

Algebra-Problem 1

Malcom isefält-2000-02-29-0377

1 February - 2020

Problemet:

Lös följande rotekvation:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 1$$

Vi ska nu lösa:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 1$$

(1) Vi ska först förenkla ekvationen:

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 1$$

\Leftrightarrow

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} - \sqrt{2-x} = 1 - \sqrt{2-x}$$

\Leftrightarrow

$$\sqrt{3+x} = 1 - \sqrt{2-x}$$

(2) Sedan ska vi använda kvadreringsregeln:

$$\sqrt{3+x} = 1 - \sqrt{2-x}$$

\Leftrightarrow

$$(\sqrt{x+3})^2 = (1 - \sqrt{2-x})^2$$

\Leftrightarrow

$$\left(x+3\frac{1}{2}\right)^2 = (1 - \sqrt{2-x})^2$$

\Leftrightarrow

$$x+3 = -x+3-2\sqrt{2-x}$$

(3) Vi använder även andragradsekvationen:

$$x+3 = -x+3-2\sqrt{2-x}$$

\Leftrightarrow

$$x + x + 3 = -x + x + 3 - 2\sqrt{2-x}$$

 \Leftrightarrow

$$2x + 3 = 3 - 2\sqrt{2-x}$$

 \Leftrightarrow

$$2x + 3 - 3 = -2\sqrt{2-x} + 3 - 3$$

 \Leftrightarrow

$$2x = -2\sqrt{2-x}$$

 \Leftrightarrow

$$(2x)^2 = (-2\sqrt{2-x})^2$$

 \Leftrightarrow

$$4x^2 = 2^2(\sqrt{2-x})^2$$

 \Leftrightarrow

$$4x^2 = 4(2-x)$$

 \Leftrightarrow

$$4x^2 = 8 - 4x$$

 \Leftrightarrow

$$4x^2 + 4x - 8 = 8 - 8 - 4x - 4x$$

 \Leftrightarrow

$$4x^2 + 4x - 8 = 0$$

 \Leftrightarrow

$$x_1 = 1 \text{ \& } x_2 = -2$$

(4) Vi ska nu kontrollera lösningar åt $x_1 = 1$ & $x_2 = -2$:

$\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = 1$	$\sqrt{1+3} + \sqrt{2-1} = 1$
$x_1 = 1$	$x_2 = -2$
$\sqrt{1+3} + \sqrt{2-1} = 1$	$\sqrt{1+3} + \sqrt{2-1} = 1$
\Leftrightarrow	\Leftrightarrow
$3 = 1 \text{ (Falskt)}$	$3 = 1 \text{ (Falskt)}$

Svar: Det finns inga lösningar till denna ekvation.

Algebra-problem 2

Malcom isefält-2000-02-29-0377

9 February - 2020

Problemet:

Finn samtliga positiva lösningar till följande diofantiska ekvation:

$$91x + 23y = 5000$$

Introduktion:

- 1. Det första steget vi ska göra är att använda euklides algoritm för att hitta största gemensamma nämnare(SGD).**
- 2. Sedan skall man göra euklides baklänges.**
- 3. härnäst försöker man hitta Partikulär lösning.**
- 4. När man har gjort detta så gör man allmän lösning.**
- 5. Sedan ska vi kontrollera allmänna lösningen.**

Lösning:

(1)

$$91x + 23y = 5000$$

$$\Leftrightarrow$$

$$91 = 23 \cdot 3 + 22$$

$$\Leftrightarrow$$

$$23 = 22 \cdot 1 + 1$$

$$\Leftrightarrow$$

$$22 = 1 \cdot 22 + 0$$

(2)

$$1 = (1) \cdot 23 + 22 \cdot (-1)$$

$$22 = (1) \cdot 91 + 23 \cdot (-3)$$

(3)

$$1 = (1) \cdot 23 + 22 \cdot (-1)$$

$$22 = (1) \cdot 91 + 23 \cdot (-3)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$1 = (1) \cdot 23 + (1 \cdot 91 + 23 \cdot (-3)) \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$1 = 1 \cdot 23 + (-1 \cdot 91 + 23 \cdot 3)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$1 = (4) \cdot 23 + (-1) \cdot 91$$

$$\Leftrightarrow$$

$$x_0 = -1 \text{ \& } y_0 = 4$$

(4)

$$(x_0, y_0) = (5000 \cdot -1, 5000 \cdot 4) = (-5000, 20\,000)$$

$$\begin{cases} x = -5000 - 23n \\ y = 20\,000 + 91n \end{cases} \text{ (Allmänlösning)}$$

(5)

Vi ska nu kontrollera den allmänna lösningen:

$$\begin{cases} x = -5\,000 - 23 \cdot 1 \leftrightarrow -5\,023 \\ y = 20\,000 + 91 \cdot 1 \leftrightarrow 20\,091 \end{cases}$$

$$91 \cdot (-5\,023) + 23 \cdot (20\,091) = 5\,000$$