} = 0.4$. Выбираем $q = 0.2$.

По условию $b_3 = 0.5$. Рассчитаем значения $b'_{3(1)}$ и $b'_{3(2)}$ для первой и второй фазы соответственно:

$$\bullet \quad b'_{3(1)} = [1 + \sqrt{\frac{1-q}{2q}} (v^2 - 1)]b \approx 1.7247 \Rightarrow \mu'_{3(1)} = \frac{1}{1.7247} \approx 0.5798$$

$$\bullet \quad b'_{3(2)} = [1 - \sqrt{\frac{q}{2(1-q)}} (v^2 - 1)]b \approx 0.1938 \Rightarrow \mu'_{3(2)} = \frac{1}{0.1938} \approx 5.1596$$

Проверка: $q * b'_{3(1)} + (1 - q) * b'_{3(2)} = 0.2 * 1.7247 + 0.8 * 0.1938 = 0.5$

Имеем следующие интенсивности обслуживания в узлах:

$$\mu_1 = 1/b_1 = 1/0.5 = 2$$

$$\mu_2 = 1/b_2 = 1/0.25 = 4$$

$$\mu'_{3(1)} = 1/b'_{3(1)} = 1/1.7247 = 0.5798$$

$$\mu'_{3(2)} = 1/b'_{3(2)} = 1/0.1938 = 5.1596$$

$$\mu_4 = 1/b_4 = 1/0.5 = 2$$

Выделим состояния в Марковском процессе. Обозначение $У1 / У2 / У3 / У4$ показывает количество заявок на приборах в узле. Индекс указывает фазу при гиперэкспоненциальном распределении.

Таблица 16. Перечень состояний Марковского процесса

Номер состояния	У1 / У2 / У3 / У4
E_0	2 / 0 / 0 / 0
E_1	1 / 1 / 0 / 0
E_2	1 / 0 / 1 ₁ / 0
E_3	1 / 0 / 1 ₂ / 0
E_4	1 / 0 / 0 / 1
E_5	0 / 2 / 0 / 0
E_6	0 / 1 / 1 ₁ / 0
E_7	0 / 1 / 1 ₂ / 0
E_8	0 / 1 / 0 / 1
E_9	0 / 0 / 2 ₁ / 0
E_{10}	0 / 0 / 2 ₂ / 0
E_{11}	0 / 0 / 1 ₁ / 1
E_{12}	0 / 0 / 1 ₂ / 1
E_{13}	0 / 0 / 0 / 2

Размеченный граф переходов см. [Приложение 2](#)

Таблица 17. Матрица интенсивностей переходов

	E_0	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{11}	E_{12}	E_{13}
E_0	-2	1	0.08	0.32	0.6									
E_1	4	-5				0.5	0.04	0.16	0.3					
E_2	0.5798		-1.5798				0.5			0.2		0.3		
E_3	5.1596			-6.1596				0.5			0.2		0.3	
E_4	2				-3				0.5			0.04	0.16	0.3
E_5		4				-4								
E_6		0.5798	4				-4.5798							
E_7		5.1596		4				-9.1596						
E_8		2			4				-6					
E_9			0.1160	0.4638						-0.5798				
E_{10}			1.0319	4.1277							-5.1596			
E_{11}			2		0.5798							-2.5798		
E_{12}				2	5.1596								-7.1596	
E_{13}					4									-4

3.4. Проведение экспериментов на Марковской модели экспоненциальной и неэкспоненциальной ЗСеМО

3.4.1. Экспоненциальная ЗСеМО

Стационарные вероятности событий рассчитаем с помощью программы MARK.

Таблица 18. Стационарные вероятности событий экспоненциальной ЗСеМО

Номер состояния	У1 / У2 / У3 / У4	Вероятность
1	2 / 0 / 0 / 0	0.5219
2	1 / 1 / 0 / 0	0.1305
3	1 / 0 / 1 / 0	0.1044
4	1 / 0 / 0 / 1	0.1566
5	0 / 2 / 0 / 0	0.0163
6	0 / 1 / 1 / 0	0.013
7	0 / 1 / 0 / 1	0.0196
8	0 / 0 / 2 / 0	0.0104
9	0 / 0 / 1 / 1	0.0157
10	0 / 0 / 0 / 2	0.0117

По формулам рассчитаем характеристики, исходя из определенных ранее значений вероятностей.

Таблица 19. Расчет характеристик экспоненциальной ЗСеМО

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Загрузка	Уз. 1	$\rho_1 = p1 + (p2 + p3 + p4)/2$	0.7175
	Уз. 2	$\rho_2 = p2 + p5 + p6 + p7$	0.1794
	Уз. 3	$\rho_3 = p3 + p6 + p8 + p9$	0.1435
	Уз. 4	$\rho_4 = p10 + (p4 + p7 + p9)/2$	0.1076
	Сеть	$R = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4$	1.1481
Длина очереди	Уз. 1	$l_1 = 0$	0.0000
	Уз. 2	$l_2 = p5$	0.0163
	Уз. 3	$l_3 = p8$	0.0104
	Уз. 4	$l_4 = 0$	0.0000
	Сеть	$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$	0.0267
Число заявок	Уз. 1	$m_1 = 2 * p1 + p2 + p3 + p4$	1.4351
	Уз. 2	$m_2 = p2 + 2 * p5 + p6 + p7$	0.1957
	Уз. 3	$m_3 = p3 + p6 + 2 * p8 + p9$	0.1539
	Уз. 4	$m_4 = p4 + p7 + p9 + 2 * p10$	0.2153
	Сеть	$M = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$	2.0000
Время ожидания	Уз. 1	$w_1 = l_1/\lambda_1$	0.0000
	Уз. 2	$w_2 = l_2/\lambda_2$	0.0227
	Уз. 3	$w_3 = l_3/\lambda_3$	0.0364
	Уз. 4	$w_4 = l_4/\lambda_4$	0.0000

