

V23

Quantenanalogen

Jan Lukas Schubert
jan-lukas.schubert@tu-dortmund.de

Jan Lukas Späh
janlukas.spah@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.04.19

Abgabe: ??.04.??

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

In diesem Versuch sollen akustische Modelle im Bezug auf ihre Analogie zu quantenmechanischen Systemen untersucht werden. Zu diesen gehören hier der eindimensionale, unendlich hohe Potenzialtopf sowie das Wasserstoffatom. Gemeinsamkeiten und Unterschiede sind zu erarbeiten und auch eine alleinige Untersuchung der akustischen Modelle, zum Beispiel zur Messung der Schallgeschwindigkeit, ist durchzuführen.

2 Theorie

In diesem Versuch werden selbst keine quantenmechanischen Systeme behandelt. Es lassen sich allerdings durch die Betrachtung von akustischen Phänomenen Analogien zu quantenmechanischen Systemen finden, die insbesondere auf ähnlichen mathematischen Strukturen der theoretischen Lösung der Probleme basieren. Auf Unterschiede in den Systemen wird stets hingewiesen, dennoch sind die Analogien ausreichend, um durch die Betrachtung der in diesem Versuch untersuchten Modelle einige Grundlagen der Quantenmechanik kennenzulernen.

2.1 Eindimensionale Systeme

2.1.1 Der eindimensionale Resonator

Betrachtet werden soll ein Rohr mit verschlossenen Enden. Bei perfekter Reflexion einer einfallenden Welle bildet sich eine stehende Welle mit Geschwindigkeitsknoten und Druckbäuchen an den Enden aus. Die Bedingung an Wellenlänge bzw. Frequenz und Schallgeschwindigkeit lautet

$$\lambda_n = \frac{c}{f_n} = \frac{2L}{n}. \quad (1)$$

Dabei bezeichnet λ_n die Wellenlänge der n -ten Mode mit n Bäuchen der Geschwindigkeit, f_n die Frequenz dieser Mode, c die Schallgeschwindigkeit und n ist eine natürliche Zahl, 0 ausgenommen. Diese Beziehung lässt sich aus der Forderung nach der Beschaffenheit der Welle in Bezug auf ihre Knoten und Bäuche, aus der Interferenz von einlaufender und reflektierter Welle oder der Lösung der Wellengleichung mit entsprechenden Randbedingungen ableiten. Diese lautet

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho\kappa} \Delta p, \quad (2)$$

wobei p den Druck, t die Zeit, ρ die Dichte, κ die Kompressibilität des Mediums und Δ den Laplace-Operator bezeichnet, der hier eindimensional zu verstehen ist. Die Schallgeschwindigkeit ist durch $c^2 = \frac{1}{\rho\kappa}$ bestimmt.

XXXXXX

2.1.2 Teilchen im Kasten

In der Quantenmechanik wird ein Teilchen der Masse m vollständig durch eine orts- und zeitabhängige Wellenfunktion ψ beschrieben. In der nichtrelativistischen Quantenmechanik ist die Bestimmungsgleichung für ψ die zeitabhängige Schrödingergleichung in der Form

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = H\psi(\vec{r}, t) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}) \right) \psi(\vec{r}, t). \quad (3)$$

Dabei wurde explizit die Ortsdarstellung gewählt. Es bezeichnet \hbar das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum und V ein zeitunabhängiges Potenzial. Der hermitesche Hamiltonoperator H verfügt über Energieeigenwerte. Diese werden nach harmonischer Zeitabseparation $\psi(\vec{r}, t) = \exp(-iEt/\hbar)\phi()$ in der zeitunabhängigen Schrödingergleichung

$$E\phi(\vec{r}) = H\phi(\vec{r}). \quad (4)$$

sichtbar.

3 Durchführung

4 Auswertung

4.1 Vorbereitende Experimente

Zur Auswertung der ersten Messreihe wird die Differenz der gemessenen Resonanzfrequenzen doppelt logarithmisch gegen die Anzahl der verwendeten Zylinder aufgetragen. Die zugrundeliegenden Daten befinden sich in Tabelle 1.

Außerdem wird mit den bereits logarithmierten Daten eine Ausgleichsrechnung der Form

$$f(x) = ax + b$$

durchgeführt. Dafür wird (NUMPY UND SO EINFÜGEN) verwendet. Es ergeben sich die Fit-Parameter

$$a = (-0,996 \pm 0,004) \frac{\text{Hz}}{\text{cm}} \text{EINHEIT?!},$$
$$b = (8,138 \pm 0,007) \text{ Hz}.$$

In Abbildung 1 sind die Messdaten sowie die Ausgleichsrechnung grafisch dargestellt.

Aus den Fit-Parametern wird nun die Schallgeschwindigkeit gemäß (JA, WIE DENN NUN?) bestimmt.

Tabelle 1: Messwerte zum Zylinderresonator und daraus berechnete Werte.

Zylinderanzahl	Resonatorlänge/cm	f_1/Hz	f_2/Hz	$\Delta f/\text{Hz}$
1	5	6880	10280	3400
2	10	6900	8610	1710
3	15	6910	8060	1150
4	20	6910	7770	860
5	25	6920	7610	690
6	30	6910	7490	580
7	35	6910	7410	500
8	40	6910	7340	430
9	45	6920	7300	380
10	50	6920	7260	340
11	55	6920	7230	310
12	60	6920	7210	290

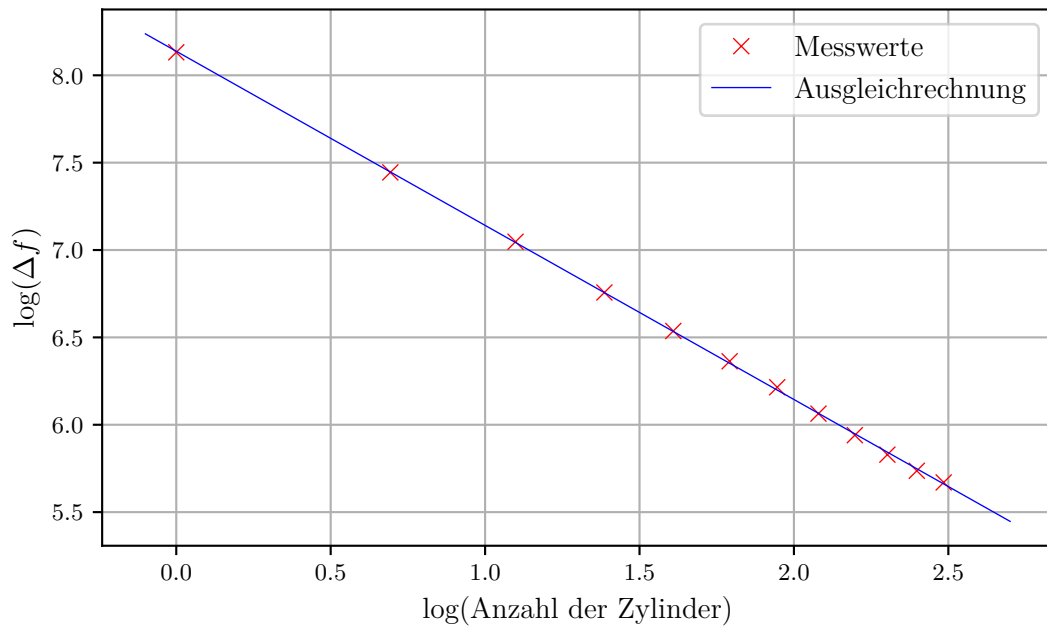


Abbildung 1: Grafische Darstellung der Messdaten und der zugehörigen Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.

Überlegungen: Jeder Zylinder ist 5 cm lang -> man bekommt irgendwas mit Hz/m. Nur die logarithmen stören mich noch irgendwie...

Nun sollen die Messungen am Oszilloskop mit denen am Computer verglichen werden. Die Messdaten für die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Tabelle 2: Am Oszilloskop aufgenommene Messwerte für die Resonanzfrequenzen. Der Index kennzeichnet die Anzahl der für den Resonator verwendeten Zylinder.

f_1/Hz	f_2/Hz	f_3/Hz	f_4/Hz	f_5/Hz	f_6/Hz	f_7/Hz	f_8/Hz	f_9/Hz	f_{10}/Hz	f_{11}/Hz	f_{12}/Hz
6686	5330	4503	5197	4849	5236	5042	4732	4639	4849	4733	4616
10173	6918	5786	6089	5585	5997	5430	5197	4965	5313	5081	4888
13545	8507	6790	6941	6305	6283	5934	5663	5489	5546	5391	5236
-	10251	7990	7794	6903	6864	6399	6050	5779	5972	5701	5469
-	11956	9190	8608	7600	7445	6903	6438	6205	6205	6050	5779
-	13739	10320	9383	8453	8026	7368	6941	6631	6593	6283	6011
-	-	11560	10351	8956	8569	7949	7445	7019	6941	6631	6321
-	-	12560	-	9663	9111	8259	7794	7406	7329	6941	6631
-	-	-	-	10351	9770	8995	8220	7755	7639	7251	6941
-	-	-	-	-	10390	9344	8569	8065	7949	7561	7174
-	-	-	-	-	-	9809	8995	8491	8298	7910	7484
-	-	-	-	-	-	10429	-	-	8646	-	-

In den Abbildungen 2 und 3 sind die mit dem Computer gemessenen Spektren dargestellt. Die roten senkrechten Linien zeigen die Frequenzen, bei denen auch am Oszilloskop eine Resonanz gemessen wurde. Beispielhaft ist hier ein Spektrum gezeigt, bei dem beide Messungen gut übereinstimmen und eines, bei denen am Oszilloskop viel mehr Resonanzen gemessen wurden als am PC. Die restlichen Abbildungen zu dieser Messreihe befinden sich im Anhang.

Allgemein lässt sich feststellen, dass die Ungenauigkeiten mit steigender Zylinderanzahl bzw. wachsender Röhrenlänge zunehmen. Für wenige Zylinder, also kurze Röhren, stimmen die beiden Messungen jedoch grob überein.

4.2 Das Wasserstoffatom

Das Frequenzspektrum des Kugelresonators ist in Abbildung ?? dargestellt. Auch hier sind in rot die Resonanzen dargestellt, die auch mit dem Oszilloskop gemessen wurden. Die Messwerte befinden sich in Tabelle (REFERENZ).

Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung.

Die Frequenzspektren für die Messung der Druckamplituden in Abhängigkeit vom Drehwinkel α befinden sich im Anhang. Aus den zugehörigen Daten werden die Amplituden ausgelesen. Die Daten sind in Tabelle ?? dargestellt.

Nun wird die Amplitude in einem Polarplot gegen den Verschiebungswinkel aufgetragen. Außerdem wird eine Theoriekurve gemäß (IRGENDEINE FORMEL) eingezeichnet. Das Ergebnis ist in den Abbildungen ??, ?? und ?? zu sehen.

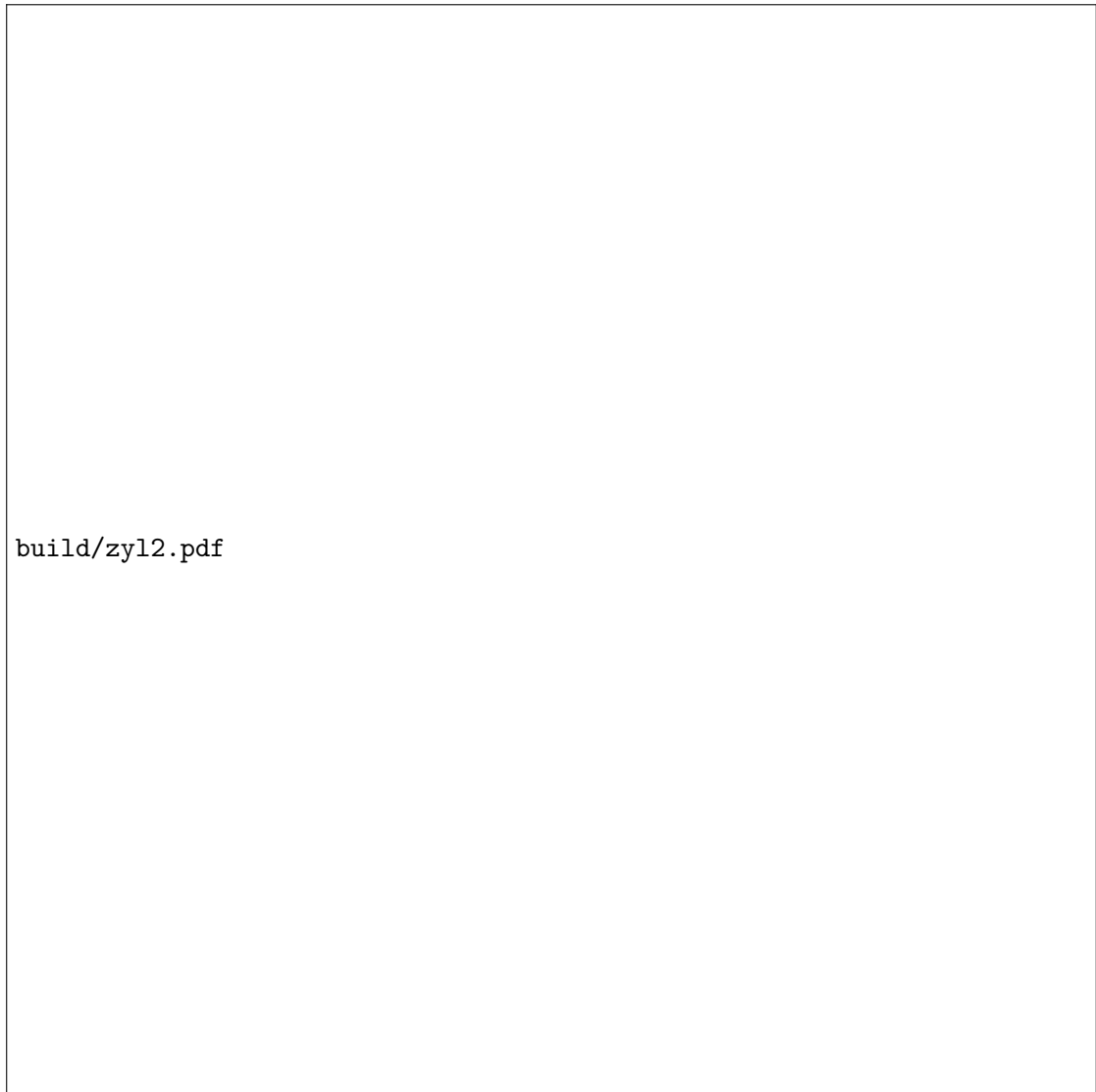


Abbildung 2: Am Computer augenommenes Frequenzspektrum für zwei aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 3: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für zwölf aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.

Tabelle 3: Am Oszilloskop gemessene Resonanzfrequenzen für den Kugelkondensator.

f_{res}/Hz
2394
3673
5029
6269
6618
7431
8051
8671
9446
9756

Tabelle 4: Messwerte für drei Peaks bei $f_1 = 2317 \text{ Hz}$, $f_2 = 3700 \text{ Hz}$ und $f_3 = 4981 \text{ Hz}$ in Abhängigkeit vom Verschiebungswinkel α .

$\alpha/^\circ$	A_1	A_2	A_3
0	1,11	37,40	1,43
10	0,95	14,94	1,11
20	1,04	40,56	1,62
30	1,26	40,60	0,98
40	1,66	33,81	1,43
50	1,14	37,10	0,86
60	2,53	35,19	1,37
70	1,16	11,24	0,57
80	19,07	0,68	0,64
90	26,35	0,65	0,72
100	26,96	0,62	0,62
110	30,94	0,87	0,73
120	31,72	33,94	0,73
130	32,46	35,39	1,10
140	31,93	35,88	24,25
150	30,20	42,94	39,94
160	34,01	31,98	32,04
170	27,65	36,20	43,90
180	27,32	15,98	39,36

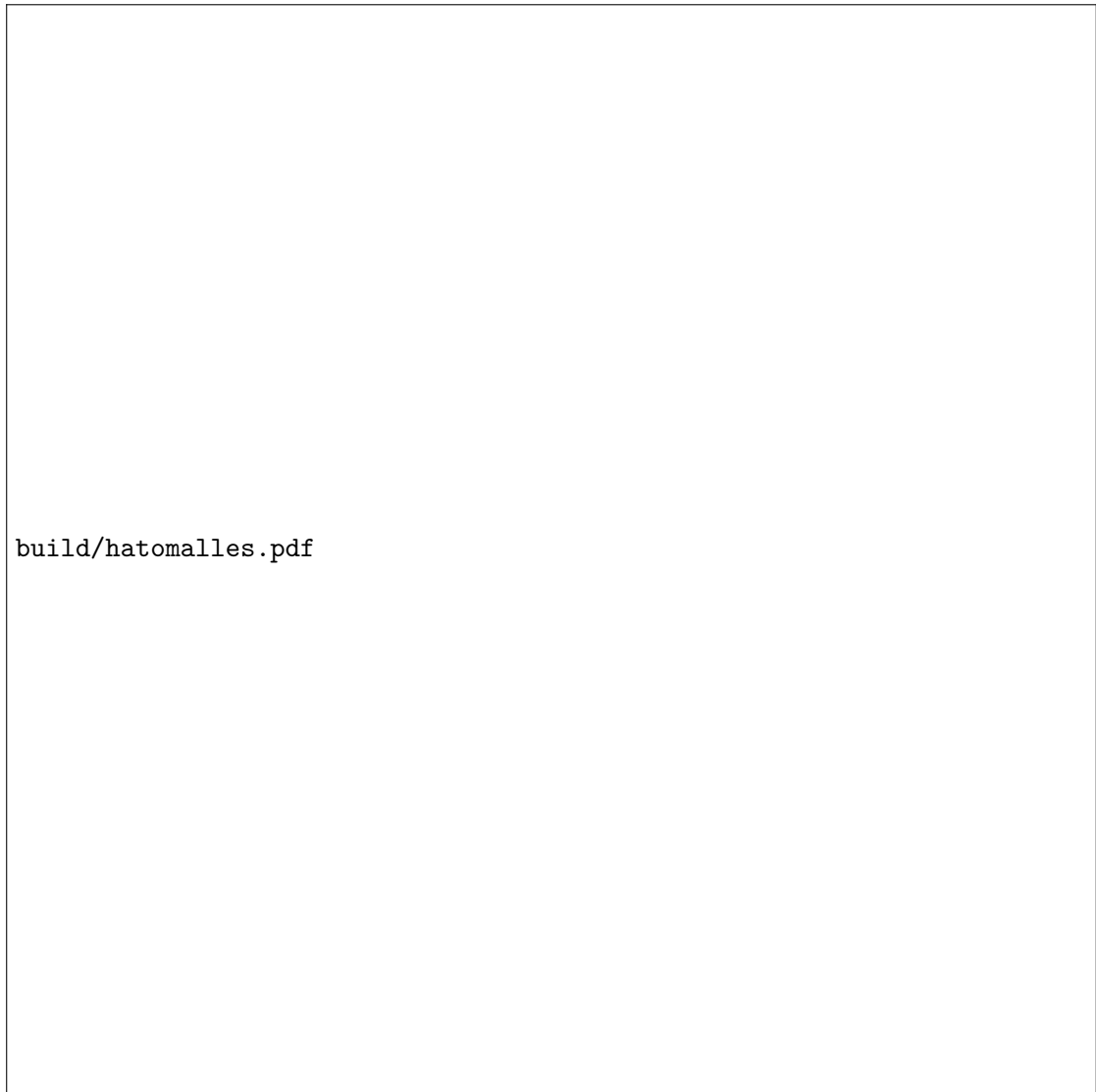


Abbildung 4: Am Computer augenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.