	Сеть	$W = \alpha_1 * w_1 + \alpha_2 * w_2 + \alpha_3 * w_3 + \alpha_4 * w_4$	0.0186
Время пребывания	Уз. 1	$u_1 = m_1 / \lambda_1$	0.5000
	Уз. 2	$u_2 = m_2 / \lambda_2$	0.2727
	Уз. 3	$u_3 = m_3 / \lambda_3$	0.5364
	Уз. 4	$u_4 = m_4 / \lambda_4$	0.5000
	Сеть	$U = \alpha_1 * u_1 + \alpha_2 * u_2 + \alpha_3 * u_3 + \alpha_4 * u_4$	1.3936
Производительность	Уз. 1	$\lambda_1 = \lambda_0 * \alpha_1$	2.8702
	Уз. 2	$\lambda_2 = \lambda_0 * \alpha_2$	0.7175
	Уз. 3	$\lambda_3 = \lambda_0 * \alpha_3$	0.2870
	Уз. 4	$\lambda_4 = \lambda_0 * \alpha_4$	0.4305
	Сеть	$\lambda_0 = \rho_1 / (\alpha_1 * b_1) * k_1$	1.4351

3.4.2. Не экспоненциальная ЗСеМО

Стационарные вероятности событий рассчитаем с помощью программы MARK.

Таблица 20. Стационарные вероятности событий не экспоненциальной ЗСеМО

Номер состояния	У1 / У2 / У3 / У4	Вероятность
1	2 / 0 / 0 / 0	0.5226
2	1 / 1 / 0 / 0	0.1306
3	1 / 0 / 1 ₁ / 0	0.0604
4	1 / 0 / 1 ₂ / 0	0.0339
5	1 / 0 / 0 / 1	0.1566
6	0 / 2 / 0 / 0	0.0163

7	$0 / 1 / 1_1 / 0$	0.0077
8	$0 / 1 / 1_2 / 0$	0.0041
9	$0 / 1 / 0 / 1$	0.0196
10	$0 / 0 / 2_1 / 0$	0.0208
11	$0 / 0 / 2_2 / 0$	0.0013
12	$0 / 0 / 1_1 / 1$	0.0095
13	$0 / 0 / 1_2 / 1$	0.0049
14	$0 / 0 / 0 / 2$	0.0117

По формулам рассчитаем характеристики, исходя из определенных ранее значений вероятностей.

Таблица 21. Расчет характеристик не экспоненциальной ЗСеМО

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Загрузка	Уз. 1	$\rho_1 = p1 + (p2 + p3 + p4 + p5)/2$	0.7133
	Уз. 2	$\rho_2 = p2 + p6 + p7 + p8 + p9$	0.1783
	Уз. 3	$\rho_3 = p3 + p4 + p7 + p8 + p10 + p11 + p12 + p13$	0.1427
	Уз. 4	$\rho_4 = p14 + (p5 + p9 + p12 + p13)/2$	0.1070
	Сеть	$R = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4$	1.1413
Длина очереди	Уз. 1	$l_1 = 0$	0.0000
	Уз. 2	$l_2 = p6$	0.0163
	Уз. 3	$l_3 = p10 + p11$	0.0221
	Уз. 4	$l_4 = 0$	0.0000
	Сеть	$L = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$	0.0385
Число заявок	Уз. 1	$m_1 = 2 * p1 + p2 + p3 + p4 + p5$	1.4266
	Уз. 2	$m_2 = p2 + 2 * p6 + p7 + p8 + p9$	0.1946
	Уз. 3	$m_3 = p3 + p4 + p7 + p8 + 2 * p10 + 2 * p11 + p12 + p13$	0.1648
	Уз. 4	$m_4 = p5 + p9 + p12 + p13 + 2 * p14$	0.2140
	Сеть	$M = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$	2.0000
Время ожидания	Уз. 1	$w_1 = l_1/\lambda_1$	0.0000
	Уз. 2	$w_2 = l_2/\lambda_2$	0.0229

	Уз. 3	$w_3 = l_3/\lambda_3$	0.0776
	Уз. 4	$w_4 = l_4/\lambda_4$	0.0000
	Сеть	$W = \alpha_1 * w_1 + \alpha_2 * w_2 + \alpha_3 * w_3 + \alpha_4 * w_4$	0.0270
Время пребывания	Уз. 1	$u_1 = m_1/\lambda_1$	0.5000
	Уз. 2	$u_2 = m_2/\lambda_2$	0.2729
	Уз. 3	$u_3 = m_3/\lambda_3$	0.5776
	Уз. 4	$u_4 = m_4/\lambda_4$	0.5000
	Сеть	$U = \alpha_1 * u_1 + \alpha_2 * u_2 + \alpha_3 * u_3 + \alpha_4 * u_4$	1.4020
Производительность	Уз. 1	$\lambda_1 = \lambda_0 * \alpha_1$	2.8531
	Уз. 2	$\lambda_2 = \lambda_0 * \alpha_2$	0.7133
	Уз. 3	$\lambda_3 = \lambda_0 * \alpha_3$	0.2853
	Уз. 4	$\lambda_4 = \lambda_0 * \alpha_4$	0.4280
	Сеть	$\lambda_0 = \rho_1/(\alpha_1 * b_1) * k_1$	1.4266

3.4.3. Сравнение и анализ экспоненциальной и не экспоненциальной ЗСеМО

Таблица 22. Результаты численного моделирования

Характеристика СеМО	Экспоненциальная ЗСеМО					Не экспоненциальная ЗСеМО				
	У1	У2	У3	У4	Сеть	У1	У2	У3	У4	Сеть
Загрузка	0.7175	0.1794	0.1435	0.1076	1.1481	0.7133	0.1783	0.1427	0.1070	1.1413
Длина очереди	0.0000	0.0163	0.0104	0.0000	0.0267	0.0000	0.0163	0.0221	0.0000	0.0385
Число заявок	1.4351	0.1957	0.1539	0.2153	2.0000	1.4266	0.1946	0.1648	0.2140	2.0000
Время ожидания	0.0000	0.0227	0.0364	0.0000	0.0186	0.0000	0.0229	0.0776	0.0000	0.0270
Время пребывания	0.5000	0.2727	0.5364	0.5000	1.3936	0.5000	0.2729	0.5776	0.5000	1.4020
Производительность	2.8702	0.7175	0.2870	0.4305	1.4351	2.8531	0.7133	0.2853	0.4280	1.4266