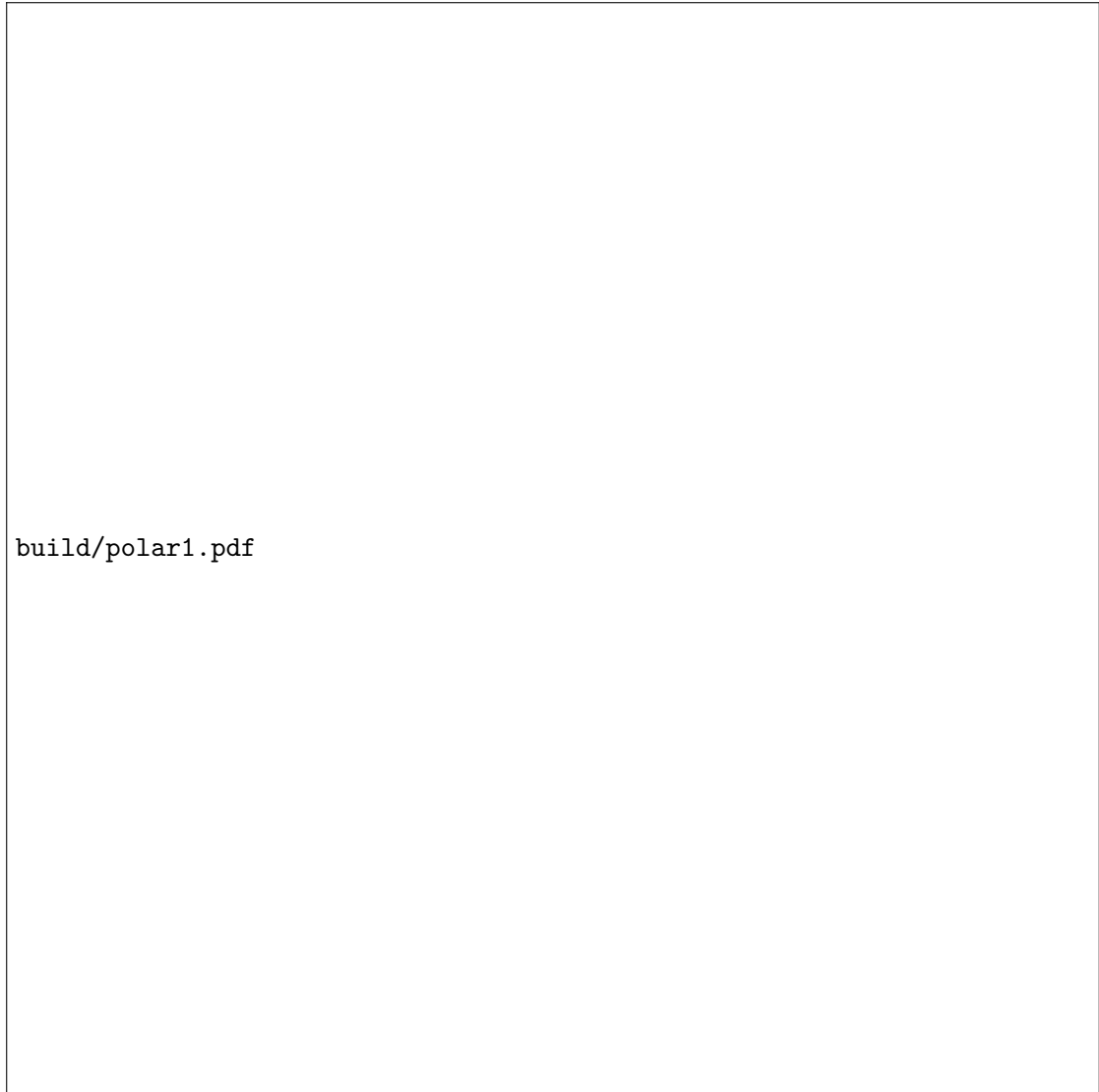


Abbildung 5: Polarplot der Amplitude des Peaks bei $f = 2317 \text{ Hz}$ in Abhängigkeit vom Winkel α und zugehörige Theoriekurve.

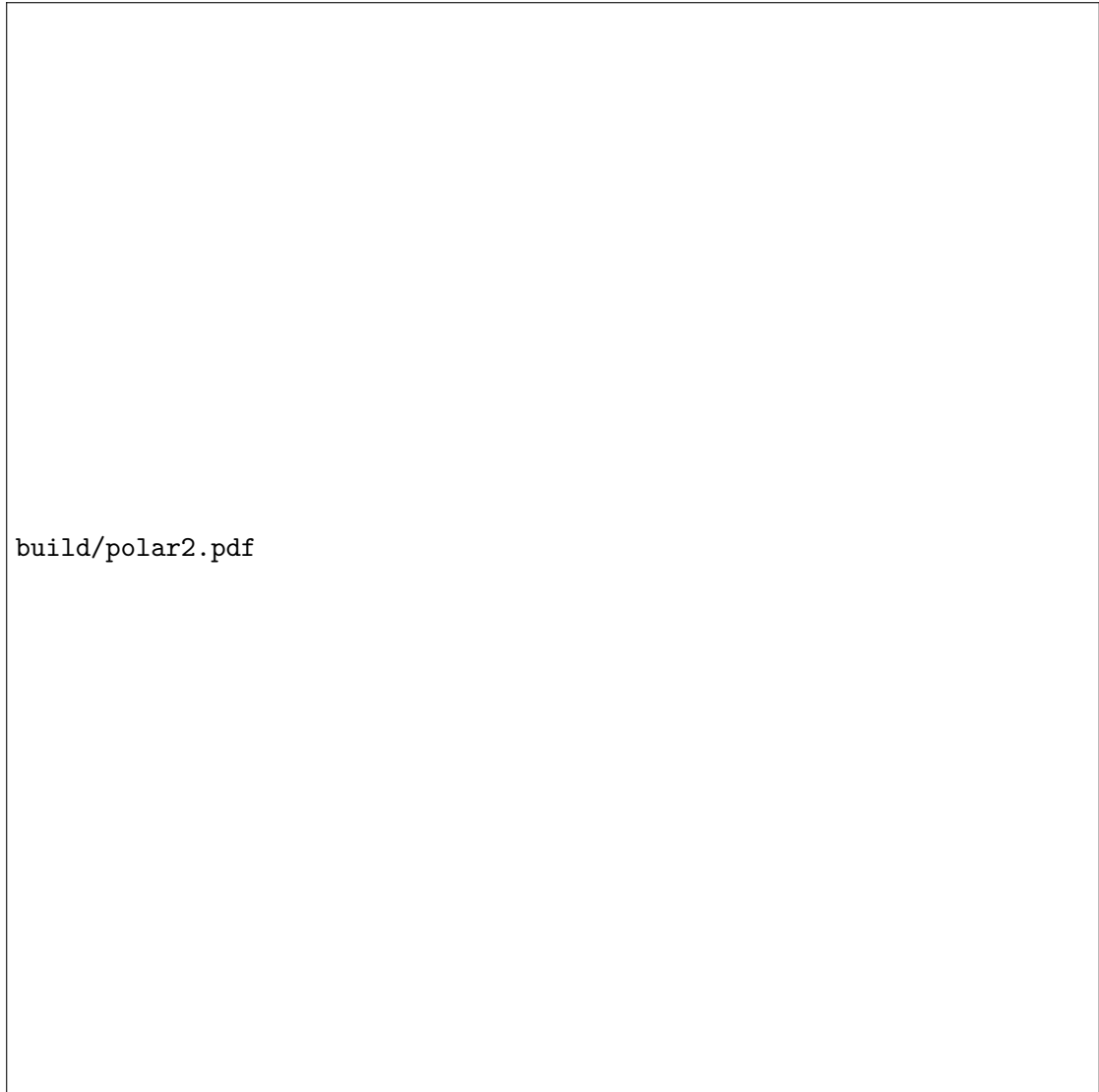


Abbildung 6: Polarplot der Amplitude des Peaks bei $f = 3700$ Hz in Abhängigkeit vom Winkel α und zugehörige Theoriekurve.

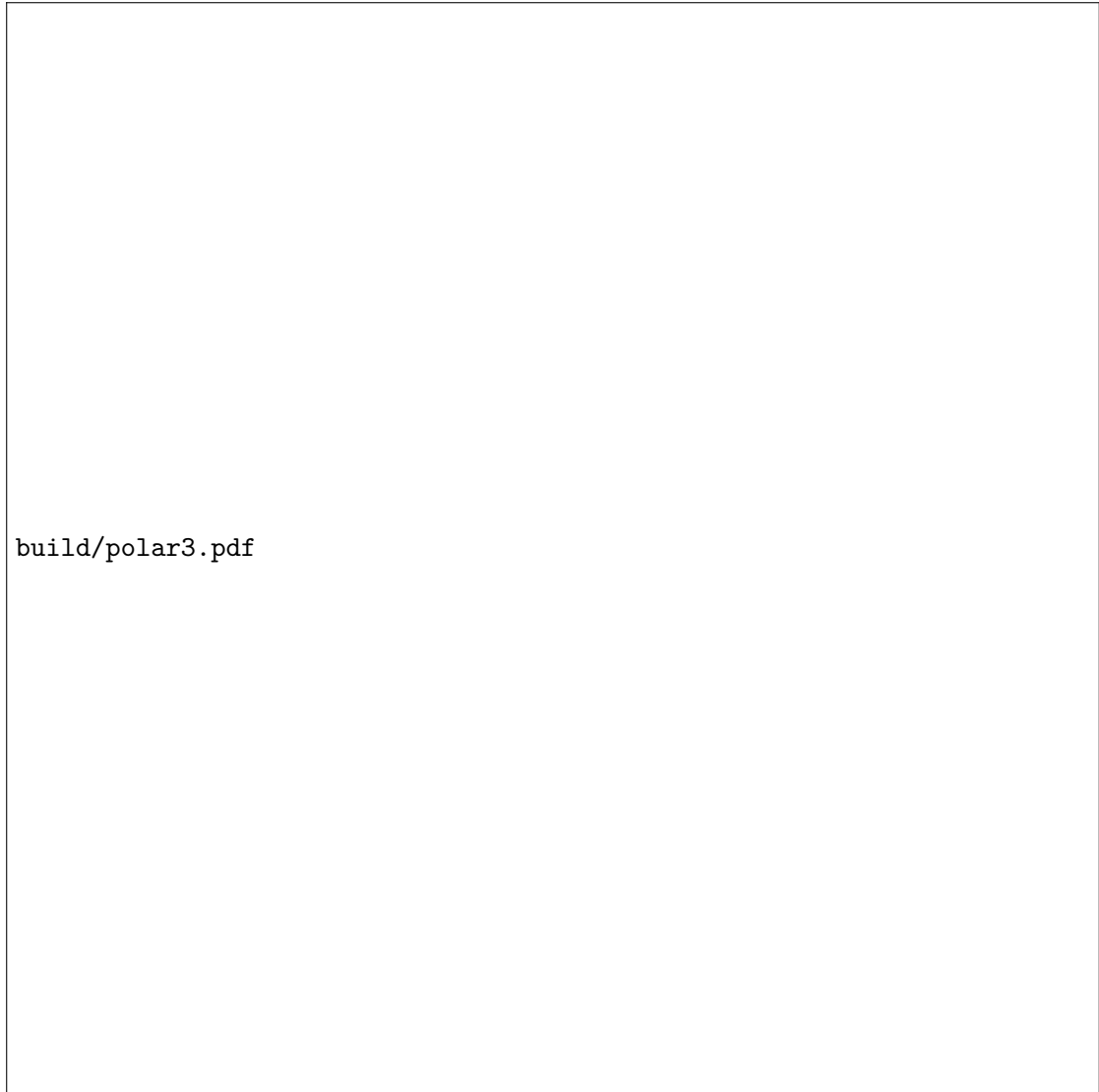


Abbildung 7: Polarplot der Amplitude des Peaks bei $f = 4981$ Hz in Abhängigkeit vom Winkel α und zugehörige Theoriekurve.

5 Diskussion

Anhang

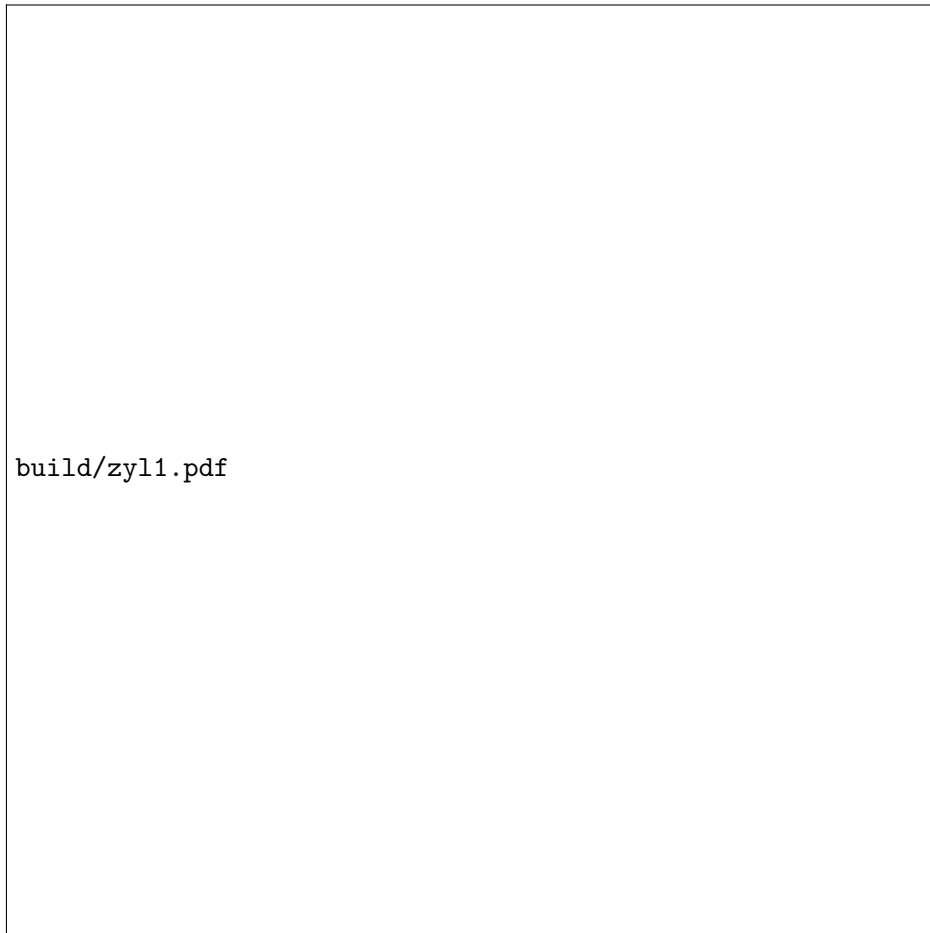


Abbildung 8: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für einen Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 9: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für drei aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 10: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für vier aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 11: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für fünf aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 12: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für sechs aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 13: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für sieben aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 14: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für acht aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 15: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für neun aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 16: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für zehn aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.



Abbildung 17: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für elf aneinandergelegte Zylinder. Die am Oszilloskop gemessenen Resonanzfrequenzen sind als rote vertikale Linien eingezeichnet.