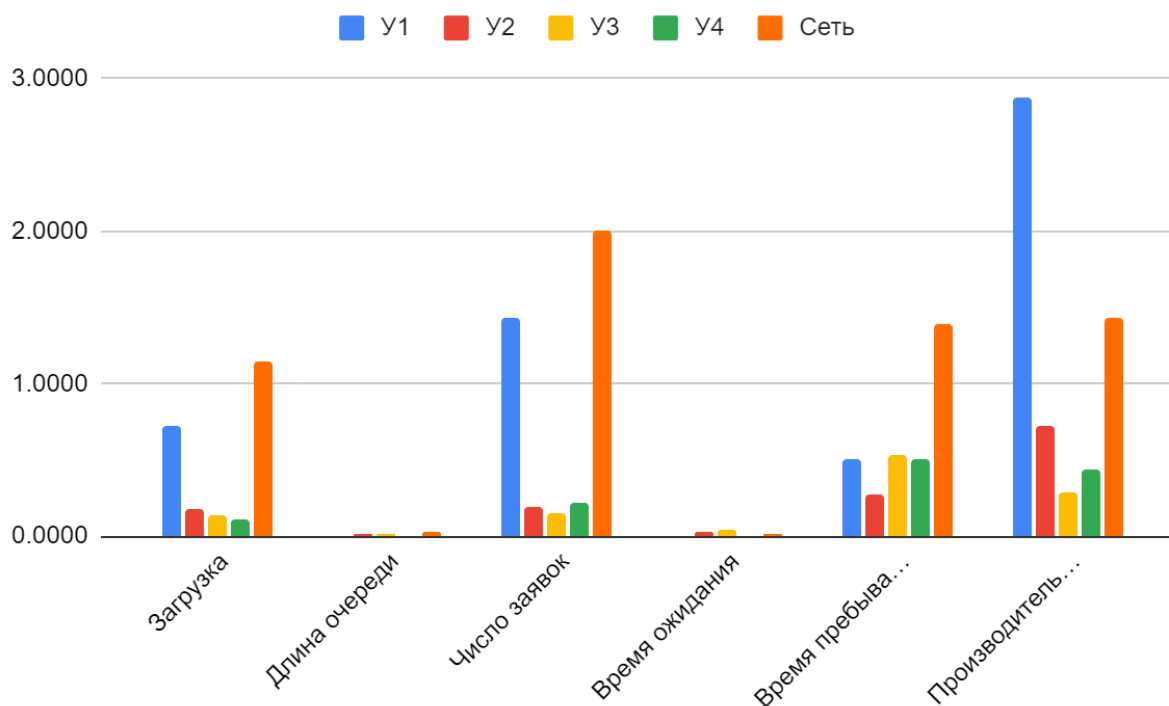


Рисунок 8. Результаты численного моделирования для ЭЗСеМО

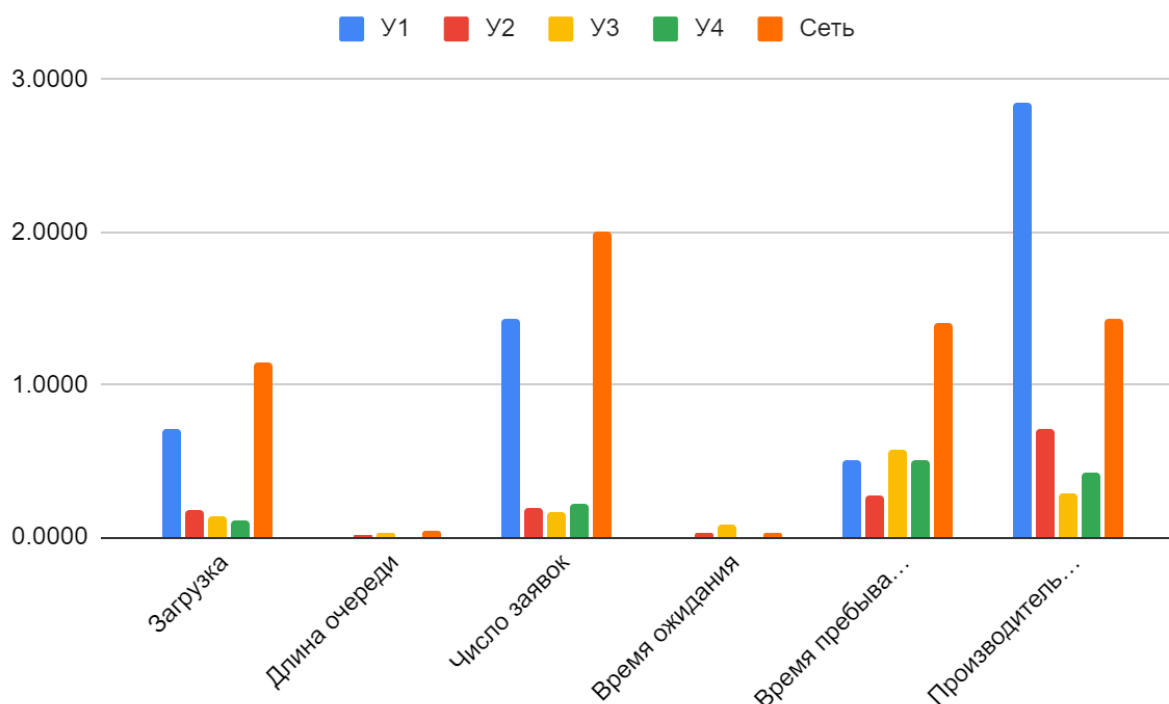


Рисунок 9. Результаты численного моделирования для H3CeMO

Расчетные характеристики для экспоненциальной и неэкспоненциальной 3CeMO остались примерно такими же. Лишь при изменении времени обслуживания одного узла с экспоненциального на гиперэкспоненциальное увеличились длина очереди и время ожидания из-за того, что заявки с временем обслуживания 1.7с для первой фазы хоть и должны были появляться реже (с вероятностью 0.2), но они значительно повлияли на работу узла системы.