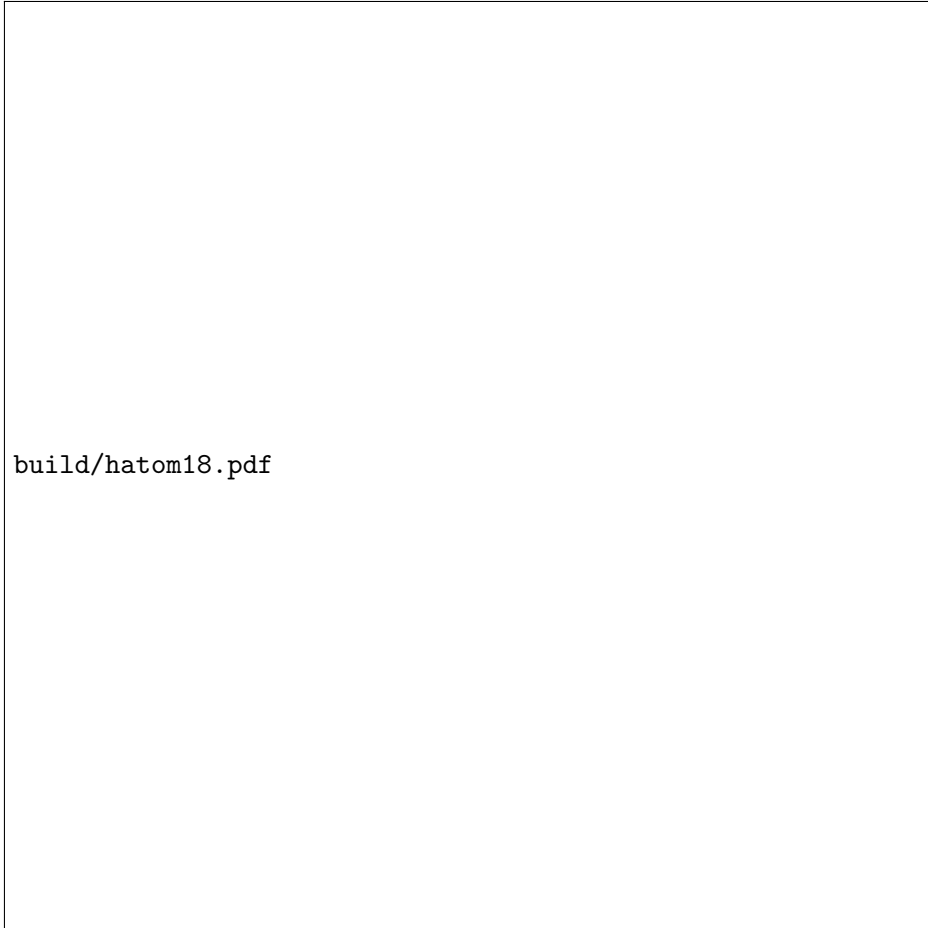


Abbildung 18: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 180^\circ$



Abbildung 19: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 170^\circ$

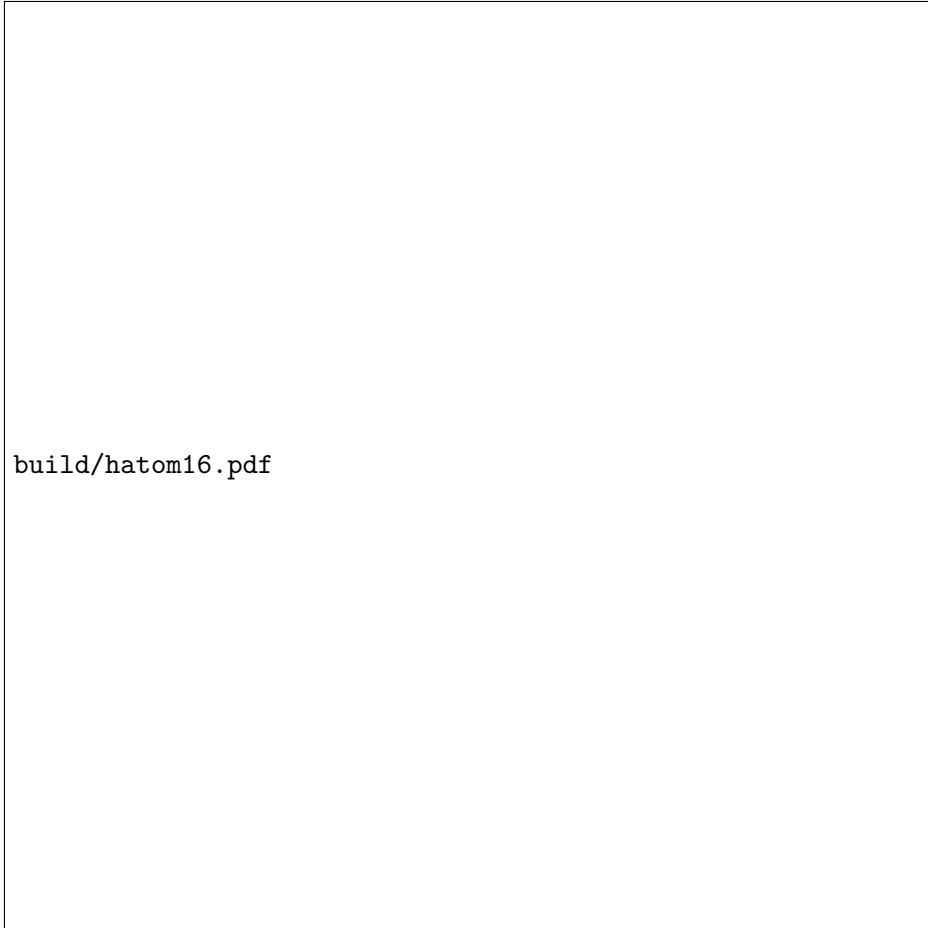


Abbildung 20: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 160^\circ$

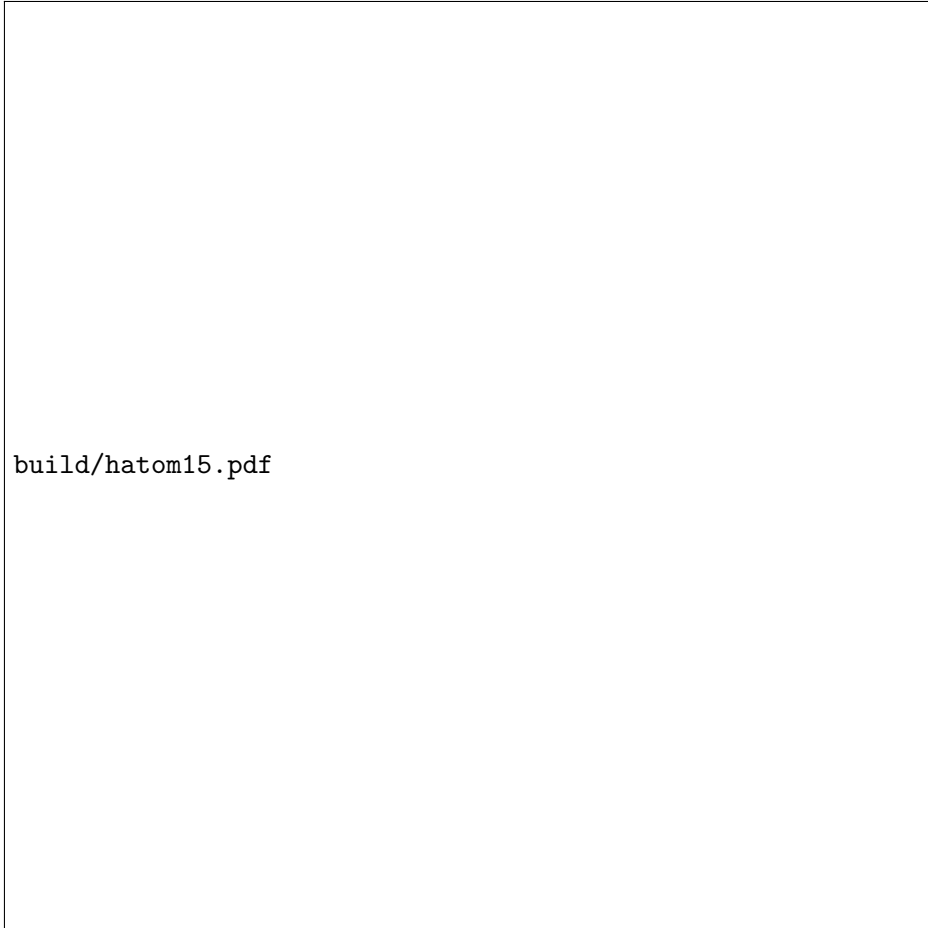


Abbildung 21: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 150^\circ$



Abbildung 22: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 140^\circ$

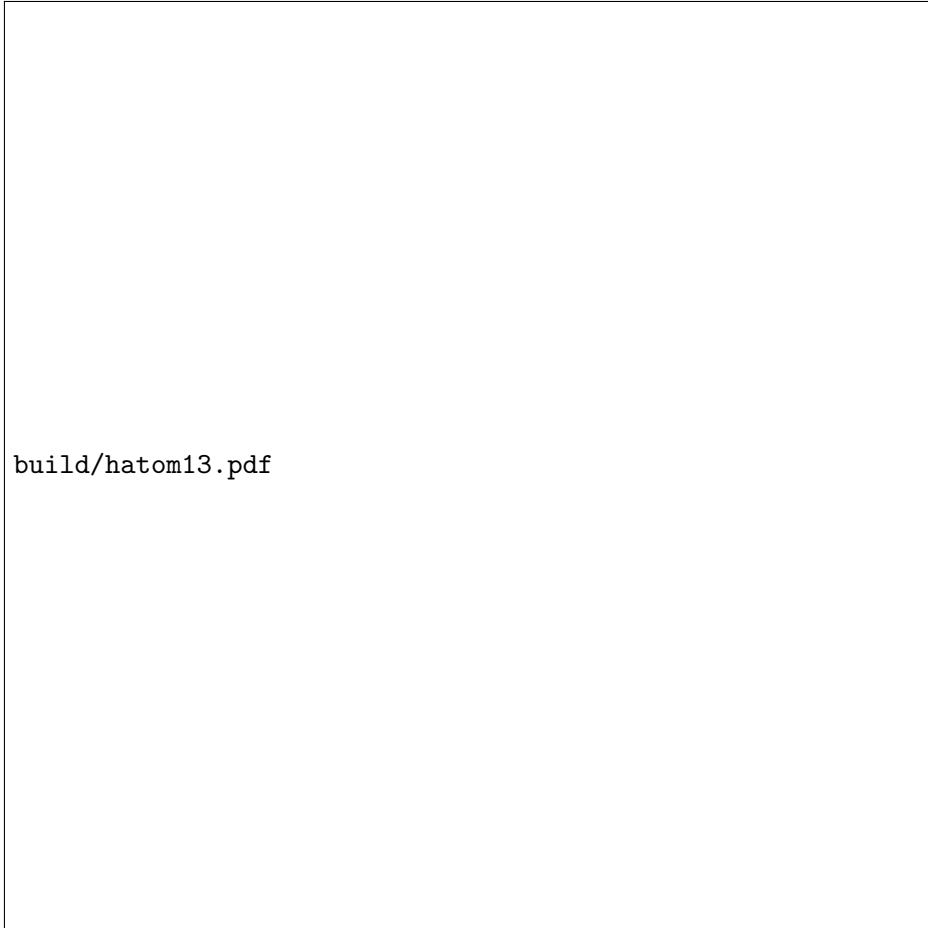


Abbildung 23: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 130^\circ$



Abbildung 24: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 120^\circ$



Abbildung 25: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 110^\circ$



Abbildung 26: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 100^\circ$

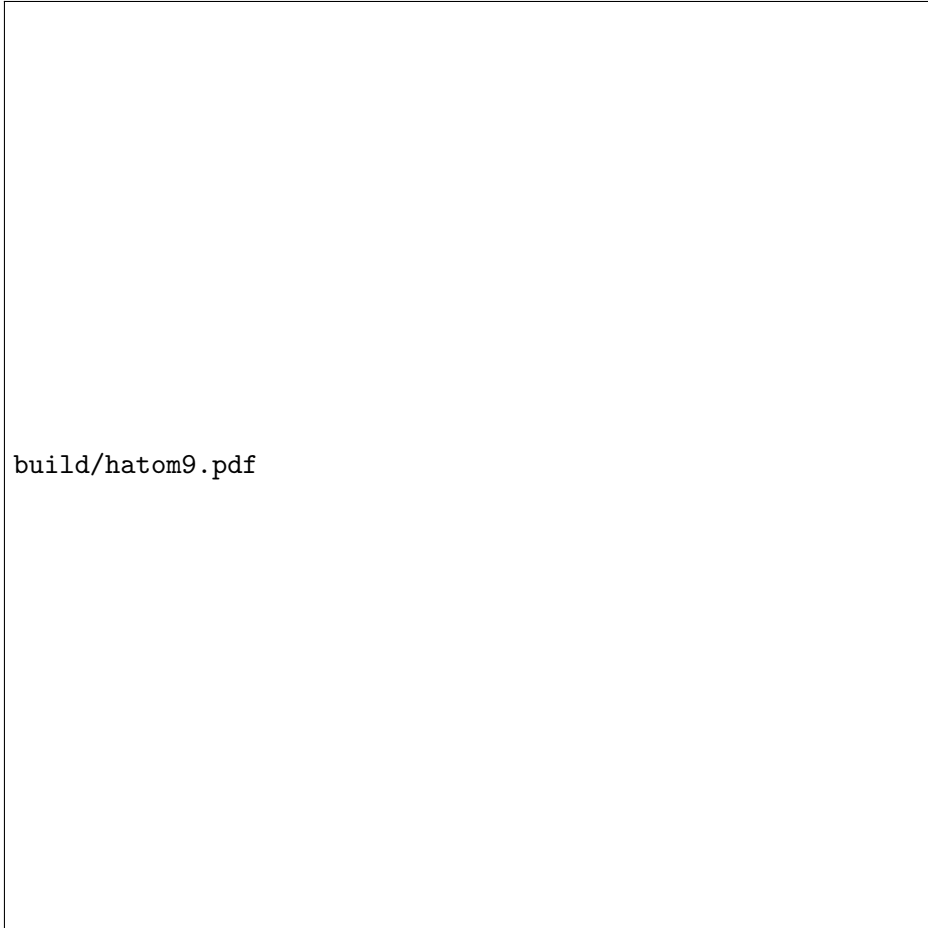


Abbildung 27: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 90^\circ$

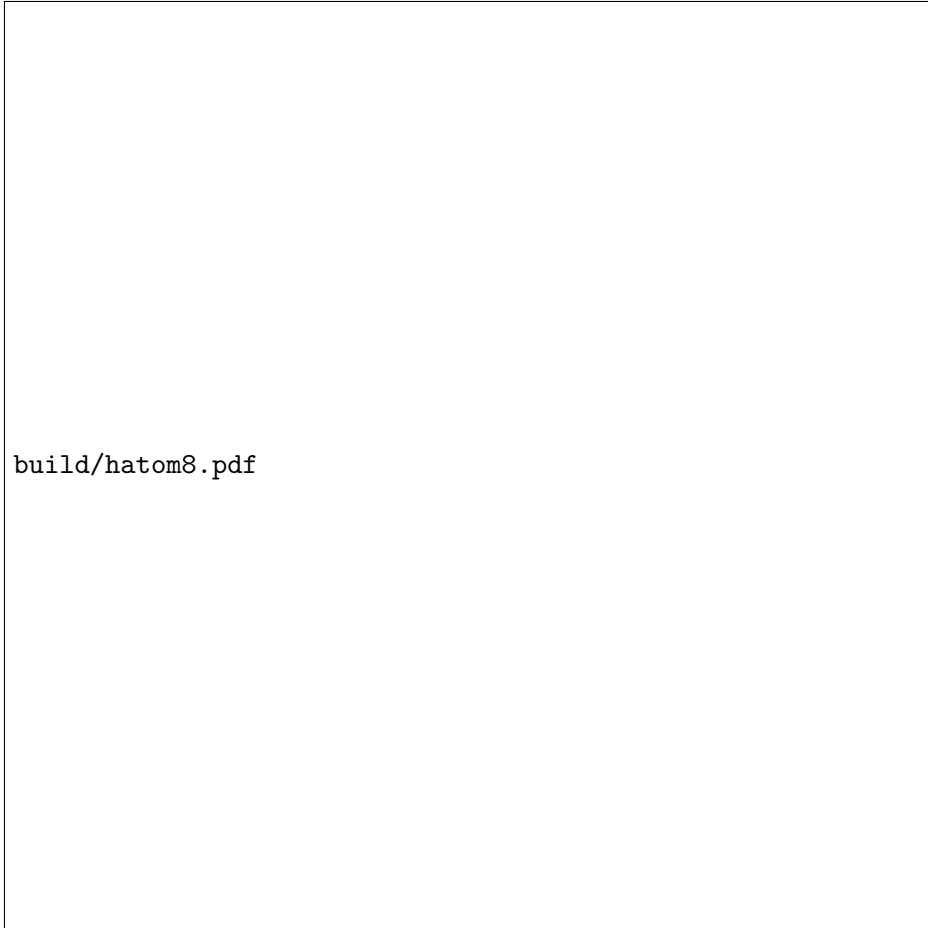