Таблица 23. Сравнение результатов численного и аналитического моделирования

Характеристика CeMO	Численное моделирование					Аналитическое моделирование				
	Y1	Y2	Y3	Y4	Сеть	Y1	Y2	Y3	Y4	Сеть
Загрузка	0.7175	0.1794	0.1435	0.1076	1.1481	0.7175	0.1794	0.1435	0.1076	1.1481
Длина очереди	0.0000	0.0163	0.0104	0.0000	0.0267	0.0000	0.0163	0.0104	0.0000	0.0267
Число заявок	1.4351	0.1957	0.1539	0.2153	2.0000	1.4351	0.1957	0.1539	0.2153	2.0000
Время ожидания	0.0000	0.0227	0.0364	0.0000	0.0186	0.0000	0.0227	0.0364	0.0000	0.0186
Время пребывания	0.5000	0.2727	0.5364	0.5000	1.3936	0.5000	0.2727	0.5364	0.5000	1.3936
Производительность	2.8702	0.7175	0.2870	0.4305	1.4351					1.4351

Как можно заметить, все характеристики практически идентичны для аналитической и марковской моделью. Значит, можно сделать вывод, что данную аналитическую модель можно привести к марковской без потери точности рассчитываемых характеристик.

3.5. Разработка имитационных моделей РСeMO и ЗСеМО

Так как имитационное моделирование является наиболее универсальным способом, разработаем модели замкнутой и разомкнутой СеМО как с экспоненциальным, так и с не экспоненциальным распределением времени обслуживания заявки в узле.

3.5.1. Замкнутая экспоненциальная СеМО

```
*****
*                                     Модель ЗСеМО (exp)                             *
*****
*                                     И с х о д н ы е  д а н н ы е                             *
*****

UZEL_1 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 1
UZEL_2 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 2
UZEL_3 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 3
UZEL_4 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 4

b1    EQU    0.5;
b2    EQU    0.25;
b3    EQU    0.5;
b4    EQU    0.5;

RN_a   EQU    20; номер генератора для потока
*****

GENERATE      ,,,2;
STAGE_1      QUEUE 1
  ENTER  UZEL_1
  DEPART 1
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b1))
  LEAVE  UZEL_1
  TRANSFER      0.5,,STAGE_1;      с вероятностью 0.5 - остаемся в 1 приборе
  TRANSFER      0.5,,STAGE_2;      с вероятностью 0.5*0.5=0.25 - идем на 2 прибор
  TRANSFER      0.4,,STAGE_3;      с вероятностью 0.25*0.4=0.1 - идем на 3 прибор
  TRANSFER      ,STAGE_4;          с вероятностью 0.15 - идем на 4 прибор

STAGE_2      QUEUE 2
  ENTER  UZEL_2
  DEPART 2
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b2))
  LEAVE  UZEL_2
  TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_3      QUEUE 3
  ENTER  UZEL_3
  DEPART 3
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b3))
  LEAVE  UZEL_3
  TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_4      QUEUE 4
  ENTER  UZEL_4
  DEPART 4
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b4))
```

```

LEAVE  UZEL_4
TRANSFER      ,STAGE_1

```

```

GENERATE      1000000; задание длительности моделирования
TERMINATE     1; уменьшение счетчика завершения на 1

```

3.5.2. Замкнутая не экспоненциальная СеМО

```

*****
*                               Модель ЗСеМО (hyper)                               *
*****
*                               И с х о д н ы е   д а н н ы е                               *
*****

UZEL_1 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 1
UZEL_2 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 2
UZEL_3 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 3
UZEL_4 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 4

b1      EQU      0.5;
b2      EQU      0.25;
b3      EQU      0.5;
b4      EQU      0.5;

RN_H    EQU      91; номер генератора для гиперэкспоненциального распределения
qq      EQU      0.2; вероятность выбора первой фазы
tt_1    EQU      1.7247; мат. ожидание первой фазы гиперэкспоненциального распределения
tt_2    EQU      0.1938; мат. ожидание второй фазы гиперэкспоненциального распределения

RN_a    EQU      20; номер генератора для потока
*****

GENERATE      ,,,2;
STAGE_1      QUEUE  1
    ENTER  UZEL_1
    DEPART 1
    ADVANCE      (Exponential(920,0,b1))
    LEAVE  UZEL_1
    TRANSFER      0.5,,STAGE_1;      с вероятностью 0.5 - остаемся в 1 приборе
    TRANSFER      0.5,,STAGE_2;      с вероятностью 0.5*0.5=0.25 - идем на 2 прибор
    TRANSFER      0.4,,STAGE_3;      с вероятностью 0.25*0.4=0.1 - идем на 3 прибор
    TRANSFER      ,STAGE_4;          с вероятностью 0.15 - идем на 4 прибор

STAGE_2      QUEUE  2
    ENTER  UZEL_2
    DEPART 2
    ADVANCE      (Exponential(920,0,b2))
    LEAVE  UZEL_2
    TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_3      QUEUE  3
    ENTER  UZEL_3
    DEPART 3
    ADVANCE      (hyper1(RN_H, qq, tt_1, tt_2))
    LEAVE  UZEL_3
    TRANSFER      ,STAGE_1