Abbildung 28: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 80^\circ$

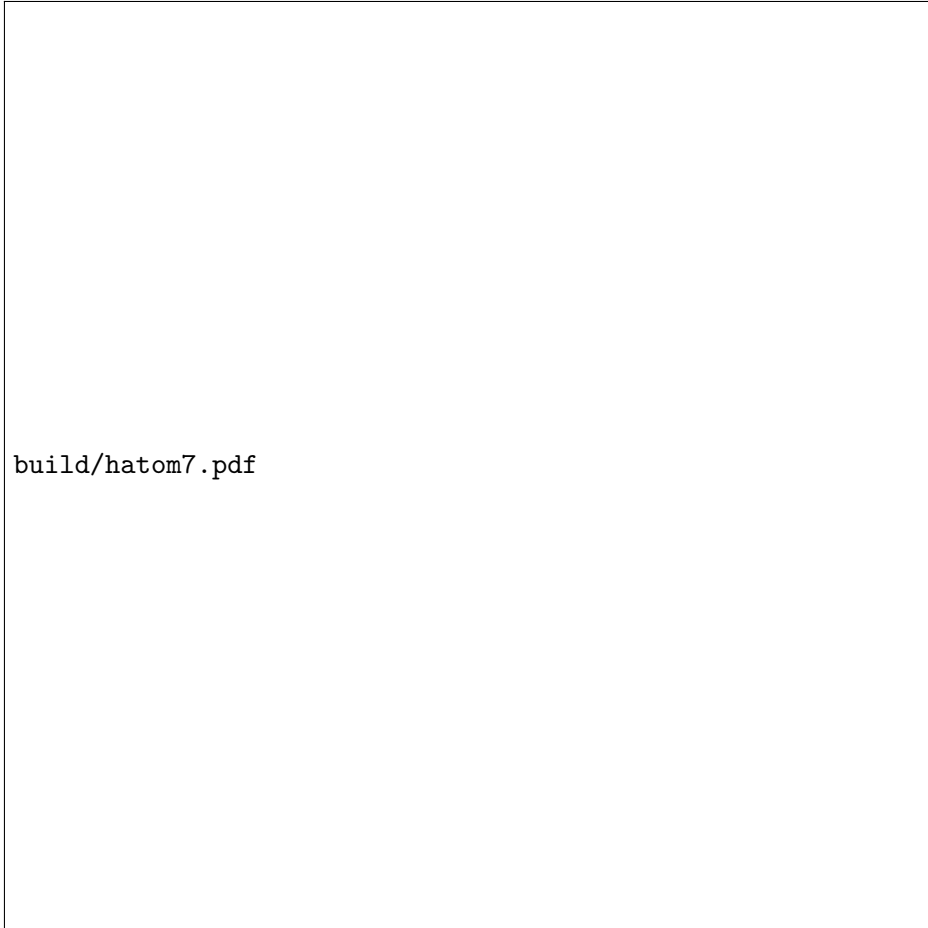


Abbildung 29: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 70^\circ$

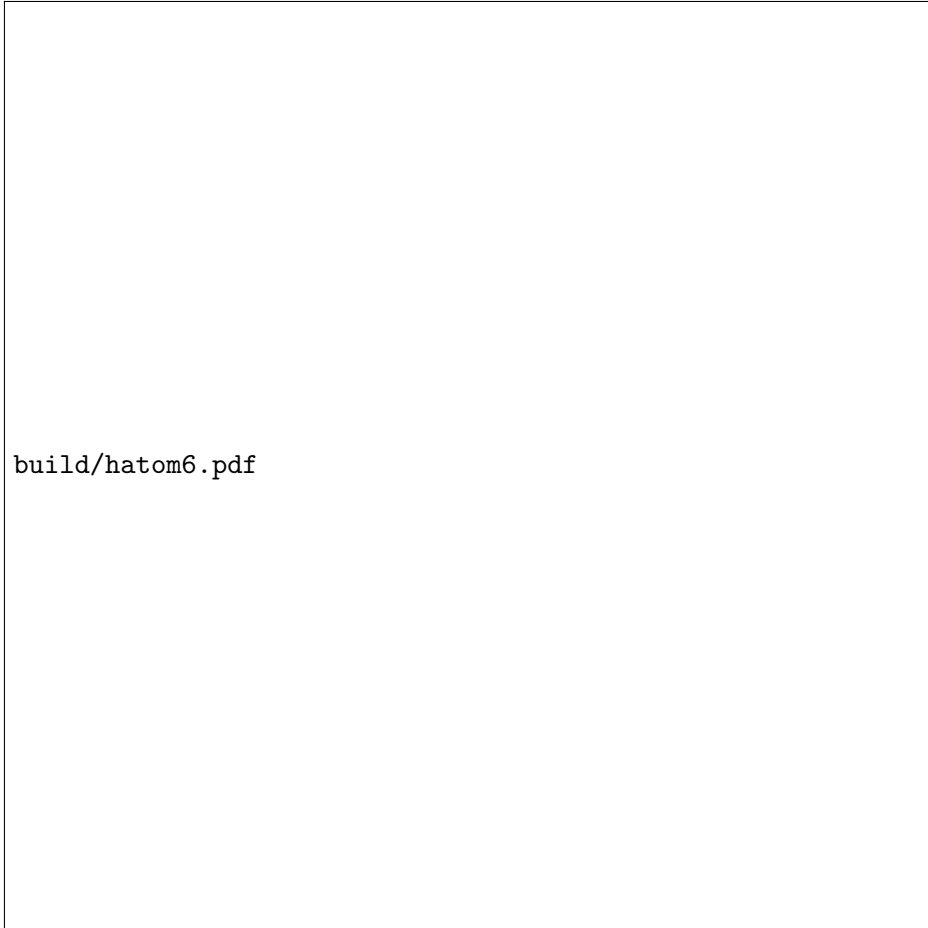


Abbildung 30: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 60^\circ$

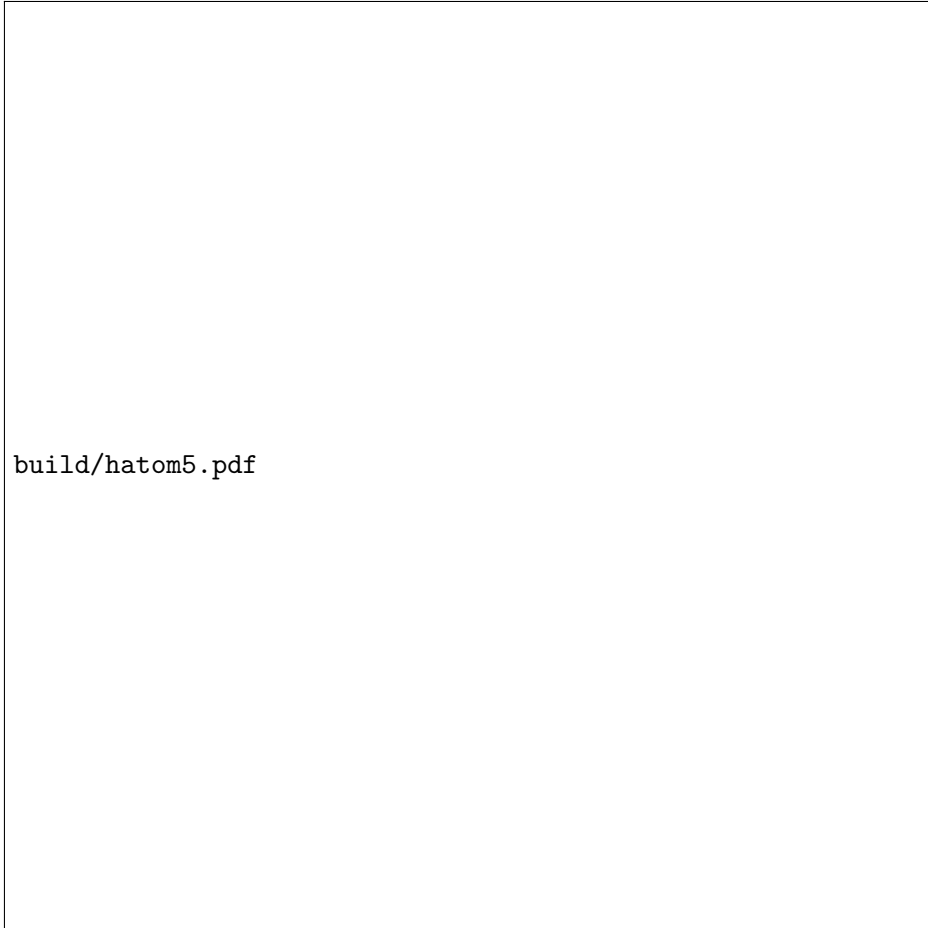


Abbildung 31: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 50^\circ$

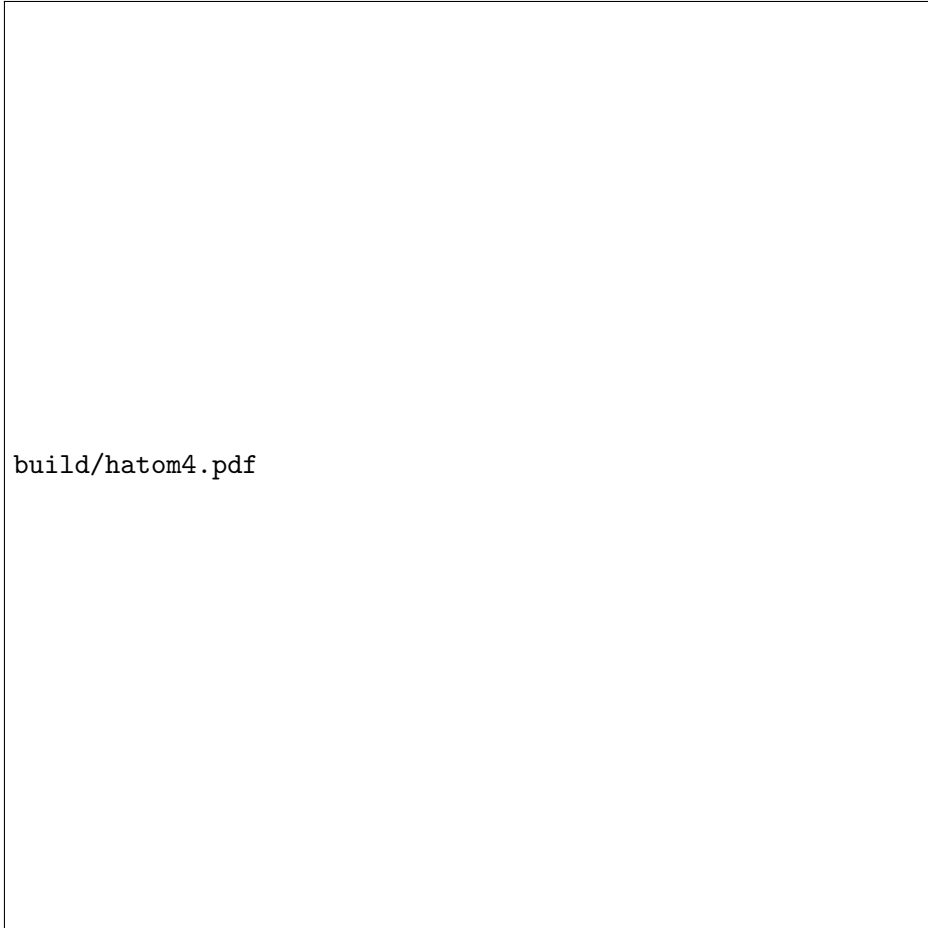


Abbildung 32: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 40^\circ$

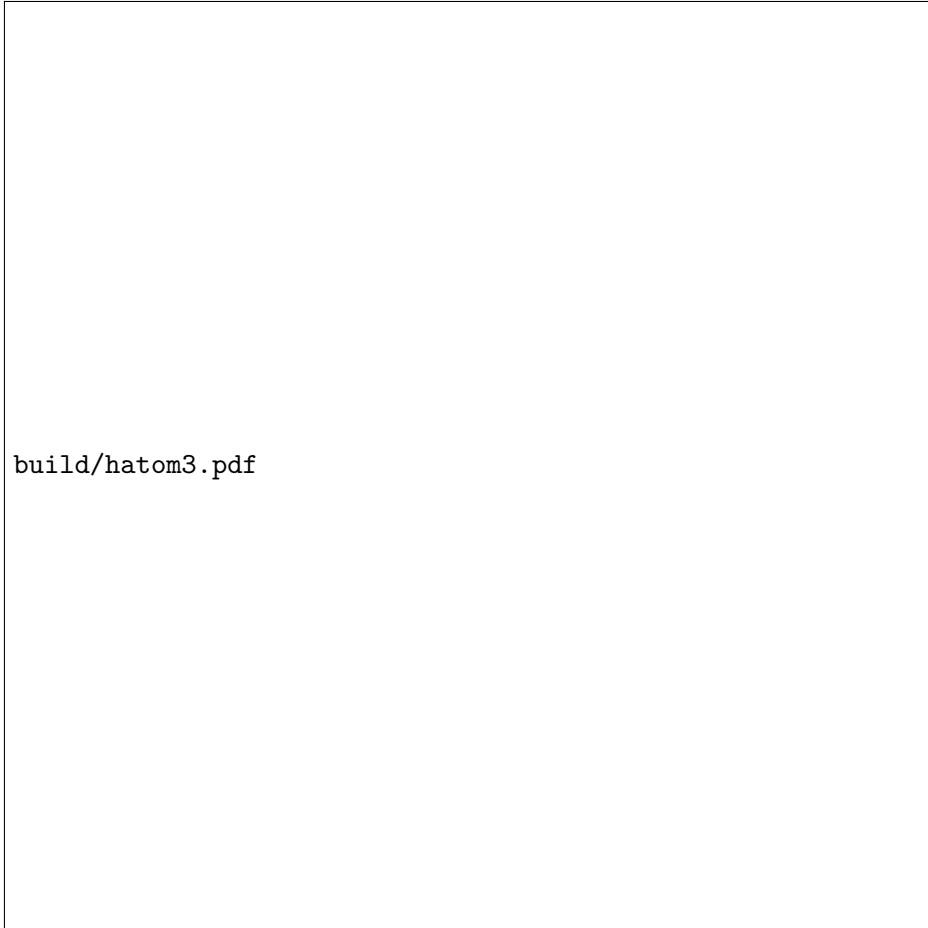


Abbildung 33: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 30^\circ$

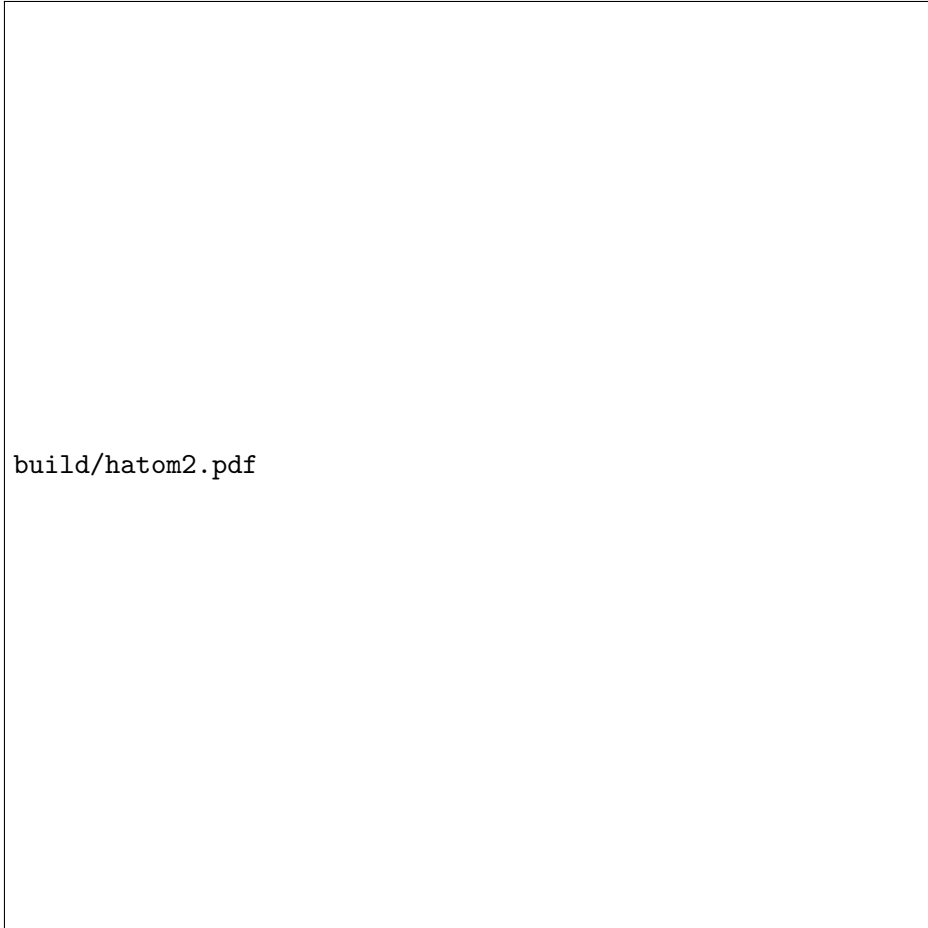


Abbildung 34: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 20^\circ$

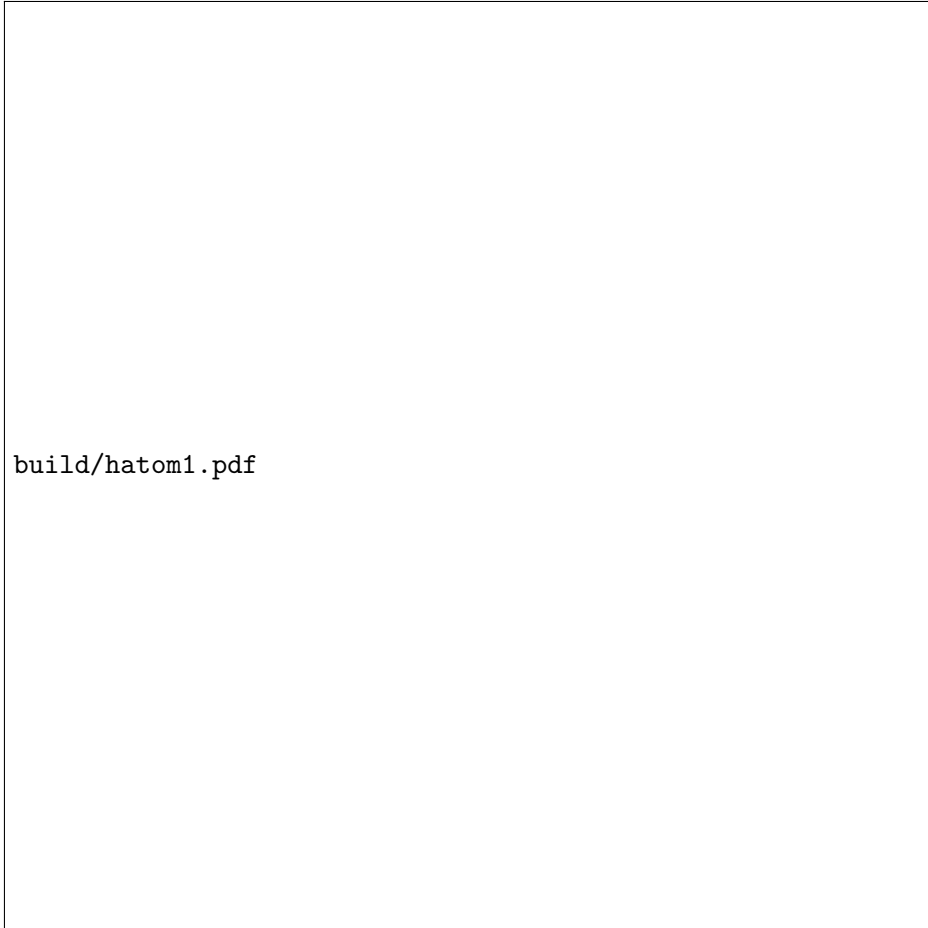


Abbildung 35: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 10^\circ$

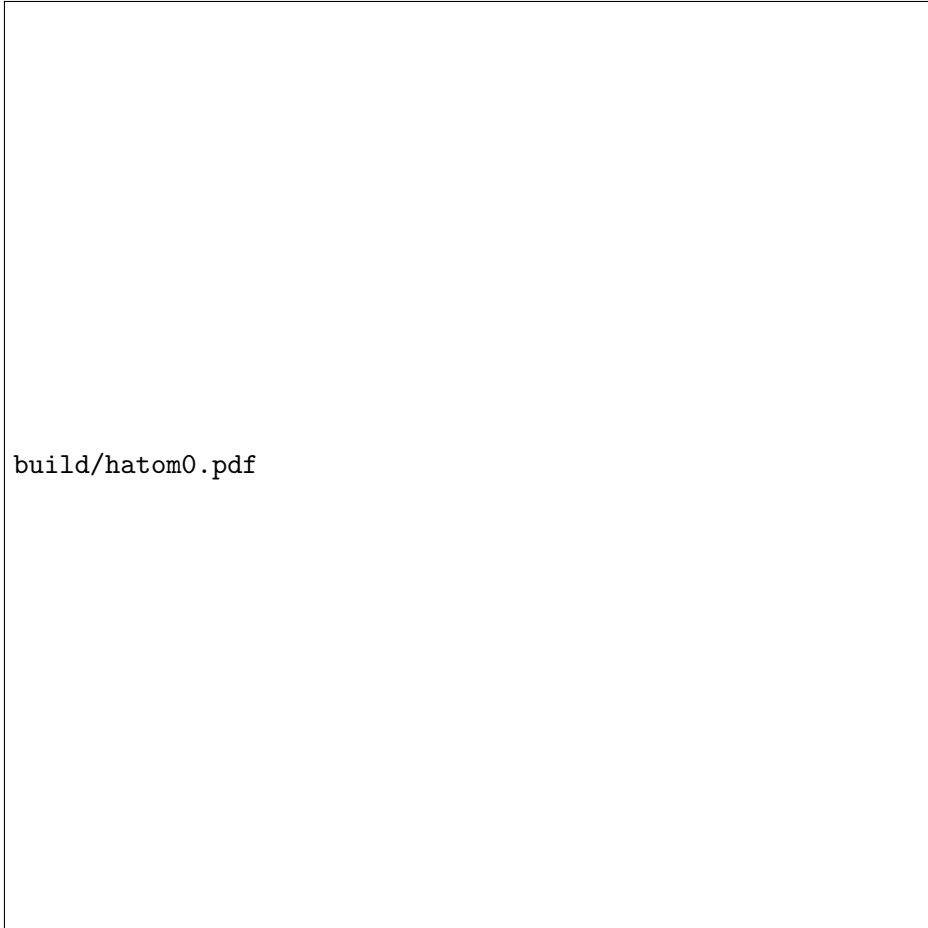


Abbildung 36: Am Computer aufgenommenes Frequenzspektrum für den Kugelresonator bei einem Winkel von $\alpha = 0^\circ$