```

```

STAGE_4      QUEUE 4
ENTER  UZEL_4
DEPART 4
ADVANCE      (Exponential(920,0,b4))
LEAVE  UZEL_4
TRANSFER      ,STAGE_1

GENERATE      1000000; задание длительности моделирования
TERMINATE      1; уменьшение счетчика завершения на 1

*****
* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, *
* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в *
* соответствии с параметрами распределения qq, tt_1, tt_2. *
*****
PROCEDURE hyper1(RN_H, qq, tt_1, tt_2) BEGIN
    if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN_H,0,tt_1);
    else return exponential(RN_H,0,tt_2);
END;

```

3.5.3. Разомкнутая экспоненциальная СеМО

```

*****
*                               Модель PCeMO (exp)                               *
*****
*                               И с х о д н ы е  д а н н ы е                               *
*****

UZEL_1 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 1
UZEL_2 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 2
UZEL_3 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 3
UZEL_4 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 4

b1      EQU      0.5;
b2      EQU      0.25;
b3      EQU      0.5;
b4      EQU      0.5;

w_1 QTABLE 1,0,1,20
w_2 QTABLE 2,0,0.5,20
w_3 QTABLE 3,0,0.5,20
w_4 QTABLE 4,0,0.5,20

a_1      EQU      0.6968181818;

RN_a      EQU      920; номер генератора для потока
*****

GENERATE      (Exponential(20,0,a_1));
STAGE_1      QUEUE 1
ENTER  UZEL_1
DEPART 1
ADVANCE      (Exponential(920,0,b1))
LEAVE  UZEL_1
TRANSFER      0.5,,BUF;      с вероятностью 0.5 - остаемся в 1 приборе
TERMINATE 1

```

```

BUF      TRANSFER      0.5,,STAGE_2;          с вероятностью 0.5*0.5=0.25 - идем на 2 прибор
        TRANSFER      0.4,,STAGE_3;          с вероятностью 0.25*0.4=0.1 - идем на 3 прибор
        TRANSFER      ,STAGE_4;             с вероятностью 0.15 - идем на 4 прибор

STAGE_2   QUEUE  2
        ENTER  UZEL_2
        DEPART 2
        ADVANCE      (Exponential(920,0,b2))
        LEAVE  UZEL_2
        TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_3   QUEUE  3
        ENTER  UZEL_3
        DEPART 3
        ADVANCE      (Exponential(920,0,b3))
        LEAVE  UZEL_3
        TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_4   QUEUE  4
        ENTER  UZEL_4
        DEPART 4
        ADVANCE      (Exponential(920,0,b4))
        LEAVE  UZEL_4
        TRANSFER      ,STAGE_1

```

3.5.4. Разомкнутая не экспоненциальная СеМО

```

*****
*                               Модель PCeMO (hyper)                               *
*****
*                               И с х о д н ы е  д а н н ы е                               *
*****

UZEL_1 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 1
UZEL_2 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 2
UZEL_3 STORAGE      1; задание числа приборов в узле 3
UZEL_4 STORAGE      2; задание числа приборов в узле 4

b1      EQU      0.5;
b2      EQU      0.25;
b3      EQU      0.5;
b4      EQU      0.5;

w_1 QTABLE 1,0,1,20
w_2 QTABLE 2,0,1,20
w_3 QTABLE 3,0,1,20
w_4 QTABLE 4,0,1,20

RN_H    EQU      91; номер генератора для гиперэкспоненциального распределения
qq      EQU      0.2; вероятность выбора первой фазы
tt_1    EQU      1.7247; мат. ожидание первой фазы гиперэкспоненциального распределения
tt_2    EQU      0.1938; мат. ожидание второй фазы гиперэкспоненциального распределения

a_1     EQU      0.6968181818; мат. ожидание входящего потока

RN_a    EQU      920; номер генератора для потока
*****

```

```

GENERATE      (Exponential(20,0,a_1));
STAGE_1      QUEUE 1
  ENTER  UZEL_1
  DEPART 1
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b1))
  LEAVE  UZEL_1
  TRANSFER      0.5,,BUF;      с вероятностью 0.5 - остаемся в 1 приборе
  TERMINATE 1

BUF  TRANSFER      0.5,,STAGE_2;      с вероятностью 0.5*0.5=0.25 - идем на 2 прибор
  TRANSFER      0.4,,STAGE_3;      с вероятностью 0.25*0.4=0.1 - идем на 3 прибор
  TRANSFER      ,STAGE_4;      с вероятностью 0.15 - идем на 4 прибор

STAGE_2      QUEUE 2
  ENTER  UZEL_2
  DEPART 2
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b2))
  LEAVE  UZEL_2
  TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_3      QUEUE 3
  ENTER  UZEL_3
  DEPART 3
  ADVANCE      (hyper1(RN_H, qq, tt_1, tt_2))
  LEAVE  UZEL_3
  TRANSFER      ,STAGE_1

STAGE_4      QUEUE 4
  ENTER  UZEL_4
  DEPART 4
  ADVANCE      (Exponential(920,0,b4))
  LEAVE  UZEL_4
  TRANSFER      ,STAGE_1

*****
* Процедура возвращает значение псевдослучайной величины, *
* распределенной по гиперэкспоненциальному закону, в      *
* соответствии с параметрами распределения qq, tt_1, tt_2. *
*****
PROCEDURE hyper1(RN_H, qq, tt_1, tt_2) BEGIN
  if (uniform(1,0,1) < qq) then return exponential(RN_H,0,tt_1);
  else return exponential(RN_H,0,tt_2);
END;

```

3.6. Проведение экспериментов на имитационной модели экспоненциальной и неэкспоненциальной ЗСеМО

Длительность моделирования: 1 000 000

Количество заявок: 2

Таблица 24. Результаты имитационного моделирования для ЗСеМО

Характеристики СеМО	ЗСеМО-экспоненциальная					ЗСеМО-неэкспоненциальная				
	Узловые				Сеть	Узловые				Сеть
	У1	У2	У3	У4		У1	У2	У3	У4	
Загрузка	0.7180	0.1790	0.1440	0.1070	1.1480	0.7130	0.1790	0.1430	0.1070	1.1420
	0.0006	-0.0022	0.0034	-0.0059	-0.0001	0.70%	0.00%	0.69%	0.00%	0.52%
Длина очереди	0.0000	0.0170	0.0100	0.0000	0.0270	0.0000	0.0160	0.0220	0.0000	0.0380
	0.0000	0.0424	-0.0419	0.0000	0.0095	0.00%	5.88%	120.00%	0.00%	40.74%
Время ожидания	0.0000	0.0230	0.0360	0.0000	0.0187	0.0000	0.0230	0.0790	0.0000	0.0273
	0.0000	0.0120	-0.0100	0.0000	0.0034	0.00%	0.00%	119.44%	0.00%	45.99%
Дов. интервал	±0.000	±0.002	±0.005	±0.000	±0.005	±0.000	±0.002	±0.013	±0.000	±0.004
Время пребывания	0.5000	0.2730	0.5360	0.5000	1.3937	0.5000	0.2730	0.5790	0.5000	1.4023
	0.0000	0.0010	-0.0007	0.0000	0.0000	0.00%	0.00%	8.02%	0.00%	0.62%
Дов. интервал	±0.002	±0.002	±0.007	±0.005	±0.004	±0.005	±0.003	±0.006	±0.005	±0.005

Как видно из результатов имитационного моделирования, значительные отличия можно наблюдать в третьем узле: для длины очереди и времени ожидания расхождение в 120%. При том что время пребывания несильно изменилось (на 8%), так как время ожидания значительно меньше времени обслуживания. Но так как коэффициент передачи в третий узел 0.2 (наименьший из всех), это не сильно влияет на характеристики в других узлах.

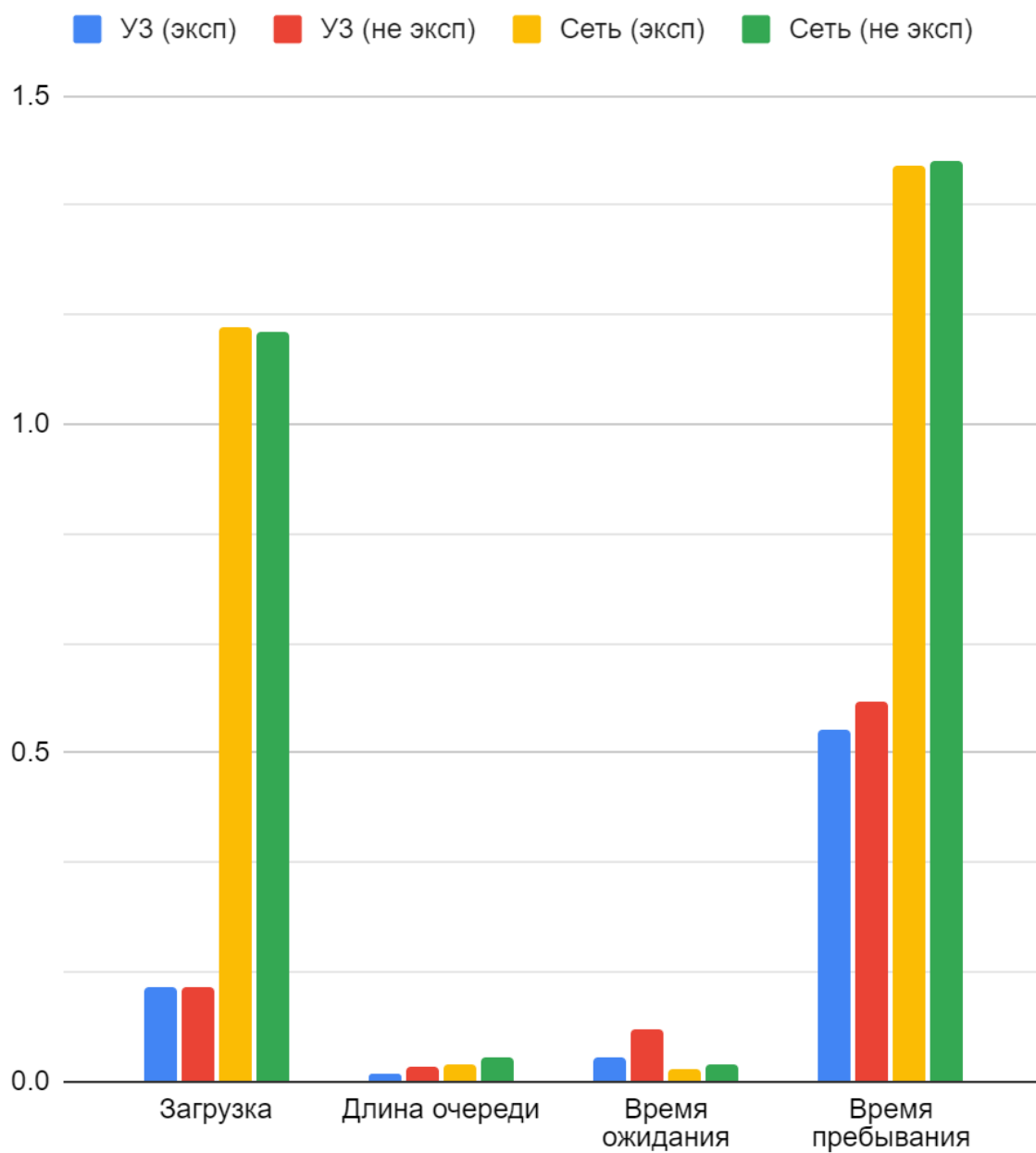


Рисунок 10. Сравнение результатов имитационного моделирования для 3CeMO

Сравнивая с результатами численного моделирования для 3CeMO, мы можем наблюдать различия только в третьем или четвертом знаке после запятой. Так что наши прежние расчеты можно считать верными.

Количество заявок: 1 000 000

Таблица 25. Результаты имитационного моделирования для РСемо

Характеристики Семо	РСемо-экспоненциальная					РСемо-неэкспоненциальная				
	Узловые				Сеть	Узловые				Сеть
	У1	У2	У3	У4		У1	У2	У3	У4	
Загрузка	0.7160	0.1800	0.1430	0.1070	1.1460	0.7170	0.1790	0.1450	0.1070	1.1480
	-0.0022	0.0034	-0.0036	-0.0059	-0.0018	0.14%	0.56%	1.40%	0.00%	0.17%
Длина очереди	1.4730	0.0390	0.0240	0.0030	1.5390	1.5180	0.0390	0.0590	0.0020	1.6180
	-0.0302	-0.0055	-0.0019	0.1514	-0.0289	3.05%	0.00%	145.83%	33.33%	5.13%
Время ожидания	0.5140	0.0540	0.0830	0.0060	1.0734	0.5290	0.0550	0.2060	0.0060	1.1285
	-0.0287	-0.0119	-0.0093	-0.0086	-0.0280	2.92%	1.85%	148.19%	0.00%	5.13%
Дов. интервал	±0.048	±0.011	±0.019	±0.004	±0.024	±0.050	±0.011	±0.051	±0.003	±0.029
Время пребывания	1.0140	0.3040	0.5830	0.5060	2.4484	1.0290	0.3050	0.7060	0.5060	2.5035
	-0.0148	-0.0021	-0.0013	-0.0001	-0.0125	1.48%	0.33%	21.10%	0.00%	2.25%
Дов. интервал	±0.014	±0.004	±0.008	±0.007	±0.014	±0.014	±0.004	±0.010	±0.007	±0.009

Для разомкнутой сети так же можно наблюдать существенные различия в третьем узле. В этом случае разница в длине очереди времени ожидания составляет около 150%. Так как в разомкнутой сети больше заявок и, соответственно, больше время ожидания, то это значение уже более сравнимо со временем обслуживания. И поэтому влияет на время пребывания больше, чем в предыдущем случае, и составляет разницу в 20%. Но так как коэффициент передачи в третий узел 0.2 (наименьший из всех), это не сильно влияет на характеристики в других узлах.

Так что при имитационном моделировании в двух случаях замкнутая и разомкнутая сеть ведут себя похожим образом, но за счет появления очередей на первом и втором узле (в особенности на первом, потому что заявок уже больше чем 2) длина очереди и время ожидания значительно возрастают. По сравнению с предыдущей таблицей в 6 и 57 раз соответственно.

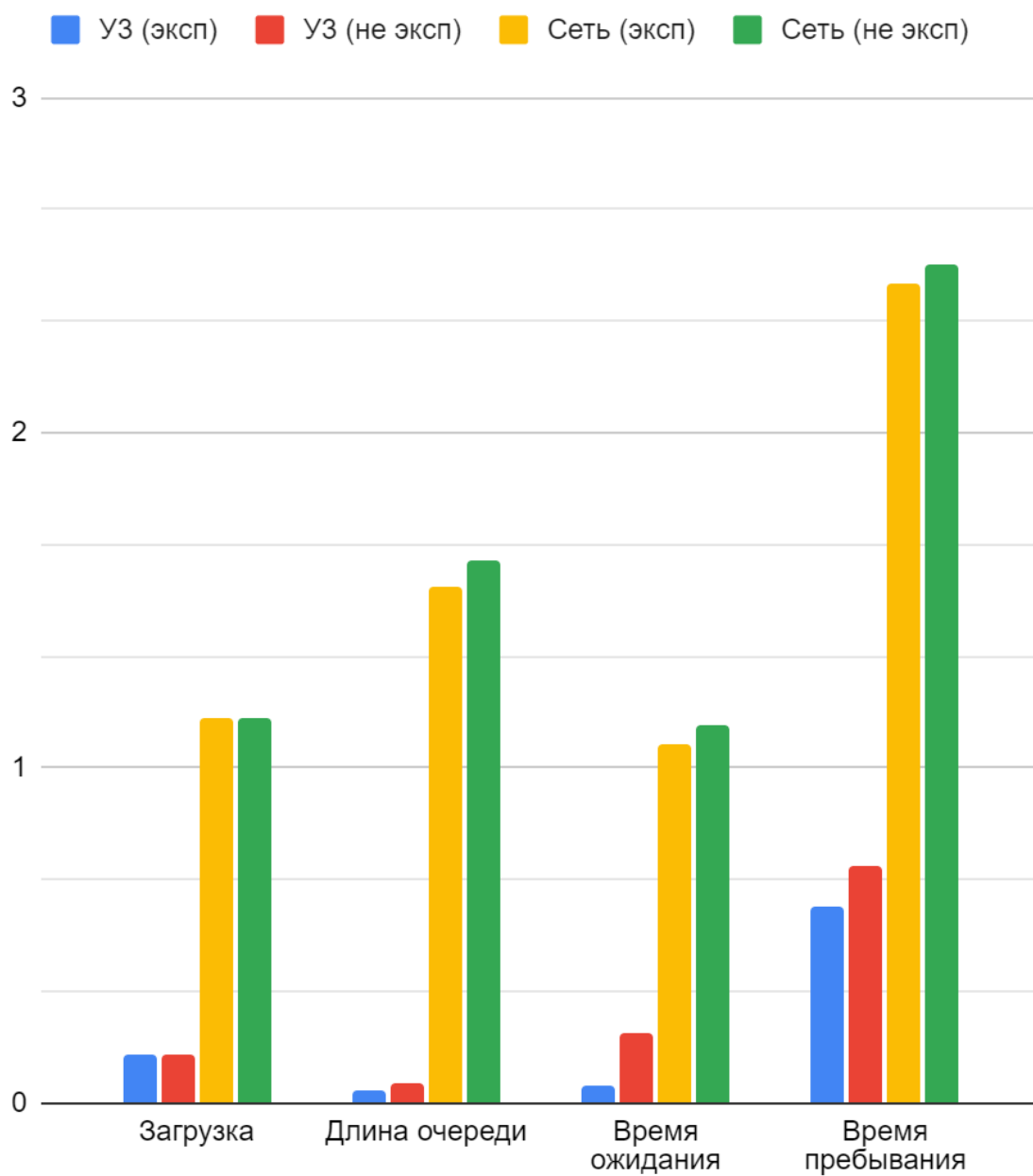


Рисунок 11. Сравнение результатов имитационного моделирования для РСeMO

Сравнивая с результатами аналитического моделирования для экспоненциальной РСeMO, мы можем наблюдать различия уже во втором знаке после запятой. Но в целом, все значения совпадают, и неточность можно объяснить погрешностью в округлении в программе.

Вывод

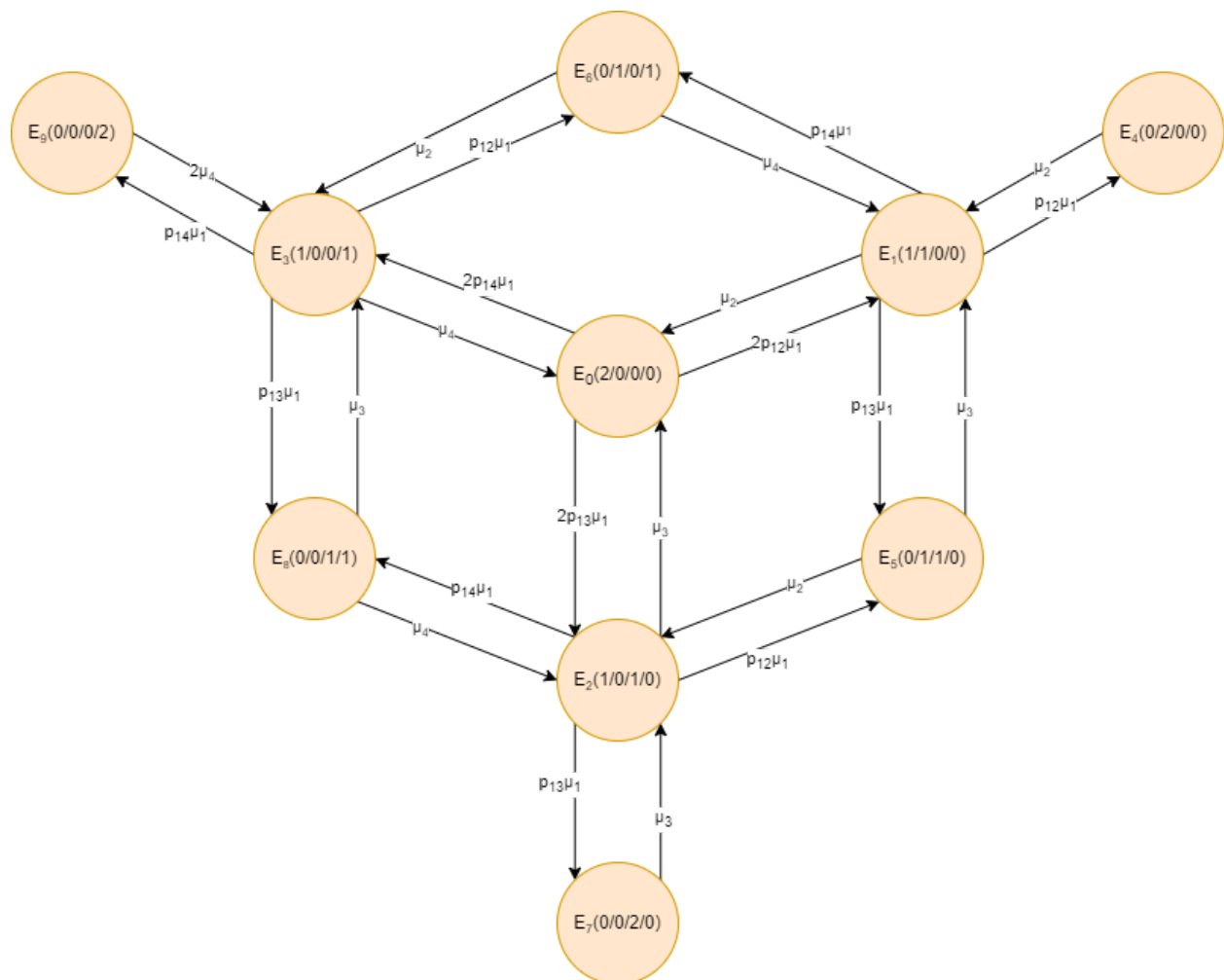
В ходе выполнения курсовой работы были разработаны несколько моделей (аналитическая, численная и имитационная), с помощью которых было проведено исследование характеристик системы.

В результате все численные значения оказались практически одинаковыми. Если принимать как эталонную аналитическую модель, то более точный результат показал численный метод. Погрешность этой модели обусловлена заменой сложных математических формул и отношений более простыми, а также погрешностью округления при выполнении расчетов. Однако эта модель требует наибольших трудозатрат и подсчетов, сложность которых возрастает с увеличением количества состояний.

Имитационное моделирование дает менее точные результаты, чем аналитическое, так как точность результатов зависит от количества транзактов проходящих через моделируемую систему. Этот способ является универсальным, снимает ограничения при построении моделей более высокой сложности.

Аналитическое моделирование позволяет довольно просто посчитать характеристики системы, однако при ручных подсчетах и применении многоканальных устройств формулы значительно усложняются. К тому же требуется использовать рекуррентные формулы для замкнутой СеМО, что тоже довольно трудозатратно. Но все эти проблемы решаются при выполнении вычислений в программе ITMODeI.

Приложение 1



Приложение 2

